PERBANDINGAN METODE MILNE-SIMPSON DAN METODE HAMMING DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG

(Skripsi)

Oleh

MAGDALENA MIAN LAUREN NAPITUPULU

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRAK

PERBANDINGAN METODE MILNE-SIMSON DAN METODE HAMMING DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG

oleh

MAGDALENA MIAN LAUREN NAPITUPULU

Metode Milne-Simpson dan metode Hamming adalah metode numerik yang dapat diaplikasikan dalam perhitungan prediksi jumlah penduduk di masa yang akan datang sebagai acuan pemerintah dalam membangun suatu daerah. Diawali dengan perhitungan laju pertumbuhan dengan persamaan logistik kemudian diproses kedalam metode Runge-Kutta orde empat. Proses perhitungan kembali dilanjutkan untuk mencari galat terkecil antara metode Milne-Simpson dan metode Hamming. Perhitungan galat dilakukan dengan laju pertumbuhan penduduk 5,2% dengan ukuran langkah h = 1 dan kapasitas tampung Kota Bandar Lampung 1.500.000 jiwa. Solusi numerik menunjukkan adanya pertumbuhan penduduk setiap tahunnya dan metode Milne-Simpson adalah metode terbaik terlihat dari galat yang lebih kecil dari galat metode Hamming.

Kata kunci : *Persamaan logistik, Metode Runge-Kutta, Metode Milne-Simpson, Metode Hamming, Galat.*

ABSTRACT

COMPARISON OF MILNE-SIMPSON METHOD AND HUMMING METHOD IN LOGISTIC EQUATION SETTLEMENT IN GROWTH PARTIAL PREDICTION OF CITY OF BANDAR LAMPUNG

by

MAGDALENA MIAN LAUREN NAPITUPULU

Milne-Simpson method and Hamming method is a numerical method that can be applied in the calculation of population prediction in the future as a reference government in building an area. Beginning with the calculation of growth rates with logistic equations then processed into the fourth-order Runge-Kutta method. The recalculation process continues to search for the smallest error between the Milne-Simpson method and the Hamming method. Error calculation is done with population growth rate 5.2% with step size h = 1 and capacity of Bandar Lampung city 1.500.000 soul. Numerical solutions show population growth annually and Milne-Simpson method is the best method seen from the smaller error of the Hamming method error.

Keywords: *Logistic Equations, Runge-Kutta Method, Milne-Simpson Method, Hamming Method, Error.*

PERBANDINGAN METODE MILNE-SIMPSON DAN METODE HAMMING DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG

Oleh

Magdalena Mian Lauren Napitupulu

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi	:	**PERBANDINGAN METODE MILNE-SIMPSON DAN METODE HAMMING DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG**
Nama Mahasiswa	:	*Magdalena Mian Lauren Napitupulu*
No. Pokok Mahasiswa	:	1417031073
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dorrah

Dra. Dorrah Aziz, M.Si.
NIP 19610128 198811 2 001

Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.
NIP 19720227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.** ....

   Sekretaris : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

   Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
   NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **28 Juni 2018**

PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"PERBANDINGAN METODE MILNE-SIMPSON DAN METODE HAMMING DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA BANDAR LAMPUNG"** merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Juli 2018

Penulis,

Magdalena Mian Lauren N.
NPM. 1417031073

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 25 Maret 1997 dengan nama lengkap Magdalena Mian Lauren Napitupulu dan merupakan anak kedua dari 6 bersaudara, dari pasangan Bapak Abdon Napitupulu dan Ibu Lisbeth Theresia Sinaga.

Penulis mengawali pendidikan Taman Kanak-kanak di TK Dharmawanita Sidomulyo Lampung Selatan pada tahun 2001-2002, Sekolah Dasar di SDN 1 Sidorejo pada tahun 2002-2008, kemudian pendidikan menengah di SMPN 1 Sidomulyo pada tahun 2008-2011, dan pendidikan lanjutan di SMA Fransiskus Bandar Lampung pada tahun 2011-2014.

Pada tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN.

Penulis melaksanaan kerja praktik pada tanggal 18 Januari 2017 sampai dengan 3 Maret 2017 di PT. Pertamina (Persero) TBBM Panjang bertempat di Jalan Sumatra No. 1 Panjang Utara Bandar Lampung. Dan mengikuti kuliah kerja nyata (KKN) periode II tahun 2017 pada tanggal 24 Juli sampai 31 Agustus 2017, ditempatkan selama 40 hari di Desa Gunung Meraksa, Kecamatan Pulau Panggung, Kabupaten Tanggamus, Lampung.

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa telah melimpahkan kasih karunia dan berkat sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Perbandingan Metode Milne-Simpson dan Metode Hamming Dalam Penyelesaian Persamaan Logistik Pada Prediksi Pertumbuhan Penduduk Kota Bandar Lampung"**. Terselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan kerja sama berbagai pihak yang telah membantu dan memberikan bimbingan, saran maupun motivasi sehingga skripsi dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah banyak membantu mempermudah penulis selama proses penulisan skripsi.
2. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama proses penulisan skripsi.
3. Bapak Drs. Tiryono Rubby, Ph.D., selaku dosen penguji yang telah memberikan ide, kritik dan saran yang membangun serta membimbing penulis sehingga terselesainya skripsi ini.
4. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung dan pembimbing akademik.
5. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

6. Yang terkasih, Mama yang selalu mendoakan dan berjuang sendirian membiayai pendidikan sehingga menguatkan penulis dalam menjalani setiap proses meraih gelar sarjana.
7. Yang terkasih, Bapak yang telah meninggalkan banyak kenangan berharga dan nasihat yang menguatkan penulis menjalani setiap jenjang pendidikan hingga meraih gelar sarjana.
8. Lusi, Doli, Anna, David dan Acer yang telah banyak mengalah selama proses menyelesaikan skripsi.
9. Ecy, Wika, Syafa, Dea sahabat terkasih yang menemani suka duka penulis serta memberikan masukan, semangat, saran dan mendengarkan keluhan penulis.
10. Diah, Ira, Siti, Yuning, Madoy dan Nindia sahabat masa SMA dan kuliah yang memberikan penghiburan dan bantuan kepada penulis.
11. Amoy, Olin, Yola, Ananda, Maget, Pule,Tika, Dandi, Hage, Arif, Zulfi, Widi, Kiki, Fajar dan keluarga besar Matematika 2014 yang telah membuat "Matematika" menjadi tidak suram.
12. Seluruh pihak yang telah banyak membantu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran. Terimakasih.

Bandar Lampung,   Juli 2018

Penulis

Magdalena Mian Lauren N.

MOTTO

"Jadilah teman bagi mereka yang tak punya kawan, menjadi keluarga bagi mereka yang tak memiliki keluarga dan menjadi komunitas bagi mereka yang tidak memiliki komunitas"

Paus Yohanes Paulus II

"Jangan cepat bosan, ulangi terus sampai kau bisa"

Bapak

"Selalu berempati"

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pesatnya pertumbuhan jumlah penduduk dapat membawa beberapa pengaruh negatif pada kehidupan masyarakat seperti pengangguran,kemiskinan, sempitnya lahan untuk tempat tinggal, kemacetan lalulintas dan tingkat kriminalitas kota meningkat. Jumlah penduduk suatu daerah menjadi salah satu faktor dalam perencanaan pembangunan suatu daerah untuk mencegah atau meminimalisir pengaruh negatif pada masyarakat.

Dalam perencanaanya diperlukan data dengan perhitungan untuk memprediksi jumlah penduduk pada suatu daerah ditahun-tahun selanjutnya. Permasalahan ini dapat di selesaikan menggunakan persamaan diferensial biasa non linear yaitu model logistik menurut Verhults. Suatu persamaan diferensial dapat diselesaikan secara analitik dan numerik.

Metode numerik dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Pada penyelesaian secara numerik dapat diselesaikan dengan metode banyak langkah (multi-step).Metode banyak langkah (multi-step) yang sering digunakan dibanyak jurnal adalah metode Adam Bashforth-Moulton, metode Milne-Simpson dan metode Hamming. Penulis tertarik membandingakan dua metode untuk mencari metode terbaik dalam prediksi pertumbuhan penduduk. Oleh karena itu penulis mengangkat permasalahan tentang Perbandingan Metode Milne-Simpson dan Metode Hamming dalam penyelesaian Persamaan Logistik pada prediksi pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menyelesaikan persamaan logistik dengan menggunakan metode Milne-Simpson dan metode Hamming.
2. Membandingkan metode yang terbaik dalam memprediksi pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menambah wawasan tentangpenerapan ilmu matematika.
2. Mengetahui metode yang terbaik dalam memprediksi pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung.
3. Mengetahui pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung di tahun mendatang, sebagai acuan pemerintah dalam mengambil kebijakan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang menghubungkan variable bebas,variable terikat dan turunan-turunan variable terikat terhadap variable bebas. Persamaan diferensial juga dapat diartikan sebagai suatu persamaan yang di dalamnya terdapat turunan-turunan. Jika variable terikat suatu persamaan diferensial tergantung pada satu variable bebas, maka persamaan tersebut dinamakan persamaan diferensial biasa (PDB). Sedangkan jika suatu persamaan diferensial memuat dua atau lebih variable bebas, maka persamaan tersebut dinamakan persamaan diferensial parsial (PDP).

Berikut contoh persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial:

$$\frac{dx}{dt} = tx + 5 \tag{1}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2t^2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial x}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \quad ` \tag{4}$$

Jika terdapat suatu fungsi *x(t)* yang merukan fungsi suatu variabel, dengan *t* sebagai variabel bebas dan *x* sebagai variabel terikat, maka suatu persamaan diferensial biasa dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$f(t, x, x', x'', \ldots\ldots x^n) \tag{5}$$

(Kusumah, 1989)

2.2 Persamaan Diferensial Biasa Linear dan Non Linear

Persamaan diferensial biasa linear adalah persamaan diferensial biasa orde-n dengan variabel terikat y dan variabel bebas x yaitu persamaan yang biasa dinyatakan sebagai berikut :

$$a_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + \ a_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + a_n(x)y = b(x) \tag{6}$$

Dari persamaan diatas persamaan diferensial biasa orde n dikatakan linear jika memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Variabel terikat y dan derivatifnya hanya berderajat satu.
2. Tidak ada perkalian antara y dan derivatifnya serta antara derivatif.

Fungsi-fungsi dari y seperti sin y tidak dapat dijumpai dalam bentuk linear. Suatu persamaan diferensial yang tidak linear dinamakan persamaan diferensial non linear. Jika persamaan diferensial:

$$y'' - \ 2y' + y = 0 \tag{7}$$

(Manwar, 2009)

2.3 Metode Numerik

Metode numeric adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat diselesaikan dengan operasi perhitungan atau aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode numeric dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah system persamaan yang besar, persamaan – persamaan non linear, masalah geometri yang rumit serta suatu persamaan yang sangat kompleks yang sulit untuk diselesaikan secara analitik. Metode numeric dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa terbagi atas dua metode, yaitu metode *one-step* dan metode *double-step*. Dalam memperoleh solusi menggunakan metode *one-step*, dibutuhkan sebuah nilai awal. Sedangkan dalam metode *double-step* dibutuhkan beberapa solusi awal yang dapat diperoleh dari metode *one-step*. Metode *double-step* biasa disebut sebagai metode prediktor-korektor karena dalam penyelesaiannya digunakan persamaan predictor dan persamaan korektor (Munir, 2003).

2.4 Metode Satu Langkah dan Metode Banyak Langkah

Metode Satu langkah *(One Step Method)* merupakan salah satu langkah untuk menyelesaikan bentuk persamaan diferensial secara numerik, dalam metode ini terdapat metode Euler, metode Heun, metode deret Taylor dan metode Runge Kutta. Metode satu langkah untuk menaksir $y(x_{r+1})$ dibutuhkan suatu taksiran untuk nilai sebelumnya $y(x_r)$. Metode Langkah Banyak *(Multi step method)*, digunakan untuk mencari solusi secara numerik pada persamaan diferensial. Multi step method memiliki beberapa metode yaitu metode Adams Bashforth Moulton, metode Haming serta metode Milne Simpson. Dikatakan metode banyak langkah karena dalam metode ini untuk perkiraan nilai $y(x_{r+1})$ membutuhkan beberapa taksiran nilai sebelumnya, $y(x_r)$, $y(x_{r-1})$, $y(x_{r-21})$, ... (Munir, 2003).

2.5 Metode Rungge-Kutta

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan Metode Runge-Kutta orde empat adalah proses mencari nilai fungsi y(x) pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa f(x,y), yang diketahui dengan menggunakan persamaan umum yaitu:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_2 + k_4) \tag{8}$$

Dimana,

n = 1,2,3,4,...

$$k_1 = hf(x_n, y_n) \tag{9}$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \tag{10}$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \tag{11}$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3) \tag{12}$$

(Munir, 2003)

2.6 Metode Logistik

Contoh yang mempunyai kemiripan perilaku fenomena perubahannnya, misalnya jika populasi yang berukuran cukup kecil (manusia, hewan, bakteri, dan sebagainya) dibiarkan berkembang tanpa gangguan maka populasi tersebut seringkali berkembang menurut model Hukum Malthus yang menyatakan bahwa laju pertumbuhan sebanding dengan besar ukuran populasi saat itu. Model matematika dari hukum Malthus berbentuk sebagai berikut :

$$\frac{dN(t)}{dx} = kN(t), k > 0 \tag{13}$$

Dimana N(t) adalah ukuran populasi saat t dan k adalah kostanta proposionalnya, k<0 maka persamaan diferensial tersebut menyatakan fenomena penyusutan ukuran populasi. Meskipun model ini belum cukup akurat mencerminkan eksperimental dalam tahap awal, namun perlu disadari bahwa tidak ada populasi yang akan tumbuh secara eksponensial tak terbatas. Oleh karena itu model pertumbuhan populasi yang lebih realistic sangatlah diperlukan.Pada umumnya laju pertumbuhan tidak dapat selalu konstan tetapi bergantung juga pada kondisi lingkungannya (carrying capacity). Ketika ukuran populasi yang semakin membesar maka laju pertumbuhan spesifik dapat semakin mengecil hal ini cukup beralasan karena laju pertumbuhan spesifik $\mu, \frac{1}{N}, \frac{dN}{dt}$ tidaklah selalu konstan tetapi bergantung pada ukuran populasi N. Model menurut hukum Logistik disajikan sebagai berikut.

$$\frac{dN(t)}{dt} = pN(t) - qN^2(t); p, q > 0 \tag{14}$$

Suku $-qN^2(t)$ disebut suku nonlinear, yang mengakibatkan populasi tidaak dapat tumbuh dalam jangka waktu yang tidak terbatas, q merepresentasikan efek dari densitas populasi yang meningkat, sedangkan p adalah laju pertumbuhan relatif tanpa pengaruh lingkungan (Kartono, 2012).

Model logistik adalah model yang menggambarkan pertumbuhan populasi. Misalnya P(t) adalah jumlah penduduk disuatu kota pada saat t. Selanjutnya diasumsikan laju kelahiran dan kematian sebanding dengan jumlah penduduk saat itu. Misalnya β laju kelahiran dan δ laju kematian, maka selama selang waktu Δt terdapat kelahiran sejumlah $\beta\Delta$ P(t)dan kematian $\delta\Delta$ P(t). Maka

$$\Delta P = (\beta - \delta)P(t)\Delta t \tag{15}$$

$$\frac{dp}{dt} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta t} = mP(t) \tag{16}$$

Solusi persamaan diferensial (16) adalah

$$P(t) = \; P_0 e^{mt} \tag{17}$$

Dengan P_0 menyatakan jumlah populasi awal

Jika laju kelahiran β merupakan fungsi P dan $\beta(P)$ = konstanta aP, sedemikian sehingga

$$\frac{dP}{dt} = (m - aP) = \left(m - \frac{m}{k}P\right)P \tag{18}$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(1 - \frac{P}{k}\right)P \tag{19}$$

$$P(t_0) = P_0 \tag{20}$$

Dimana $K = \frac{m}{a}$. Persamaan diatas merupakan persamaan diferensial biasa orde satu dan disebut sebagai persamaan logistik (Redjeki, 2012). Model ini merupakan penyempurnaan dari model eksponensial dan pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhults pada tahun 1838.

2.7 Metode Milne-Simpson

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode Milne adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa $f(x,y)$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor.

Metode Milne untuk solusi numerik pada persamaan diferensial

$$y' = f(x,y) \tag{21}$$

Bila ditulis dalam rumus y dibandingan dalam rumus f, dan menentukan nilainya Untuk r= 1,2,3 dan 4

$$y_1' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 + \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \frac{1}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{1}{12}\Delta^4 y_0 + \cdots\right) \tag{22}$$

$$y_2' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 + \frac{3}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \frac{1}{12}\Delta^4 y_0 + \cdots\right) \tag{23}$$

$$y_3' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 + \frac{5}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{11}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{1}{4}\Delta^4 y_0 + \cdots\right) \tag{24}$$

$$y_4' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 + \frac{7}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{13}{3}\Delta^3 y_0 + \frac{25}{12}\Delta^4 y_0 + \cdots\right) \tag{25}$$

Abaikan semua turunan yang lebih dari empat dan kemudian simpan kembali dengan rumus ekuivalennya yang berturut nilai y yang sama

$$y_1' = \frac{1}{h}[(y_1 - y_0) + \frac{1}{2}(y_2 - 2y_1 - y_0) - \frac{1}{6}(y_3 - 3y_2 - y_0) + \frac{1}{12}(y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0)$$

$$= \frac{1}{12h}(-3y_0 - 10y_1 + 18y_2 - 6y_3 + y_4) \tag{26}$$

$$y_2' = \frac{1}{12}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4) \tag{27}$$

$$y_3' = \frac{1}{12}(-y_0 + 6y_1 - 18y_2 + 10y_3 + 3y_4) \tag{28}$$

$$y_4' = \frac{1}{12}(3y_0 - 16y_1 + 36y_2 - 48y_3 + 25y_4) \quad (29)$$

$$y_4 = y_0 + \frac{4h}{3}(2y_1' - y_2' + 2y_3') \quad (30)$$

Jadi,

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2y_{n-2}' - y_{n-1}' + 2y_n') \quad (31)$$

$$y' = f_n \quad (32)$$

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n) \quad (33)$$

Metode Milne menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$Prediktor \quad y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n) \quad (34)$$

$$Korektor \; y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}(f_{n-1} - 4f_n + f_{n+1}) \quad (35)$$

(Finizo, 1998)

2.8 Metode Hamming

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode Hamming adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa $f(x, y)$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor (Finizo, 1998)

Metode Hamming menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$Prediktor \quad y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n) \quad (36)$$

$$Korektor \; y_{n+1} = -\frac{y_{n-2}}{8} + \frac{9y_n}{8} + \frac{3h}{8}(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n+1}) \quad (37)$$

2.9 Galat

Galat adalah selisih nilai hampiran terhadap nilai sejati, $\varepsilon = \alpha - \hat{a}$ sedangkan galat pemotong adalah galat yang ditimbulkan oleh pembatasan jumlah komputasi yang digunakan pada proses metode numerik (Munir, 2003).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung pada semester genap tahun ajaran 2017/2018 dengan bantuan *software* Matlab R2013.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah penduduk Kota Bandar Lampung pada tahun 2010-2015

3.2 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkahyangdigunakan dalam menyelesaikan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan data yang akan digunakan dalam persamaan.
   a) Data jumlah penduduk
   b) Laju pertumbuhan
   c) Kapasitas tampung daerah
2. Memberikan persamaan logistik.

3. Menghitung menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
4. Menentukan solusi numerik dari persamaan prediktor dan korektor pada metode Milne-Simpson dan metode Hamming.
5. Membandingkan solusi numerik metode Milne-Simpson dan metode Hamming.
6. Membandingkan hasil prediksi dengan hasil sensus.

V. KESIMPULAN

1. Metode Milne-Simpson dan metode Hamming dapat digunakan sebagai metode penyelesaian persamaan diferensial biasa non linear.
2. Tabel Perbandingan prediksi pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung menggunakkan metode Milne-Simpson dan metode Hamming

T	Runge-Kutta	Milne-Simpson	Hamming	Galat Milne-Simpson	Galat Hamming
0	885.363	-	-	-	-
1	904.135,476	-	-	-	-
2	922.892,868	-	-	-	-
3	941.521,088	-	-	-	-
4	-	959.158,485	959.685,487	2.803e-08	2.903e-08
5	-	977.479,580	976.984,999	2.372e-08	2.700e-08
6	-	994.577,451	994.536,101	2.057e-08	2.485e-08
7	-	1.011.863,645	1.012.052,616	1.627e-08	2.246e-08
8	-	1.028.988,367	1.029.337,518	1.202e-08	1.772e-08
9	-	1.045.924,212	1.045.419,399	8.066e-08	1.283e-08
10	-	1.061.742,583	1.061.725,846	4.213e-08	7.842e-08

Berdasarkan tabel perhitungan terlihat bahwa penduduk Kota Bandar Lampung meningkat setiap tahunnya.

3. Dengan membandingkan galat metode Milne-Simpson dan metode Hamming diketahui bahwa galat metode Milne-Simpson lebih kecil dari galat metode Hamming. Sehingga, Metode terbaik dalam prediksi pertumbuhan penduduk Kota Bandar Lampung adalah dengan menggunakan metode Milne-Simpson.

DAFTAR PUSTAKA

Finizio, N. & Ladas, G. 1998.*Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern.*Jakarta: Erlangga.

Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan*.Graha Ilmu, Yogyakarta.

Kusumah, Y.S. 1989. *Persamaan Diferensial*. Jakarta Direktoral Jendral Pendidikan Tinggi Depdikbud.

Marwan danMunzir, S.2009. *Persamaan Diferensial*. GrahaIlmu, Yogyakarta.

Munir, R. 2003. *MetodeNumerik*. Informatika, Bandung.

Redjeki, S.P. 2011. *Persamaan Diferensial*. ITB, Bandung.