HAMPIRAN SOLUSI ANALITIK MASALAH PERTURBASI SINGULAR MODEL MEKANISME REAKSI ENZIM MICHAELIS DAN MENTEN DENGAN METODE *MATCHED ASYMPTOTIC*

(Skripsi)

Oleh

VANESHA PUTRI MARDIANA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG

2018

ABSTRAK

HAMPIRAN SOLUSI ANALITIK MASALAH PERTURBASI SINGULAR MODEL MEKANISME REAKSI ENZIM MICHAELIS DAN MENTEN DENGAN METODE *MATCHED ASYMPTOTIC*

Oleh

VANESHA PUTRI MARDIANA

Mekanisme paling sederhana dalam reaksi menggunakan katalis enzim adalah mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten (1913). Pada mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten dapat dimodelkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinier. Diasumsikan kondisi *pseudo steady state* dan melakukan proses nondimensionalisasi dikontruksi suatu masalah perturbasi singular untuk peubah substrat dan kompleks enzim substrat dengan parameter kecil ε yang terkandung pada persamaan peubah kompleks enzim substrat. Masalah tersebut diselesaikan dengan metode *matched asymtotic* sampai orde nol untuk mendapatkan hampiran solusi analitiknya. Solusi analitik yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan solusi numerik model masalah perturbasi singular sebagai masalah nilai awal. Hasil yang diperoleh menunjukan bahwa untuk ε yang semakin kecil hampiran solusi numerik akan mendekati solusi analitiknya.

Kata kunci: mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten, kondisi *pseudo steady state*, proses nondimensionalisasi, perturbasi singular, metode *matched asymtotic*

ABSTRACT

ANALYTICAL SOLUTION APPROXIMATION OF SINGULAR PERTURBATION PROBLEM OF MICHAELIS AND MENTEN ENZYMES REACTION MECHANISM MODEL WITH MATCHED ASYMPTOTIC METHOD

By

VANESHA PUTRI MARDIANA

The simplest mechanism in reactions using enzymes catalyst is Michaelis and Menten enzymes reaction mechanism (1913). Michaelis and Menten enzymes reaction mechanism can be modelled into nonlinear differential partial equation system. Assumed by pseudo steady state condition and non dimensionalisation process, we constructed a singular perturbation problem for substrate variable and substrate enzymes complex with small parameter ε which contained in the substrate enzymes complex variable equation. The problem was solved using matched asymptotic method until zero-order to obtain the analytical solution approximation. The obtained analytical solution, then, was compared to the numerical model solution of singular perturbation problem as initial value. The result shown that, the smaller value of ε, the closer the approximation of the numerical solution to the analytical solution.

Key words: Michaelis and Menten enzymes reaction mechanism, pseudo steady state condition, non dimensionalisation process, singular perturbation, matched asymptotic method

HAMPIRAN SOLUSI ANALITIK MASALAH PERTURBASI SINGULAR MODEL MEKANISME REAKSI ENZIM MICHAELIS DAN MENTEN DENGAN METODE *MATCHED ASYMPTOTIC*

Oleh

VANESHA PUTRI MARDIANA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi	: **HAMPIRAN SOLUSI ANALITIK MASALAH PERTURBASI SINGULAR MODEL MEKANISME REAKSI ENZIM MICHAELIS DAN MENTEN DENGAN METODE *MATCHED ASYMPTOTIC***
Nama Mahasiswa	: **Vanesha Putri Mardiana**
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1417031120
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Aang Nuryaman, M.Si.	**Dr. Asmiati, M.Si.**
NIP. 19740316 200501 1 001	NIP. 19760411 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Dr. Aang Nuryaman, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Dr. Asmiati, M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **31 Mei 2018**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: **Vanesha Putri Mardiana**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1417031120**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **Hampiran Solusi Analitik Masalah Perturbasi Singular Model Mekanisme Reaksi Enzim Michaelis dan Menten dengan Metode *Matched Asymptotic***

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 31 Mei 2018

Yang Menyatakan

Vanesha Putri Mardiana

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Vanesha Putri Mardiana, putri tunggal Bapak Santoso Hadi dan Ibu Mariam. Penulis lahir di Boyolali pada tanggal 17 Oktober 1995.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SD Negeri Bangka 01 pagi dari tahun 2001 – 2007. Kemudian melanjutkan pendidikan di SMP Kemala Bhayangkari 3 dan lulus pada tahun 2010. Kemudian menempuh pendidikan di SMA Sumbangsih dan lulus pada tahun 2013.

Pada tahun 2014 penulis diterima sebagai mahasiswi di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Pada tahun 2017 penulis melakukan Kerja Praktik di Koperasi Pegawai Pos Indonesia Jakarta Pusat dan sebagai salah satu bentuk pengabdian kepada masyarakat penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Tanjung Setia, Kecamatan Pesisir Selatan, Kabupaten Pesisir Barat.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini untuk :

Ibu tercinta yang selalu mendoakan, memberi kasih sayang, dan telah memotivasi penulis agar bisa menjadi seseorang yang bisa dibanggakan.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi dan semangat kepada penulis.

Sahabat-sahabat tersayang. Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan.

Almamater Universitas Lampung.

KATA INSPIRASI

"Niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat."

(Q.S. Al-Mujadilah : 11)

"Sesuatu akan terlihat tidak mungkin sampai semuanya selesai."

(Nelson Mandela)

"Kalau semuanya gampang, kita gak akan mengerti makna dari berjuang."

(Anonim)

"Merantaulah kau akan mendapat pengganti kerabat dan teman berlelah-lelahlah manisnya hidup terasa setelah lelah berjuang."

(Imam Syafi'i)

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah – Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Hampiran Solusi Analitik Masalah Perturbasi Singular Model Reaksi Enzim Michaelis dan Menten dengan Metode *Matched Asymptotic*". Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari dukungan dan kerjasama berbagai pihak yang telah memberikan bimbingan, kritik, dan saran yang bermanfaat bagi penulis. Oleh sebab itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah dengan sabar membimbing, menyemangati, dan memotivasi penulis.
2. Ibu Dr. Asmiati, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, kritik, dan saran yang membangun.
3. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku Dosen Pembahas atas kesediaannya dalam menguji, dan telah dengan sabar memberikan kritik dan saran.
4. Bapak Subian Saidi, M.Si selaku Pembimbing Akademik atas bimbingan dan pembelajarannya dalam menjalani perkuliahan.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
8. Kedua orangtua penulis yang tak henti – hentinya mendo'akan yang terbaik, memberikan kasih sayang, sehingga memotivasi penulis untuk selalu memberikan yang terbaik.
9. Anakan Gajah, Sabianovers, Terkahud, Kak Hikma, Nadia, Ajeng, Annisaul, Anin, Nanda, Ratna, Darma, Riyana, Rahmat, Kiki Alendra, Dea, Yola, Atika, Hage, Niluh, Givari, Nining, Danu dan seluruh rekan matematika angkatan 2014 atas canda dan tawa yang telah membuat hidup penulis lebih berwarna.
10. Almamater tercinta Universitas Lampung.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran demi perbaikan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khusunya dan bagi pembaca pada umumnya. Terimakasih.

Bandar Lampung, Mei 2018
Penulis

Vanesha Putri Mardiana

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Wirahadikusumah (2001), enzim merupakan golongan protein yang paling banyak terdapat dalam sel hidup dan mempunyai fungsi penting sebagai katalisator reaksi biokimia yang secara kolektif membentuk metabolisme perantara dari sel. Setiap jenis enzim memiliki kecepatan bekerja yang berbeda-beda karena memiliki faktor yang mempengaruhi seperti suhu, pH, konsentrasi substrat, konsentrasi enzim, kehadiran aktivator (pengaktif) atau inhibitor (penghambat). Enzim memiliki dua sifat utama dari biokatalisator (mempercepat reaksi tanpa ikut bereaksi) yaitu sebagai katalis (meningkatkan kecepatan bereaksi) dan *reversible* (bereaksi secara bolak-balik).

Reaksi kimia diklasifikasikan berdasarkan jumlah molekul awal (substrat) yang terlibat dalam reaksi tersebut dengan seberapa cepat enzim bekerja untuk menghasilkan produk yang disebut kinetika reaksi enzim. Kinetika reaksi enzim memiliki suatu tingkat reaksi *(reaction order),* yaitu reaksi tingkat ke-nol, tingkat pertama *(first order),* tingkat kedua, atau tingkat reaksi ketiga. Dalam kinetika reaksi enzim dikenal kecepatan (*velocity*) reaksi hidrolisis, penguraian, atau reaksi katalis. Mekanisme paling sederhana dalam reaksi menggunakan katalis enzim adalah mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten (1913). Proses mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten dapat dimodelkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinier dengan syarat awal tertentu. Dengan mengasumsikan kondisi *pseudo steady state* dan melakukan proses nondimensionalisasi dengan peubah tak berdimensi tertentu, akan dikontruksi masalah perturbasi singular untuk peubah substrat dan kompleks enzim substrat.

Pada penelitian ini akan ditentukan hampiran solusi analitik dari masalah tersebut dengan menggunakan metode *matched asymtotic*.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan hampiran solusi analitik dari masalah perturbasi singular yang diturunkan dari model mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten dengan metode *matched asymtotic*. Hasil solusi analitik yang diperoleh akan dibandingkan secara numerik untuk model peubah substrat dan kompleks enzim substrat.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memperdalam konsep pemodelan matematika untuk di aplikasikan ke dalam program komputer.
2. Memotivasi untuk mengembangkan dan menerapkan ilmu matematika ke berbagai bidang keilmuan lain.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Menurut Cahyono (2013), model dalam kehidupan sehari-hari dapat diterjemahkan sebagai ‘tiruan’ yang menyerupai sesungguhnya, dalam beberapa hal memiliki karakteristik benda aslinya. Model dapat dibedakan menjadi model ikonik, model analog, dan model simbolik. Model ikonik menyerupai model aslinya dari segi fisik, seperti bentuk, pola, dan fungsi. Model analog adalah model yang berupa sistem dan digunakan untuk menggambarkan atau menjelaskan sistem lain, sedangkan model simbolik adalah model yang menggunakan simbol atau lambang untuk menggambarkan sifat-sifat (karakteristik) objek yang dimodelkan. Model matematika merupakan salah satu model yang menggunakan lambang atau simbol.

Model matematika suatu fenomena adalah suatu ekspresi matematika yang diturunkan dari fenomena tersebut. Ekspresi dapat berupa persamaan, sistem persamaan atau ekspresi-ekspresi matematika yang lain seperti fungsi maupun relasi. Model matematika dapat diklasifikasikan lagi menjadi model statistik, model deterministik, dan model probabilistik atau stokastik. Model statistik bisa berupa fungsi baik satu variabel atau lebih. Model deterministik hanya untuk menggambarkan gejala-gejala yang dapat diukur dengan derajat kepastian yang tinggi. Model probabilistik atau stokastik digunakan untuk menggambarkan gejala yang bersifat probabilistik atau stokastik.

Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Secara umum dalam menerapkan matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi tiga langkah antara lain :

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah.

   Langkah ini untuk menterjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika. Data maupun informasi tentang suatu fenomena dapat diperoleh melalui eksperimen di laboratorium, pengamatan di industri ataupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam model matematika, suatu fenomena dapat dipelajari secara lebih terukur (kuantitatif) dalam bentuk (sistem) persamaan/pertidaksamaan matematika maupun ekspresi matematika. Namun demikian karena asumsi-asumsi yang digunakan dalam prosesnya, model matematika juga mempunyai kelemahan-kelemahan dibandingkan dengan fenomena sebenarnya, yaitu keterbatasan dalam perumuman interpretasinya.

2. Pencarian solusi atau kesimpulan matematika.

   Setelah model matematika diperoleh, solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode-metode matematika yang sesuai. Ada kalanya belum terdapat metode matematika pencarian solusi yang sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Hal ini sering menjadi motivasi para ahli matematika terapan untuk menciptakan metode matematika baru. Solusi matematika ini sering dinyatakan dalam fungsi-fungsi matematika, angka-angka maupun grafik.

3. Interpretasi solusi atau kesimpulan matematika pada fenomena yang dipelajari.

   Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal.

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial dan n buah fungsi yang nilainya tidak diketahui. Sistem persamaan diferensial dibedakan menjadi dua macam yaitu sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial nonlinier. Sistem persamaan diferensial nonlinier dapat dinyatakan dalam bentuk umum sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan kondisi awal $x_i(t_0) = x_{i0}$, $i = 1,2,3, \dots, n$ atau ditulis dalam bentuk persamaan dibawah ini

$$\frac{dx}{dt} = f(t) \tag{2.2}$$

f adalah fungsi nonlinier dan kontinu (Rumlawang dan Nanlohy, 2011).

2.3 Model Mekanisme Reaksi Enzim Michaelis dan Menten

Mekanisme Michaelis dan Menten adalah mekanisme reaksi enzim yang paling sederhana. Persamaan reaksi dari mekanisme Michaelis dan Menten dapat dinyatakan sebagai

$$S + E \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} C \overset{k_2}{\rightarrow} E + P \tag{2.3}$$

dengan S dan E menyatakan substrat dan enzim yang bereaksi menjadi sebuah senyawa kompleks C, kemudian dipecah menjadi produk P dan enzim. Dalam reaksi ini, enzim bertindak sebagai katalis.

Mekanisme Michaelis dan Menten terbagi menjadi dua reaksi. Reaksi pertama adalah reaksi bolak balik dengan konstanta laju reaksi $k_1$dan k_{-1} , sedangkan $k_2$berfungsi untuk mengukur tingkat perubahan dari suatu produk yang dihasilkan.

Misalkan s, e, c, p menyatakan konsentrasi dari S, E, C, P sehingga nilai dari perubahan variabel dapat dituliskan dengan model persamaan

$$\frac{ds}{dt} = -k_1 se + k_{-1} c \tag{2.4}$$

$$\frac{de}{dt} = -k_1 se + (k_{-1} + k_2)c \tag{2.5}$$

$$\frac{dc}{dt} = k_1 se - (k_{-1} + k_2)c \tag{2.6}$$

$$\frac{dp}{dt} = k_2 c \tag{2.7}$$

dengan syarat awal $e(0) = e_0$, $p(0) = 0$, $c(0) = 0$, $s(0) = s_0$ (Fowler, 1997).

2.4 Kondisi *Pseudo Steady State*

Suatu sistem dikatakan berada dalam keadaan tetap (*pseudo steady state*) jika peubah yang menentukan prosesnya tidak berubah dalam waktu. Secara kontinu berarti sifat nilai x dari sistem yang diturunkan terhadap waktu adalah nol, yaitu :

$$\frac{dx}{dt} = 0 \tag{2.8}$$

Konsep *pseudo steady state* memiliki relevansi di berbagai bidang, khususnya termodinamika, ekonomi, dan teknik. Dalam bidang kimia kondisi *pseudo steady state* adalah situasi yang lebih umum dari kesetimbangan dinamis. Suatu sistem dapat dikatakan *pseudo steady state* jika terjadi dua atau lebih proses *reversibel* terjadi pada tingkat yang sama, seringkali keadaan tetap didekati secara asimtotik.

Mekanisme *pseudo steady state* umumnya digunakan pada reaksi-reaksi biomolekular seperti reaksi enzimatik. Secara umum asumsi yang digunakan adalah reaksi melalui dua mekanisme utama sebagai berikut:

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} \rightleftharpoons \mathrm{AB} \longrightarrow \mathrm{P} \tag{2.9}$$

Pada tahap pertama terbentuk senyawa kompleks antara dua reaktan yang berlangsung *reversible* dan pada tahap selanjutnya kompleks terkonversi menjadi produk (Fatimah, 2013).

2.5 Proses Nondimensionalisasi

Menurut Fowler (1997), nondimensionalisasi adalah sistem fisik kontinu dari sebuah model matematika yang terdiri dari kumpulan persamaan diferensial dan suatu syarat batas. Jika suatu model dimisalkan memiliki peubah x maka peubah tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$x = [x]\, x^* \tag{2.10}$$

dimana $[x]$ adalah skala terpilih dan x^* adalah peubah tak berdimensi yang sesuai.

2.6 Teori Perturbasi Singular

Teori perturbasi singular dalam matematika digunakan untuk mendapatkan pendekatan solusi pada persamaan diferensial yang kompleks dan solusi eksaknya susah dicari. Kata perturbasi memiliki arti gangguan kecil pada sistem fisik. Secara umum gangguan kecil pada sebuah sistem fisik dinotasikan dengan ε, dengan ε merupakan parameter perturbasi yang bernilai sangat kecil atau bisa dikatakan ε menuju nol. Teori perturbasi dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu perturbasi regular dan perturbasi singular. Suatu persamaan diferensial dikatakan sebagai perturbasi regular jika nilai $\varepsilon = 0$ maka orde dari persamaan diferensial tersebut tidak berubah. Sedangkan persamaan diferensial dikatakan perturbasi singular jika nilai $\varepsilon = 0$ maka orde dari persamaan diferensial tersebut berubah.

Salah satu cara untuk mendapatkan hampiran solusi pada masalah perturbasi singular adalah menggunakan metode *matched asymptotic*. Pada metode *matched asymptotic* kontruksi solusi meliputi solusi outer, solusi inner, dan solusi komposit (Holmes, 1995).

2.7 Metode *Matched Asymptotic*

Tinjau persamaan masalah syarat batas berbentuk

$$\varepsilon y'' + a(x)y' + b(x)y = 0 \qquad (2.11)$$

$$y(0) = A \qquad (2.12)$$

$$y(1) = B \qquad (2.13)$$

dimana $\varepsilon \ll 1$, kondisi awal $a(x) \neq 0 \; \forall \, x \in [0,1]$, $a > 0$ dan a, b, A, B merupakan $O(1)$.

Persamaan umum untuk ekspansi *matched asymptotic* adalah sebagai berikut :

$$y \sim y_0(x) + \varepsilon \, y_1(x) + \cdots \qquad x = O(1) \qquad (2.14)$$

- solusi outer

Untuk mensetarakan pangkat ε dapat dituliskan dengan persamaan sebagai berikut:

$$a(x)y_0' + b(x)y_0 = 0 \qquad (2.15)$$

diperoleh solusi

$$y_0 = A' \exp\left[-\int_0^x \{b(t)/a(t)\}dt\right] \tag{2.16}$$

- solusi inner

Dengan memisalkan $x = \varepsilon X$ dapat dituliskan

$$y'' + [a_0 + \varepsilon\, a_0' X + \cdots]y' + \varepsilon[b_0 + \cdots]y = 0 \tag{2.17}$$

dengan mensetarakan pangkat ε diperoleh

$$Y_0'' + a_0\, Y_0' = 0 \tag{2.18}$$

diperoleh solusi

$$Y_0 = (A - A')e^{-a_0 X} \tag{2.19}$$

- solusi komposit

$$y = (A - A')e^{-a_0 X} + A' \exp\left[-\int_0^x \{b(t)/a(t)\}dt\right] \tag{2.20}$$

(Fowler, 1997).

2.8 Metode Numerik

Menurut Triatmodjo (1992), metode numerik merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mengkaji teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan. Pada dasarnya metode numerik merupakan metode untuk menentukan penyelesaian numeris, dalam hal ini nilai pendekatan real dari suatu model matematis. Metode numerik ini dilakukan operasi hitungan yang berulang-ulang untuk menyelesaikan numeriknya. Penyelesaian numerik ditentukan dengan melakukan prosedur perulangan (iterasi) tertentu, sehingga setiap hasil akan lebih teliti dari perkiraan sebelumnya. Dengan melakukan prosedur perulangan yang dianggap cukup akhirnya diperoleh hasil perkiraan yang mendekati nilai eksak. Nilai eksak tersebut hanya dapat diketahui apabila suatu fungsi $f(x)$ bisa diselesaikan secara analitik.

Pada umumnya metode numerik tidak mengutamakan diperolehnya nilai yang eksak (tepat), tetapi mengusahakan perumusan metode yang menghasilkan nilai pendekatan yang berbeda dari nilai yang eksak. Metode numerik memiliki prosedur untuk menentukan nilai pendekatannya antara lain :

1. Metode analitik, solusi ini sangat berguna namun terbatas pada masalah sederhana. Sedangkan masalah real yang kompleks dan nonlinier tidak dapat diselesaikan.
2. Metode grafik, metode ini digunakan sebagai pendekatan penyelesaian yang kompleks. Kendalanya bahwa metode ini tidak akurat, sangat lama, dan banyak membutuhkan waktu.

2.9 Metode Newton Raphson

Metode Newton Raphson digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier. Metode ini merupakan metode yang paling populer karena secara umum kekonvergenannya lebih cepat dari metode lainnya dan implementasinya sederhana. Pada metode ini hanya dibutuhkan satu titik awal atau satu titik duga. Misalkan p_0 titik awal yang dipilih maka p_1 diambil sebagai absis titik potong garis singgung kurva $y = f(x)$ dititik $(p_0, f(p_0))$. Selanjutnya, melalui titik

$\left(p_1 , f(p_1)\right)$ dibuat garis singgung untuk mendapatkan p_2. Persamaan garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $\left(p_0 , f(p_0)\right)$ mempunyai bentuk

$$y - f(p_0) = m(x - p_0) \qquad (2.21)$$

dengan $m = f'(p_0)$ derivatif pertama f di titik p_0 . Titik potong garis ini dengan sumbu X diperoleh dengan menetapkan $y = 0$. Setelah dilakukan bebrapa langkah diperoleh

$$x = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)} \qquad (2.22)$$

Selanjutnya aproksimasi pertama diperoleh dengan mengambil $p_1 = x$ sehingga diperoleh

$$p_1 = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)} \qquad (2.23)$$

Algoritma dari metode Newton sebagai berikut

1. Mulailah dengan aproksimasi awal p_0 sebarang

2. Untuk $n = 1,2,3, \ldots$ hitunglah nilai $f'(p_{n-1})$. Bila $f'(p_{n-1}) \neq 0$, ambil

$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})} \qquad (2.24)$$

Bila ada salah satu langka di mana menghasilkan $f'(p_{n-1}) = 0$ maka metode Newton dengan titik awal tersebut tidak dapat diterapkan. Penggantian titik awal mungkin dapat mengatasi masalah ini. Untuk menjalankan ini dibutuhkan formula eksplisit untuk derivatif $f'(x)$ (Julan, 2012).

2.10 Kompleks Enzim Substrat

Suatu enzim mempunyai kekhasan yaitu hanya bekerja pada satu reaksi saja. Untuk dapat bekerja terhadap suatu zat atau substrat harus ada hubungan atau kontak antara enzim dengan substrat. Suatu enzim memiliki ukuran yang lebih besar daripada substrat. Oleh karena itu tidak semua bagian enzim dapat berhubungan dengan substrat. Hubungan antara substrat dengan enzim hanya terjadi pada bagian atau tempat tertentu saja yang disebut dengan bagian aktif *(active site)*. Hubungan hanya mungkin terjadi apabila bagian aktif mempunyai ruang yang tepat dapat menampung substrat.

Hubungan atau kontak antara enzim dengan substrat menyebabkan terjadinya kompleks enzim substrat. Kompleks ini merupakan kompleks yang aktif, yang bersifat sementara dan akan terurai lagi apabila reaksi yang diinginkan telah terjadi (Poedjiadi, 1994).

2.11 Laju Reaksi

Menurut Fatimah (2013), laju reaksi didefinisikan sebagai laju perubahan konsentrasi baik reaktan maupun produk persatuan waktu atau jumlah mol reaktan per satuan volume yang bereaksi dalam satu satuan waktu tertentu dan dapat dituliskan dengan skema sebagai berikut :

$$a\,A + b\,B \;\leftrightarrow c\,C + d\,D \qquad (2.25)$$

$$\frac{-d[A]}{a.dt} = \frac{-d[B]}{b.dt} = \frac{+d[C]}{c.dt} = \frac{+d[D]}{d.dt} \qquad (2.26)$$

Dalam reaksi kimia zat-zat kimia tersebut dapat dibagi menjadi dua, yaitu reaktan dan produk. Laju reaksi dapat ditinjau dari segi reaktannya maupun dari produknya saja (satu komponen) karena selama reksi berlangsung reaktan selalu berkurang, sedangkan produknya selalu bertambah sehingga laju reaksinya adalah sebagai berikut :

- untuk produk

$$\frac{+d[P]}{dt} \tag{2.27}$$

- untuk reaktan

$$\frac{-d[R]}{dt} \tag{2.28}$$

dimana P adalah konsentrasi produk, R adalah konsentrasi reaktan, t adalah waktu dan d menyatakan bentuk diferensial. Laju reaksi secara umum dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut :

$$-\frac{d[R]}{dt} = k \ [R]^n \tag{2.29}$$

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2017/2018 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.1 Langkah-Langkah Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika atau perpustakaan Universitas Lampung dan jurnal terkait dengan materi nondimensionalisasi, teori perturbasi singular dan sebagainya guna menunjang proses penelitian. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari buku dan jurnal yang berhubungan dengan penelitian ini.
2. Menjabarkan model sistem persamaan nonlinier dari mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten.

3. Mengkontruksi masalah perturbasi singular yang diturunkan dari model sistem persamaan nonlinier melalui asumsi *pseudo steady state* dan proses nondimensionalisasi.
4. Menentukan hampiran solusi analitik dari masalah perturbasi singular dengan metode *matched asymptotic*.
5. Membandingkan solusi analitik dengan numerik dengan software MATLAB dengan toolbox ODE113.

V. KESIMPULAN

Pada penelitian skripsi ini telah dikontruksi masalah perturbasi singular untuk peubah substrat dan kompleks enzim substrat yang diturunkan dari model mekanisme reaksi enzim Michaelis dan Menten dengan menggunakan asumsi *pseudo steady state*. Melalui proses nondimensionalisasi diperoleh masalah perturbasi singular berbentuk

$$\frac{dS^*}{dt^*} = -(S^*)(1 - C^*) + (\kappa - \lambda)(C^*)$$

$$\varepsilon.\frac{dC^*}{dt^*} = (S^*) - (S^* + \kappa)(C^*)$$

Masalah di atas diselesaikan dengan menggunakan metode *matched asymptotic* yang memberikan solusi analitik

$$S^*(t^*) = S_0^*(t^*)$$

$$C^*(t^*) = \frac{S_0^*(t^*)}{S_0^*(t^*) + \kappa} - \frac{1}{1+\kappa} e^{-(1+\kappa)\frac{t^*}{\varepsilon}}$$

dimana $S^*(t^*) = S_0^*(t^*)$ yang memenuhi persamaan $S_0^* + \kappa \ln S_0^* = 1 - \lambda t^*$. Solusi analitik yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan solusi numerik dari masalah perturbasi singular sebagai masalah nilai awal yang diselesaikan dengan toolbox MATLAB ODE 113. Berdasarkan plot solusi analitik dan numerik yang menunjukkan untuk nilai ε yang semakin kecil solusi numerik hingga orde nol mendekati solusi analitiknya dan selang interval t yang kecil terjadi *boundary layer*.

DAFTAR PUSTAKA

Cahyono, E. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu, Yogyakarta.

Fatimah, I. 2013. *Kinetika Kimia*. Graha Ilmu, Yogyakarta.

Fowler, A.C. 1997. *Mathematical Models in the Applied Sciences*. Cambridge University Press, United States of America.

Hernadi, J. 2012. *Matematika Numerik dengan Implementasi Matlab*. Andi, Yogyakarta.

Holmes, M. 1995. *Introduction To Perturbation Methods*. Springer, New York.

Poedjiadi, A. 1994. *Dasar-dasar Biokimia*. UI-Press, Jakarta.

Rumlawang, Francis dan Nanlohy. 2011. Analisa Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Rabies. *Jurnal Matematika dan Ilmu Terapan*, Ambon. No.2:39-44.

Triatmodjo, B. 1992. *Metode Numerik*. Andi, Yogyakarta.

Wirahadikusumah, M. 2001. *Biokimia*. ITB, Bandung.