

**METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN LAPLACE
UNTUK SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL RICCATI**

Skripsi

OLEH

RIYANA SARI



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU DAN PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

ABSTRAK

METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN LAPLACE UNTUK SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL RICCATI

Oleh

RIYANA SARI

Penelitian ini membahas tentang penyelesaian persamaan diferensial Riccati menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace. Metode dekomposisi Adomian Laplace merupakan kombinasi antara dua metode, yaitu transformasi Laplace dan metode dekomposisi Adomian. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian persamaan diferensial Riccati, yaitu menerapkan transformasi Laplace pada persamaan diferensial Riccati, mendefinisikan solusi sebagai deret tak hingga dan menggunakan polinomial Adomian untuk menyelesaikan suku nonlinear kemudian menerapkan invers transformasi Laplace. Hasil simulasi dan analisis galat menunjukkan bahwa persamaan diferensial Riccati menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace dapat mendekati solusi eksaknya ketika nilai $0 \leq t \leq 1$. Sedangkan untuk nilai $t > 1$ menjauhi solusi eksaknya.

Kata kunci: metode dekomposisi Adomian Laplace, persamaan diferensial Riccati

ABSTRACT

LAPLACE ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD FOR SOLUTION OF RICCATI DIFFERENTIAL EQUATION

By

RIYANA SARI

This study discusses the solving of Riccati differential equation using Laplace Adomian decomposition method. Laplace Adomian decomposition method is a combination of the two methods namely the Laplace transform and Adomian decomposition method. The steps used to solve Riccati differential equation are applying Laplace transforms to the Riccati differential equation, defining a solution as infinite series and using Adomian polynomial to solve the nonlinear, then applying the inverse Laplace transform. The simulation results and error analysis showed that Riccati differential equation using Laplace Adomian decomposition method is close to exact solution for $0 \leq t \leq 1$. While for $t > 1$ away from exact solution.

Keywords: Laplace Adomian decomposition method, Riccati differential equation

**METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN LAPLACE
UNTUK SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL RICCATI**

Oleh

Riyana Sari

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS**

Pada

**Juruasn Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

Judul Skripsi : **METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN
LAPLACE UNTUK SOLUSI PERSAMAAN
DIFERENSIAL RICCATI**

Nama Mahasiswa : **Riyana Sari**

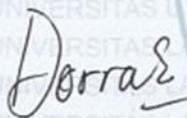
Nomor Pokok Mahasiswa: **1417031103**

Jurusan : **Matematika**

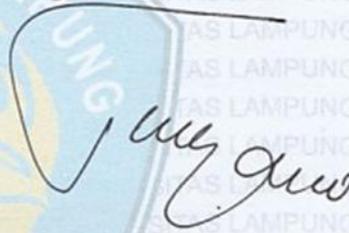
Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. **Komisi Pembimbing**



Dra. Dorrah Azlis, M.Si.
NIP. 19610128 198811 2 001



Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D
NIP. 19620704 198803 1 002

2. **Mengetahui**

Ketua Jurusan Matematika



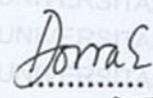
Dra. Wamilliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

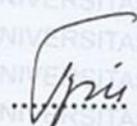
Ketua

: **Dra. Dorrah Azis, M.Si.**



Sekretaris

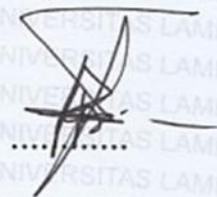
: **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



Penguji

Bukan Pembimbing

: **Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.

NIP. 19710212 199512 1 001



Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 09 Januari 2018

PERNYATAAN

Nama : Riyana Sari
Nomor Induk Mahasiswa : 1417031103
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “**Metode Dekomposisi Adomian Laplace untuk Solusi Persamaan Diferensial Riccati**” adalah hasil karya saya sendiri. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 09 Januari 2018

Penulis



Riyana Sari
NPM. 1417031103

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Jaya Tinggi, Kecamatan Kasui, Way Kanan pada tanggal 23 Oktober 1996, dan merupakan anak kelima dari lima bersaudara dari pasangan Bapak Kamarudin dan Ibu Asyati. Penulis memiliki dua kakak laki-laki bernama Tarmidi Yanto, Herlis Diyanto, dan dua kakak perempuan bernama Sri Mulyanti dan Merliya Ardilah, Amd. Keb.

Penulis menempuh pendidikan di Taman Kanak-kanak (TK) Pertiwi pada tahun 2001-2002, SD Negeri 1 Jaya Tinggi pada tahun 2002-2008, SMP Negeri 1 Kasui pada tahun 2008-2011, SMA Negeri 1 Kasui pada tahun 2011-2014. Tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung Bandar Lampung melalui jalur SBMPTN.

Pada bulan Januari–Februari 2017 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Cabang Teluk Betung Bandar Lampung dan bulan Juli–Agustus 2017 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Banyumas Kecamatan Candipuro Kabupaten Lampung Selatan.

KATA INSPIRASI

Dan Dia mendapatimu sebagai Orang yang bingung, lalu Dia memberikan
petunjuk.

(Q.S. Ad Duha : 17)

Keistimewaan dalam kehidupan adalah menjadi dirimu sendiri.

(Joseph Campbell)

The only way to do great work is to love what yo do.

(Steve Jobs)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT penulis mempersembahkan karya kecil ini untuk:

Orang Tua Tercinta yang telah menjadi motivasi terbesar selama ini.

Kakak-kakak tercinta yang menjadi kebanggaan dan penyemangat penulis untuk menjadi adik yang bisa dibanggakan.

Sahabat-sahabat yang selalu memberi semangat, motivasi, dan doa kepada penulis

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan membimbing penulis.

Almamater Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Skripsi dengan judul “Metode Dekomposisi Adomian Laplace untuk Solusi Persamaan Diferensial Riccati” disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains di Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapatkan bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan ketulusan hati Penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu, memberikan saran, memotivasi, dan membimbing Penulis selama penulisan skripsi.
2. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, memberikan saran, memotivasi dan membimbing dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji yang telah memotivasi, mengevaluasi dan memberikan saran dalam menyelesaikan skripsi ini.

4. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan, memotivasi dan bimbingan selama perkuliahan.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito, S.SI., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung..
7. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika.
8. Orang Tua dan kakak-kakak tercinta yang tak pernah berhenti melantunkan doa, selalu memberi semangat dan memotivasi setiap hariku agar menjadi kebanggaan keluarga dan meraih kesuksesan.
9. Sahabat terkasih yaitu Via, Septi, Kasandra, Otin, Rere dan Rani yang bersama-sama saling memberi doa, semangat, dukungan, keceriaan, dan semua kenangan indah.
10. Sahabat seperjuangan yaitu Darma, Iin, Vivin, Nandra, Lucia, Susan, Fara, Shelvi, Annisa TW, Vindi, Nevi, Ketut, Agus, Rahmad dan teman-teman Matematika 2014 dan semua pihak yang terlibat dalam penyusunan skripsi ini.

Akhir kata, Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan serta semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandar Lampung, 09 Januari 2018
Penulis

Riyana Sari

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR TABEL	viii
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Persamaan Diferensial	4
2.2 Persamaan Diferensial Riccati	4
2.3 Transformasi Laplace	5
2.4 Invers Transformasi Laplace	6
2.5 Metode Dekomposisi Adomian	6
2.6 Metode Dekomposisi Adomian Laplace.....	8
2.7 Galat.....	9
III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	10
3.2 Metode Penelitian	10
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Metode Dekomposisi Adomian Laplace (LDAM) pada Persamaan Diferensial Riccati	11
4.2 Simulasi dan Analisis Galat.....	22
4.2.1 Simulasi dan Analisis Galat untuk Nilai $0 \leq t \leq 1$	23
4.2.2 Simulasi dan Analisis Galat untuk Nilai $0 \leq t \leq 10$	28

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.32) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	23
Gambar 4.2 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.33) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	24
Gambar 4.3 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.34) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	26
Gambar 4.4 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.35) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	26
Gambar 4.5 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.32) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	28
Gambar 4.6 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.33) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	29
Gambar 4.7 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.34) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	31
Gambar 4.8 Perbandingan grafik Solusi LDAM (4.35) dan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	31

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Galat Solusi LDAM (4.32) Dan (4.33) dengan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	25
Tabel 4.2 Galat Solusi LDAM (4.34) Dan (4.35) dengan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 1$	27
Tabel 4.3 Galat Solusi LDAM (4.32) Dan (4.33) dengan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	30
Tabel 4.4 Galat Solusi LDAM (4.34) Dan (4.35) dengan Solusi Eksaknya untuk $0 \leq t \leq 10$	32

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Persamaan diferensial merupakan salah satu cabang dari matematika yang berperan penting dalam menganalisis dan menyelesaikan persoalan-persoalan rumit. Banyak masalah dalam bidang sains, teknik, ekonomi bahkan bisnis yang bila diformulasikan secara matematis dapat membentuk suatu persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih dari variabel-variabel bebas. Apabila persamaan tersebut hanya memuat satu variabel bebas, maka dinamakan persamaan diferensial biasa, sedangkan apabila memuat lebih dari satu variabel bebas maka dinamakan persamaan diferensial parsial.

Selain ditinjau dari variabelnya, persamaan diferensial juga dapat ditinjau dari tingkat ordenya, yaitu pangkat tertinggi dari turunan yang muncul dari persamaan diferensial tersebut. Misalnya, jika suatu persamaan hanya memiliki turunan pertama, maka persamaan tersebut dinamakan persamaan diferensial orde satu. Jika turunan yang dimilikinya sampai pada turunan kedua, maka persamaan itu dinamakan persamaan diferensial orde dua, dan secara umum jika persamaan

tersebut memiliki turunan hingga turuna ke-n, maka dinamakan persamaan diferensial orde n. Persamaan diferensial dengan bentuk:

$$a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_0(x)y = g(x) \quad (1.1)$$

dengan a_0, a_1, \dots, a_n dan g adalah fungsi-fungsi dari variabel bebas x , $a_n \neq 0$ merupakan bentuk umum dari persamaan diferensial linear.

Persamaan diferensial Riccati merupakan persamaan diferensial nonlinear.

Bentuk umum dari persamaan Riccati adalah

$$\frac{dy}{dt} = P(t)y + Q(t)y^2 + R(t) \quad (1.2)$$

Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Dekomposisi Adomian Laplace dilakukan dengan mendefinisikan penyelesaian y dalam deret tak hingga dan menyatakan suku nonlinear dalam polinomial Adomian yang kemudian diselesaikan menggunakan transformasi Laplace. Hasil perhitungan dari metode dekomposisi Adomian Laplace cukup efektif untuk menghampiri penyelesaian eksak. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan membahas bagaimana menyelesaikan persamaan diferensial Riccati dengan metode dekomposisi Adomian Laplace.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan persamaan diferensial Riccati menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace.

2. Menentukan galat dari solusi yang diperoleh menggunakan metode dekomposisi adomian Laplace dengan solusi eksak.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui langkah-langkah penyelesaian persamaan diferensial Riccati dengan metode dekomposisi adomian Laplace.
2. Dapat mengetahui perbandingan solusi yang diperoleh menggunakan metode dekomposisi adomian Laplace dan solusi eksak.
3. Dapat menjadi salah satu referensi cara untuk menentukan solusi persamaan diferensial Riccati.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah sebuah persamaan yang memuat turunan terhadap suatu atau lebih dari variabel-variabel bebas. Bila hanya ada satu variabel bebas yang diasumsikan, maka persamaan tersebut dinamakan persamaan diferensial biasa (Kartono, 2012).

2.2 Persamaan Diferensial Riccati

Persamaan diferensial Riccati adalah persamaan diferensial nonlinear dalam bentuk

$$\frac{dy}{dt} = P(t)y + Q(t)y^2 + R(t) \quad (2.1)$$

$$y(0) = \alpha$$

dengan $Q(t)$, $R(t)$, dan $P(t)$ adalah koefisien dan α adalah nilai awal. Jika $R(t) = 0$, maka persamaan diferensial Riccati berbentuk persamaan diferensial Bernoulli dan jika $Q(t) = 0$, maka persamaan menjadi persamaan linear orde-1 (Shepley, 1996).

2.3 Transformasi Laplace

Misalkan $F(t)$ suatu fungsi t untuk $t > 0$. Maka transformasi Laplace dari $F(t)$ yang dinyatakan oleh $\mathcal{L}\{F(t)\}$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt \quad (2.2)$$

dengan parameter s adalah riil atau kompleks. Transformasi Laplace suatu fungsi mempunyai beberapa sifat, diantara:

1. Sifat linear

Teorema 2.1

Jika c_1 dan c_2 adalah sebarang konstanta sedangkan $F_1(t)$ dan $F_2(t)$ adalah fungsi-fungsi dengan transformasi-transformasi Laplacenyanya masing-masing $f_1(t)$ dan $f_2(t)$, maka

$$\mathcal{L}\{c_1 F_1(t) + c_2 F_2(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{F_1(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{F_2(t)\} = c_1 f_1(s) + c_2 f_2(s)$$

2. Sifat translasi atau pergeseran pertama

Teorema 2.2

Jika $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$, maka $\mathcal{L}\{e^{at} F(t)\} = f(s - a)$.

3. Sifat translasi atau pergeseran kedua

Teorema 2.3

Jika $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$ dan $G(t) = \begin{cases} F(t - a), & t > a \\ 0, & t < a \end{cases}$ maka

$$\mathcal{L}\{G(t)\} = e^{-as} f(s)$$

4. Sifat pengubahan skala

Teorema 2.4

Jika $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$, maka $\mathcal{L}\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$.

5. Transformasi Laplace dari turunan-turunan.

Teorema 2.5

Jika $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$, maka $\mathcal{L}\{F'(t)\} = sf(s) - F(0)$.

(Spiegel,1999).

2.4 Invers Transformasi Laplace

Jika transformasi Laplace suatu fungsi $F(t)$ adalah $f(s)$, yaitu $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$, maka $F(t)$ disebut suatu invers transformasi Laplace dari $f(s)$ dan secara simbolik ditulis

$$F(t) = \mathcal{L}^{-1}\{f(s)\} \quad (2.3)$$

dengan \mathcal{L}^{-1} disebut operator invers transformasi (Spiegel,1999).

2.5 Metode Dekomposisi Adomian

Pada metode dekomposisi adomian, persamaan yang diberikan dalam persamaan operator sebagai berikut:

$$Ly + Ry + Ny = g(x) \quad (2.4)$$

L adalah operator diferensial yang ordenya lebih tinggi dari R yang diasumsikan dapat dibalik, R adalah operator diferensial yang ordenya kurang dari L .

Persamaan (2.4) dapat ditulis menjadi:

$$Ly = g(x) - Ry - Ny \quad (2.5)$$

dengan $L = \frac{d^n}{dx^n}$ adalah operator diferensial yang mempunyai invers yaitu L^{-1} .

L^{-1} merupakan integral sebanyak orde pada L terhadap x dari 0 sampai x .

$$L^{-1}Ly = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry - L^{-1}Ny \quad (2.6)$$

Sehingga,

$$y = \varphi + L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry - L^{-1}Ny \quad (2.7)$$

dengan φ adalah konstanta integral dan memenuhi $Ly = 0$. Kemudian Adomian mendefinisikan penyelesaian y merupakan deret tak hingga yaitu:

$$y = y_0 + \lambda y_1 + \lambda^2 y_2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n y_n \quad (2.8)$$

Sedangkan suku non linear Ny dinyatakan dalam suatu polinomial khusus sebagai berikut:

$$Ny = A_0 + \lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n A_n \quad (2.9)$$

Dengan komponen A_n disebut polinomial Adomian khusus yang dibentuk untuk menghitung suku nonlinier. Polinomial Adomian hanya bergantung pada komponen-komponen y_0 sampai y_n . Polinomial A_n dibentuk menggunakan ekspansi deret Taylor di titik y_0 dan ditulis:

$$Ny = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n A_n = Ny_0 + N'y_0(y - y_0) + N''y_0 \frac{(y - y_0)^2}{2!} + \dots \quad (2.10)$$

Dengan mensubstitusikan

$$y - y_0 = \lambda y_1 + \lambda^2 y_2 + \dots \quad (2.11)$$

Maka diperoleh

$$A_0 + \lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \dots = Ny_0 + N'y_0(\lambda y_1 + \lambda^2 y_2 + \dots) + N''y_0 \frac{(\lambda y_1 + \lambda^2 y_2 + \dots)^2}{2!} + \dots \quad (2.12)$$

Jika koefisien dari perpangkatan λ disamakan, maka koefisien dari $\lambda^0, \lambda^1, \lambda^2, \lambda^3, \dots$ diperoleh Adomian A_0, A_1, A_2, \dots sebagai berikut :

$$A_0 = Ny_0$$

$$A_1 = y_1 N'y_0 \quad (2.13)$$

$$A_2 = y_2 N' y_0 + \frac{y_1^2}{2!} N'' y_0$$

$$A_3 = y_3 N' y_0 + y_1 y_2 N'' y_0 + \frac{y_1^3}{3!} N''' y_0$$

dan seterusnya.

Dapat dikatakan bahwa y dan Ny adalah solusi dan suku nonlinear yang diselesaikan menggunakan A_n . Sehingga pendekatan n-suku $\varphi_n = \sum_{i=0}^{n-1} y_i$ mendekati $y = \sum_{n=0}^{\infty} y_n$ untuk $n \rightarrow \infty$. Solusi dapat ditulis sebagai berikut:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} y_n = y_0 - L^{-1} R \sum_{n=0}^{\infty} y_n + L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2.14)$$

(Andini, 2016).

2.6 Metode Dekomposisi Adomian Laplace (LDAM)

Metode dekomposisi adomian Laplace merupakan kombinasi metode dekomposisi adomian dan transformasi Laplace.

Pandang kembali persamaan (2.4) dalam bentuk

$$Ly = g(x) - Ry - Ny \quad (2.15)$$

Penerapan transformasi Laplace pada persamaan (2.15) akan diperoleh

$$\mathcal{L}\{Ly\} = \mathcal{L}\{g(x)\} - \mathcal{L}\{Ry\} - \mathcal{L}\{Ny\} \quad (2.16)$$

Oleh karena

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} y_n \text{ dan } Ny = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2.17)$$

maka

$$\mathcal{L}\{Ly\} = \mathcal{L}\{g(x)\} - \mathcal{L}\{Ry\} - \mathcal{L}\{\sum_{n=0}^{\infty} A_n\} \quad (2.18)$$

(Wartono, 2013).

2.7 Galat

Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya, maka semakin teliti solusi hampiran yang diperoleh, sebaliknya semakin besar galatnya maka solusi hampiran yang diperoleh semakin tidak teliti. Misalkan \hat{a} adalah nilai hampiran terhadap nilai sejatinya a maka diperoleh

$$\varepsilon = a - \hat{a}$$

ε disebut galat.

Contoh, jika $\hat{a} = 10.5$ adalah nilai hampiran dari $a = 10.45$, maka galatnya adalah $\varepsilon = -0.01$. Tanda galat positif atau negatif tidak dipertimbangkan, maka galat mutlak didefinisikan sebagai berikut:

$$|\varepsilon| = |a - \hat{a}|$$

(Munir, 2010).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2017/2018 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menerapkan transformasi Laplace pada persamaan diferensial Riccati.
2. Mensubstitusikan kondisi awal yang diberikan.
3. Menyatakan $y(x)$ dalam bentuk $\sum_{n=0}^{\infty} y_n(x)$.
4. Menyatakan suku nonlinear dalam bentuk $\sum_{n=0}^{\infty} A_n$.
5. Menentukan suku $\mathcal{L}\{y_0(x)\}, \mathcal{L}\{y_1(x)\}, \mathcal{L}\{y_2(x)\}, \dots, \mathcal{L}\{y_n(x)\}$ dari deret tak hingga.
6. Menerapkan invers transformasi Laplace pada
$$\mathcal{L}\{y_0(x)\}, \mathcal{L}\{y_1(x)\}, \mathcal{L}\{y_2(x)\}, \dots, \mathcal{L}\{y_n(x)\}$$
 untuk mendapatkan nilai $y_0(x), y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$.
7. Menjumlahkan $y_0(x), y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ sebagai solusi $y(x)$.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka diperoleh kesimpulan :

1. Penyelesaian dari $\frac{dy}{dt} = -y^2 + 1$ dengan $y(0) = 0$ berupa deret, yaitu

$$y(t) = t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{2}{15}t^5 - \frac{17}{315}t^7 + \dots$$

2. Penyelesaian dari $\frac{dy}{dt} = 2y - y^2 + 1$ dengan $y(0) = 0$ berupa deret, yaitu

$$y(t) = t + t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{3}t^4 - \frac{3}{5}t^5 + \frac{17}{45}t^6 - \frac{17}{315}t^8 + \dots$$

3. Metode Dekomposisi Adomian Laplace dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial Riccati untuk $0 \leq t \leq 1$, sedangkan untuk $t > 1$ solusi LDAM menjauhi solusi eksaknya dan galat yang diperoleh sangat besar.

DAFTAR PUSTAKA

- Andini, A.Y. 2016. Penyelesaian Persamaan Korteweg De Vries (KDV) Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian Laplace. (Skripsi). Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. Malang.
- Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Munir, R. 2010. *Metode Numerik*. Informatika Bandung, Bandung.
- Spiegel, M.R. 1999. Transformasi Laplace. Erlangga. Jakarta.
- Shepley, L.R. 1996. *Introduction To Ordinary Differential Equation, Third Edition*. New York.
- Wartono, M.N. 2013. Penyelesaian Persamaan Riccati dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian Laplace. *Jurnal Sains, Teknologi dan Industri*. **10** (2).