PENGAPLIKASIAN KONGRUEN LANJAR UNTUK MENCARI SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR , *CHINESE REMAINDER THEOREM*, DAN UJI DIGIT ISBN

Skripsi

Oleh:

Novian Saputra

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRAK

PENGAPLIKASIAN KONGRUEN LANJAR UNTUK MENCARI SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR, *CHINESE REMAINDER THEOREM*, DAN UJI DIGIT ISBN

Oleh

NOVIAN SAPUTRA

Kongruen lanjar merupakan metode penyelesaian suatu permasalahan diantaranya sistem persamaan linear, Chinese Remainder theorem dan uji digit ISBN yaitu dengan cara mengubah bentuk persamaan linear ke dalam bentuk kongruen lanjar serta menggunakan subtitusi sehingga didapatkan hasil yang benar dan dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah yang tentunya berkaitan atau dapat dikaitkan dengan kongruean lanjar. Dari hasil penelitian dapat ditemukan solusi yang tepat dari masing – masing permasalahan tersebut dengan menggunakan pengaplikasian kongruen lanjar.

Kata Kunci : Sistem persamaan linear, Perkongruenan lanjar, digit ISBN, Teorema sisa Cina.

ABSTRAK

APPLICATION CONGRUENT LANJAR TO FIND SOLUTIONS OF SYSTEM LINEAR EQUATIONS, CHINESE REMAINDER THEOREM, AND DIGIT ISBN TEST

By

NOVIAN SAPUTRA

Congruent lanjar is a method of solving a problem such as system of linear equations, Chinese Remainder theorem and ISBN digit test that is by changing the form of linear equation into congruent lanjar and using substitution so that got correct result and can be used to solve various problem which surely related or can be attributed to the kongruean lanjar. From the research results can be found the correct solution of each problem using congruent lanjar application.

Keywords : system of linear equations, Congruent lanjar, digit ISBN, Chinese Remainder theorem.

PENGAPLIKASIAN KONGRUEN LANJAR UNTUK MENCARI SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR , *CHINESE REMAINDER THEOREM*, DAN UJI DIGIT ISBN

Oleh

NOVIAN SAPUTRA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

Judul Skripsi : **PENGAPLIKASIAN KONGRUEN LANJAR UNTUK MENCARI SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR , *CHINESE REMAINDER THEOREM,* DAN UJI DIGIT ISBN**

Nama Mahasiswa : Novian Saputra

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031048

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing,

Dra. Dorrah Aziz, M.Si.	**Agus Sutrisno. S.Si., M.Si.**
NIP. 196101281988112001	NIP. 197008311999031002

2 . Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika,

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.

NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Dorrah Aziz, Dra., M.Si.**

   Sekretaris : **Agus Sutrisno. S.Si., M.Si.**

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Dr. Muslim Ansori. S.Si., M.Si.**

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., DEA.,Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **15 Januari 2018**

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"PENGAPLIKASIAN KONGRUEN LANJAR UNTUK MENCARI SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR, *CHINESE REMAINDER THEOREM*, DAN UJI DIGIT ISBN"** merupakan hasil karya sendiri dan bukan merupakan karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Januari 2018

Penulis

Novian Saputra

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Tanggamus, pada tanggal 24 April 1994, anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Tumino dan Ibu Tini.

Penulis mengawali pendidikan di SD Negeri 1 Margoyoso , diselesaikan tahun 2006. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 2 Sumberejo hingga tahun 2009, kemudian penulis melanjutkan pendidikannya di SMA Negeri 1 Sumberejo, diselesaikan pada tahun 2012. Pada tahun yang sama, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Lampung.

Pada tahun 2016, penulis melakukan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di PU Bina Marga Bandar Lampung dan Kuliah Kerja Nyata di Desa Bumi Nabung Timur Kecamatan Rumbia Kabupaten Lampung Tengah.

MOTTO

"Dengan nama Allah yang maha pengasih, lagi maha penyayang. Tunjukanlah kami jalan yang lurus."

(Q.S. Al-Fatihah : 1 dan 6)

Kehidupan tidak terulang dua kali jalanilah dengan maksimal dan penuh Keikhlasan.

(Novian Saputra)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Dengan segala kerendahan hati penulis persembahkan skripsi ini kepada:

1. Kedua orang tua, Bapak Tumino dan Ibu Tini tercinta yang selalu tulus berkorban, membimbing, selalu memberikan semangat, rela menjadi pendengar yang baik dan mendoakan setiap waktu untuk keberhasilan penulis.
2. Kakak tercinta Destiana yang telah memberikan doa,semangat dalam menyelesaikan skripsi ini
3. Keluarga besarku yang selalu mendukung, mendoakan, dan membantu keberhasilan penulis.
4. Teman-teman sejawat yang selalu membantu saya
5. Almamater tercinta Universitas Lampung.

SANWACANA

Bismillahirrohmanirrohim...

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Skripsi ini berjudul " **Pengaplikasian Kongruen Lanjar Untuk Mencari Solusi Sistem Persamaan Linear, *Chinese Remainder Theorem*, Dan Uji Digit ISBN".** Penulis menyadari bahwa dengan bantuan berbagai pihak, skripsi ini dapat diselesaikan. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA.,Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
2. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung
3. Bapak Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku dosen Pembimbing Akademik.
4. Ibu Dra. Dorrah Aziz. M.Si. selaku dosen Pembimbing I yang telah memotivasi dan membimbing penulis selama penulisan skripsi.
5. Bapak Agus Sutrisno. S.Si., M.Si selaku Pembimbing II, atas kesabarannya dalam memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis.
6. Bapak Dr. Muslim Ansori. S.Si., M.Si. selaku Pembahas yang banyak memberikan masukan dan kritik yang bersifat positif dan membangun.

7. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Kedua Orang tuaku tercinta Ibu Tini dan Bapak Tumino serta kakakku tercinta Destiana terimakasih atas dukungan dan do’a yang telah diberikan.
9. Teman-temanku Afredi, wahid, Chandro, Ayub, Young, Julian, Nita ayu, Dewi Suci, Wahyu Rini, Tya Pancas Wuri, Winda, Siska dan semua teman yang tak bias saya sebutkan satu persatu terimakasih atas segala motivasi dan bantuan yang telah kalian berikan.
10. Kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berdoa, semoga semua amal dan bantuan, mendapat pahala serta balasan dari Allah SWT dan semoga skripsi ini bermanfaat bagi dunia pendidikan. Amin.

Bandar Lampung, 5 Januari 2018

Novian Saputra

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Perkembangan ilmu pengetahuan sudah sangat pesat itu dibuktikan dengan teknologi-teknologi yang telah banyak dipublikasikan sampai saat ini, namun sebagai mahasiswa yang mendalami ilmu pengetahuan terkadang tidak menyadari betapa pentingnya bidang keilmuan terhadap kemajuan zaman. Seperti halnya bidang keilmuan matematika, dalam matematika sendiri terdapat cabang ilmu yaitu matematika diskrit. Matematika diskrit yaitu cabang keilmuan matematika yang membahas objek-objek diskrit. Salah satu bagian dari matematika diskrit yang ingin penulis bahas adalah Kongruen lanjar, yang telah ikut andil dalam memajukan teknologi dan menyelesaikan berbagai masalah di antaranya, seperti mencari solusi SPL , untuk mencek digit ISBN, dan berbagai hal lainnya yang memungkinkan penggunaan dari sifat kongruen lanjar itu sendiri, mengingat pentingnya digit ISBN yang merupakan faktor pendukung produktifitas dan penjualan suatu barang terkadang disalahgunakan dan dimanfaatkan sebagi sarana kecurangan dari pihak – pihak yang tak bertanggung jawab hal tersebut sangat meresahkan dan merugikan. Untuk keperluan ini maka penulis akan mengkaji berbagai macam permasalahan yang dapat diselesaikan dengan pengaplikasian kongruen lanjar terhadap suatu masalah yang berkaitan dengan kongruen lanjar.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lebih ditekankan pada penyelesaian mencari solusi Sistem persamaan linear, teorema sisa Cina dan uji digit ISBN

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Pengaplikasian metode perkongruenan lanjar untuk menyelesaikan sistem persamaan linear, *Chinese remainder theorem* dan uji digit ISBN.
2. Menunjukan bahwa ilmu matematika dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dimodelkan kedalam persamaan linear dan diselesaikan dengan kongruen lanjar.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan sumbangan pemikiran dalam memperluas wawasan ilmu matematika.
2. Memberikan wawasan penulis serta pembaca tentang ilmu yang dikaji.

II. TINJAUAN PUSTAKA.

2.1 Keterbagian

Keterbagian adalah merupakan sifat-sifat yang harus dimiliki suatu bilangan agar bilangan tersebut habis dibagi oleh bilangan yang lain.

Berikut ini definisi dan teorema yang menjelaskan tentang keterbagian :

Definisi 1

Bilangan bulat a membagi habis bilangan bulat b (ditulis $a|b$) jika dan hanya jika ada bilangan bulat k sehingga $b=ak$. Jika a tidak membagi habis b (ditulis $a\nmid b$).

Teorema 1

Jika $a|b$ dan $b|c$ maka $a|c$.

Teorema 2

Jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(b+c)$.

Teorema 3

Jika $a|b$ maka $a|cb$, untuk bilangan bulat c sembarang.

Teorema 4

Jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bm+cn)$, untuk sembarang bilangan bulat m dan n. (Sukirman, 1993).

2.2 Kekongruenan

Konsep kekongruenan mempelajari lebih mendalam mengenai konsep keterbagian beserta sifat-sifatnya. Kekongruenan merupakan cara lain untuk menelaah keterbagian dalam himpunan bilangan bulat, berikut definisi dan teorema tentang kekongruenan :

Definisi 2

Jika m suatu bilangan bulat positif maka *a* kongruean dengan b modulo m (ditulis $a \equiv b$ (mod *m*)) jika dan hanya jika m membagi *(a-b).* Jika *a* tidah membagi *(a-b)* maka di katakan *a* tidak kongruen dengan *b* modulo *m*.

Teorema 6

$a \equiv b$ (mod *m*), dengan *m,a* dan *b* bilangan bulat jika dan hanya jika ada bilangan bulat *k* sedemikian sehingga $a = b+km$.

Teorema 7

Setiap bilangan bulat kongruen modulo m dengan tepat diantara 0,1,2,3...,(*m*-1). Jika $a \equiv r$ (mod *m*) dengan $0 \leq r < m$, maka r disebut residu terkecil dari *a* modulo *m*.

Definisi 3

Himpunan bilangan bulat $r_1, r_2, \ldots., r_m$ disebut residu lengkap modulo *m* jika dan hanya jika setiap bilangan bulat kongruen modulo m dengan satu dan hanya satu di antara $r_1, r_2, \ldots\ldots., r_m$.

Teorema 8

$a \equiv b$(*mod m*) jika dan hanya jika *a* dan *b* memiliki sisa yang sama bila di bagi *m*.

Teorema 9

Bilangan bulat positif, kongruensi modulo memenuhi sifat-sifat berikut :

(i) Reflektif : jika a bilangan bulat maka $a \equiv a \pmod{m}$.

(ii) Simetris : jika a dan b bilangan bulat sehingga $a \equiv b \pmod{m}$ maka $b \equiv a \pmod{m}$.

(iii) Transitif : jika a, b dan c bilangan bulat dengan $a \equiv b \pmod{m}$ dan $b \equiv c \pmod{m}$ maka $a \equiv c \pmod{m}$.

Teorema 10

Jika a, b, c dan m bilangan bulat dengan $m > 0$ sedemikian sehingga $a \equiv b \pmod{m}$ maka :

(i) $a + c \equiv b + c \pmod{m}$.

(ii) $a - c \equiv b - c \pmod{m}$.

(iii) $ac \equiv bc \pmod{m}$.

Teorema 11

Jika $ac \equiv bc \pmod{m}$ dan $(c,m) = 1$ maka $a \equiv b \pmod{m}$.

Teorema 12

Jika $ac \equiv bc \pmod{m}$ dan $(c,m) = d$ maka $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$.

(Ashar & Soesanto, 2006).

2.3 Pengkongruenan Linear

Pengkongruenan linear $ax \equiv b \pmod{m}$ akan mempunyai solusi jika dan hanya jika ada bilangan bulat k dan x yang memenuhi persamaan $ax = mk + b$. Jika $s = r - km$ untuk suatu bilangan bulat k. Dengan kata lain, s adalah residu terkecil modulo m yang memenuhi perkongruenan $ax \equiv b \pmod{m}$ dan $km \leq r \leq (k + 1)m$

untuk suatu bilangan bulat *k*. Dengan kata lain, *s* adalah residu terkecil modulo *m* yang memenuhi perkongruenan $ax \equiv b \ (mod\ m)$. Sehingga s disebut solusi dari perkongruenan itu.

Teorema 13

jika $(a,m)|b$, maka perkongruenan linear $ax \equiv b \ (mod\ m)$ tidak memiliki solusi.

Teorema 14

Jika $(a,m) = 1$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \ (mod\ m)$ mempunyai tepat satu solusi.

Andaikan solusi perkongruenan itu tidak tunggal misalkan *r* dan *s* masing-masing solusi dari $ax \equiv b \ (mod\ m)$, maka $ar \equiv as \ (mod\ m)$, karena $(a,m) = 1$ maka $r \equiv s \ (mod\ m)$ ini berarti $m|(r\text{-}s)$.

Tapi karena r dan s adalah solusi dari perkongruenan itu, maka r dan s masing-masing residu terkecil modulo m, sehingga $0 \leq r < m$ dan $0 \leq s < m$

Dari dua ketidaksamaan diperoleh bahwa $-m < r\text{-}s < m$, tetapi $m|(r\text{-}s)$ maka $r\text{-}s = 0$ *atau* $r = s$.

Ini berarti bahwa solusi dari perkongruenan linear tunggal (terbukti)

Teorema 15

Jika $(a,m) = d$ dan $d|b$ maka perkongruenan linear $ax \equiv b \ (mod\ m)$ mempunyai tepat *d* solusi. (Ashar & Soesanto, 2006).

2.4 Sistem Persamaan Linear

Bentuk umumnya adalah $ax + b = 0$, *a* merupakan koefisien dari *x*, *b* merupakan konstanta, dan *x* merupakan variebel yang pangkatnya satu (1).

Cara penyelesaiannya (untuk mendapatkan nilai *x*) adalah cukup pindahkan *b* ke ruas kanan, sehingga didapat $ax = -b$ dan $x = \frac{-b}{a}$

Contoh: $3x + 6 = 0$, maka $3x = -6$ dan $x = \frac{-6}{3} = -2$

Sistem persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Bentuk ini biasanya terdiri dari dua persamaan dan dua variabel.

Bentuk umumnya adalah:

$ax + by = c$

$dx + cy = f$

Metode penyelesaiannya ada tiga cara, yaitu metode grafik, metode substitusi, dan metode eliminasi.

Metode Grafik

Metode ini diselesaikan dengan menggambarkan grafik kedua persamaan ke dalam koordinat Cartesius. Titik potong kedua persamaan merupakan penyelesaiannya.

Cara menggambar:

A. Pada persamaan pertama, tentukan nilai x pada saat $y = 0$. Ini merupakan titik potong terhadap sumbu x.
B. Tentukan nilai y pada saat $x = 0$. Ini merupakan titik potong terhadap sumbu y.
C. Lakukan hal yang sama untuk persamaan kedua

Titik potong kedua grafik tersebut merupakan penyelesaiannya.

Metode Subsitusi

Metode ini diselesaikan dengan cara menentukan nilai *x* dalam *y* atau sebaliknya pada salah satu persamaan, lalu disubstitusikan ke persamaan yang lain.

Contoh Soal:

$x + 2y = 8$

$3x + 5y = 21$

Penyelesaian:

Pada persamaan pertama, tentukan nilai *x* dalam *y*, yaitu $x = 8 – 2$

Substitusikan nilai *x* ini ke persamaan kedua, yaitu $3(8 – 2y) + 5y = 21$

$24 – 6y + 5y = 21$

$-y = -3$; $y = 3$

Metode Eliminasi

Metode ini diselesaikan dengan cara mengeliminasi salah satu variabel untuk mendapatkan nilai dari variabel yang lain.

Contoh Soal:

$2x + 3y = 12$…… (1)

$3x + 4y = 17$…….(2)

Penyelesaian:

Eliminasi variabel *y* dengan mengalikan persamaan pertama dengan 3 dan persamaan kedua dengan 2, sehingga jika hasilnya dikurangkan, variabel *x* akan tereliminasi (terhapus). Hasilnya didapat:

$6x + 9y = 36$……(3)

$6x + 8y = 34$……(4)

Kurangkan persamaan (1) – (2), didapat: $y = 2$

Substitusikan nilai y = 2 ini ke salah satu persamaan. Misalkan ke persamaan (1):$6x + 9 \times 2 = 36$ maka $6x = 36 - 18 = 18$ sehingga $x = 3$. (Sukirman, 1993).

2.5 Kongruen Lanjar

Definisi kongruen lanjar :

“ misalkan x dan y adalah bilangan bulat, m adalah bilangan bulat > 0 dan z merupakan peubah bilangan bulat, maka x dan y dikatakan kongruen lanjar dengan peubah z dalam modulo m jika dan hanya jika untuk semua z yang menyebabkan hasil sisa bagi x.z dan y bernilai sama jika dibagi dengan m”, secara matematis ditulis dengan :

$x.z \equiv y \pmod m$ (z merupakan peubah bilangan bulat).

Kekongruenan dapat ditulis dalam bentuk persamaan lanjar . Misal kekongruenan $x \equiv y \pmod m$ dapat ditulis menjadi $x = y + km$, dimana k merupakan bilangan bulat . Sehingga z dalam perkongruenan di atas dapat diselesaikan dengan :

$x.z \equiv y \pmod m$

$x.z = y + km$

$z = (y + km)/x$

Untuk menemukan solusi z, maka kita bisa mencoba dengan mengganti nilai k dengan sembarang bilangan bulat, dimana k tersebut harus menghasilkan nilai z yang merupakan bilangan bulat. (Munir & Rinaldi, 2004)

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini akan dilakukan pada semester ganjil tahun pelajaran 2017/2018 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika atau perpustakaan Universitas Lampung dan juga jurnal yang menunjang proses penelitian.

Langkah – langkah yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain :

1. Menentukan eksistensi penyelesaian bilangan, dengan mengubah sistem dalam bentuk perkongruenan lanjar.
2. Menentukan penyelesaian sistem.

V. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. Sistem persamaan linear 2 variabel dan 3 variabel dapat diselesaikan dengan menggunakan kongruen lanjar dan dapat dikembangkan juga untuk menyelesaikan sistem persamaan linear 4 variabel atau lebih.
2. *Chinese remainder theorem* dapat diselesaikan juga dengan kongruen lanjar dan dapat juga digunakan untuk permasalahan yang serupa.
3. Pengujian digit ISBN juga dapat dengan mudah dilakukan dengan menggunakan perkongruenan lanjar.

Kongriuen lanjar merupakan sebuah sifat kongruensi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang berkaitan dengan perkongruean atau sistem persamaan linear yang telah diubah ke dalam bentuk kongruensi.

DAFTAR PUSTAKA

Ahsar, M. & Soesanto, O. 2006. *Menentukan Solusi Persamaan Linier Diophantus (PDL) melalui Solusi Perkongruenan Linier*. Seminar Nasional Teori dan Aplikasi Statistika: Kemarin, hari ini dan esok, kerja sama jurusan matematika –UNM dengan IKAPSTAT ITS.

Burton, David M., 2007. *Elementary Number Theory Sixth Edition.* McGraw-Hill. New York.

Munir, Rinaldi. 2004. *Matematika Diskrit*. Informatika. Bandung.

Rosen, Kenneth H., 2007. *Discrete Mathematics and Its Applications Sixth Edition*. McGraw-Hill. New York.

Sukarman, H. 1993. *Teori Bilangan*. Universitas Terbuka, Depdikbud. Jakarta