PEMODELAN ALIRAN PANAS PADA TUNGKU PELEBURAN LOGAM (ALUMUNIUM) DENGAN METODE BEDA HINGGA

Oleh

FRANSISKA NURSETIANA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

PEMODELAN ALIRAN PANAS PADA TUNGKU PELEBURAN LOGAM (ALUMUNIUM) DENGAN METODE BEDA HINGGA

Oleh
FRANSISKA NURSETIANA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dn Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi	: **PEMODELAN ALIRAN PANAS PADA TUNGKU PELEBURAN LOGAM (ALUMUNIUM) DENGAN METODE BEDA HINGGA**
Nama Mahasiswa	: *Fransiska Nursetiana*
NPM	: 1417031054
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI,

1. Komisi Pembimbing

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.	**Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si**
NIP. 19620704 198803 1 002	NIP.19740316 200501 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra.Wamiliana, MA, Ph.D.
NIP.19631108 198902 2001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Dr. Aang Nuryaman,S.Si.,M.Si** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Agus Sutrisno, S.Si.,M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212 1995121 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **1 Februari 2018**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : **Fransiska Nursetiana**

Nomor Induk Mahasiswa : **1417031054**

Judul : **PEMODELAN ALIRAN PANAS PADA TUNGKU PELEBURAN LOGAM (ALUMUNIUM) DENGAN METODE BEDA HINGGA**

Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 1 Februari 2018

FRANSISKA NURSETIANA
NPM. 1417031054

ABSTRAK

PEMODELAN ALIRAN PANAS PADA TUNGKU PELEBURAN LOGAM (ALUMUNIUM) DENGAN METODE BEDA HINGGA

oleh

FRANSISKA NURSETIANA

Peleburan adalah proses mengubah fasa padat menjadi fasa cair dengan menggunakan teknik pemanasan. Media yang biasa digunakan sebagai tempat terjadinya peleburan salah satunya adalah tungku. Untuk meleburkan suatu benda dari fasa padat menjadi fasa cair membutuhkan energi panas. Bahan yang digunakan pada penelitian ini yaitu logam (alumunium). Untuk menyelesaikan masalah ini, diperlukan suatu model matematika dan beberapa asumsi. Tetapi tidak semua model matematika dapat diselesaikan dengan metode analitik, maka digunakan metode numerik. Salah satu metode untuk menyelesaikan solusi numerik adalah metode beda hingga FTCS *(Forward Time Central Space)*. Langkah awal yang dilakukan adalah mencari persamaan difusi termal (alumunium), lalu menentukan syarat awal dan syarat batas. Untuk memecahkan solusinya dapat menggunakan suatu aplikasi matlab 2013. Dari hasil perhitungan yang diperoleh logam (alumunium) akan melebur diperkirkan pada saat 2400 detik dengan titik lebur 660℃.

Kata kunci : *peleburan, pemodelan matematika, metode beda hingga FTCS.*

ABSTRACT

The Modeling Of The Heat Flow On Metal Melting Furnace (Alumunium) With Finite Different Method

By

FRANSISKA NURSETIANA

Smelting is a process from solid phase into liquid face by using heating technique. The media that usually used is furnace. To smelt something from solid to liquid is requiring heat energy. The material that used on this research is metal. To solve this problem, required a mathematic model and some assumption. but not all mathematic model can be solved by analitic method, then used numeric method. One of the method that used to solve numeric solution is *Forward Time Central Space* (FTCS). The first step is find the equation of thermal diffusion (alumunium), then determine the initial terms and the boundary conditions. To solve the solutions, can be used a software called matlab 2013. From the calculation result shows that metal (alumunium) will melt at 2400 seconds with melting rate about 660 c.

Key Word : *Smelting , mathematic modeling , Forward Time Central Space*

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Fransiska Nursetiana, anak pertama dari satu bersaudara yang dilahirkan di Bandarlampung pada tanggal 14 Oktober 1996 oleh pasangan Bapak Bintoro dan Ibu Nur Hayani.

Penulis menempuh pendidikan Taman Kanak-Kanak (TK) di TK Yayasan Wanita Kereta Api (YWKA) pada tahun 2001-2002, Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 2 Palapa Bandarlampung pada tahun 2002-2008, SMP Kartika II-2 Bandarlampung (PERSIT) pada tahun 2008-2011, dan bersekolah di SMA Negeri 9 Bandarlampung pada tahun 2011-2014.

Pada tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Selama menjadi mahasiswi, penulis ikut serta dalam organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila sebagai anggota aktif.

Pada tahun 2017 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Perusahaan Daerah Air Minum Way Rilau Bandarlampung dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Harapan Jaya, Kecamatan Way Ratai, kabupaten Pesawaran, Provinsi Lampung.

Kata Inspirasi

" Success is not final, failure is not fatal: it is courage to continue that counts"
(Winston Churchill)

"What is meant for you, will reach you even if it is beneath two montains. And what isn't meant for you, won't reach you even if it is between your two lips "
(Imam Ghazali)

"...Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakallah kepada Allah. Sesungguhnya Allah menyukai orang-orang yang bertawakal kepada-Nya"
(QS. Ali Imron/3:159)

Dengan mengucapkan Alhamdulillah,

Puji Syukur kepada Allah Subhanahu Wata'ala atas segala nikmat dan karunia-Nya, dan suri tauladan Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi Wasallam yang menjadi contoh dan panutan untuk kita semua.

Kupersembahkan sebuah karya kecil ini untuk:

Ayahanda Bintoro dan Ibunda Nurhayani

Terima kasih atas kasih sayang, do'a, pengorbanan, motivasi dan saran yang telah diberikan. Karena atas do'a dan ridho kalian, Allah mempermudahkan setiap perjalanan hidup ini.

Terimalah kado keseriusanku untuk membalas semua pengorbanan yang telah kalian berikan selama ini.

Almamaterku Tercinta Universitas Lampung

SAMWACANA

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT. yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat terselesaikan skripsi dengan judul **"Pemodelan Aliran Panas Pada Tungku Peleburan Logam (Alumunium) dengan Metode Beda Hingga" .**

Terselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, kerjasama, dan dukungan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, bimbingan, ide, kritik dan saran kepada penulis selama proses pembuatan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan, ide, kritik, semangat kepada penulis.
3. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku penguji yang telah memberikan ide, dukungan, kritik dan saran kepada penulis sehingga terselesaikan skripsi ini.
4. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis dalam menyelesaikan permasalahan seputar akademik.

5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
7. Seluruh Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
8. Bapak Bintoro, Ibu Nur Hayani dan keluarga yang telah mengiringi langkah penulis dengan do'a dan nasihat untuk selalu berjuang setiap harinya.
9. Raka Satria Rainaudi yang selalu memberi semangat, motivasi, do'a dan tidak pernah bosen untuk mendengarkan keluh kesah penulis.
10. Sahabat-sahabat penulis Dila, Visia, Rani, Maulitia, Caroline, Ananda, Yola, April, Cia, Retno, Dinda, Anisa, Vinka, RetnoP dan Cherry yang senantiasa menemani suka duka, motivasi dan semangat kepada penulis
11. Teman-teman penulis Putri, Dea, Ecy, Syafa, Maget, Lena, Wika, Tika, Dandi, Zulfi, Fajar, Arif, Kiki, terima kasih atas segala motivasi dan bantuan yang telah diberikan kepada penulis.
12. Teman-teman Matematika 2014, Abang dan Yunda Matematika 2013 yang selalu memberikan semangat, ide dan saran kepada penulis.
13. Rekan Zulfikar dan Rahmat yang selalu membantu penulis dalam segala keadaan.
14. Teman-teman KKN 2017 Desa Harapan Jaya.
15. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi ini.

Tentunya, Penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dari skripsi ini, akan tetapi besar harapan semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Sekian dan terima kasih.

Bandarlampung,   Februari 2018

Penulis

Fransiska Nursetiana

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Panas atau kalor adalah energi yang dapat berpindah karena perbedaan suhu antara dua benda atau lebih. Panas bergerak dari daerah bersuhu tinggi ke daerah bersuhu rendah.

Peleburan adalah proses mengubah fasa padat menjadi fasa cair dengan menggunakan teknik pemanasan. Media yang biasa digunakan sebagai tempat terjadinya peleburan salah satunya adalah tungku. Peleburan biasanya digunakan sebagai proses pembuatan barang jadi seperti logam mulia. Untuk meleburkan suatu benda dari fasa padat menjadi fasa cair membutuhkan energi panas.

Energi panas yang terdapat di dalam tungku yaitu berasal dari nyalanya api dan panasnya di dalam tungku tersebut. Energi panas dapat menyebabkan benda mencair, menguap, dan memuai. Energi panas tidak dapat diukur atau diamati secara langsung tetapi arah perpindahannya dan pengaruhnya dapat diamati dan diukur.

Untuk menyelesaikan masalah ini, diperlukan suatu model matematika. Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Permasalahan yang ada dalam lingkungan kehidupan dapat diselesaikan ke dalam model matematika dengan menggunakan beberapa asumsi. Selanjutnya, dari model tersebut dapat dicari solusinya, baik dengan cara analitik maupun secara numerik. Tetapi tidak semua model matematika dapat diselesaikan dengan metode analitik, maka digunakan metode numerik.

Salah satu metode numerik yang paling sering dan mudah digunakan dalam menghitung hampiran turunan suatu fungsi adalah metode beda hingga. Metode beda hingga dibagi menjadi tiga jenis, yaitu beda maju, beda mundur dan beda pusat.

Metode beda hingga dalam pengaplikasian di dunia nyata dapat menghitung laju aliran panas, laju aliran air dan kecepatan angin. Pada skripsi ini penulis akan membahas pemodelan aliran panas pada tungku peleburan logam (alumunium) dengan menggunakan hampiran numerik yaitu metode beda hingga FTCS (*Forward Time Center Space*).

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lebih ditekankan dengan cara mengetahui dinamik atau perilaku dari model matematika pada tungku peleburan logam (alumunium) dengan menggunakan hampiran numerik yaitu metode beda hingga FTCS (*Forward Time Center Space*).

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengaplikasikan teori diferensial khususnya metode beda hingga di kehidupan nyata dalam menghitung aliran panas pada tungku peleburan logam (alumunium).
2. Mengetahui dinamik atau perilaku dari model matematika aliran panas pada tungku peleburan logam (alumunium).

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk memberikan informasi kepada masyarakat tentang aliran panas pada tungku peleburan logam (alumunium) dengan menggunakan hampiran numerik yaitu metode beda hingga FTCS (*Forward Time Center Space*).

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) ke dalam bagian-bagian matematika yang disebut dunia matematika. Pemodelan matematika juga merupakan representasi dari objek, proses atau hal lain yang diharapkan dapat diketahui polanya sehingga dapat dianalisis (Dym dan Ivey, 1990).

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan-turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui, yang dapat dituliskan seperti berikut.

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \; atau \; y' = f(t, y)$$

Peubah bebas t merupakan perubahan waktu dalam model-model dinamika. Peubah tak bebas y menunjukkan fungsi yang tidak diketahui yang membentuk solusi dari suatu persamaan diferensial. Solusi persamaan harus memenuhi persamaan diferensial untuk semua nilai t (Farlow dkk, 2002).

2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas. Jika *x* adalah fungsi dari *t*, maka contoh persamaan diferensial biasa adalah

$$\frac{dx}{dt} = t^2 \cos x$$

dimana persamaan tersebut memiliki order satu. Order dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi tak diketahui (peubah tak bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial (Campbell & Haberman, 2008).

2.4 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat peubah tak bebas dan turunan-turunan parsialnya. Peubah tak bebas pada persamaan diferensial parsial, seperti $u = u(x,t)$ atau $u = u(x,y,t)$ merupakan suatu fungsi yang tidak diketahui dengan lebih dari satu peubah bebas. Jika $u = u(x,t)$ maka artinya fungsi u terikat pada peubah bebas x dan peubah bebas t. Contoh persamaan diferensial parsial adalah sebagai berikut.

$$u_t = ku_{xx}$$

$$u_t = k(u_{xx} + u_{yy})$$

$$u_t = k(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

(Wazwaz, 2009).

2.5 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis atau masalah dari suatu gejala fisis. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah dalam menyelesaikan masalah fisis yang mempunyai bentuk geometri yang teratur, seperti interval satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi dan kubik dalam tiga dimensi (Li, 2010).

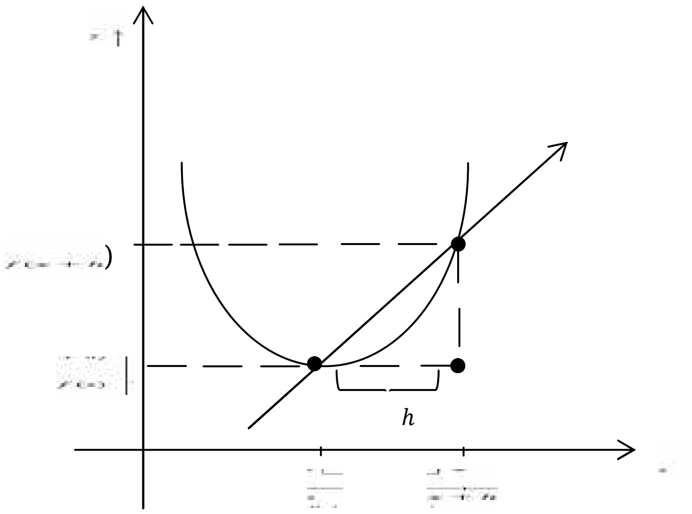
Teori yang mendasari metode beda hingga adalah konsep deret taylor. Deret Taylor dengan fungsi satu variabel disekitar x yaitu

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \cdots$$

Deret Taylor inilah yang merupakan dasar pemikiran metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial secara numerik.

2.5.1 Metode Beda Maju

Beda maju merupakan nilai suatu fungsi $f(x)$ bergeser kedepan sebesar Δx dengan h sebagai jarak dari titik awal ke titik akhirnya.



Gambar 1. Grafik Beda Maju

Berdasarkan Gambar 1 grafik beda maju memperlihatkan nilai suatu fungsi $f(x)$ bergeser kedepan sebesar Δx. Kita misalkan jarak dari satu titik ke titik lainnya dengan h sehingga didapatkan persamaan beda maju berdasarkan gambar 1 sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Selain dengan cara menggambar grafik fungsi $f(x)$, untuk menentukan rumus beda maju dapat ditinjau dari persamaan yang terdapat pada deret Taylor. Berikut ini merupakan persamaan Deret Taylor dengan fungsi satu variabel disekitar x,

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^n$$

Kemudian mencari nilai hampiran turunan pertama dari $f(x)$ sebagai berikut :

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^n$$

$$f'(x)h = f(x+h) - f(x) - \frac{f''(x)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x)}{3!}h^3 - \cdots - \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^n$$

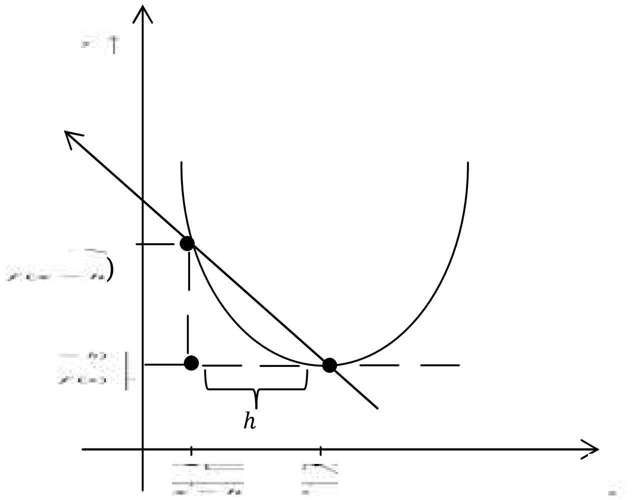
$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \frac{f''(x)}{2!}h - \frac{f'''(x)}{3!}h^2 - \cdots - \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^{n-1}$$

Sehingga, di dapatkan hampiran turunan pertama dari $f(x)$ pada persamaan beda maju sebagai berikut :

$$f'(x) \cong \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + O(h),$$ $O(h)$ merupakan orde galat pemotong.

2.5.2 Metode Beda Mundur

Beda mundur merupakan nilai suatu fungsi $f(x)$ bergeser kebelakang sebesar Δx dengan h sebagai jarak dari titik awal ke titik akhirnya.



Gambar 2. Grafik Beda Mundur

Berdasarkan Gambar 2 didapatkan persamaan beda mundur sebagai berikut :

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Selain dengan cara menggambar grafik fungsi $f(x)$, untuk menentukan rumus beda mundur dapat ditinjau dari persamaan yang terdapat pada deret Taylor. Berikut ini merupakan persamaan Deret Taylor dengan fungsi satu variabel disekitar x,

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^n$$

Kemudian mencari nilai hampiran turunan pertama dari $f(x)$ sebagai berikut :

Pertama substitusi terlebih dahulu h dengan $(-h)$.

$$f(x+h) \quad = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}h^n$$

$$f(x+(-h)) = f(x) + f'(x)(-h) + \frac{f''(x)}{2!}(-h)^2 + \frac{f'''(x)}{3!}(-h)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}(-h)^n$$

$$f(x-h) \;= f(x) - f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots$$

$$f'(x)h \;= f(x) - f(x-h) + \frac{f''(x)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots$$

$$f'(x) \;= \frac{f(x)-f(x-h)}{h} + \frac{f''(x)}{2!}h - \frac{f'''(x)}{3!}h^2 + \cdots$$

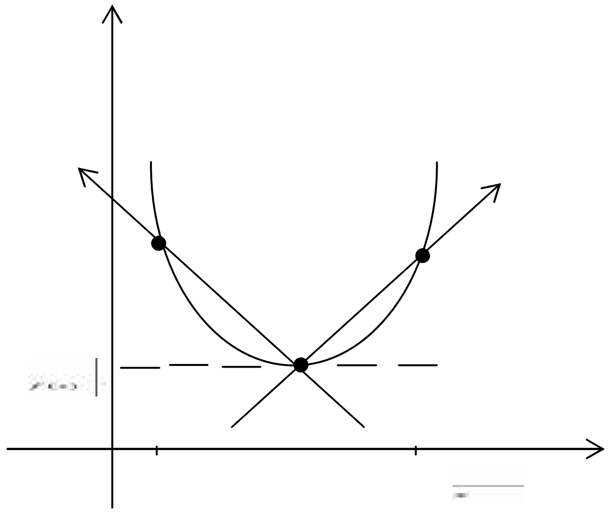
Sehingga, di dapatkan hampiran turunan pertama dari $f(x)$ pada persamaan beda mundur adalah sebagai berikut

$f'(x) \;\cong \frac{f(x)-f(x-h)}{h} + O(h)$, $O(h)$ merupakan orde galat pemotong.

2.5.3 Metode Beda Pusat

Secara matematis, beda pusat adalah penjumlahan dari beda maju dan beda mundur.

Kurva di bawah ini akan memperlihatkan bahwa beda pusat merupakan garis yang berhimpitan dengan beda maju dan beda maju.



Gambar 3. Grafik beda pusat

Sehingga dapat diperoleh persamaan beda pusat yaitu:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\text{beda maju} + \text{beda mundur}}{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x)-f(x-h)}{h}}{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

Selain dengan cara menggambar grafik fungsi $f(x)$, untuk menentukan rumus beda pusat dapat ditinjau dari persamaan beda maju dan beda mundur seperti berikut :

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots \qquad \text{(i)}$$

$$f(x-h) \ = f(x) - f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots \qquad \text{(ii)}$$

Untuk mencari nilai hampiran turunan pertama dari $f(x)$ dengan cara melakukan elimasinasi terhadap persamaan (i) dan persamaan (ii) sebagai berikut :

$$f(x+h) \quad = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x)}{3!}h^3 + \cdots$$

$$f(x-h) \quad = f(x) - f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 - \quad \cdots \quad -$$

$$f(x+h) - f(x-h) \ = 2h\, f'(x) + 2\, h^3 \frac{f'''(x)}{3!} + \cdots$$

$$2h\, f'(x) \quad = \ f(x+h) - f(x-h) - 2\, h^3 \frac{f'''(x)}{3!} - \cdots$$

$$f'(x) \quad = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} - h^2 \frac{f'''(x)}{3!} + \cdots$$

Sehingga, di dapatkan hampiran turunan pertama dari $f(x)$ pada persamaan beda pusat yaitu :

$$f'(x) \ \cong \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2)$$

2.6 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan operasi aritmatika. Hasil dari penyelesaian numerik merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitik atau eksak. Karena merupakan nilai pendekatan, maka terdapat kesalahan atau galat terhadap nilai eksak. Nilai kesalahan tersebut harus cukup kecil terhadap tingkat kesalahan yang ditetapkan (Triatmodjo, 2002).

2.7 Perpindahan Panas

Panas mengalir dari benda bertemperatur tinggi ke temperatur rendah. Mekanisme perpindahan panas dapat terjadi secara konduksi, konveksi dan radiasi. Perpindahan panas secara konduksi adalah proses perpindahan panas dari daerah bersuhu tinggi ke daerah bersuhu rendah dalam satu medium (padat, cair dan gas) dinyatakan dengan

$$q = -kA\frac{dT}{dx}$$

dimana:

q = laju perpindahan panas ($watt$)

A = luas penampang dimana panas mengalir (m^2)

$\frac{dT}{dx}$ = gradien suhu pada penampang, atau laju perubahan suhu T terhadap jarak dalam aliran panas x

k = konduktivitas thermal bahan (w/mK).

Perpindahan panas secara konveksi adalah perpindahan energi dengan kerja gabungan dari konduksi panas, penyimpanan, energi dan gerakan mencampur.

Proses terjadi permukaan padat terhadap cairan atau gas. Dinyatakan dengan

$$q = hA(\Delta T)$$

dimana:

q = laju perpindahan panas konveksi ($watt$)

h = koefisien perpindahan panas konveksi (w/m^2K)

A = luas penampang(m^2)

ΔT = perubahan atau perbedaan suhu (K)

Perpindahan panas secara radiasi adalah proses perpindahan panas dari benda bersuhu tinggi ke benda bersuhu rendah, bila benda-benda itu terpisah didalam ruang.

Dinyatakan dengan:

$$p = e.\sigma.A.T^4$$

dimana:

$p =$ laju perubahan kalor $(watt)$

$A =$ luas penampang (m^2)

$T =$ temperatur (K)

$e =$ enisivitas bahan $(0 \leq e \leq 1)$

$\sigma =$ konstanta stevan – boltzman $\left({}^{w}/_{m^2K^4}\right)$

(Incropera, 1981).

III. METODELOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada semester ganjil tahun ajaran 2017/2018.

3.2 Metode Penelitian

Adapun langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memahami referensi yang berkaitan dengan persamaan diferensial parsial, perpindahan panas dan metode beda hingga.
2. Mengumpulkan data suhu panas pada tungku peleburan logam (aluminuim).
3. Mengetahui dinamik atau perilaku model matematika aliran panas dalam tungku peleburan logam (alumunium).
4. Membuat model matematika aliran panas pada tungku peleburan logam (alumunium) dengan menggunakan hampiran numerik dalam hal ini metode beda hingga yaitu FTCS (*Forward Time Center Space*) .
5. Menginterpretasikan hasil dari hubungan aliran panas dengan persamaan beda hingga.

V. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Pada proses peleburan logam alumunium dengan titik lebur sebesar 660℃, alumunium akan melebur secara sempurna diperkirakan pada saat $t = 2400$ detik. Berdasarkan simulasi numerik, dimana saat $0 < t \leq 1200$ detik diberikan sumber panas sebesar 3000℃ dan pada saat $1201 \leq t \leq 2400$ detik, suhu sumber panas akan diturunkan menjadi 660℃ sesuai dengan titik lebur alumunium agar logam alumunium yang sudah melebur tidak akan hangus.

5.2 Saran

Tugas akhir ini merupakan penelitian berdasarkan simulasi numerik dengan menggunakan metode beda hingga FTCS untuk mencari solusi dari persamaan panas satu dimensi. Mengenai masalah asumsi untuk yang sudah melebur akan turun kebawah maka disarankan untuk pembaca yang tertarik dengan kasus perpindahan panas dapat memverifikasikan masalah tersebutdengan cara bereksperimen langsung ke lapangan.

DAFTAR PUSTAKA

Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik.* Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.

Campbell, S.L & Haberman, R. 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems.* Priceton University Press, New Jersey.

Dym dan Ivey. 1990. *Participles of Mathematical Modelling*. Academic Press, New York.

Farlow, dkk. 2002. *Differential Equations and Linier Algebra*. Second Edition. Prentice Hall, New York.

Incropera, F.P. 1988. *Fundamental of Heat Transfer.* John Wiley & Sons.

Li, Zhilin. 2010. *Finite Difference Methods Basics.* Scientic Computation and Department of Mathematics North Carolina State University.

Wazwaz, A. H. 2009. *Partial Differential Equations and Solitary Waves Theory*. Higher Education Press, Beijing.