PENENTUAN BANYAKNYA GRAF BERLABEL DENGAN ORDE MAKSIMAL ENAM YANG MEMUAT GRAF SIKLUS DAN *LOOP* DENGAN JUMLAH *LOOP* MAKSIMAL ENAM

(Skripsi)

Oleh

ANNISA HEVITA G.K.S.

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRACT

THE NUMBER OF VERTEX LABELED GRAPHS WITH VERTEX MAXIMUM SIX THAT HAVE CYCLE GRAPH AND *LOOP* WITH THE NUMBER OF *LOOP* MAXIMUM SIX

By

Annisa Hevita G.K.S.

Cycle graph is a simple graph that each vertex has two degrees. This graph written in C_n. A graph is called labeled graph if each vertex or each edge is assigned a label or a unique name (i.e., no two vertices or two edges have the same labels). *Loop* is an edge that has the same vertex as its end. Parallel edges are two or more edges that connected two same vertices. If given n vertices and m edges, then there will be a lot of graphs formed, whether it is a connected or disconnected graphs, simple or not. In this research we will discuss how to determine the number of vertex labeled graphs that contain cycle graph and *loop*. The result of this research is $N(G_{n,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)\ldots\big(l+(n-1)\big)$; $3 \leq n \leq 6$; $l \leq 6$, with n is the number of vertices and l is the number of *loop* in the graph.

Key words: *graph, cycle graph, loop, and labeled graph.*

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF BERLABEL DENGAN ORDE MAKSIMAL ENAM YANG MEMUAT GRAF SIKLUS DAN *LOOP* DENGAN JUMLAH *LOOP* MAKSIMAL ENAM

Oleh

Annisa Hevita G.K.S.

Graf siklus (*cycle*) atau graf lingkaran merupakan graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf ini dilambangkan dengan C_n. Pelabelan suatu graf adalah graf yang secara umum dipresentasikan dengan titik serta himpunan bilangan asli yang disebut label. *Loop* adalah suatu garis yang memiliki titik yang sama sebagai kedua ujungnya. Jika diberikan n titik dan l *garis*, maka banyak graf yang dapat terbentuk baik terhubung atau tidak, sederhana atau tidak. Pada penelitian ini akan dibahas tentang cara menentukan banyaknya graf berlabel dengan $3 \leq n \leq 6$ dan $l \leq 6$. Hasil dari penelitian ini adalah $N(G_{n,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)\ldots\big(l+(n-1)\big)$; $3 \leq n \leq 6$; $l \leq 6$. Dengan n adalah jumlah titik pada graf, dan l merupakan jumlah *loop* pada graf.

Kata kunci: *graf, graf siklus, loop, dan graf berlabel*

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF BERLABEL DENGAN ORDE MAKSIMAL ENAM YANG MEMUAT GRAF SIKLUS DAN *LOOP* DENGAN JUMLAH *LOOP* MAKSIMAL ENAM

Oleh

Annisa Hevita G.K.S.

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar

SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi : **PENENTUAN BANYAKNYA GRAF BERLABEL DENGAN ORDE MAKSIMAL ENAM YANG MEMUAT GRAF SIKLUS DAN *LOOP* DENGAN JUMLAH *LOOP* MAKSIMAL ENAM**

Nama Mahasiswa : *Annisa Hevita G.K.S.*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031016

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.	**Subian Saidi, S.Si., M.Si.**
NIP 19631108 198902 2 001	NIP 19800821 200812 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Subian Saidi, S.Si., M.Si.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **19 Februari 2018**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Annisa Hevita G.K.S.**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **14170301016**
Program Studi	: **Matematika**
Jurusan	: **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar Lampung, 19 Februari 2018

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL

FCC7FAEF980458477

6000

ENAM RIBU RUPIAH

Annisa Hevita G.K.S.
NPM. 1417031016

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 11 Agustus 1997, sebagai anak pertama dari tiga bersaudara dari Bapak Achmad Saefulloh dan Ibu Bettiy Luvieta Muchsin.

Pendidikan Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD Kartika II-5 Bandar Lampung pada tahun 2009, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 2 Bandar Lampung pada tahun 2011, dan Sekolah Menengah Akhir (SMA) di SMAN 2 Bandar Lampung di tahun 2014.

Tahun 2014 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, FMIPA UNILA melalui jalur SNMPTN UNDANGAN. Pada tahun 2017 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Badan Keuangan Daerah Provinsi Lampung. Penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Kampung Baru, Kalianda, Lampung Selatan pada tahun 2017.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini untuk :

Papa, Mama, dan Adik-Adikku tercinta yang selalu mendoakan, memberi kasih sayang, dan telah memotivasi penulis agar bisa menjadi seseorang yang bisa dibanggakan.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi dan semangat kepada penulis.

Kekasih dan sahabat-sahabat tersayang. Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan.

Almamater Universitas Lampung.

KATA INSPIRASI

"So verily, with the hardship, there is relief. Verily, with the hardship, there is relief."

(Q.S. Al-Inshirah 94:5-6)

"And to your Lord alone turn all your intentions and hopes"

(Q.S. Al-Inshirah 94:8)

SANWACANA

Dengan mengucap Alhamdulillah penulis panjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT berkat rahmat dan hidayahnya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, suri tauladan terbaik sepanjang masa.

Penulis memperoleh banyak bantuan, dukungan, bimbingan serta kritik dan saran yang membangun sehingga skripsi ini mampu diselesaikan.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terimakasih banyak kepada:

1. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing I dan Ketua Jurusan Matematika yang telah membimbing penulis dengan setulus hati, menyumbangkan ilmunya, memberikan motivasi serta telah banyak meluangkan waktu ditengah kesibukannya untuk membimbing hingga skripsi ini terselesaikan.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah banyak membantu, memberi masukan serta dengan sabar memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis dalam

proses penyelesaian skripsi ini.

4. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M..Si., selaku Pembimbing Akademik, terimakasih atas bimbingannya
5. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A, Ph.D., selaku dekan FMIPA Universitas Lampung.
6. Dosen dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan segala bentuk bantuan kepada penulis.
7. Papa, Mama, dan Adik-adikku yang tak berhenti memberi semangat, kasih sayang dan doa untuk selama ini.
8. Kekasihku M. Chalid Fansury yang selalu memberi semangat, doa, perhatian dan kasih sayang.
9. Sahabat-sahabatku, Amalina dan Ruly. Juga sahabat-sahabat seperjuanganku Atika, Syifa, Wulan dan Yeti. Teman-teman sebimbingan, dan tak lupa juga teman-teman Matematika 2014.
10. Teman KKN Lala, Septi, Dinal dan Ilham terimakasih untuk pengalaman dan canda tawanya.

Bandar Lampung, 19 Februari 2018

Penulis,

Annisa Hevita G.K.S.

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL ..... **v**

DAFTAR GAMBAR…….. **vi**

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1

1.2 Batasan Masalah 3

1.3 Tujuan Penelitian 3

1.4 Manfaat Penelitian 3

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Teori Graf 4

2.1.1 Graf Siklus 7

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan 7

2.3 Barisan Aritmatika 8

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan 10

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian 10

3.3 Metode Penelitian 11

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Bentuk-Bentuk dan Jumlah Graf Berlabel yang Memuat Graf Siklus dan *Loop* 13

4.2 Rumus Umum Graf Berlabel yang Memuat Graf Siklus dan *Loop* 19

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan 38

5.2 Saran 39

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

4.1.1. Hasil konstruksi graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk $n = 3$ dan $l \leq 2$ 14

4.1.2. Hasil konstruksi graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk $n = 4$ dan $l \leq 2$ 15

4.1.3. Hasil konstruksi graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk $n = 5$ dan $l \leq 2$ 16

4.1.4. Hasil konstruksi graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk $n = 6$ dan $l \leq 2$ 16

4.1.5. Hasil konstruksi graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk $3 \leq n \leq 6$ dan $l \leq 6$ 17

4.2.1. Bentuk lain jumlah graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* 19

4.2.2. Bentuk lainnya jumlah graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* $3 \leq n \leq 6$; $l \leq 6$ 19

DAFTAR GAMBAR

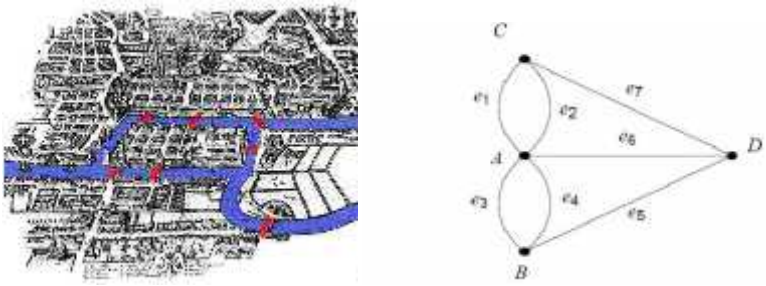
Gambar Halaman

1. Jembatan *Konigsberg* dan representasi graf Jembatan *Konigsberg* 1
2. Graf dengan 5 titik dan 7 garis 4
3. Graf terhubung (a) dan graf tak terhubung (b) 6
4. Contoh graf Isomorfis 7
5. Diagram Alur Metode Penelitian 12
6. Contoh graf dengan $n = 5$; $l_1 = 1$; $l_2 = 2$ 14

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Teori graf adalah salah satu cabang dari ilmu matematika yang lahir pada tahun 1736 melalui tulisan Leonhard Euler yang berisi tentang upaya pemecahan masalah jembatan *Konigsberg* yang sangat terkenal di Eropa. Leonhard Euler memodelkan masalah jembatan *Konigsberg* ke dalam graf, dengan daratan dinyatakan sebagai titik atau *vertex* dan jembatan sebagai garis atau *edge*.



Gambar 1. Jembatan *Konigsberg* dan representasi graf Jembatan *Konigsberg*

Suatu graf G = (V, E) terdiri atas himpunan objek $V \neq 0$ yang disebut himpunan titik, dan suatu himpunan lain $E \neq 0$ yang merupakan himpunan garis sedemikian hingga tiap garis e_k dikaitkan dengan suatu pasangan garis tak terurut (v_i, v_j). Garis yang dua titik ujungnya sama disebut *loop*. Pada suatu graf dimungkinkan

adanya lebih dari satu garis yang dikaitkan dengan sepasang titik. Pasangan garis semacam ini disebut garis-garis paralel atau sejajar.

Graf terhubung merupakan graf yang setiap titiknya saling terhubung dengan minimal satu garis yang menghubungkan titik-titiknya. Sedangkan graf berlabel merupakan graf yang setiap titik atau garisnya memiliki label. Graf siklus atau yang disebut juga dengan graf lingkaran, merupakan graf terhubung sederhana yang membentu siklus dan berderajat dua.

Agnarsson dan Raymond (2007) melakukan penelitian tentang penentuan banyaknya graf sederhana. Dari penelitian ini didapatkan rumus umum untuk menghitung jumlah graf sederhana. Arifah (2015) telah melakukan penelitian dan mendapatkan rumus umum untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan banyaknya titik tiga dan empat. Selanjutnya, Wamiliana dkk. (2016) melakukan penelitian penentuan banyaknya graf tak terhubung berlabel orde lima tanpa garis paralel dan Amanto dkk. (2017) melakukan penelitian untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik dengan orde maksimal empat. Dari penelitian-penelitian ini, penulis melihat belum ada rumus umum untuk menentukan banyaknya graf yang memuat graf siklus dan *loop*. Berdasarkan hal tersebut penulis tertarik untuk meneliti banyaknya graf berlabel dengan orde maksimal enam yang memuat graf siklus dan *loop*.

1.2 Batasan Masalah

Pembahasan dalam penelitian ini akan dibatasi pada graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* dengan $3 \leq n \leq 6$ dan $l \leq 6$ dengan n adalah jumlah titik dan l adalah jumlah *loop* pada graf.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu :

1. Untuk mengetahui pola-pola graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*.
2. Untuk mengetahui banyaknya graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

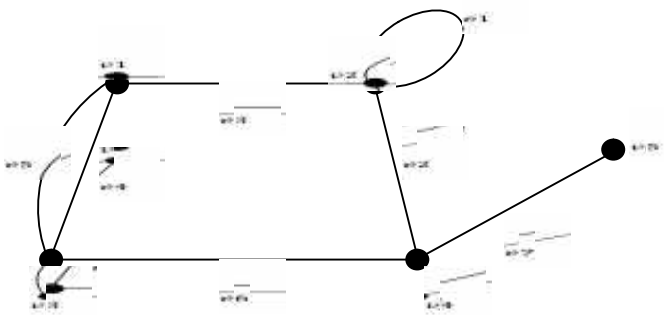
1. Mengetahui pola dalam menghitung graf.
2. Mengetahui pola dan jumlah graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Teori Graf

Pada subbab ini definisi dan istilah dirujuk dari Deo (1989). Suatu graf $G = (V, E)$ terdiri dari himpunan objek $V \neq \emptyset$ yang disebut *vertex* (titik), dan himpunan $E \neq \emptyset$, yang anggota-anggotanya disebut *edge* (garis), dimana setiap garis e_k menghubungkan pasangan titik (v_i, v_j). Titik v_i dan v_j disebut titik ujung dari e_k.

Perhatikan bahwa definisi ini memungkinkan sebuah garis terhubung dengan sepasang titik (v_i, v_j). Suatu garis yang memiliki titik yang sama sebagai kedua ujungnya disebut *loop*. Contoh dari *loop* dapat dilihat pada Gambar 2, garis e_1 merupakan *loop*.



Gambar 2. Graf dengan 5 titik dan 7 garis

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa memungkinkan untuk sepasang titik terhubung dengan lebih dari satu garis, contohnya garis e_4 dan garis e_5. Garis seperti ini disebut dengan *garis paralel*.

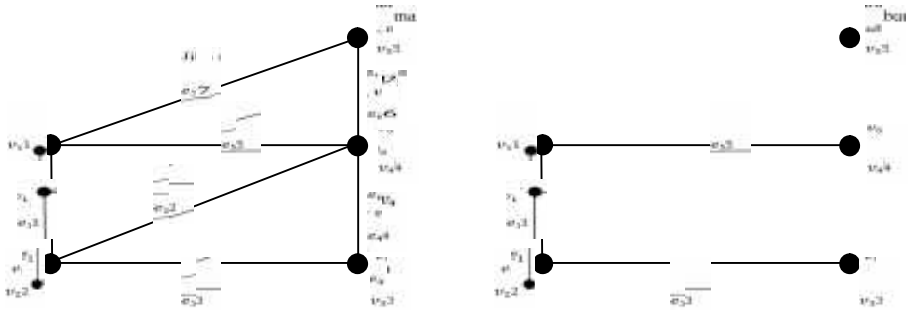
Suatu garis e_k dan garis e_l dikatakan menempel (*incident*) dengan titik v_i jika titik v_i merupakan salah satu ujung dari garis e_k dan e_l tersebut. Sedangkan dua titik v_i dan v_j disebut bertetangga (*adjacent*) jika kedua titik tersebut merupakan ujung dari garis yang sama. Pada Gambar 2 dapat dilihat bahwa v_4 dan v_5 bertetangga, dan garis e_2 dengan garis e_7 saling menempel pada titik v_4.

Jumlah garis yang menempel (*incident*) pada titik v_i, dengan *loop* dihitung sebanyak dua disebut dengan derajat (*degree*) dari titik v_i yang dinotasikan dengan $d(v_i)$. Contohnya pada Gambar 2, $d(v_1) = d(v_3) = d(v_4) = 3$, $d(v_2) = 4$, dan $d(v_5) = 1$. Suatu titik yang berderajat satu disebut dengan titik *pendant*. Pada Gambar 2, dapat dilihat bahwa titik v_5 berderajat satu, maka titik v_5 disebut dengan titik *pendant*.

Walk adalah barisan berhingga dari titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik sedemikian sehingga setiap garis menempel (*incident*) dengan titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* juga dapat dimulai dan berakhir dengan titik yang sama. *Walk* yang seperti ini disebut dengan *closed walk*. Sedangkan *walk* yang memiliki atau melewati titik yang berbeda tidak lebih dari satu kali disebut dengan *path*. *Path* yang dimulai dan berakhir di titik yang sama disebut dengan *circuit*. Dapat dilihat pada Gambar 2 contoh dari *walk* adalah $v_1\ e_5\ v_3\ e_4\ v_1\ e_3\ v_2$.

Sedangkan contoh *closed walk* adalah $v_1\ e_4\ v_3\ e_6\ v_4\ e_2\ v_2\ e_3\ v_1$, contoh dari *path* adalah $v_2\ e_2\ v_4\ e_6\ v_3\ e_4\ v_1$ dan contoh dari suatu *circuit* pada Gambar 2 adalah $v_2\ e_2\ v_4\ e_6\ v_3\ e_4\ v_1\ e_3\ v_2$.

Graf G dikatakan graf terhubung jika paling sedikit ada satu *path* diantara setiap pasangan titik di G. Jika sebaliknya, maka graf G merupakan graf tak terhubung.

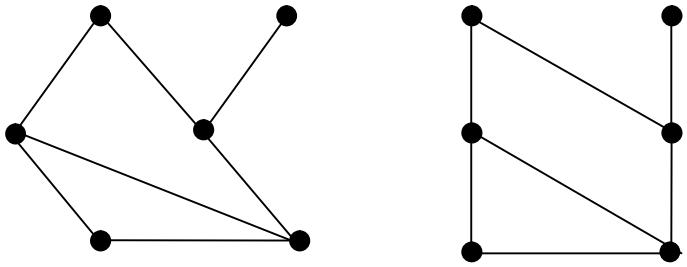


(a) (b)

Gambar 3. Graf terhubung (a) dan graf tak terhubung (b)

Objek kajian dari pelabelan suatu graf adalah graf yang secara umum dipresentasikan dengan titik serta himpunan bilangan asli yang disebut label. Pelabelan ini disebut dengan pelabelan titik. Jika yang diberikan label adalah garis, maka pelabelannya disebut pelabelan garis. Sedangkan yang disebut pelabelan total atau pelabelan titik dan garis adalah pemberian label pada titik dan garis dari suatu graf.

Suatu graf G dan G’ dikatakan isomorfis (satu sama lain) jika terdapat jumlah titik dan garis yang sama dan mempertahankan sifat ketetanggaannya, walaupun cara penggambarannya berbeda.



Gambar 4. Contoh graf isomorfis

2.1.1 Graf Siklus

Berdasarkan ada tidaknya *loop* atau garis paralel pada suatu graf, secara umum graf dapat dikelompokkan menjadi graf sederhana dan graf tidak sederhana. Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung *loop* atau garis paralel. Sedangkan graf yang mengandung *loop* atau garis paralel disebut graf tak-sederhana . Definisi graf siklus (*cycle*) atau graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua dan hanya tediri atas satu siklus. Graf siklus tidak memiliki loop atau garis paralel karena graf siklus merupakan graf sederhana. Graf ini dilambangkan dengan C_n (Hasmawati 2015).

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Definisi dan istilah pada subbab ini dirujuk dari Munir (2005). Misalkan n adalah bilangan bulat positif. Besaran n faktorial (dinotasikan dengan !) adalah hasil kali semua bilangan bulat antara 1 hingga n.

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots (1)$$

Permutasi adalah jumlah urutan berbeda dari pengaturan objek-objek. Misalkan permutasi r dari n objek adalah jumlah kemungkinan urutan r buah objek yang dipilih dari n buah objek, dengan $r \leq n$, yang dalam hal ini pada setiap kemungkinan urutan tidak ada objek yang sama. Secara umum, rumus dari permutasi adalah

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Bentuk khusus dari permutasi adalah kombinasi. Jika pada permutasi urutan kemunculan diperhitungkan, maka pada kombinasi, urutan kemunculan diabaikan. Kombinasi r elemen dari n elemen adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut r elemen yang diambil dari n buah elemen. Secara umum, untuk mencari kombinasi digunakan persamaan

$$C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}\ ;\ n, r \in \mathbb{N}, 0 \leq r \leq n$$

2.3 Barisan Aritmatika

Berdasarkan Imail (2014), secara umum barisan bilangan dapat dinyatakan sebagai $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$. Dalam hal ini (a_n) nama barisan bilangan, a_1 suku pertama, a_2 suku kedua, a_3 suku ketiga dan seterusnya. a_n adalah suku ke-n. Beda dari dua suku yang berurutan adalah selisih dari suku sesudahnya dan suku sebelumnya, seperti $a_2 - a_1, a_3 - a_2$ dan seterusnya $a_n - a_{n-1}$.

Pola umum dari pola barisan aritmatika tingkat dua adalah

$$a_n = c_1 n^2 + c_2 n + c_3$$

Rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmatika tingkat dua ditentukan oleh c_1, c_2, c_3 melalui substitusi suku pertama, kedua, dan ketiga ke pola umum (a_n).

Pola umum dari pola barisan aritmatika tingkat tiga adalah

$$a_n = c_1 n^3 + c_2 n^2 + c_3 n + c_4$$

Rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmatika tingkat dua ditentukan oleh c_1, c_2, c_3 dan c_4 melalui substitusi suku pertama, kedua, ketiga dan keempat ke pola umum (a_n).

Pola umum dari pola barisan aritmatika tingkat empat adalah

$$a_n = c_1 n^4 + c_2 n^3 + c_3 n^2 + c_4 n + c_5$$

Dan pola umum dari barisan aritmatika orde / tingkat ke-m adalah

$$a_n = c_1 n^m + c_2 n^{m-1} + c_3 n^{m-2} + \cdots + c_m n + c_{m+1}$$

dengan,

a_n = banyaknya suku ke-n

c_m = suku ke-n orde ke-m, untuk m = 1,2,3, ...

III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan

Diberikan m, n dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$, $m, n \in \mathbb{N}$

a. Graf g_n merupakan graf sederhana dengan n titik. Banyaknya graf g_n adalah $g_n = 2^{\binom{n}{2}}$

b. Graf $g_n(m)$ merupakan graf sederhana dengan n titik dan m garis. Banyaknya graf $g_n(m)$ adalah $g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m}$

(Agnarsson & Raymond, 2007)

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

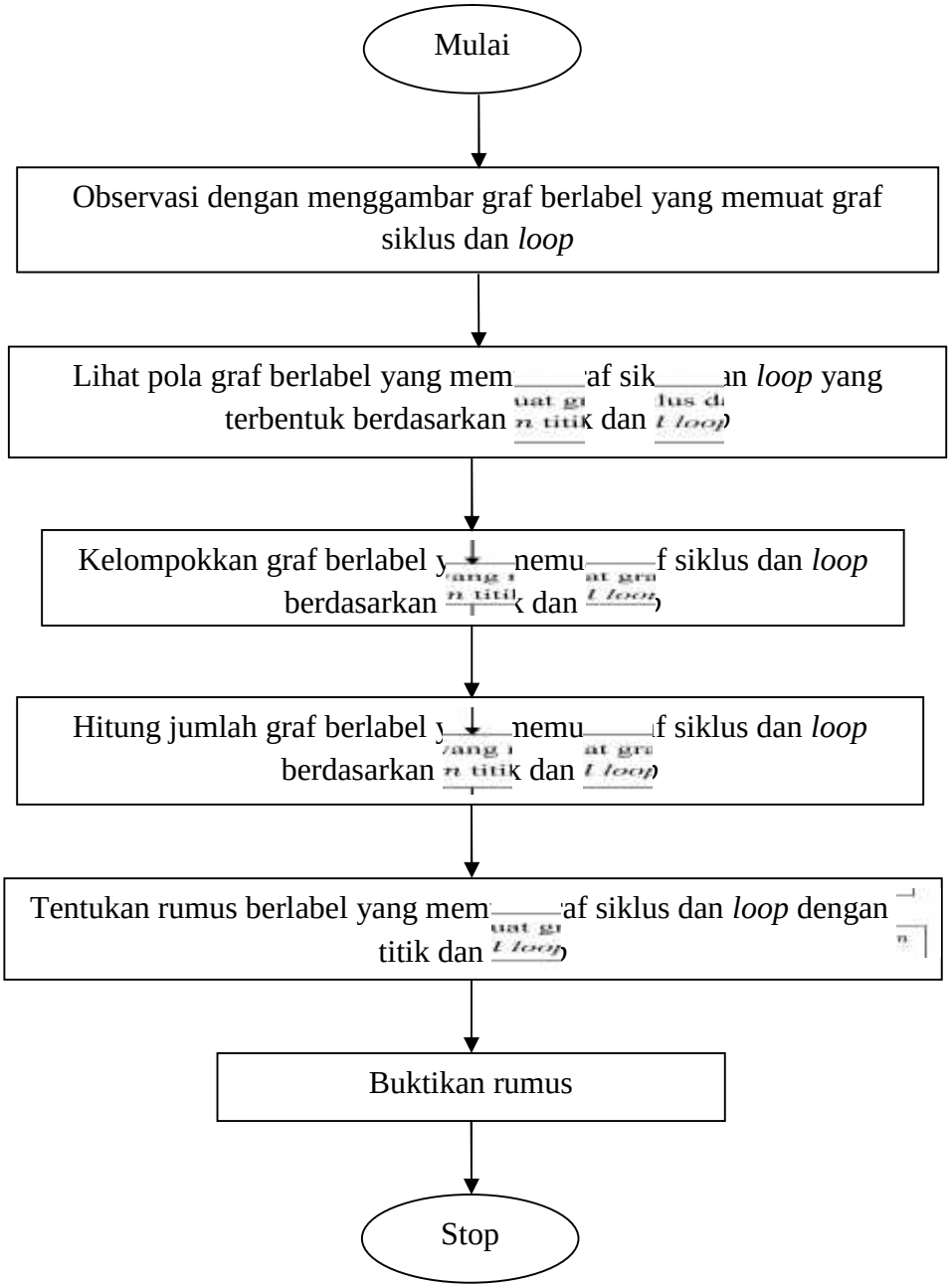
Penelitian akan dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun 2017-2018.

3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah

1. Melakukan observasi dengan menggambar pola graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*.
2. Melihat pola yang terbentuk dari banyaknya graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*.
3. Mengelompokkan graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk setiap n titik dan l *loop*.
4. Melakukan perhitungan terhadap jumlah graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* untuk setiap n titik dan l *loop*.
5. Menentukan rumus untuk graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* dengan n titik dan l *loop*.
6. Membuktikan rumus yang terbentuk.

Langkah-langkah ini dapat dirangkum dalam bentuk diagram alur sebagai berikut:



Gambar 5. Diagram Alur Metode Penelitian

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan observasi dari graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop*, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk $n = 3$; $l \leq 6$

$$N(G_{3,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)$$

2. Untuk $n = 4$; $l \leq 6$

$$N(G_{4,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)(l+3)$$

3. Untuk $n = 5$; $l \leq 6$

$$N(G_{5,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)(l+3)(l+4)$$

4. Untuk $n = 6$; $l \leq 6$

$$N(G_{6,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)(l+3)(l+4)(l+5)$$

Jumlah graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* secara umum dapat dicari dengan;

$$N(G_{n,c,l}) = \frac{1}{2}(l+1)(l+2)\ldots\big(l+(n-1)\big) \;\; ; \;\; 3 \leq n \leq 6 \;\; ; \;\; l \leq 6$$

dengan

n = banyaknya titik pada graf

l = banyaknya *loop* pada graf

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan untuk menentukan rumus umum banyaknya graf berlabel yang memuat graf siklus dan *loop* dengan n lebih besar dari 6 dan *loop* lebih besar dari 6.

DAFTAR PUSTAKA

Amanto, Wamiliana, Musthofa Usman, dan Reni Pematasari. 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Labelled Graphs with Order Maximal Four. *Science International Lahore*, Vol. 29, No. 6, pp. 1181-1186.

Agnarsson, G and Raymond, D.G. 2007. *Graph Theory Modeling, Applications, and Algorithms.* Pearson/Prentice education Inc., New Jersey.

Arifah, N. 2015. Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Tanpa Garis Paralel dengan Banyaknya Titik Tiga dan Empat. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lampung.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science.* Prentice Hall Inc., New York.

Hasmawati. 2015. *Teori Graf.* (Bahan Ajar). Universitas Hasanuddin, Makassar.

Imail, S. 2014. Suku Ke-n Barisan Aritmetika Tingkat Dua, Tiga dan Empat dengan Pendekatan Akar Karakteristik. *Jurnal SAINTEK*. *Volume 7, No. 5*. http://repository.ung.ac.id/karyailmiah/show/423/suku-ke-n-barisan-aritmetika-tingkat-dua-tiga-dan-empat-dengan-pendekatan-akar-karakteristik.html. Diakses Tanggal 10 Juni 2017, pukul 11.43.

Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit*. Edisi Ketiga. Informatika Bandung, Bandung.

Wamiliana, Amanto, dan Grita Tumpi N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol.1, No.1, eISSN. Page 4-7.