KOEFISIEN GINI PADA DISTRIBUSI DAGUM

(Skripsi)

Oleh

RAHMA AULIA MARZUKI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS LAMPUNG

BANDAR LAMPUNG

2018

ABSTRACT

GINI COEFFICIENT OF DAGUM DISTRIBUTION

By

RAHMA AULIA MARZUKI

Analysis of inequality poverty is based on an indicator of individual economic welfare, called income in general terms. To carry out this analysis, such variables as income, expenditure and wealth are considered. One of the right distribution in modeling income , expenditure and wealth distribution is Dagum distribution with parameters (a,b,p). The measure used in analyzing inequality is Gini coefficient. Gini coefficient can be represented by Lorenz Curve. In this research, Gini coefficient and Lorenz curve of Dagum distribution with case study and data simulation parameter estimation using Maximum Likelihood Estimation (MLE) method. Based on research obtained value of gini coefficient from results of data simulation can represent value of gini coefficient of data from study case .

Keywords: Gini Coefficient , Dagum Distribution , Lorenz Curve , Maximum Likelihood Estimation.

ABSTRAK

KOEFISIEN GINI PADA DISTRIBUSI DAGUM

Oleh

RAHMA AULIA MARZUKI

Analisis ketimpangan kemiskinan didasarkan pada indikator ekonomi individu kesejahteraan, yang disebut pendapatan dalam istilah umum. Untuk melaksanakan analisis ketimpangan, variabel seperti pendapatan, pengeluaran dan kekayaan dipertimbangkan. Salah satu distribusi yang tepat dalam memodelkan distribusi pendapatan, pengeluaran dan kekayaan adalah distribusi Dagum dengan parameter (a,b,p). Ukuran yang digunakan dalam menganalisis ketimpangan adalah koefisien Gini. Koefisien Gini dapat direpresentasikan dalam bentuk Kurva Lorenz. Pada penelitian ini, akan dikaji Koefisien Gini dan Kurva Lorenz pada distribusi Dagum dengan melakukan studi kasus dan simulasi data dengan melakukan pendugaan parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Berdasarkan penelitian diperoleh nilai koefisien gini dari hasil simulasi data dapat merepresentasikan nilai koefisien gini dari data studi kasus.

Kata Kunci: Koefisien Gini, Distribusi Dagum, Kurva Lorenz, *Maximum Likelihood Estimation.*

KOEFISIEN GINI PADA DISTRIBUSI DAGUM

Oleh

RAHMA AULIA MARZUKI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi : **KOEFISIEN GINI PADA DISTRIBUSI DAGUM**

Nama Mahasiswa : *Rahma Aulia Marzuki*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031094

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.	**Ir. Warsono, M.S., Ph.D.**
NIP 19690305 199603 2 001	NIP 19630216 198703 1 003

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.** ....

Sekretaris : **Ir. Warsono, M.S., Ph.D.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI UNIVERSITAS LAMPUNG FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **31 Mei 2018**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"Kefisien Gini pada Distribusi Dagum"** merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung,   Juni 2018

Penulis,

METERAI TEMPEL
FF400AEF981740408
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rahma Aulia Marzuki
NPM. 1417031094

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Kotabumi pada tanggal 27 Juni 1997. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Wawan Alifa Marzuki dan Ibu Erna Dewi serta kakak dari Denisa Baroya dan M. Arif Alawi.

Penulis memulai pendidikan dari Taman Kanak-Kanak Aisyiyah pada tahun 2001. Pendidikan sekolah dasar di SDS Al- Azhar 2 pada tahun 2002. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMPN 1 Bandar Lampung pada tahun 2008. Pendidikan sekolah menegah atas di SMAN 4 Bandar Lampung pada tahun 2011.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN pada tahun 2014. Pada periode tahun 2014/2015 penulis terdaftar sebagai anggota GEMATIKA Himpunan Mahasiswa Matematika Unila. Penulis pernah menjadi anggota bidang Humas ROIS FMIPA UNILA periode 2015/2016 dan anggota bidang Eksternal Himpunan Mahasiswa matematika FMIPA Unila tahun 2015-2017.

Pada tahun 2017 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor Imigrasi Kelas I Bandar Lampung dan pada tahun yang sama penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di DesaTanjung Harapan, Kecamatan Merbau Mataram, Kabupaten Lampung Selatan, Provinsi Lampung.

KATA INSPIRASI

“Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakallah kepada Allah, sesungguhnya Allah menyukai orang – orang yang bertawakal (kepada-Nya)”
(QS. Ali Imraan : 159)

“Perjalanan ribuan mil dimulai dengan langkah pertama”
(Lao Tzu)

“Visi tanpa eksekusi adalah halusinasi”
(Henry Ford)

“Nikmati setiap detik usaha meskipun berat. Hayati setiap lantunan doa walaupun kecewa dan syukuri semua hasil sekalipun tak indah”
(Rahma Aulia Marzuki)

PERSEMBAHAN

Puji dan syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya,
Shalawat serta salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW

Dengan penuh rasa syukur sebuah karya sederhana telah terselesaikan
Kupersembahkan skripsi ini untuk :

Kedua orang tua dan nenekku tercinta Ayahanda Wawan Alifa M & Ibunda Erna Dewi serta Nenek Surahmi
Kedua adikku Tersayang Denisa Baroya M. Arif Alawi
Terima kasih untuk setiap semangat, dukungan, doa serta cinta dan kasih yang selalu kalian berikan kepadaku

Bapak/Ibu dosen, Bapak/Ibu Guru, Sahabat dan Teman-Teman yang telah banyak membantu dan mendampingi sampai pada perjalananku hari ini

Almamater yang aku banggakan, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senanitasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, suri tauladan terbaik sepanjang masa.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis dibantu oleh banyak pihak baik dalam hal bimbingan, dukungan, doa, maupun kritik dan saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Pada kesempatan ini penulis berterimakasih kepada :

1. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc., selaku pembimbing utama yang telah bersedia, memberikan ilmunya, memberikan motivasi serta banyak meluangkan waktu ditengah kesibukannya untuk membimbing hingga skripsi ini terselesaikan.
2. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D, selaku dosen pembimbing pembantu yang telah banyak membantu, memberi masukan serta dengan sabar memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs.Nusyirwan, M.Si. selaku pembahas yang telah bersedia memberikan ide, kritik dan saran sehingga terselesaikannya skripsi ini.
4. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing Akademik.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Segenap dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis.
8. Ibu Erna Dewi, Ayah Wawan Alifa M, Nenek Surahmi dan Adik-adikku Denisa dan Alwi yang selalu menjadi penyemangat, memberikan doa dan dukungan yang tak terhingga bagi penulis.
9. Bang Irfan, Kodir, Aldi, Jo,Arif, Yona, Rium, Lala, Eca, Pau, Uci, Vivi, Dhea, Nanda, Anin, Saul, Ratna, yang selalu menemani dalam suka maupun duka dan selalu memberi dukungan dan semangat kepada penulis.
10. Sahabat dari lahir, Bella, Cindy, Salma, Amanda dan Heri yang telah memberi kebahagiaan serta tempat berbagi keluh kesah selama bertahun-tahun.
11. Teman- Teman satu bimbingan, Tiara, Nada dan Kadek yang selalu membantu penulis,berjuang bersama dan saling mendukung dalam menyelesaikan skripsi ini
12. Teman-teman Matematika 2014 yang tidak bisa disebutkan satu persatu, terima kasih atas 4 tahun yang sangat bermakna.
13. Keluarga Besar HIMATIKA FMIPA UNILA.
14. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu atas bantuan dan dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Bandar Lampung,   Juni 2018
Penulis,

Rahma Aulia Marzuki

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I.PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis ketimpangan didasarkan pada indikator ekonomi individu kesejahteraan, yang disebut pendapatan dalam istilah umum. Untuk melaksanakan analisis ini, variabel seperti pendapatan (dalam hal sumber daya rumah tangga), pengeluaran dan kekayaan dipertimbangkan. Kekayaan mungkin yang paling sedikit digunakan karena kesulitan menilai dalam arti pasar. Biasanya, beberapa kontroversi terletak di antara pendapatan dan pengeluaran. Selain itu, argumen lain yang diberikan dalam mendukung pengeluaran terkait dengan kualitas data pengeluaran, karena fakta tersebut pengeluaran adalah ukuran yang lebih dapat diandalkan daripada pendapatan. Pemodelan parametrik dari distribusi pengeluaran memiliki keuntungan bahwa informasi yang terkandung dalam ribuan atau sepersepuluh ribu data dapat terkonsentrasi pada beberapa angka parameter.(Mercedes,2007)

Salah satu ukuran yang digunakan dalam menganalisis ketimpangan adalah koefisien Gini. Koefisien Gini memiliki banyak sifat yang membuatnya mudah untuk membandingkan ketidaksetaraan di seluruh negara dan waktu. Misalnya, koefisien Gini tidak terpengaruh oleh perubahan satuan pengukuran (mata uang). Koefisien Gini diambil dari nama seorang ahli statistik Italia yaitu Corrado Gini, pada tahun 1912. Nilai ukuran koefisien Gini terletak antara 0 sampai 1. (Todaro,2006). Salah satu cara dalam menentukan Koefisien Gini adalah menggunakan Kurva Lorenz. Dengan mudah, koefisien Gini dapat dinyatakan secara matematis dalam hal parameter distribusi (Mc Donald,2002).

Pada 1970 Camilo Dagum memulai pencarian distribusi statistik yang sangat sesuai dengan distribusi pendapatan (*Income Distribution)* dan distribusi kekayaan *(Wealth Distribution).* Kemudian pada tahun-tahun berikutnya dilakukan studi kasus untuk mencari distribusi statistik yang tepat untuk memodelkan distibusi pengeluaran (*Expenditure Distribution)*. Salah satu distribusi yang tepat dalam memodelkan ketiga distribusi tersebut adalah distribusi Dagum (Kleiber,2007). Distribusi Dagum merupakan kasus khusus dari Distirbusi *Generalized Beta II* dengan parameter (*a,b,p)* atau parameter pada Distirbusi *Generalized Beta II* yaitu $q = 1$ (Kleiber,2003).

Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian mengenai koefisien gini berdasarkan bentuk kurva Lorenz berdasarkan data berdistribusi dagum yaitu data pengeluaran rumah tangga kabupaten Lampung Utara Tahun 2017.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengetahui pendugaan parameter distribusi Dagum menggunakan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE)
2. Mengetahui persamaan kurva Lorenz dan koefisien gini pada distribusi Dagum.
3. Mengetahui nilai koefisien gini pada data berdistribusi Dagum.

1.3 Manfaat penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah :

1. Memperdalam pemahaman mengenai statistika inferensia pada distribusi Dagum.
2. Memahami penerapan distribusi Dagum dalam bidang ekonomi khususnya kurva Lorenz dan koefisien Gini.
3. Memberikan referensi pada peneliti lain terutama dalam penerapan distribusi Dagum.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diberikan beberapa definisi dan teorema yang berkaitan dengan penelitian yang dilakukan dalam menentukan nilai koefisien Gini pada distribusi Dagum.

2.1 Distribusi *Generalized Beta 2*

Definisi 2.1

Suatu variable acak dikatakan memiliki distribusi *Generalized Beta 2* (GB2)

Dengan parameter (a,b,p,q) jika fungsi kepekatan peluangnya adalah:

$$f(x) = \frac{ax^{ap-1}}{b^{ap}\ B(p,q)\left(1+\left(\frac{x}{b}\right)^{a}\right)^{p+q}}\ ,\ x > 0 \qquad (2.1)$$

dengan :

α, b, p , q adalah bilangan positif

B(p,q) adalah fungsi beta b adalah parameter skala

α, p, q adalah parameter bentuk (Kleiber & Kotz, 2003)

2.2 Ditribusi Dagum

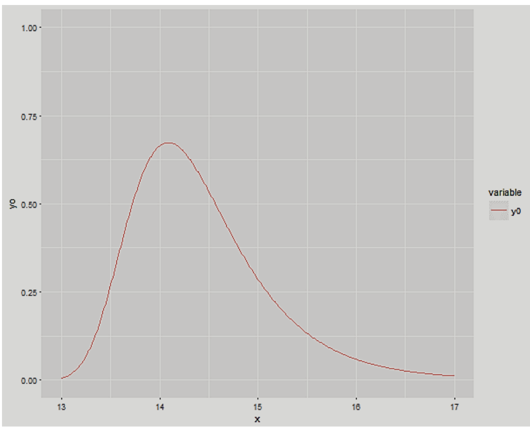
Distribusi Dagum adalah suatu distribusi yang sering digunakan namun kurang diketahui secara luas sesudah distribusi Sigh-Maddala maupun Fisk. Distribusi dagum adalah kasus khusus dari Distribusi *Generalized Beta II* dengan parameter Distribusi *Generalized Beta II* yaitu *q=1*. Adapun fungsi kepekatan peluang dari Distribusi *Generalized Beta II* yaitu :

$$f(x;a,b,p,q) = \begin{cases} \dfrac{ap\ x^{ap-1}}{b^{ap}\ [1+(\frac{x}{a})^{a}]^{p+q} B(p,q)} & ; x > 0, a, b, p, q > 0 \\ 0 & ;\ x\ lainnya \end{cases}$$

Definisi 2.2

Suatu peubah acak *X* dikatakan mempunyai distribusi Dagum dengan parameter *(a, b, p)* jika dan hanya jika fungsi kepekatan peluang dari *X* adalah:

$$f(x;a,b,p) = \begin{cases} \dfrac{ap\ x^{ap-1}}{b^{ap}\ [1+(\frac{x}{a})^{a}]^{p+1}} & ; x > 0, a, b, p > 0 \\ 0 & ;\ lainnya \end{cases} \quad (2.2)$$



Gambar 1 Grafik Fungsi Kepekatan Peluang dari Distribusi Dagum

dengan (a, p) adalah parameter bentuk yang menunjukkan bentuk dari distribusi Dagum dan b adalah parameter skala yang menunjukkan besar keragaman dari distribusi Dagum.

Distribusi Dagum memiliki *mean* (rata-rata) yaitu :

$$E(x) = b\,\frac{\Gamma\left(\mathrm{p}+\frac{1}{\mathrm{a}}\right)\Gamma\left(1-\frac{1}{\mathrm{a}}\right)}{\Gamma(\mathrm{p})} \qquad (2.3)$$

dan mempunyai *varians* dari distribusi Dagum yaitu :

$$Var(x) = b^2\,\frac{\Gamma(\mathrm{p})\Gamma\left(\mathrm{p}+\frac{2}{\mathrm{a}}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\mathrm{a}}\right)-\Gamma^2\left(\mathrm{p}+\frac{1}{\mathrm{a}}\right)\Gamma\left(1-\frac{1}{\mathrm{a}}\right)}{\Gamma^2(\mathrm{p})} \qquad (2.4)$$

(Kleiber and Kotz, 2003)

2.3 Kurva Lorenz

Kurva Lorenz menggambarkan distribusi kumulatif pendapatan di kalangan lapisan-lapisan penduduk. Kurva ini terletak di dalam sebuah bujur sangkar yang sisi tegaknya melambangkan persentase kumulatif pendapatan sedangkan sisi datarnya mewakili persentase kumulatif penduduk. Kurvanya sendiri ditempatkan pada diagonal utama bujur sangkar tersebut. Kurva Lorenz yang semakin dekat ke diagonal (semakin lurus) menyiratkan distribusi pendapatan nasional yang semakin merata. Sebaliknya, jika kurva Lorenz semakin jauh dari diagonal (semakin lengkung), maka ia mencerminkan keadaan yang semakin buruk, distribusi pendapatan nasional semakin timpang dan tidak merata. (Lincolin Arsyad,1997).

Persentase rumah tangga diplot pada sumbu x, persentase pendapatan pada sumbu y. Kurva Lorenz dikembangkan oleh Max O. Lorenz pada tahun 1905 karena mewakili ketidaksetaraan dalam distribusi kekayaan. Sebenarnya, jika p1 = p2, kurva Lorenz adalah garis lurus yang mengatakan bahwa 50% rumah tangga memiliki 50% dari total pendapatan. Dengan demikian garis lurus 45° mewakili kesetaraan sempurna. Dan setiap pemberangkatan dari garis 45° mewakili ketidaksetaraan.

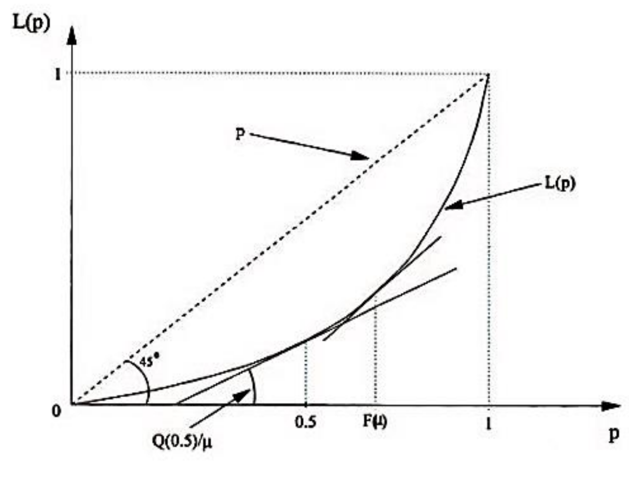
Definisi 2.3

Misalkan *X* menyatakan pendapatan dari anggota populasi. Asumsikan bahwa *X* adalah peubah acak dengan fungsi distribusi kumulatif *F(x)*. *F(x)* menggambarkan proporsi dari populasi yang menerima pendapatan kurang dari atau sama dengan *x*. Kurva Lorenz sesuai pada peubah acak *X* dengan fungsi distribusi kumulatif *F(x)* dan *mean* ($E(X) = \int xF(x)dx$) yang didefinisikan sebagai berikut,

$$L(p) = \frac{1}{E(X)} \int_0^p tf(t)dt$$

$$= \frac{1}{E(X)} \int_0^p F^{-1}(t)dt\,,\ 0 \le p \le 1 \qquad (2.5)$$

(Gastwirth, 1971).



Gambar 2. Kurva Lorenz

2.4 Koefisien Gini

Gini Ratio digunakan untuk melihat adanya hubungan antara jumlah pendapatan yang diterima oleh seluruh keluarga atau individu dengan total pendapatan. Ukuran Gini Ratio sebagai ukuran pemerataan pendapatan mempunyai selang nilai antara 0 sampai dengan 1. Bila Gini Ratio mendekati nol menunjukkan adanya ketimpangan yang rendah dan bila Gini Ratio mendekati satu menunjukkan ketimpangan yang tinggi (Todaro,2006).

Koefisien Gini memiliki banyak formulasi dan interpretasi. Hal ini dapat dinyatakan sebagai rasio dua wilayah yang didefinisikan oleh garis 45 derajat dan kurva Lorenz dalam kotak unit, atau fungsi perbedaan mean Gini, atau kovariansi antara pendapatan, atau bentuk matriks dari jenis khusus.

Sehingga dapat dinyatakan dengan,

$$G = 1 - 2\int_0^1 L(p)dp\ ,$$

dimana $L(p)$ merupakan persamaan kurva Lorenz (Xu,2004).

Nama Koefisien Gini diambil dari nama seorang ahli statistik Italia yaitu Corrado Gini, pada tahun 1912.

Standar penilaian ketimpangan Koefisin ini ditentukan dengan menggunakan kriteria sebagai berikut :

- GR= 0 dikategorikan tidak ada ketimpangan atau merata sempurna
- $0 < GR < 0{,}4$ dikategorikan ketimpangan rendah

- 0,4 < GR < 0,5 dikategorikan ketimpangan sedang
- GR > 0,5 dikategorikan ketimpangan tinggi

(Hera Susanti,1995)

2.5 Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Definisi 2.4

Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah sampel acak berukuran n yang saling bebas stokastik identik dari suatu distribusi yang mempunyai fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta), \theta \epsilon \Omega$. Fungsi kepekatan peluang bersama dari $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah $f(x_1;\theta), f(x_2;\theta), \ldots, f(x_n;\theta)$ yang merupakan fungsi kemungkinan (*Likelihood Function*).

Untuk $x_1, x_2, \ldots, x_n$ tetap, fungsi kemungkinan merupakan fungsi dari θ dan dilambangkan dengan $L(\theta)$ dan dinotasikan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
L(\theta) &= f(\bar{x};\theta) \\
&= f(x_1, x_2, \ldots, x_n;\theta) \\
&= f(x_1;\theta)(x_2;\theta) \ldots (x_n;\theta), \theta \epsilon \Omega \\
&= \prod_{i=1}^{n} f\,(x_i;\theta) \qquad (2.7)
\end{aligned}
$$

Definisi 2.5

$L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta), \theta \epsilon \Omega$ merupakan fungsi kepekatan peluang dari $x_1, x_2, \dots, x_n$. Untuk hasil pengamatan $x_1, x_2, \dots, x_n$, nilai $\hat{\theta}$ berada dalam Ω, dimana $L(\theta)$ maksimum yang disebut sebagai *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dari θ. Jadi $\hat{\theta}$ merupakan penduga dari θ.

Jika $f\left(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}\right) = \max f\,(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta), \theta \epsilon \Omega$ maka fungsi tersebut memaksimumkan $L(\theta)$ terhadap parameternya. Biasanya mencari turunan dari $L(\theta)$ terhadap parameternya relatif sulit, sehingga dalam penyelesaiannya dapat diatasi dengan menggunakan logaritma.

Untuk memaksimumkan ln $L(\theta)$ adalah dengan mencari turunan dari ln $L(\theta)$ terhadap parameternya kemudian hasil turunannya dibuat sama dengan nol.

$$\frac{\partial \ln \theta}{\partial \theta} = 0 \tag{2.8}$$

(Hogg & Craig, 2013).

2.6 Metode Newton Raphson

Apabila proses pendugaan parameter didapat persamaan akhir yang non linear maka tidak mudah memperoleh pendugaan parameter tersebut, sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memecahkan persamaan non linear tersebut. Salah satu metode yang digunakan untuk memecahkan sistem persamaan non linear adalah Metode Newton Raphson. Metode Newton Raphson adalah metode untuk menyelesaikan persamaan non linear secara iteratif. Metode ini dapat diperluas untuk menyelesaikan sistem persamaan dengan lebih dari satu parameter. Iterasinya sebagai berikut:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - [H^{-1}g] \tag{2.9}$$

Dengan $\hat{\theta}_{i+1} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{i+1} \\ \vdots \\ \hat{\theta}_{p+1} \end{bmatrix}$ dan $\hat{\theta}_i = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{1i} \\ \vdots \\ \hat{\theta}_{pi} \end{bmatrix}$

Vector gradient atau vektor turunan pertama terhadap parameternya dan dilambangkan dengan $g(\theta)$ yaitu:

$$g(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Matriks Hessian atau matriks turunan kedua dari fungsi logaritma natural terhadap parameter b, p, dan q dilambangkan dengan $H(\theta)$.

$$H(\theta) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial {\theta_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_n \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial {\theta_n}^2} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

(Seber & Wild, 2003).

2.7 Pengeluaran Rumah Tangga

Pengeluaran rumah tangga adalah pembelanjaan atas barang-barang dan jasa-jasa yang dilakukan oleh rumah tangga dengan tujuan untuk memenuhi kebutuhan, barang-barang tersebut dinamakan barang konsumsi.Untuk menduga pengeluaran konsumsi rumah tangga dapat dilakukan dengan mengetahui (1) Rata-rata pengeluaran perkapita sebulan kelompok makanan dan bukan makanan, (2) Indeks harga konsumen (IHK) untuk masing-masing kelompok komoditi dan jasa dari bagian statistik harga konsumen, (3) Jumlah penduduk dari proyeksi hasil survey penduduk antar sensus.

Proporsi pengeluaran masyarakat dengan tingkat pendapatan tinggi terhadap kebutuhan non pangan seperti: perumahan, barang dan jasa, pakaian, dan barang tahan lama (kendaraan, perhiasan, dan sebagainya) biasanya lebih besar dibanding masyarakat dengan tingkat pendapatan yang lebih rendah. Pergeseran pola pengeluaran dari pangan ke non pangan terjadi karena elastisitas permintaan terhadap pangan pada umumnya rendah, sebaliknya permintaan terhadap barang non pangan pada umumnya tinggi (Kuncoro, 2007).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung, dan dilakukan pada Semester Ganjil Tahun Ajaran 2017/2018.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan diperoleh dari Survey Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung tentang rata-rata pengeluaran rumah tangga perbulan kabupaten Lampung Utara Tahun 2017 .

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan mengkaji secara teoritis dari berbagai literatur yang berkaitan dengan skripsi ini. Langkah-langkah dalam penelitian yaitu:

1. Melakukan pendugaan parameter menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE).

Adapun langkah-langkah melakukan pendugaan parameter menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE) adalah sebagai berikut :

a. Membentuk fungsi kemungkinan yang berasal dari fungsi kepekatan peluang Distribusi Dagum.
b. Mengubah fungsi kepekatan peluang dalam bentuk logaritma natural (ln).
c. Pendugaan parameter dari metode MLE dengan mencari turunan pertama dari logaritma natural fungsi kepekatan peluang terhadap parameter-prameter yang akan diduga dan disama dengankan nol.
d. Menyelesaikan dugaan parameter yang tidak dapat diselesaikan secara analitik menggunakan metode Newton Raphson.

2. Menentukan persamaan kurva Lorenz. Adapun langkah-langkah melakukan perhitungan persamaan kurva lorenz adalah sebagai berikut :
   a. Mencari fungsi kumulatif (*Cumulative Distribution Function*) dari distribusi Dagum.
   b. Mencari invers dari fungsi kumulatif distribusi Dagum secara numerik.
   c. Mengintegralkan invers dari fungsi kumulatif distribusi Dagum terhadap x dengan batas 0 sampai *p*.
   d. Menghitung perkalian hasil pengintegralan invers dari fungsi kumulatif dengan 1/E(X)

3. Menentukan persamaan koefisien gini pada distribusi Dagum.

   Adapun langkah-langkah menentukan persamaan koefisien gini adalah sebagai berikut :

a. Mengintegralkan persamaan kurva Lorenz terhadap p dengan batas 0 sampai 1

b. Menghitung persamaan koefisien gini dengan rumus 1 dikurang 2 kali hasil pengintegralan persamaan kurva Lorenz terhadap p dengan batas 0 sampai 1

4. Melakukan studi kasus dan simulasi data dalam menentukan bentuk kurva Lorenz dan nilai koefisien Gini pada data berdistribusi Dagum.

4.1. Melakukan studi kasus terhadap data pengeluaran per kapita yang diperoleh dari SUSENAS 2017. Adapun langkah-langkah pada tahap ini adalah:

a. Menggunakan data yang berdistribusi Dagum kemudian memeriksa nilai parameter dari data tersebut menggunakan *software Easyfit.*

b. Menghitung nilai kurva Lorenz dan membentuk kurva Lorenz berdasarkan data pengeluaran rumah tangga per kapita menggunakan software R.

c. Menghitung nilai koefisien gini berdasarkan data pengeluaran rumah tangga.

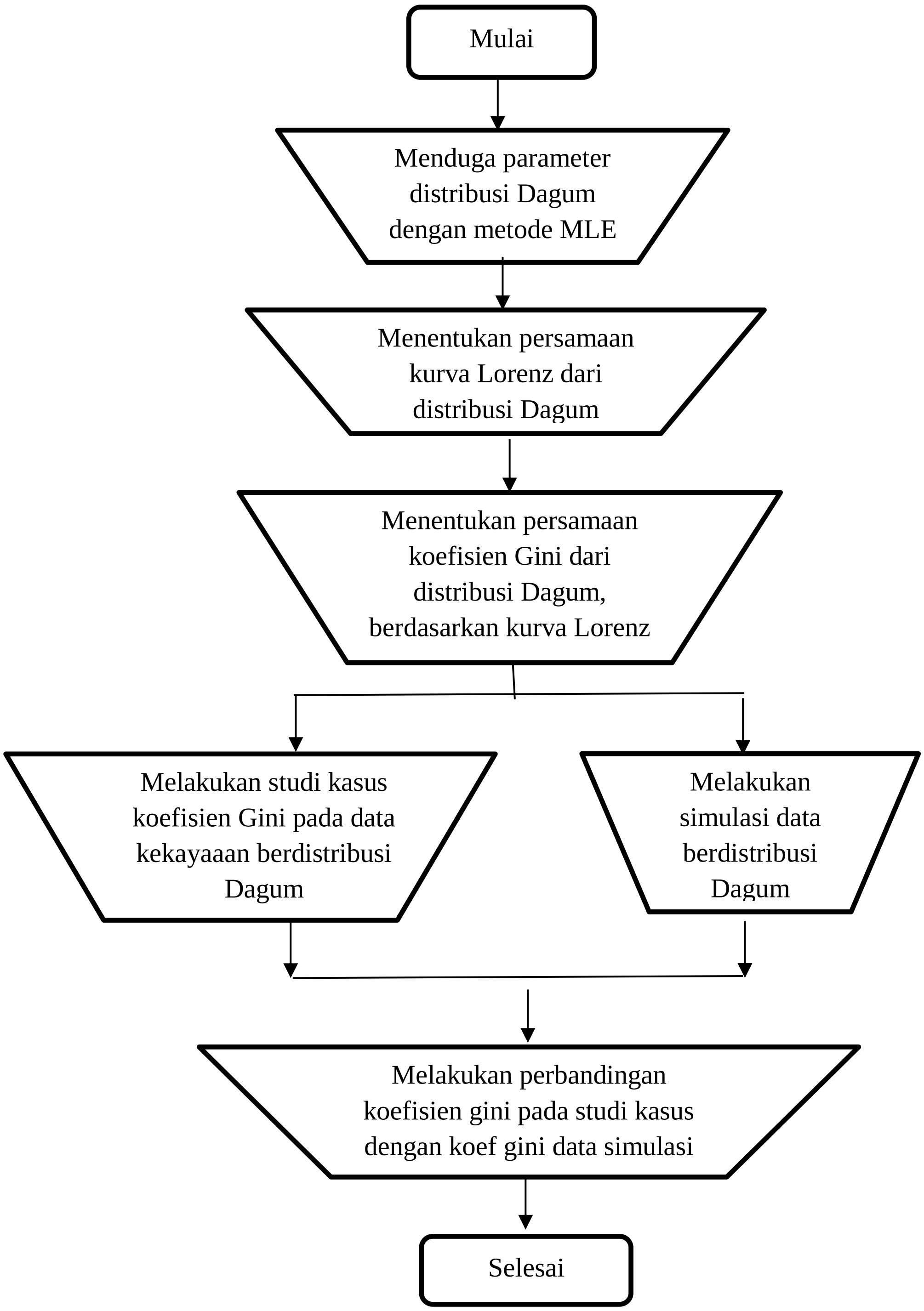
4.2. Melakukan simulasi data berdasarkan nilai parameter data pengeluaran yang diperoleh dari SUSENAS 2017. Adapun langkah-langkah pada tahap ini adalah:

a. Membangkitkan data berdistribusi Dagum berdasarkan nilai parameter data pengeluaran yang diperoleh dari SUSENAS 2017.

b. Melakukan pendugaan parameter data simulasi untuk memperoleh nilai dugaan parameter data simulasi tersebut.
c. Melakukan uji kecocokan model dengan memilih sampel terbaik berdasarkan *mean square error* terkecil.
d. Membentuk kurva Lorenz berdasarkan data dengan pendugaan parameter terbaik.
e. Menghitung nilai koefisien gini berdasarkan data dengan pendugaan parameter terbaik.
f. Menentukan pengaruh pergerakan masing- masing parameter terhadap bentuk kurva Lorenz dan nilai koefisien Gini.

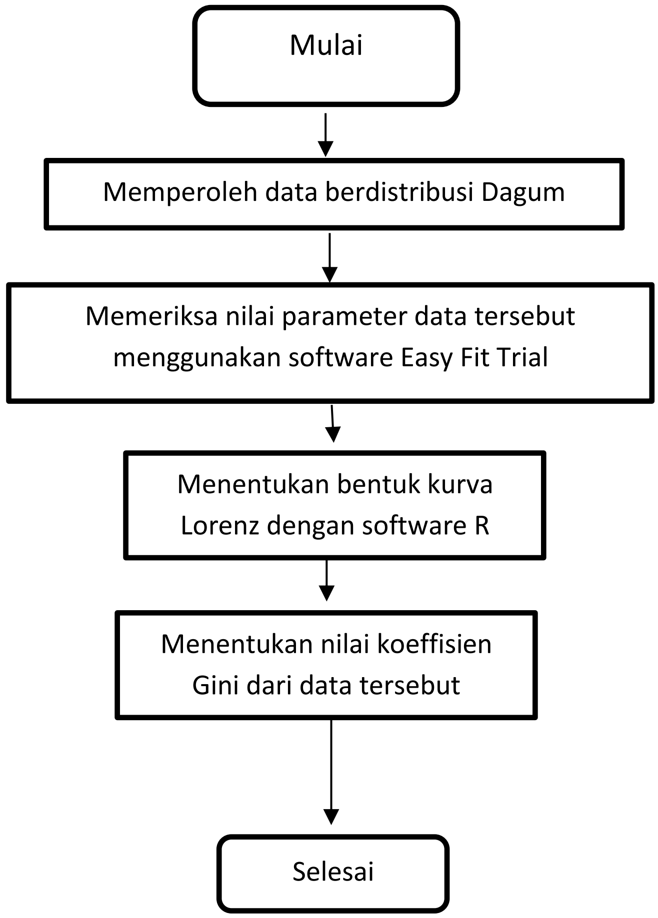
5. Membandingkan nilai koefisien gini pada data pengeluaran rumah tangga dengan nilai koefisisen gini pada data simulasi berdistribusi Dagum.

3.4 Diagram Alir Metode Penelitian



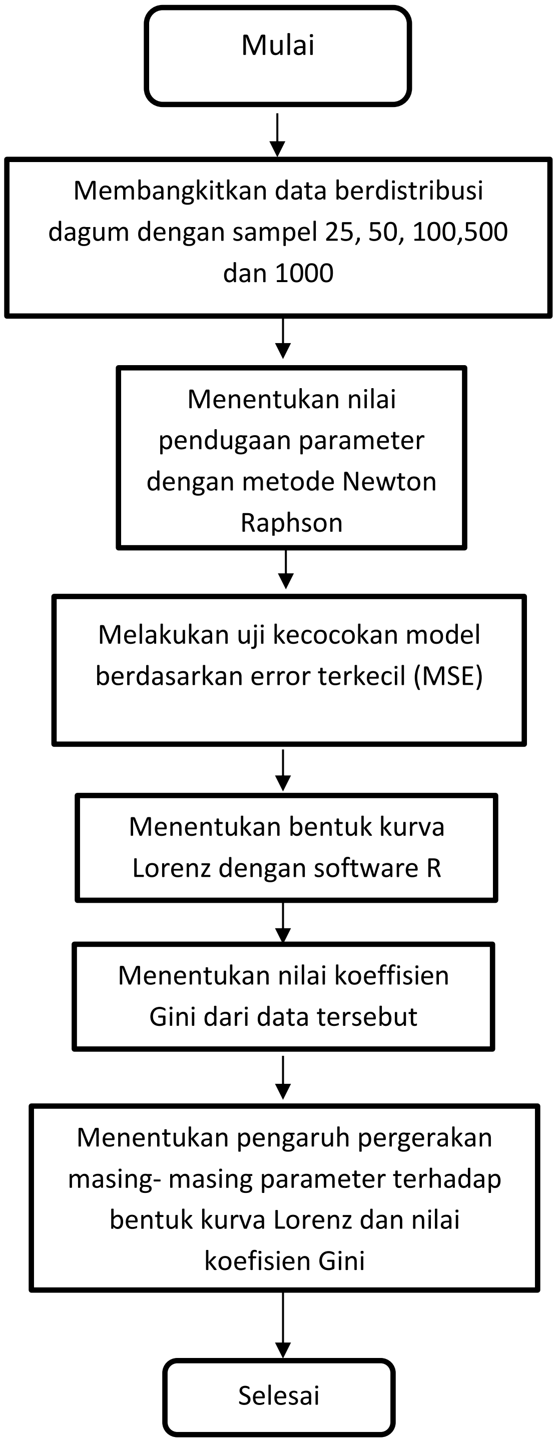
Gambar 3. Diagram Alir Metode Penelitian

3.5 Diagram Alir Studi Kasus



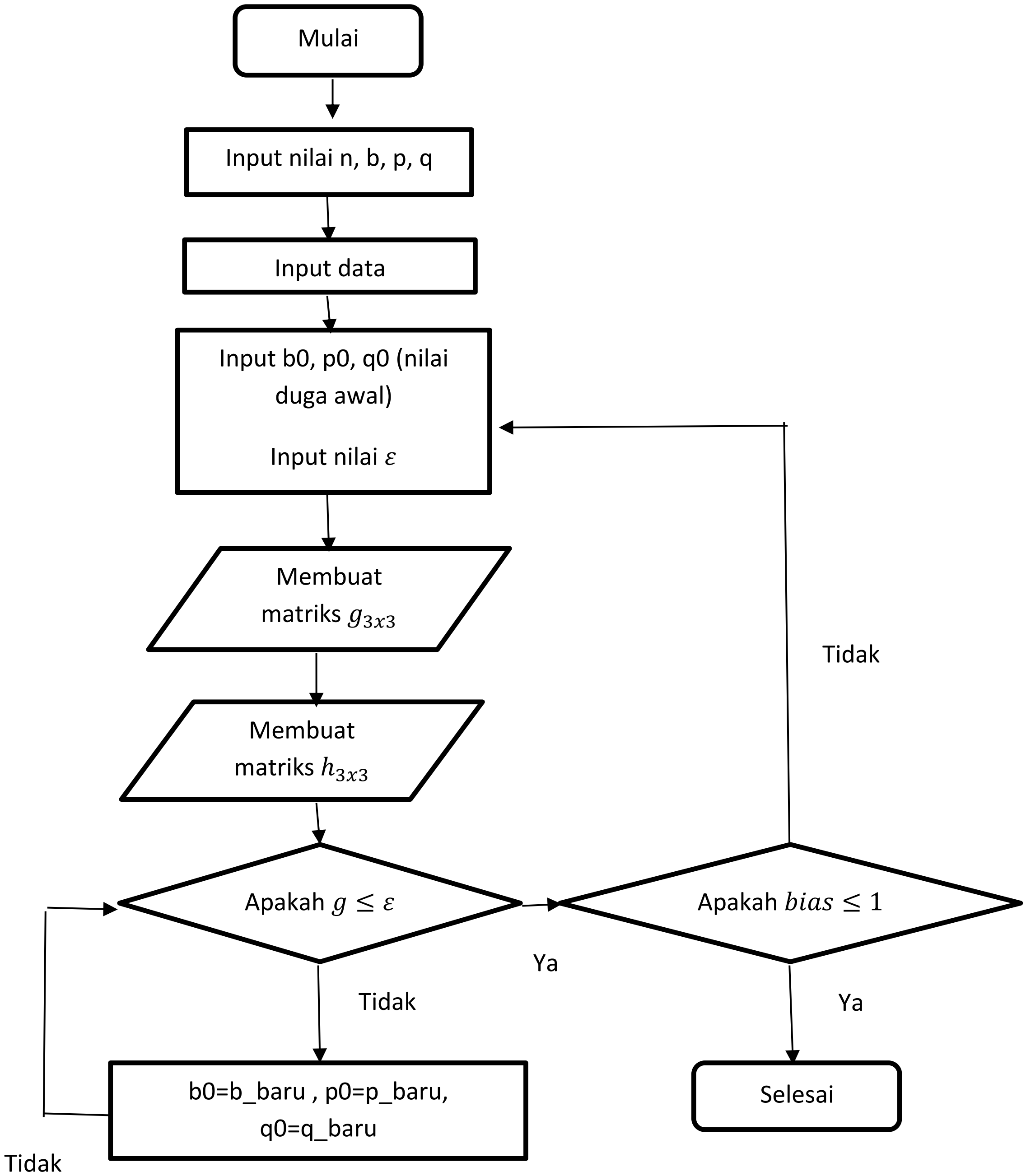
Gambar 4. Diagram Alir Studi kasus

3.6 Diagram Alir Simulasi Data



Gambar 5. Diagram Alir simulasi data

3.7 Diagram Alir Metode Newton Raphson



Gambar 6. Diagram Alir Metode Newton Raphson

V. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Pendugaan parameter distribusi Dagum dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* menghasilkan penduga yang perlu diselesaikan dengan cara numerik. Pendugaan parameter tersebut adalah :

$$\hat{a} = \frac{n}{-\hat{p}\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) + n\hat{p}\ln\hat{b} + (\hat{p}+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{\ln\left(\frac{x_i}{\hat{b}}\right)}{\left(1+\left(\frac{\hat{b}}{x_i}\right)^{\hat{a}}\right)}}$$

$$\hat{b} = \frac{\hat{a}\hat{p}n}{(\hat{p}+1)\sum_{i=1}^{n}\frac{-\hat{a}}{\hat{b}\left(1+\left(\frac{\hat{b}}{x_i}\right)^{a}\right)}}$$

$$\hat{p} = \frac{n}{\hat{a}\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i) - n\hat{a}\ln\hat{b} - \sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\left(\frac{x_i}{\hat{b}}\right)^{\hat{a}}\right)}$$

2. Semakin besar ukuran sampel yang digunakan maka nilai *mean square error* yang dihasilkan semakin kecil sehingga parameter dugaan akan semakin mendekati parameter sebenarnya.

3. Persamaan kurva Lorenz pada distribusi Dagum adalah:

$$L(p) = \mathrm{I}_z\left(p + \frac{1}{a}, 1 - \frac{1}{a}\right)$$

4. Persamaan koefisien Gini pada Distribusi Dagum tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu diselesaikan secara numerik.

5. Semakin besar nilai parameter *a* dan parameter *p* maka semakin kecil nilai koefisien Gini yang dihasilkan, sementara parameter *b* tidak mempengaruhi bentuk kurva Lorenz dan nilai koefisien Gini.

6. Nilai koefisien Gini pada data rata-rata pegeluaran rumah tangga perbulan Kabupaten Lampung Utara tahun 2017 adalah sebesar 0,33108. Hal ini menandakan bahwa ketimpangan rata-rata pegeluaran rumah tangga perbulan Kabupaten Lampung Utara tahun 2017 relatif rendah.

7. Nilai koefisien Gini pada data simulasi adalah sebesar 0,33107 atau memiliki selisih 0,00001. Hal ini menandakan bahwa data hasil simulasi dapat merepresentasikan data pada studi kasus

DAFTAR PUSTAKA

Arsyad, Lincolin.1997. Ekonomi Pembangunan. STIE YKPN. Yogyakarta.

Bandourian, R., McDonald, J., & Turley, R. S. 2002. *A comparison of parametic models of income distribution across countries and over time.* Luxembourg *Income* Study Working Paper No. 305. Departement of Economics Brigham Young University.

Gastwirth, J.L.1971. "A General Definition of the Lorenz Curve." *Econometrica*.39: 1037-1039.

Hogg, R.V., McKean, Joseph W and Craig, A.T. 2012. *Introduction to Mathematical Statistics*. Seventh Edition. Prentice hall International Inc., United States of America.

Kleiber, Christian and Kotz, Samuel. 2003. *Statistical Size Distribution in Economics and Actuarial Sciences.* Wiley-Interscience. New Jersey.

Kleiber, Christian. 2007. *A guide to the Dagum Distribution in Economics and Acturial Science.* Wiley-Interscience. New Jersey.

Kuncoro, Mudrajad. 2007. *Ekonomi Pembangunan*. Erlangga. Jakarta.

Mercedes Prieto-Alaiz. 2007. Spanish economic inequality and gender: A parametric Lorenz dominance approach, in John Bishop, Yoram Amiel (ed.) *Inequality and Poverty (Research on Economic Inequality, Volume 14)* Emerald Group Publishing Limited, pp.49 – 70. Spain.

Seber and Wild. 2003 . *Nonlinear Rergression*. New Jersey. The United States of America.

Susanti,Hera. 1995. Indikator- Indikator Makroekonomi. LPEM-FEUI. Jakarta

Todaro, M. 2006. Pengembangan Ekonomi Dunia Ketiga. Edisi Kedelapan. Erlangga. Jakarta.

Xu, K. 2004. *How has the literature on Ginis index evolved in the past 80 years?*Working Paper. Department of Economics, Dalhousie University,Halifax.