

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT)  
HYDROELECTRIC  
(Studi Kasus PLTA Batutegei Kabupaten Tanggamus)**

**(Skripsi)**

**Oleh:**

**ANNISA'UL MUFIDAH**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2018**

## **ABSTRAK**

### **PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT) HYDROELECTRIC (Studi Kasus PLTA Batutegei Kabupaten Tanggamus)**

**Oleh**

**ANNISA'UL MUFIDAH**

PLTA menjadi salah satu pilihan pembangkit listrik yang kompetitif untuk energi terbarukan karena ongkos listrik tenaga air yang relatif rendah. Tujuan skripsi ini adalah untuk mengetahui model matematika yang didapatkan dari konversi laju air penggerak turbin untuk menghasilkan energi listrik yang dihasilkan generator sehingga didapatkan model sebagai berikut.

1. Model matematika debit air pada turbin 1 dan daya listrik yang dihasilkan
2. Model matematika debit air pada turbin 2 dan daya listrik yang dihasilkan
3. Model matematika debit air keseluruhan turbin 1 dan 2 serta daya listrik yang dihasilkan

Kata Kunci: Pemodelan Matematika, Fluida Dinamis, Debit.

**ABSTRACT**

**MATHEMATICAL MODELING ON CONVERSION OF *WATER FLOW*  
RATE OF HYDROELECTRIC  
(Case Study of HEPP Batutegi Tanggamus)**

**By**

**ANNISA'UL MUFIDAH**

Hydroelectric Power Plant is one of the most competitive power plant options for renewable energy because of the relatively low of hydroelectric cost. The purpose of this thesis is to know the mathematical model obtained from the conversion of the turbine driving water rate to generate electrical energy generator generated to obtain the following model.

1. The mathematical model of water discharge on turbine 1 and the electrical power generated
2. The mathematical model of water discharge on turbine 2 and the electrical power generated
3. The mathematical model of water discharge of turbines 1 and 2 and the electrical power generated

Keywords: Mathematical modeling, fluid Dynamic, Rate.

**PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT)  
HYDROELECTRIC  
(Studi Kasus PLTA Batutegei Kabupaten Tanggamus)**

**Oleh**

**ANNISA'UL MUFIDAH**

**Skripsi**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar  
SARJANA SAINS**

**pada**

**Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2018**

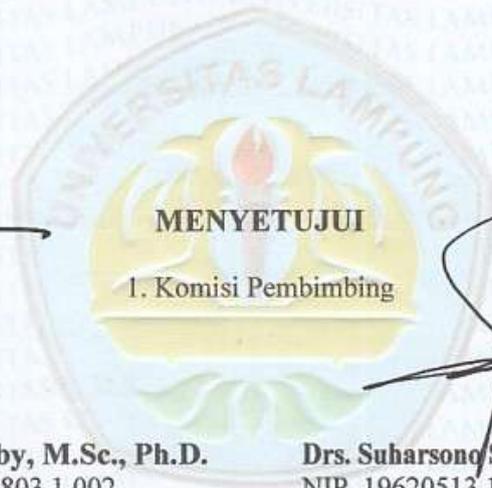
Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT) HYDROELECTRIC (Studi Kasus PLTA Batutegi Kabupaten Tanggamus)**

Nama Mahasiswa : *Annisa'ul Mufidah*

No. Pokok Mahasiswa : 1417031020

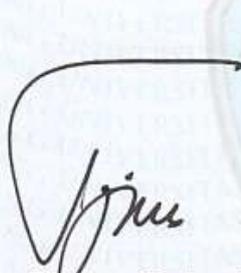
Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

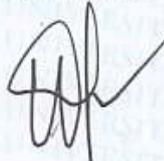


**Drs. Tiyyono Ruby, M.Sc., Ph.D.**  
NIP 19620704 198803 1 002



**Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.**  
NIP 19620513 198603 1 003

2. Ketua Jurusan Matematika



**Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**  
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.** .....

Penguji  
Bukan Pembimbing : **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.** .....



Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.**  
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **25 Januari 2018**

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul "**PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT) HYDROELECTRIC**" merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Januari 2018

Penulis,



**Annisa'ul Mufidah**  
NPM. 1417031020

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Annisa'ul Mufidah, anak keempat dari empat bersaudara yang dilahirkan di Gisting pada tanggal 24 November 1996 oleh pasangan Bapak Mufid Baidawi dan Ibu Sunaini Amsir.

Penulis menempuh pendidikan di Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD Muhammadiyah 1 Gisting pada tahun 2002 - 2008, kemudian bersekolah di SMP Muhammadiyah 1 Gisting pada tahun 2008 - 2011, dan bersekolah di SMA Negeri 1 Pringsewu pada tahun 2011 - 2014.

Pada tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Mandiri.

Pada tahun 2017 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) PT Asuransi Jiwasraya Bandar Lampung, dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sinar Jawa, Kecamatan Air Nainingan, Kabupaten Tanggamus.

## *Kata Inspirasi*

*“Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”  
(QS. Al- Insyirah : 5-6)*

*“tidak ada hal yang “tidak mungkin” untuk diwujudkan,  
yang ada hanyalah “tidak ingin”.”*

*“Orang yang paling bahagia di dunia ini adalah orang yang  
senantiasa bersyukur dalam segala keadaan,  
dan menyadari betapa berharganya hidup yang diberikan padanya.”*

*“Anda mungkin bisa menunda, tapi waktu tidak akan menunggu”  
(Benjamin Franklin)*

*Jangan Dulu Lelah, Karena Kita Baru Melangkah  
(Artha Kurnia Alam)*

Dengan mengucapkan Alhamdulillah,  
Puji dan syukur kepada Allah Subhanahu Wata'ala atas segala nikmat dan  
karunia-Nya, dan suri tauladan Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi  
Wasallam yang menjadi contoh dan panutan untuk kita semua.

Kupersembahkan sebuah karya sederhana ini untuk:

**Ayahanda Mufid Baidawi dan Ibunda Sunaini Amsir**

Terimakasih atas limpahan kasih sayang, pengorbanan, doa, dan seluruh  
motivasi di setiap langkahku. Karena atas doa dan ridho kalian, Allah  
memudahkan tiap perjalanan hidup ini.  
Terimalah bukti kecil ini sebagai kado keseriusanku untuk membalas semua  
pengorbanan, keikhlasan, dan jerih payah yang selama ini kalian lakukan.

**Kakak-kakakku Tercinta**

Muhammad Luthfi

Nurlaila

Sri Rahmawati

Terimakasih telah menjadi pendengar yang baik dan mendoakan setiap waktu  
untuk keberhasilanku.

**Keluarga Besarku**

Terimakasih karena selalu mendukung dan memotivasi setiap perjuangan  
yang kulakukan.

**Almamaterku Tercinta Universitas Lampung**

## SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT. yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat terselesaikannya skripsi dengan judul **“PEMODELAN MATEMATIKA PADA KONVERSI LAJU AIR (DEBIT) HYDROELECTRIC”**.

Terselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, kerjasama, dan dukungan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, bimbingan, ide, kritik dan saran kepada penulis selama proses pembuatan skripsi ini.
2. Bapak Drs. Suharsono S, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing II yang telah memberikan arahan, dukungan, serta semangat kepada penulis.
3. Bapak Agus Sutrisno, M.Si. selaku penguji yang telah memberikan ide, kritik dan saran sehingga terselesainya skripsi ini.
4. Bapak Amanto, S.Si, M.Si. selaku Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis dalam menyelesaikan permasalahan seputar akademik.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

7. Seluruh Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung
8. Apak, Mamah, Bang Pi, Kak Nunun, dan Kak Iyi yang selalu mengiringi langkah penulis dengan do'a dan nasihat untuk selalu berjuang setiap harinya.
9. Teman-teman Matematika 2014, Adik-adik Matematika 2015 serta Abang dan Yunda Matematika 2013 yang selalu memberikan semangat, ide dan saran kepada penulis.
10. Keluarga besar HIMATIKA FMIPA UNILA.
11. Artha Kurnia Alam yang selalu memberi semangat, motivasi, dan doa serta tak pernah bosan mendengar keluh kesah penulis.
12. Sahabat-sahabat penulis Nanda, Putri, Ratna, Kiki, Raka, Ira, Ryo, Rian, Diana, Diva, Aga, Yudha, Aldo yang senantiasa menemani suka duka penulis.
13. Rekan-rekan tangguh Vanesha, Fransiska, Vivi, Syafa, Dea, Ecy, Wika, Rara, Agus, Olin, Ananda, Putri, Margaret dan arif yang selalu membantu penulis dalam segala keadaan.
14. Kerabatku Bang Irfan dan Abdul Kodir yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi.
15. Teman-teman KKN Iqbal, Asdini, Cinthia dan Fauzi yang selalu memberikan semangat.
16. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi ini.

Tentunya, Penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dari skripsi ini, akan tetapi besar harapan semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Sekian dan terimakasih.

Bandar Lampung, Januari 2018

Penulis

Annisa'ul Mufidah

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xii
<b>I. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang dan Masalah .....	1
1.2 Batasan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian .....	4
1.4 Manfaat Penelitian .....	4
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Pemodelan Matematika .....	6
2.2 Fungsi .....	9
2.3 Persamaan Diferensial .....	10
2.4 Persamaan Diferensial Biasa .....	10
2.5 Persamaan Diferensial Parsial .....	11
2.6 Pembangkit Listrik Tenaga Air .....	13
2.7 Fluida Dinamis .....	15
<b>III. METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	17
3.2 Data Penelitian .....	17
3.3 Metode Penelitian .....	17

<b>IV. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Hasil Penelitian.....	19
4.2 Pembahasan Penelitian .....	22
4.2.1 Konversi Laju Air .....	22
4.2.2 Penggunaan Turbin 1 .....	25
4.2.3 Penggunaan Turbin 2 .....	28
4.2.4 Penggunaan Keseluruhan Turbin 1 dan 2 .....	30
<b>V. KESIMPULAN .....</b>	<b>33</b>

**DAFTAR PUSTAKA**

**LAMPIRAN**

## **DAFTAR TABEL**

Tabel	Halaman
1. Data Pemakaian Air dan Produksi Listrik Turbin 1 .....	19
2. Data Pemakaian Air dan Produksi Listrik Turbin 2.....	20
3. Data Keseluruhan Pemakaian Air dan Produksi Listrik Turbin 1 dan 2 .....	21

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Pemetaan Fungsi.....	9
2. Turbin Francis .....	14
3. Pusat Pembangkit Listrik Tenaga Air Pada Umumnya .....	15
4. Skema konversi laju air PLTA.....	22
5. Grafik Debit air dan Produksi Listrik Turbin 1 .....	26
6. Grafik Debit air dan Produksi Listrik Turbin 2 .....	29
7. Grafik Debit air dan Produksi Listrik Keseluruhan Turbin 1 dan 2 .	31

## I.PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Ilmu matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Dimana matematika (berasal dari bahasa Yunani:  $\mu$   $\mu$  - *math matiká*) adalah studi besaran, struktur, ruang, dan perubahan. Berbagai pola ilmu matematika mempelajari dan membangun kebenaran melalui metode deduksi yang kaku dari aksioma-aksioma dan definisi-definisi yang bersesuaian. Matematika digunakan diseluruh dunia sebagai media penting di berbagai bidang keilmuan lainnya.

Matematika terapan merupakan ilmu matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan terkadang pada perkembangannya dapat mengarah pada pengembangan disiplin ilmu lainnya. Matematika terapan yang dalam hal ini persamaan differensial baik biasa maupun parsial. Persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki variable terikat dan variable bebas beserta turunannya.

1.  $\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$
2.  $3x^2 dx + 2ydy = 0$

$$3. \quad x \frac{dy}{dx} + 5y = 6$$

Merupakan persamaan diferensial biasa orde 1 berderajat 1

Tingkat persamaan diferensial dapat di lihat dari turunan tertinggi dari persamaan tersebut. Misalkan  $y = A \sin x + B \cos x$ , dengan A dan B konstanta sebarang.

Jika diferensialkan kita peroleh :

$$\frac{dy}{dx} = A \cos x - B \sin x, \quad \text{dan} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -A \sin x - B \cos x$$

Yang tepat sama dengan semula kecuali tandanya berlawanan yaitu

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$$

Jadi

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

Ini adalah persamaan orde dua.

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan dengan n variabel. Dengan demikian perbedaan persamaan diferensial biasa dengan persamaan diferensial parsial terletak pada peubah bebasnya contoh :

$$1) \quad \frac{dy}{dx} = x + 5$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa)

$$2) \quad \frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa )

$$3) \quad xy' + y = 3$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa )

$$4) \quad \frac{d^2z}{dx^2} + \frac{d^2z}{dy^2} = x^2 + y$$

( Z peubah tak bebas, x dan y peubah bebas dan persamaan diferensial parsial)

$$5) \quad \frac{du}{ds} + \frac{du}{dt} = 0$$

( u peubah tak bebas, s dan t peubah bebas dan persamaan diferensial parsial)

Jika terdapat peubah bebas yang tunggal (*single independent variable*), dapat dilihat dari nomor 1 sampai dengan 3 merupakan turunan biasa dan persamaannya di sebut persamaan differensial biasa (*ordinay differential equation*). Apabila terdapat dua atau lebih peubah bebas, dapat dilihat seperti pada nomor 4 dan 5 merupakan turunan parsial dan persamaannya di sebut persamaan diferensial parsial (*partial differen equation*).

Conventional hydroelectric merupakan teknologi hydro power yang menggunakan energi kinetik dari arus air untuk memutar turbin yang nantinya akan diubah menjadi energi listrik yang menggunakan DAM seperti Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA). PLTA menjadi salah satu pilihan pembangkit listrik yang kompetitif untuk energi terbarukan karena ongkos listrik tenaga air yang relatif rendah. Bentuk utama dari pembangkit listrik jenis ini adalah generator yang dihubungkan ke turbin yang digerakkan oleh tenaga kinetik dari air.

Pada penelitian ini penulis menjadikan conventional hydroelectric pada PLTA Batutege sebagai objek penelitian untuk mengetahui model matematika yang didapatkan dari konversi laju air penggerak turbin untuk menghasilkan energi listrik yang dihasilkan generator.

## **1.2 Batasan Masalah**

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lebih ditekankan pada memodelkan konversi laju air penggerak turbin pembangkit listrik dengan mempertimbangkan debit air yang masuk (intake) serta listrik yang dihasilkan generator.

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Pengaplikasian ilmu matematika khususnya persamaan differensial di kehidupan nyata yaitu pada konversi laju air (debit) pada turbin hydroelectric menjadi energi listrik.
2. Memodelkan konversi laju air (debit) pada turbin hydroelectric Batutege.

## **1.4 Manfaat Penelitian**

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan sumbangan pemikiran dalam memperluas wawasan

ilmu matematis.

2. Memberikan masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji tentang perhitungan matematika pada model konversi laju air (debit) pada turbin hydroelectric.

## **II. TINJAUAN PUSTAKA**

### **2.1 Pemodelan matematika**

Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena-fenomena lainnya. Secara umum dalam menerapkan matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi 3 langkah, yaitu :

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah. Langkah ini untuk menerjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika. Data maupun informasi tentang suatu fenomena dapat diperoleh melalui eksperimen di laboratorium, pengamatan di industri ataupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam model matematika, suatu fenomena dapat dipelajari secara lebih terukur (kuantitatif) dalam bentuk (sistem) persamaan/pertidaksamaan matematika maupun ekspresi matematika. Namun demikian karena asumsi-asumsi yang digunakan dalam prosesnya, model matematika juga mempunyai kelemahan-kelemahan dibandingkan dengan fenomena sebenarnya, yaitu keterbatasan dalam generalisasi interpretasinya.

2. Pencarian solusi/kesimpulan matematika. Setelah model matematika diperoleh, solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode-metode matematika yang sesuai. Ada kalanya belum terdapat metode matematika pencarian solusi yang sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Hal ini sering menjadi motivasi para ahli matematika terapan untuk menciptakan metode matematika baru. Solusi matematika ini sering dinyatakan dalam fungsi-fungsi matematika, angka-angka maupun grafik.
3. Interpretasi solusi/kesimpulan matematika pada fenomena yang dipelajari. Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal (*Cahyono, 2013*).

Model adalah representasi penyederhanaan dari sebuah realita yang kompleks (biasanya bertujuan untuk memahami realita tersebut) dan mempunyai *feature* yang sama dengan tiruannya dalam melakukan *task* atau menyelesaikan permasalahan. Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada, atau representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep-konsep matematis melalui konsep himpunan, atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem matematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan obyek-obyek matematika (misalnya keberadaan semua bilangan) dan kemudian mencari dan menganalisis keberadaan

operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-masing obyek atau pada obyek-obyek tersebut. Independensi dua hukum matematis yang lebih dikenal dengan nama *axiom of choice*, dan *continuum hypothesis* dari aksioma-aksioma teori himpunan (dibuktikan oleh Paul Cohen dan Kurt Godel) adalah dua hasil terkenal yang diperoleh dari teori model.

Telah dibuktikan bahwa *axiom of choice* dan negasinya konsisten dengan aksioma-aksioma Zermelo- Fraenkel dalam teori himpunan dan hasil yang sama juga dipenuhi oleh *continuum hypothesis*. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan-aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut solusi matematika. Jika penyelesaian tidak valid atau tidak memenuhi model matematika maka solusi masalah belum ditemukan, dan perlu dilakukan pemecahan ulang atas model matematikanya (*Bell 1978*).

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) ke dalam bagian-bagian matematika yang disebut dunia matematika (*mathematical world*). Pemodelan matematika juga merupakan representasi dari objek, proses, atau hal lain yang diharapkan dapat diketahui polanya sehingga dapat dianalisis (*Dym and Ivey, 1980*).

## 2.2 Fungsi

Yang dimaksud dengan fungsi adalah hubungan antara dua variable atau lebih.

Apabila dilihat banyak sedikitnya variable maka fungsi itu dapat dinyatakan dalam beberapa kemungkinan yaitu :

$y = f(x)$  Apabila fungsi hanya mempunyai dua variabel :  $x$  dan  $y$  saja.

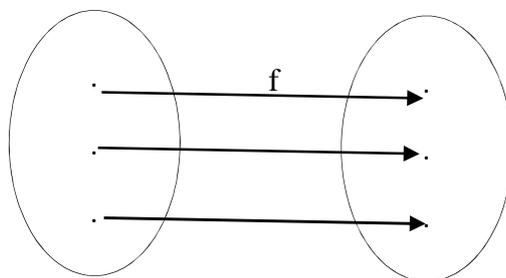
$y = f(x_1; x_2)$  Apabila fungsi mempunyai tiga variabel :  $x_1; x_2$  dan  $y$  saja.

$y = f(x_1; x_2; \dots; x_n)$  Apabila fungsi mempunyai banyak variabel.

Kalua kita membicarakan masalah fungsi maka ada tiga macam faktor yang perlu diketahui, yaitu variabel, bilangan konstan dan koefisien (*Dumariry, 1991*).

Suatu fungsi  $f$  dari  $x$  ke  $y$  ialah suatu aturan yang pada setiap anggota dari  $x$  menentukan dengan tunggal satu anggota dari  $y$ , dinotasikan dengan :

$y = f(x)$  ;  $y$  variabel terikat dan  $x$  variabel bebas



Daerah asal (Df)

Daerah hasil (Rf)

Gambar 1. Pemetaan Fungsi

(*Martono & Koko, 1999*).

### 2.3 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang tidak diketahui dituliskan sebagai fungsi  $u = u(t)$  dan menghubungkan fungsi yang diketahui dengan beberapa turunannya. Beberapa notasi digunakan untuk turunan, diantaranya

$$u', \frac{du}{dt}, \dot{u}, \dots$$

Notasi titik atas umumnya digunakan pada fisika dan teknik; kebanyakan digunakan notasi umum. Persamaan diferensial dapat digunakan sampai derivatif ke  $n$ , dinotasikan dengan  $u^{(n)}$ .

Beberapa contoh.

$$1. \quad \ddot{\theta} + \sqrt{\frac{g}{l}} \sin \theta = 0$$

$$2. \quad Lq'' + Rq' + \frac{1}{C}q = \sin \omega t$$

$$3. \quad p' = rp \left( 1 - \frac{p}{K} \right)$$

(Logan, 2006)

### 2.4 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa (PDB) adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas (Ross, 1984).

Contoh :

1.  $\frac{dy}{dx} = x + 10$

2.  $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 5$

3.  $\frac{dy}{dx} = 4e^{-x}$

## 2.5 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan parsial dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas (*Ross, 1984*).

Persamaan diferensial parsial memegang peranan penting di dalam penggambaran keadaan fisis, di mana besaran-besaran yang terlibat di dalamnya berubah terhadap ruang dan waktu. Di dalam pembahasan tentang persamaan diferensial biasa, variabel bebas yang terlibat dalam masalah hanya satu, sedangkan untuk persamaan diferensial parsial variabel bebas berjumlah lebih dari satu. Ordo turunan tertinggi dinamakan ordo persamaan tersebut. Baik persamaan diferensial biasa maupun parsial dapat digolongkan sebagai linier atau tak linier.

Sebuah persamaan diferensial disebut linier apabila persamaan itu berderajat satu dalam peubah biasanya dan turunan parsialnya. Bila tidak memenuhi syarat, persamaan tersebut adalah tak linier. Jika setiap suku persamaan mengandung

peubah tak bebasnya atau salah satu dari turunannya, maka persamaan itu dikatakan homogen. Dan bila tidak, maka persamaan itu dikatakan tak homogen. Bentuk umum dari persamaan diferensial parsial adalah

$$\sum_{i=0}^n A_i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \sum_{i=0}^n B_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + Cf + D = 0$$

Orde dari persamaan diferensial parsial adalah turunan tertinggi yang muncul pada persamaan diferensial parsial.

1. Persamaan diferensial orde 1 yaitu  $\frac{\partial c}{\partial x} - a \frac{\partial c}{\partial y} = 0$
2. Persamaan diferensial orde 2 yaitu  $\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + Dc \frac{\partial c}{\partial y} = 0$
3. Persamaan diferensial orde 3 yaitu  $(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3})^2 - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

Selanjutnya, persamaan diferensial parsial juga dibagi menjadi tiga jenis, yaitu persamaan diferensial eliptik, parabolik, dan hiperbolik. Misal, diberikan suatu persamaan diferensial parsial orde dua dalam variabel ruang  $x$  dan waktu  $t$ ,

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + D \left( x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

di mana  $A$ ,  $B$  dan  $C$  merupakan fungsi dari  $x$  dan  $t$ , sedangkan  $D$  adalah fungsi dari  $u$  dan *derivative*  $\frac{\partial u}{\partial x}$  dan  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , serta  $x$  dan  $t$ . Yang membedakan atas tiga kelas persamaan diferensial parsial tersebut adalah pada nilai diskriminan  $B^2 - 4ac$ .

1. Persamaan diferensial parsial dikatakan persamaan hiperbolik jika nilai diskriminan  $B^2 - 4ac > 0$ . Salah satu contoh persamaan hiperbolik adalah pada persamaan gelombang yaitu  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ .

2. Persamaan diferensial parsial dikatakan persamaan parabolik jika nilai diskriminan  $B^2 - 4ac = 0$ . Salah satu contoh persamaan hiperbolik adalah pada persamaan difusi yaitu  $\frac{\partial u}{\partial t} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ .
3. Persamaan diferensial parsial dikatakan persamaan eliptik jika nilai diskriminan  $B^2 - 4ac < 0$ . Salah satu contoh persamaan hiperbolik adalah pada persamaan Laplace yaitu  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  (Farlow, 1982).

## 2.6 Pembangkit Listrik Tenaga Air

Pembangkit listrik tenaga air (PLTA) adalah salah satu pembangkit yang memanfaatkan aliran air untuk diubah menjadi energy listrik. Pembangkit listrik ini bekerja dengan cara merubah energi air yang mengalir (dari bendungan atau air terjun) menjadi energi mekanik (dengan bantuan turbin air) dan dari energi mekanik menjadi energi listrik (dengan bantuan generator). Kemudian energi listrik tersebut dialirkan melalui jaringan-jaringan yang telah dibuat, hingga akhirnya energi listrik tersebut sampai ke rumah-rumah.

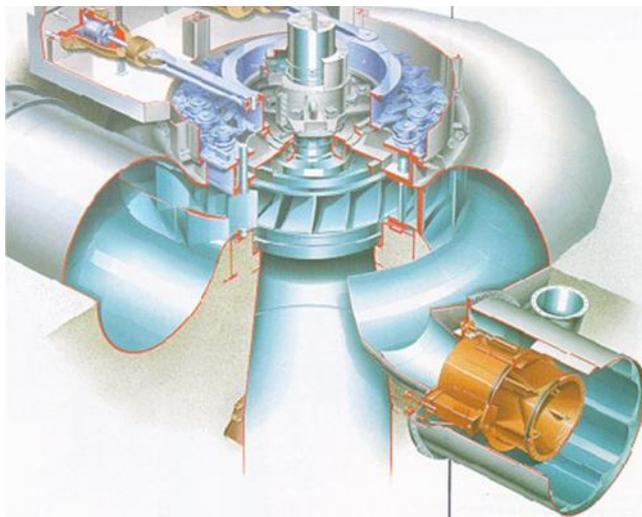
Bagian-bagian pada PLTA :

1. Bendungan, berfungsi menampung air dalam jumlah besar.
2. Turbin, berfungsi mengubah aliran air menjadi energi mekanik. Air yang jatuh akan mendorong baling-baling sehingga mnyebabkan turbin berputar. Perputaran pada turbin selanjutnya dihubungkan pada generator. Turbin pada PLTA dipengaruhi oleh "head" atau tinggi dari air terhadap turbin dan

debit atau volume air di lokasi Pembangkit. Faktor lain yang mempengaruhi adalah efisiensi dan biaya. Terdapat dua jenis turbin air (PLTA) yaitu :

- a. Turbin impulse
- b. Turbin Reaksi

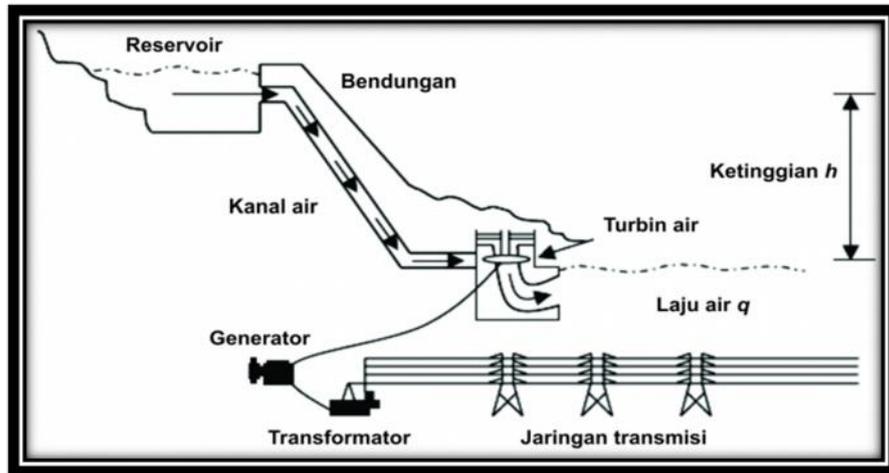
Turbin yang dipakai pada PLTA Batutegi ialah turbin jenis reaksi, lebih tepatnya Turbin Francis. Turbin Francis memiliki runner dengan baling-baling tetap, biasanya jumlahnya 9 atau lebih. Air dimasukkan tepat diatas runner dan mengelilinginya dan jatuh melalui runner dan memutarnya. Selain Runner komponen lainnya adalah scroll case, wicket gate dan draft tube.



Gambar 2. Turbin Francis

3. Generator, dihubungkan dengan turbin melalui gigi-gigi putar sehingga saat baling-baling turbin berputar maka generatorpun ikut berputar. Generator selanjutnya mengubah energy mekanik menjadi energi listrik.

4. Jalur Transmisi, berfungsi mengalirkan energy listrik dari PLTA menuju rumah-rumah dan pusat industri (*Anonymous, 2013*).



Gambar 3. Pusat Pembangkit Listrik Tenaga Air Pada Umumnya

## 2.7 Fluida Dinamis

Fluida dinamis adalah fluida (bisa berupa zat cair, gas) yang bergerak. Untuk memudahkan dalam mempelajari, fluida disini dianggap mempunyai kecepatan yang konstan terhadap waktu, tak termampatkan (tidak mengalami perubahan volume), tidak kental, tidak turbulen (tidak mengalami putaran-putaran). Aliran fluida sering dinyatakan dalam debit. Debit adalah banyaknya volume zat cair yang mengalir pada tiap satu satuan waktu, biasanya dinyatakan dalam satuan liter/detik atau dalam satuan meter kubik ( $m^3$ ) per detik.

$$Q = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dimana :

$Q$  = debit aliran ( $m^3/s$ )

$v$  = volume ( $m^3$ )

$t$  = selang waktu (s)

( *Setiawan, 2015* )

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini akan dilakukan pada semester ganjil tahun pelajaran 2017/2018 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka dan penelitian lapangan.

#### **3.2 Data Penelitian**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data debit air yang masuk (intake) pada turbin pembangkit listrik tenaga air (PLTA) Batutege serta listrik yang diproduksi.

#### **3.3 Metode Penelitian**

Penelitian ini dilakukan dengan studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika dan perpustakaan Universitas Lampung serta jurnal yang menunjang proses penelitian.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan referensi yang berhubungan dengan penelitian.
2. Mengambil data pengamatan laju air (debit) penggerak turbin PLTA Batutegi.
3. Menjelaskan konversi laju air menjadi daya listrik PLTA
4. Membuat model debit air dari turbin 1 yang menghasilkan daya listrik PLTA Batutegi dengan menggunakan Matlab.
5. Membuat model debit air dari turbin 2 yang menghasilkan daya listrik PLTA Batutegi dengan menggunakan Matlab.
6. Menggabungkan data debit turbin 1 dan turbin 2, lalu memodelkannya sehingga didapat daya listrik PLTA Batutegi gabungan dari 2 turbin dengan menggunakan Matlab.

## V. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. Dari data pemakaian air dan listrik yang diproduksi pada turbin 1, maka didapatkan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 Y = & \frac{6973592559270462557537}{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688} x^{11} \\
 & - \frac{6893286276558241}{1285550435407192220433569673872930082017762350262342682411008} x^{10} \\
 & - \frac{400817879069033554577997387}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896} x^9 \\
 & + \frac{442294745327560618142569424865085}{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224} x^8 \\
 & - \frac{162677762026548882000976677315792417197}{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528} x^7 \\
 & + \frac{20940431849738485426892122230907571098308145}{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408} x^6 \\
 & - \frac{962627045942011734394891448191759513549562118809}{383123885216472214589586756787577295904684780545900544} x^5 \\
 & + \frac{31606432858514647027093384484229620063817904797015093}{11972621413014756705924586149611790497021399392059392} x^4 \\
 & - \frac{726380211233592825263665917735314886182928812837028936005}{374144419156711147060143317175368453031918731001856} x^3 \\
 & + \frac{5564220720948746196671007106975618057589476621997150435778025}{5846006549323611672814739330865132078623730171904} x^2 \\
 & - \frac{1598266012519131319237013084841181374884814356511159232671371836331}{5708990770823839524233143877797980545530986496000} x \\
 & + \frac{6677197197117985111073984424579667403288167914045376494166486496005}{178405961588244985132285746181186892047843328}
 \end{aligned}$$

2. Dari data pemakaian air dan listrik yang diproduksi pada turbin 2, maka didapatkan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 Y = & \frac{6074987324485749}{649037107316853453566312041152512} x^5 - \frac{685112753198548632523}{81129638414606681695789005144064} x^4 \\
 & + \frac{30883991299464395755235129}{10141204801825835211973625643008} x^3 - \frac{695608160705588236771280560837}{1267650600228229401496703205376} x^2 \\
 & + \frac{489252791849643078904586911906737801}{9903520314283042199192993792000} x - \frac{4401378378687043394763082228279215315}{2475880078570760549798248448}
 \end{aligned}$$

3. Dari data pemakaian air keseluruhan dan listrik yang diproduksi pada turbin 1 dan 2, maka didapatkan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 Y = & \frac{8888760207143621}{1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576} x^{11} \\
 & - \frac{8925280977283570327997}{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536} x^{10} \\
 & + \frac{16202108187813862729330737747}{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384} x^9 \\
 & - \frac{4383253833942531923134927359736033}{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024} x^8 \\
 & + \frac{784652776035850327832527902799549787773}{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064} x^7 \\
 & - \frac{97463646906505716520074773760061405105196647}{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504} x^6 \\
 & + \frac{2139290187919190580628623686954908658031104541543}{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336} x^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{132460076510952397602328323324329894744943802203256129}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896} x^4 \\
& + \frac{88285148467263840376400366448969327950482907892475206913}{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704} x^3 \\
& - \frac{9837574631131127968140199260120797847960287385281305009518133}{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176} x^2 \\
& + \frac{2498845204372180702118518335257459321216457754395131535821698698451}{1496577676626844588240573268701473812127674924007424000} x \\
& - \frac{8873622391800696226109888436957178923445817983487281326077982601005}{46768052394588893382517914646921056628989841375232}
\end{aligned}$$

## DAFTAR PUSTAKA

Anonymous. 2013. <http://godamaiku.blogspot.co.id/2013/01/pembangkit-listrik-tenaga-air.html>. Diakses pada Jum'at, 29 September 2017.

Cahyono. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu. Bandung.

Clive L. Dym, and Elizabeth S. Ivey. 1980. *Principles of Mathematical Modeling*.  
University of Minnesota.

Dumariry. 1991. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. BPFE ,  
Yogyakarta.

Farlow, S.J. 1982. *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers*. John  
Wiley and Sons, Inc., New York.

Frederich H. Bell .1978. *Teaching and Learning Mathematics*. University of  
*Pittburght*.

Logan, J. D.. 2006. *A First Course in Differential Equation*. Springer, USA.

Martono, Koko. 1999. *Kalkulus*. Erlangga, Jakarta.

Shepley L. Ross. 1984. *Differential Equations*. Wiley, New York.

Toni, Setiawan. 2015. *Fluida Dinamis*. Yudistira, Jakarta.