PEMODELAN MATEMATIKA DAN STUDI KESETIMBANGAN PADA PENYEBARAN PENGARUH PERILAKU MEROKOK MENGGUNAKAN TIPE SEIR

(Skripsi)

Oleh

FAISNAINI NURUL AISYAH

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG**
2018

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING AND EQUILIBRIUM STUDIES ON THE SPREAD OF SMOKING BEHAVIOR INFLUENCE USING TYPE OF SEIR

By
Faisnaini Nurul Aisyah

Mathematical modeling can solve real life problems. One of the problems in the field of health is smoking behavior in the community. One of the method for modeling the spead of smoking behavior through seir type models. From the model can be determined equilibrium point, basic reproductive ratio, and stability points, to determined when will occur endemic behavior (unstable) and non endemic behavior (stable). The results showed that the growth rate of smoking was greater than the mortality rate.

Keywords : Model Type of Seir, Equilibrium Point, Basic Reproductive Ratio, Runge-Kutta Method

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA DAN STUDI KESETIMBANGAN PADA PENYEBARAN PENGARUH PERILAKU MEROKOK MENGGUNAKAN TIPE SEIR

Oleh:

Faisnaini Nurul Aisyah

Pemodelan Matematika dapat menyelesaikan masalah-masalah yang ada dalam kehidupan nyata. Salah satu masalah pada bidang kesehatan yaitu perilaku merokok dalam masyarakat. Salah satu metode untuk membuat model penyebaran perilaku merokok melalui model tipe SEIR (Susceptible Exposed Invected Recovered). Dari model dapat ditentukan Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar, dan Titik Kestabilan untuk mengetahui kapan akan terjadi perilaku endemik (tidak stabil), dan perilaku non endemik (stabil). Hasil penelitian menunjukkan, jika tingkat pertumbuhan merokok lebih besar dari tingkat kematian ditambah tingkat berhenti merokok.

Kata Kunci : Model tipe SEIR, Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar, Metode Runge Kutta

PEMODELAN MATEMATIKA DAN STUDI KESETIMBANGAN PADA PENYEBARAN PENGARUH PERILAKU MEROKOK MENGGUNAKAN TIPE SEIR

Oleh

Faisnaini Nurul Aisyah

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
Sarjana Sains

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA DAN STUDI KESETIMBANGAN PADA PENYEBARAN PENGARUH PERILAKU MEROKOK MENGGUNAKAN TIPE SEIR**

Nama Mahasiswa : *Faisnaini Nurul Aisyah*

No. Pokok Mahasiswa : 1417031046

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Subian Saidi, S.Si., M.Si.	**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**
NIP 19800821 200812 1 001	NIP 19620704 198803 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Subian Saidi, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	: **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **26 April 2018**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	:	Faisnaini Nurul Aisyah
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1417030146
Jurusan	:	Matematika
Judul Skripsi	:	**Pemodelan Matematika dan Studi Kesetimbangan pada Penyebaran Pengaruh Perilaku Merokok**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, dan sepanjag pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar lampung, Juni 2018
Yang Menyatakan,

Faisnaini Nurul Aisyah
NPM. 1417031046

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 18 September 1996 di Bandar lampung. Terlahir dari keluarga yang sederhana dari pasangan Bapak Fajar Budiharto dan Ibu Siti Azkiyah, yang merupakan anak kedua dari tiga bersaudara. Adik dari Faizatin Nadya Roza dan Kakak dari Faiqo Muhammad ‘Aaqil.

Penulis menyelesaikan pendidikan sekolah dasar di SDN 1 Raja Basa Raya pada tahun 2008. Pendidik sekolah menengah pertama di SMP Negeri 8 Bandar lampung pada tahun 2011. Pendidikan sekolah menengah atas di MA Negeri 2 Bandar lampung pada tahun 2014. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebgai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN pada tahun 2014.

Pada periode 2015/2016 penulis terdaftar sebagai anggota bidang Kaderisasi HIMATIKA, pada periode 2016/2017 penulis terdaftar anggota bidang Kajian Startegis BEM FMIPA.

Sebgai bentuk aplikasi bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama empat puluh hari di Dinas Pekerjaan Umum dan Penataan Ruang Provinsi Lampung pada Bidang Kepegawaian. Dan sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis telah melakukan Kuliah Kerja Nyata selama 40 hari di Desa Harapan Jaya, Kecamatan Way Ratai, Kabupaten Pesawaran, Lampung.

MOTTO

"Mulailah sesuatu dengan BISMILLAH'

"Mulai, Ikuti, Nikmati, Syukuri"

"Karena itu, Ingatlah kamu kepada-KU niscaya AKU ingat (pula) kepadamu, dan bersyukurlah kepada-KU, dan janganlah kamu mengingkari (nikmat)-KU"

(Q.S Al-Baqaraah: 152)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Dengan segala ketulusan hati penulis persembahkan skripsi ini kepada :

Kedua Orangtuaku yang selalu tulus dan ikhlas mendoakan setiap waktu, membimbing, dan selalu memberikan semangat untuk keberhasilan penulis.

Untuk kakak dan adikku tersayang yang selalu memberikan keceriaan, dukungan serta doa yang tak pernah henti. Terimakasih sudah menjadi alasanku untuk tetap tersenyum dan kuat.

Untuk seluruh dosen matematika, terutama dosen pebimbing dan penguji yang telah memberikan bimbingan serta saran terbaiknya dalam penyelsaian skripsi ini.

Untuk para sahabat terbaikku, terimakasih untuk setiap canda dan tawa yang kalian hadirkan disetiap hari-hariku. Terimakasih untuk tidak mengeluh dengan setiap sikapku dan setia menemani dalam setiap cerita indah tentang kita.

SANWACANA

Alhamdulillahi rabbil ‘alamin, puji dan syukur segala puji hanya kepada Allah SWT. Atas segala nikmat yang selalu dilimpahkan kepada hamba-Nya, baik nikmat yang diminta maupun yang enggan sengaja diminta dari-Nya, sehingga pada akhirnya penulis dapat menyelesaika skripsi yang berjudul **“Pemodelan Matematika dan Studi Kesetimbangan pada Penyebaran Pengaruh Perilaku Merokok Menggunakan Tipe SEIR”**. Shalawat serta salam kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menjadi suri tauladan yang baik bagi kita. Dalam penulisan skripsi ini penulis menyadari bahwa banyak sekali pihak yang telah membantu penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, semangat, dan saran yang membangun. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terimakasih kepada:

1. Bapak Subian Saidi.,S.Si.,M.Si selaku dosen pembimbing utama yang senantiasa membimbing dan memberikan saran terbaiknya kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc, Ph.D. selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan bimbingan serta saran yang membantu penulis dalam menyelsaikan skripsi ini.

3. Bapak Drs. Suharsono S.,M.S., M.Sc., Ph.D. selaku pembahas yang telah membeikan kritik dan saran dalam mnyelesaikan skripsi ini.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Prof. Warsito, S.Si.,D.E.A., Ph.D. selaku dekan FMIPA Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Untuk Kedua orangtuaku Bapak Fajar Budiharto dan ibu Siti Azkiyah yang telah banyak memberikan do'a dan dukungan, kakakku Faizatin Nadya Roza dan adikku Faiqo Muhammad 'Aaqil yag telah memberikan semangat kepada penulis.
8. Sahabat terbaik Ketut Wariyani, Yunika Devi Siwi, Cyhntia Wulandari, Rizka Fitriana, Lia Apriliana, Rifani Pratami, Mildayanti, zakiyah, Rahmad serta teman-teman KKN Desa Harapan Jaya I dan III yang selalu memberikan keceriaan, bantuan, dukungan dan semangat.
9. Teman-teman Matematika 2014 dan seluruh pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandar Lampung,   Juni 2018
Penulis

Faisnaini Nurul Aisyah

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar **Halaman**

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Merokok merupakan kegiatan yang berbahaya bagi kesehatan tubuh karena menurut Badan Kesehatan Dunia (WHO) rokok merupakan zat adiktif yang memiliki kandungan kurang lebih 4000 elemen, dimana 200 elemen di dalamnya berbahaya bagi kesehatan tubuh (Kumboyono, 2001, hlm 2).

Kebiasaan merokok berhubungan dengan sedikitnya 25 jenis penyakit pada organ tubuh. Selain pada orang yang merokok (perokok aktif), penyakit tersebut juga berdampak pada orang yang tidak merokok (perokok pasif). Hal ini disebabkan karena secara tidak langsung mereka menghirup asap rokok. Bahkan pada perokok pasif usia anak, asap rokok yang dihirup dapat mempengaruhi pertumbuhan tubuh pada anak.

Menurut Direktur Pencegahan dan Pengendalian Penyakit tidak menular Kementerian Kesehatan, dr. Lily Sriwahyuni Susistyowati mengatakan, jumlah perokok di Indonesia saat ini mencapai 90 juta jiwa. Berdasarkan riset Atlas

Tobacco, Indonesia menduduki rangking satu dengan jumlah perokok tertinggi di dunia disusul Rusia rangking kedua kemudian China, Filipina dan Vietnam

Saat ini belum banyak penelitian yag dilakukan dalam pemodelan matematika tentang penyebaran pengaruh perilaku merokok. Meskipun beberapa studi menawarkan pendekatan matematika pada populasi perokok.

Pemodelan maematika merupakan salah sau alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Masalah-maslah tersebut dapat dibawa kedalam model matematis dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Dari model yang akan dicari solusinya, baik secara analisis maupun secara numerik.

Mengingat beberapa penyakit lain yang disebabkan oleh rokok dapat menyebabkan kematian, sehingga akan dibuktikan seberapa besar penyebaran pengaruh perilaku merokok terhadap kesehatan.

Oleh karena itu penulis merasa tertarik untuk membahas mengenai penyebaran pengaruh perilaku merokok yang terjadi pada populasi manusia yang dipresentasikan dalam sebuah model matematika.

Model penyebaran ini di kontruksikan berdasarkan konsep model *Susceptible Exposed Infected Recovered* (SEIR). Model SEIR digunakan untuk mengetahui penyebaran pengaruh perilaku merokok dalam suatu populasi. Model yang akan dibahas ialah dengan membagi orang merokok menjadi 4 kelompok dalam sebuah populasi :

1. Orang yang tidak pernah merokok tetapi rentan mengkonsumsi rokok (S)
2. Orang yang hanya sekedarnya saja mengkonsumsi rokok (E)
3. Orang yang sudah menjadi konsumen rokok (I), dan
4. Orang yang sudah berhenti dari merokok (R).

Dari model tersebut akan terbentuk suatu sistem persamaan differensial. Dari sistem tersebut dapat dicari titik kesetimbangannya yang selanjutnya dianalisis kestabilannya. Dari titik kritis yang diperoleh , dapat pula dicari bialngan reproduksi dasar, dimana bilangan reproduksi dasar merupakan ambang batas terjadi nya penyebaran perilaku merokok.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mempelajari model matematika tentang penyebaran pengaruh perilaku merokok.
2. Mendapatkan model matematika yang tepat untuk penyebaran pengaruh perilaku merokok.
3. Mendapatkan analisis kestabilan model dari titik kesetimbangan.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah :

1. Agar memberikan suatu sumbangsi pengetahuan bahwa ilmu matematika mempunyai peranan yang sangat luas bagi kehidupan.
2. Untuk menambahkan wawasan atau pengetahuan pada masyarkat luas.
3. Memberi masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji tentang perhitungan matematika dalam bidang kesehatan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Matematika

Model matematika suatu fenomena adalah suatu ekspresi matematika yang diturunkan dari fenomena tersebut. Ekspresi dapat berupa persamaan, sistem persamaan atau ekspresi-ekspresi matematika yang lain seperti fungsi maupun relasi. Model matematika digunakan untuk menjelaskan karakteristik fenomena yang dimodelkannya, dapat secara kualitatif dan kuantitatif (Edi Cahyono, 2011).

Secara umum pemodelan matematika merupakan usaha perancangan rumusan matematika yang secara potensial menggambarkan bagaimana mendapatkan penyelesaian masalah matematika yang digeneralisasikan untuk diterapkan pada perilaku atau kejadian alam (Ripno Juli Iswanto, 2012).

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat variable bebas, variabel tak bebas dan derivatif-derivatif terhadap variable-variabel bebas terhadap variabel bebasnya. Berikut ini adalah salah satu contoh persamaan differensial :

$$\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$$

Persamaan diferensial dibagi dalam dua kelas yaitu biasa dan parsial. Persamaan diferensial biasa, disingkat PDB, adalah suatu persamaan diferensial yang *F*(*x*,*y*,*y'*,*y"*,...,*yn*) = 0 (Didit Budi Nugroho, 2011).

2.3 Persamaan Diferensial Biasa

Suatu Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat satu variabel bebas biasanya dinamakan x, satu variable tak bebas biasanya dinamakan y, dan derivatif $\frac{dy}{dx}$, suatu persamaan diferensial tingkat satu derajat tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \tag{2.1}$$

Dengan $f(x,y)$ adalah kontinu di x dan y (Didit Budi Nugroho, 2011).

2.4 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat *n* buah persamaan diferensial, dengan *n* buah fungsi yang tidak diketahui, dimana *n* merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua. Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling keterkaitan dan konsisten.

Bentuk umum dari suatu sistem *n* persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut :

$$\frac{dx_1}{dt} = g_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = g_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.2}$$

Dengan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel bebas dan t adalah variabel terikat, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dimana $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_n terhadap t, dan g, adalah fungsi yang tergantung pada variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan t (Neuhauser, 2004).

2.5 Model Epidemi SEIR

Pada model epidemi SEIR populasi dibagi menjadi empat kelompok yaitu suspek dengan simbol S , ekspose dengan simbol E, terinfeksi dengan simbol I dan sembuh dengan simbol R, yang masing – masing diberikan dalam bentuk s.e.i.r. jumlah total dari keseluruhan kelompok tersebut adalah

$$n = s + e + i + r$$

S atau Susceptable merupakan idividu yang tidak terinfeksi tetapi golongan ini dapat tertular penyakit, E atau Exposed merupakan individu yang sedikit terinfeksi, I atau Infected merupakan individu yang terinfeksi penyakit dan dapat sembuh dari penyakit. R atau recovered merupakan individu yang telah sembuh dari penyakit. Model epidemi SEIR dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \alpha - SE$$
$$\frac{dE}{dt} = I\alpha S - \gamma E$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - \beta I$$
$$\frac{dR}{dt} = \beta I \qquad (2.3)$$

Keterangan :

α : Tingkat populasi pada kelahiran murni

β : Tingkat infeksi dari golongan invected ke golongan recovered

γ :Tingkat perpindahan populasi dari golongan exposed menjadi invected (Ripno Juli Iswanto, 2012).

2.6 Bilangan Reproduksi Dasar

Suatu model biasanya memiliki parameter *threshold* yang dikenal sebagai bilangan reproduksi dasar R_0 sedemikian sehingga jika $R_0 < 1$ maka titik ekuilibrium bebas penyakit stabil simtotik lokal dan penyakit tidak menyerang populasi, namun jika $R_0 > 1$ maka titik ekuilibrium bebas penyakit tidak stabil dan penyakit sangat mungkin untuk menyebar (Driessche dan Watmough, 2001).

Misalkan terdapat kelas n terinfeksi dan kelas m tidak terinfeksi. Selanjutnya dimisalkan pula x menyatakan subpopulasi kelas terinfeksi dan menyatakan subpopulasi kelas tidak terinfeksi (rentan dan atau sembuh), dan $x \in R^n$ dan $y \in R^n$untuk $m, n \in N$sehingga

$$\ddot{x} = \varphi_i(x, y) - \vartheta_i(x, y), dengan\ i = 1,2, \cdots, n$$

$$\ddot{y} = \eta_j(x, y)\ dengan\ j = 1,2, \dots, m$$

dengan φ_i laju infeksi sekunder yang menambah pada kelas terinfeksi dan ϑ_i adalah laju perkembangan penyakit, kematian, dan atau kesembuhan yang mengakibatkan berkurangnya populasi dari kelas terinfeksi.

Penghitungan bilangan reproduksi dasar R_0 berdasarkan linearisasi dari sistem persamaan diferensial yang didekati pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Persamaan kompartemen terinfeksi yang telah dilinearisasi dapat dituliskan

sebagai berikut :

$$x = (F - V)x \qquad (2.4)$$

Dengan

F, V : matriks berukuran nxn,

$$F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}(0, y_0)$$

$$V = \frac{\partial \vartheta_i}{\partial u_j}(0, y_0)$$

Selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai

$$K = FV^{-1} \qquad (2.5)$$

dengan K disebut sebagai next generation matriks. Nilai Harapan dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah radius spectral (nilai eigen dominan) dari matriks K sehingga :

$$R_0 = (K) = FV^{-1} \qquad (2.6)$$

(Driessche dan Watmough, 2002)

2.7 Titik Kesetimbangan

Model matematika yang tebentuk pada populasi perokok adalah sistem persamaan differensial non linier karena adanya interaksi antara komponen-komponen dari ke-empat subpopulasi, sehingga perlu discari solusi khusus. Salah satu solusi khusus dari model matematika jumlah perokok adalah titik kesetimbangan yang berikutnya akan dianalisis kestabilannya dari titik kesetimbangan yang didapatkan. Berikut ini diberikan beberapa definisi dan teorema yang berhubungan dengan analisis kesetimbangan sistem linier.

Definisi 2.1 Titik x* pada sistem *autonomous*

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \tag{2.7}$$

Dikatakan titik setimbang jika memenuhi $f(x*) = 0$

Matriks Jacobian dan akar-akar dari matriks Jacobian yang akan menentukan kestabilan system persamaan diferensial linier. Definisi Matriks Jacobian adalah matriks yang elemen-elemennya merupakan turunan parsial dari beberapa fungsi. Misalkan terdapat tiga persamaan dengan tiga variable sebagai berikut :

$$y_1 = f_1(x_1x_2 \ldots .x_n)$$

$$y_2 = f_2(x_1x_2 \ldots .x_n)$$

$$\vdots$$

$$y_n = f_n(x_1x_2 \ldots .x_n) \tag{2.8}$$

ditulis dalam bentuk Matriks Jacobian sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

(Finizio dan Ladas, 1998)

2.8 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Teorema 2.1 Jika A adalah matriks nxn , maka pernyataan – pernyataan berikut ekuivalen satu sama lain :

a) λ adalah nilai eigen dari A

b) Sistem persamaan $(\lambda\, \mathrm{I} - \mathrm{A})$b=0 mempunyai pemecahan yang tak nol.

c) λ adalah pemecahan real dari persamaan $\det(\lambda\, \mathrm{I} - \mathrm{A})$=0 (Leon,2001)

Menurut Teorema 2.1 agar dapat λ dapat menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan tak nol dari persamaan $(\lambda\, \mathrm{I} - \mathrm{A})b = 0$ dan pemecaham tak nol diperoleh jika dan hanya jika :

$$\det(\lambda\, \mathrm{I} - \mathrm{A}) = 0 \quad (2.10)$$

(Leon, 2001)

2.9 Stabilitas

Untuk menguji sifat kestabilan diperlukan perhitungan untuk menentukan nilai-nilai eigen dari matriks jacobian di titik ekulibrium. *Kriteria Routh-Hurwitz* merupakan salah satu alternatif untuk menentukan nilai eigen tersebut. Kriteria Routh-Hurwitz didasarkan pada pengurutan koefesien persamaan karakteristik. Diberikan suatu sistem persamaan karakteristik dalam bentuk polinomial sebagai berikut:

$$|\lambda I - A| = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n \qquad (2.11)$$

dengan $a_i, i = 0,1,2,3, \dots, n$ dan $a_0 \neq 0$ merupakan koefesien dari persamaan karakteristik matriks A.

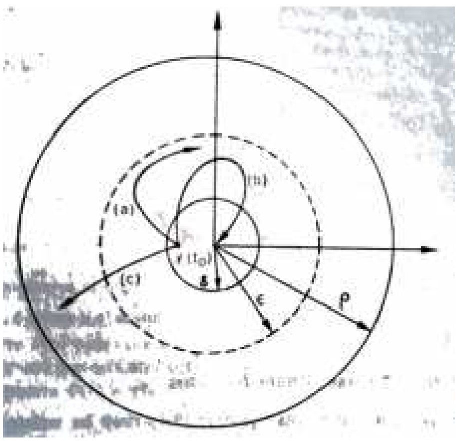
(Driessche dan Watmough, 2002).

Teorema 2.2 Uji Kestabilan

a) Titik kritis dari sistem stabil, jika dan hanya jika akar dari persamaan adalah rill dan negatif atau mempunyai bagian rill tak positif.

b) Titik kritis dari sistem stabil asimtotis, jika dan hanya jika akar dari persamaan adalah rill dan negatif atau mempunyai bagian rill yang negatif.

c) Titik kritis dari sistem tidak stabil jika akar dari persamaan rill dan positif atau jika paling tidak satu akar mempunyai bagian rill yang positif (Finizio dan Ladas, 1998).



Definisi 9.1 Stabilitas sistem nonlinier

(i) Solusi $x(t)$ dapat dikatakan stabil jika diberikan $\varepsilon > 0$ $(\varepsilon < \rho)$ dimanaterdapat nilai positif $\delta = \delta(\varepsilon)$ sedemikian sehingga bahwa setiap solusi $y(t)$ dari $x' = f(t, x), t \geq t_0 \geq 0$ ada pada $I = [t_0, \infty)$, untuk $\rho > 0, s_p = \{x \in R^n: |x| < \rho\}$ terpenuhi $|y(t) - x(t)| < \varepsilon, t \geq t_0$ bilamana $|y(t_0 - x(t_0)| < \delta$,

(ii) Solusi $x(t)$ dapat dikatakan stabil asimtotik jika stabil and jika terdapat nilai $\delta_0 > 0$ sedemikian sehingga bahwa setiap solusi $y(t)$ of $x' = f(t, x), t \geq t_0 \geq 0$ ada pada $I = [t_0, \infty)$, untuk $\rho > 0, s_p = \{x \in R^n: |x| < \rho\}$. Adalah sedemikian sehingga $|y(t) - x(t)| \rightarrow 0\ sebagai\ t \rightarrow \infty$ bilamana $|y(t_0 - x(t_0)| < \delta_0$,

(iii) Solusi $x(t)$ dapat dikatakan tidak stabil jika dan hanya jika tidak memenuhi (ii) (Deo dan Raghavendra,1987).

2.10 Solusi Numerik

2.10.1 Metode Runge Kutta

Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi (x,y) pada titik terpilih dalam setiap selang langkah.

Metode Runge-Kutta adalah metode persamaan diferensial biasa yang paling popular karena banyak dipakai dalam praktek.

Bentuk umum metode Runge Kutta orde-n ialah:

$$y_{r+1} = y_r + a_1 k_1 + a_2 k_2 + \cdots a_n k_n$$

Dengan $a_1, a_2, \ldots, a_n$ adalah tetapan, dan

$k_1 = hf(x_r, y_r)$

$k_2 = hf(x_r + p_1 h, y_r + q_{11} k_1)$

$k_3 = hf(x_r + p_2 h, y_r + q_{21} k_1 + q_{22} k_2)$

$\vdots$

$$k_n = hf(x_r + p_{n-1} h, y_r + q_{n-1,1} k_1 + q_{n-1,2} k_2 + \cdots + q_{n-1,n-1} k_{n-1}) \quad (2.13)$$

Nilai a_i, p_i, q_{ij} dipilih sedemikian rupa sehingga meminimumkan galat perlangkah. Secara umum metode Runge-Kutta mempunyai tiga sifat utama yaitu:

1. Metodenya satu langkah : untuk mencapai y_{r+1} hanya diperlukan keterangan yang tersedia pada titik sebelumnya yaitu x_r, y_r

2. Mendekati ketelitian deret Taylor sampai suku dalam h^p , dimana nilai p berbeda untuk metode yang berbeda, dan nilai p ini disebut derajat dari metode.

3. Tidak memerlukan perhitungan turunan $f(x,y)$ tetapi hanya memerlukan fungsi itu sendiri.

Metode Runge-Kutta yang umum digunakan untuk mengintegrasikan persamaan differensial adalah metode Runge-Kutta orde keempat yang berbentuk:

$$yr+1 = yr + h6\ (k1 + 2k2 + 2k3 + k4)$$

dimana:

$k1 = f(xr\ ,yr\ )$

$k2 = f(xr + h2\ ,yr + hk1\ 2)$

$k3 = f\ (xr + h2\ ,yr + hk2\ 2)$

$k4 = f(xr + h, yr + hk3\ )$. (Djojodihardjo, 2000).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung dan waktu penelitian dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2017/2018.

3.2 Data Penelitian

Adapun Data Penelitian yang digunakan penulis ialah data sekunder dan data primer yang diperoleh berdasarkan penelitian yang penulis lakukan di kelurahan Rajabasa Raya dengan jumlah populasi sebanyak $\pm$1000 orang, penulis mengambil sampel sebanyak 573 lelaki dewasa dengan rata-rata umur >18 tahun.

3.3. Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan penulis dalam menyelesaikan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan referensi yang berhubungan dengan penelitian.
2. Identifikasi masalah, yaitu membaca dan memahami literature yang berkaitan dengan model matematika pada penyebaran pengaruh perilaku merokok, sehingga dapat menentukan subpopulasi peyebaran yang akan digunakan dalam model.
3. Menyusun model matematika pada peyebaran pengaruh merokok menggunakan tipe SEIR dengan asumsi – asumsi yang digunakan.
4. Menyusun system persamaan model matematika pada penyebaran pengaruh merokok.
5. Menentukan titik kesetimbangan yang diperlukan untuk mendapatkan suatu titik persamaan dari :
   a) Titik Kesetimbangan Bebas Rokok
   b) Titik Kesetimbangan Endemik
6. Menentukan Angka Reproduktif Dasar unutk mengetahui terjadinya endemik
7. Menganalisa Kestabilan pada titik Kesetimbangan dengan menentukan nilai eigen.
   a) Analisis Kestabilan titik kesetimbangan bebas rokok
   b) Analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik rokok
8. Melakukan simulasi numerik untuk untuk memberikan gambaran mengenai model seir dilakukan untuk melihat penyebaran pengaruh perilaku merokok
9. Mengaplikasikan kestabilan sistem tersebut dengan menggunakan program Matlab2013b.
10. Interpretasikan
11. Penarikan Kesimpulan.

3.4 Algoritma Model SEIR

1. Input nilai-nilai parameternya untuk model SEIR yaitu

$$\alpha, \tau, \mu, \rho, \gamma, v, \delta, \sigma$$

   dan nilai awal

$$S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0$$

2. Dengan $t = [0\ tmax]$ dan $h = 0.05$,
3. Perhitungan inti :
   a) Hitung $Nmax = \frac{tmax}{h}$.
   b) Tentukan $Y = [S\ E\ I\ R]$ sehingga $Y(0) = [S_0 E_0 I_0 R_0]$
   c) Untuk $i = 1 \ldots Nmax$
   d) Hitung :

$$k1 = F(t(i), Y(i))$$

$$k2 = F(t(i) + \frac{h}{2}, Y(i) + k1)$$

$$k3 = F(t(i) + \frac{h}{2}, Y(i) + k2)$$

$$k4 = F(t(i) + h, Y(i) + k3)$$

$$Y(i+1) = Y(i) + \frac{h}{6} * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4)$$

   e) Output grafik (t, Y)

V. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan diperoleh keseimpulan sebagai berikut yaitu :

1. Model Matematika tentang pengaruh perilaku merokok menggunakan model tipe SEIR diperoleh :

$$\frac{dS}{dt} = \alpha - (\tau E + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \tau S + \rho E - (\mu + \gamma)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \rho E - (\mu + \delta)I + \sigma R$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma E + \delta I - (\mu + v)R$$

2. Analisis kesetimbangan model matematika pada penyebaran pengaruh perilaku merokok diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu :

   a) Keadaan bebas rokok (E_0^*)

$$E_0^* = (S_0, E_0, I_0, R_0) = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0,0,0\right) = (1,0,0,0)$$

   b) Endemik perilaku merokok

$$E_1^* = (S_1 E_1 I_1 R_1)$$
$$S_1 = \frac{\alpha}{(\mu + \tau E)},$$
$$E_1 = \frac{\tau\alpha}{(\mu^2 - \mu\rho + \mu\gamma)},$$

$$I_1 = \frac{\tau\alpha(\rho(\mu + v) + \sigma\gamma)}{(\mu^2 - \mu\rho - \mu\gamma)(\mu + v)(\mu + \delta) - \sigma\delta)},$$

$$R_1 = \frac{\tau\alpha(\mu + v)((\mu + \delta)(\gamma) + \delta\rho}{((\mu^2 + \mu\rho - \mu\gamma)(\mu + v)(\mu + \delta) - \sigma\delta)}$$

3. Dari analisis didapatkan bahwa akar karakteristik (nilai eigen) yang diperoleh pada kesetimbangan bebas perokok:

   $$\lambda_1 = -\mu$$

   $$\lambda_2 = -\frac{1}{2}\delta - \mu - \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2 + 4\delta\sigma - 2\delta v + v^2}$$

   $$\lambda_3 = -\frac{1}{2}\delta - \mu - \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2 + 4\delta\sigma - 2\delta v + v^2}$$

   $$\lambda_4 = \rho - \mu - \gamma$$

   dan akar karakteristik (nilai eigen) pada kesetimbangan endemik perilaku merokok yaitu:

   $$\lambda_1 = -\frac{1}{2}\delta - \mu - \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2 + 4\delta\sigma - 2\delta v + v^2}$$

   $$\lambda_2 = -\frac{1}{2}\delta - \mu - \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2 + 4\delta\sigma - 2\delta v + v^2}$$

   $$\lambda_3 = \rho - \mu - \gamma$$

   $$\lambda_4 = \frac{-\alpha\tau^2 + \gamma\mu^2 - \mu^3 - \mu^2\rho}{\mu(\rho - \mu + \gamma)}$$

   berdasarkan nilai karakteristik bebas rokok dan endemik rokok bahwa kestabilan model dipengaruhi oleh faktor tingkat pemulihan perokok (δ), tingkat penyakit yang disebabkan merokok (v), kembalinya perokok yang telah berhenti merokok (σ),), tingkat pertumbuhan perokok (ρ), tingkat kematian (μ) dan tingkat berhentinya perokok (γ).

4. Dari analisis didapatkan endemik perilaku merokok akan ada jika dan hanya jika $R_0 > 1$. Darihasil R_0 dapat disimpulkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya endemik dalam suatu populasi yaitu pertumbuhan perokok (ρ), tingkat berhentinya perokok γ, dan tingkat kematian(μ). yaitu jika pertumbuhan perokok lebih besa dqri jumlah kematian dan laju populasi berhenti merokok, $\rho > \mu + \gamma$.

DAFTAR PUSTAKA

Cahyono, Edi.2013. *Pemodelan Matematika.* Graha Ilmu. Yogyakarta.

Djojodihardjo, H. 2000. *Metode Numerik*. PT Gramedia Pustaka Utama: jakarta.

Deo, S.G & Raghavendra,V. (1987). *Ordinary differential equations and stability theory*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited. New Delhi.

Driessche & Watmough. (2002). *Reproduction Number and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Comparmental Models of Disease Transmission*. Mathematical Biosciences. 180. Hlm. 29-48.

Finzio N, Ladas.1998. *Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Modern. Edisi ke-2*. Erlangga, Jakarta.

Iswanto, Ripno Juli. 2012. *Pemodelan Matematika: Aplikasi dan Terapannya. Edisi Pertama*. Graha Ilmu,Yogyakarta.

Kumboyono, 2001. *Hubungan perilaku merokok dengan motivasi belajar anak usia remaja*. http://www.jurnalkomunitas.com, diakses tanggal 17 Oktober 2017.

Leon, S. J. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya, Edisi kelima*. Erlangga, jakarta.

Neuhauser. 2004. *Calculus for Biology and Medicine*. Pearson Education, New Jersey.

Nugroho, Didit Budi. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. Graha Ilmu, Yogyakarta.