APLIKASI METODE ANALISIS HOMOTOPI (HAM) PADA SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL HOMOGEN $u_t + u_x + 2w = 0$; $v_t + v_x + 2u = 0$; $w_t + w_x - 2u = 0$;

(Skripsi)

Oleh

AGUS WIDODO

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRACT

APPLICATION OF ANALYSIS METHODS (HAM) TO HOMOGENEOUS PARTIAL DIFERENTIAL EQUATION SYSTEM $u_t + u_x + 2w = 0$; $v_t + v_x + 2u = 0$; $w_t + w_x - 2u = 0$;

By

AGUS WIDODO

Partial differential Equation is a differential equation that contains more than one partial derivative. Nonlenear Equation problem is usually difficult to be solved analytically and numerically therefore, the method used on this reaserch is Homotopy Analysis Methods (HAM). This method is an independent method, which means that the method doesn't consider the small and bigger of the value of the parameter. This research is to show that an equation with initial value can be solved by using Homotopy Analysis Methods (HAM). We determine the solution of deformation equations with m=1,2,3,4 and 5 and then get the final solution.

Keywords: *Homotopy Analysis Method, Partial Differential Equation,*

ABSTRAK

APLIKASI METODE ANALISIS HOMOTOPI (HAM) PADA SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL HOMOGEN $\boldsymbol{u_t + u_x + 2w = 0}$; $\boldsymbol{v_t + v_x + 2u = 0}$; $\boldsymbol{w_t + w_x - 2u = 0}$;

Oleh

AGUS WIDODO

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang memuat lebih dari satu turunan parsial. Masalah pesamaan nonlinear biasanya sulit diselesaikan baik secara analitik maupun secara numerik oleh sebab itu metode yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah Metode Analisis Homotopi (HAM). Metode ini adalah metode yang bebas, artinya tidak memperhatikan kecil dan besarnya suatu parameter. Adapun pembahasan dalam penelitian ini akan menunjukan bahwa suatu persamaan dengan nilai awalnya dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Analisis Homotopi (HAM) untuk menentukan solusi persamaan deformasi m=1,2,3,4 dan 5 dan kemudan didapatkan solusi akhirnya.

Kata kunci: Metode Analisis Homotpi, Persamaan Diferensial Parsial,

APLIKASI METODE ANALISIS HOMOTOPI (HAM) PADA SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL HOMOGEN $u_t + u_x + 2w = 0$; $v_t + v_x + 2u = 0$; $w_t + w_x - 2u = 0$;

Oleh

AGUS WIDODO

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi : **APLIKASI METODE ANALISIS HOMOTOPI (HAM) PADA SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL HOMOGEN**
$u_t + u_x + 2w = 0; v_t + v_x + 2u = 0;$
$w_t + w_x - 2u = 0;$

Nama Mahasiswa : ***Agus Widodo***

Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031005

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Suharsono S, M.S., M.Sc., Ph.D	**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D**
NIP. 19620513 198603 1 003	NIP. 19620704 198803 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Suharsono S, M.S., M.Sc., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing: **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **8 Juni 2018**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: **Agus Widodo**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1417031005**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **Aplikasi Analisis Homotopi (HAM) Pada Persamaan Diferensial Parsial Homogen** $u_t + u_x + 2w = 0;\ v_t + v_x + 2u = 0;\ w_t + w_x - 2u = 0;$

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 8 Juni 2018

Yang Menyatakan

METERAI TEMPEL

307C7AEF681572303

6000

ENAM RIBU RUPIAH

Agus Widodo

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Agus widodo, lahir di Sumber Mulyo pada 1 Agustus 1996. Penulis merupakan anak pertama dari 4 bersaudara, pasangan bapak Sarjo dan ibu Tri Maryatun.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SD Negeri 1 Sumber Mulyo dari Tahun 2002-2005 kemudian pindah ke SD Negeri 2 Way Ilahan dari tahun 2005-2008. Kemudian melanjutkan pendidikan di MTs Nurul Islam Airbakoman dan lulus pada tahun 2011. Kemudian menempuh pendidikan di SMA Negeri 1 Pagelaran dan lulus pada tahun 2014.

Pada tahun 2014, penulis diterima sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Pada tahun 2015-2016 penulis menjadi anggota organisasi HIMATIKA (himpunan mahasiswa matematika) dan Pada tahun 2016 penulis menjadi Ketua Bidang Minat dan Bakat organisasi HIMATIKA (himpunan mahasiswa matematika). Pada tahun 2017 penulis melakukan Kerja Praktik di Dinas Petetnakan dan Perkebunan Provinsi Lampung dan sebagai salah satu bentuk pengabdian kepada masyarakat penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Bayas Jaya, Kecamatan Way Khilau, Kabupaten Pesawaran.

KATA INSPIRASI

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan yang lainnya). Dan hanya kepada Tuhanmu lah hendaknya kamu berharap."

(QS. Al-Insyirah : 6-8)

"Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?."

(Q.S Ar-Rahman)

"Barang siapa yang ingin do'anya terkabul dan terlepas dari kesulitannya, maka hendaklah ia mengatasi (meringankan) kesulitan/kesusahan orang lain."

(HR. Ahmad)

"Barang siapa yang menempuh jalan untuk menuntut ilmu, niscaya Allah subhanahu wata'ala akan memudahkan baginya jalan menuju surga."

(H.R. Muslim)

PERSEMBAHAN

Karyaku yang sederhana ini kupersembahkan kepada:

Bapak dan Ibu

Terima kasih kepada Bapak dan Ibu yang selalu mendo'akan kesuksesanku, memberi semangat, nasihat, dukungan serta kasih sayang yang tiada henti.

Almamater dan Negeriku

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Metode Analisis Homotopi (HAM) pada Persamaan diferensial Parsial Homogen $u_t + u_x + 2w = 0; v_t + v_x + 2u = 0; w_t + w_x - 2u = 0$; dengan baik dan tepat pada waktunya. Penulis menyadari bahwa skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik karena dukungan, bimbingan, saran, serta do'a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Suharsono S, M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing satu yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, dan saran kepada penulis dalam mengerjakan skripsi.
2. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku pembimbing dua yang telah memberikan saran serta pembelajaran yang sangat bermanfaat dalam menyelesaikan skripsi.
3. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.., selaku pembahas dan penguji skripsi yang telah memberikan evaluasi, arahan, dan saran demi perbaikan skripsi.
4. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak dan Ibu tercinta yang selalu mendo'akan kesuksesan dunia dan akhirat.
9. Adik-adik dan saudaraku yang telah mendo'akan, memberi saran serta keceriaan, dan memperlihatkan sudut pandang lain dari sebuah kehidupan.
10. Sahabat-sahabat tersayang, wahyu, Rahmad, Sadha, Dracjat, Wayan, Nandra, Darma, Alvin, Bang Young, Raka, Dirga, Galih, Kasandra, Faranika, Shelvi, Vindi, Nevi, Fitrotin, Septi, Riana, Lusia, Indri, Restika, Vinsensia, yang telah mendo'akan, memberi dukungan dan kenangan indah kepada penulis.
11. HIMATIKA yang telah memberikan pengalaman berharga.
12. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2014.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga informasi tambahan, saran, dan kritik untuk pengembangan lebih lanjut sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 8 Juni 2018

Penulis

Agus widodo

DAFTAR ISI

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak sekali manfaatnya, diantaranya sebagai salah satu ilmu yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan salah satu ilmu yang menunjang perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Dalam bidang ilmu matematika sering kali ditemukan berbagai macam persoalan dan banyak cara untuk menyelesaikanya. Salah satu persoalanya adalah masalah persamaan linear dan taklinear. Untuk menyelesaikan persamaan taklinear diperlukan metode untuk memecahkan masalah tersebut guna mendapatkan penyelesaian pendekatannya.Banyak sekali metode yang dapat untuk menyelesaikan persamaan taklinear. Salah satu metode yang dapat diguanakan adalah Metode Analisis Homotopi (HAM). Metode ini dikembangkan oleh Liao yang diterapkan pada berbagai masalah nonlinier.

Metode Analisis Homotopi (HAM) adalah suatu pendekatan analitik secara umum yang digunakan untuk mendapatkan solusi dari beberapa permasalahan diantaranya persamaan linear dan taklinear, persamaan aljabar, persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Selain itu, metode analisis homotopi adalah metode yang bebas, artinya tidak memperhatikan kecil atau besarnya suatu parameter. Oleh karena itu metode ini cocok untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial parsial yang linear maupun taklinear. Oleh sebab itu penulis mencoba memperluas Metode Analisis Homotopi (HAM) untuk menyelesaikan permasalahan sistem persamaan diferensial parsial homogen

$u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$

Dengan syarat awal

$$u_0 = \sin\,(x + y)$$

$$v_0 = \cos(x + y)$$

$$w_0 = -\cos\,(x + y)$$

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan tentang Metode Analisis Homotopi.
2. Menyelesaikan sistem persamaan diferensial parsial homogen $u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$ dengan Metode Analisis Homotopi.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Menambah pengetahuan tentang Metode Analisis Homotopi.

b. Menambah pengetahuan tentang persamaan diferensial parsial.

c. Memperluas Metode Analisis Homotopi (HAM) untuk sistem persamaan diferensial parsial homogen $u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$

d. Dapat menjadi referensi untuk pemecahan masalah yang berkaitan dengan persamaan diferensial parsial lainnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi yang dicari dan turunannya. Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial biasa (PDB) jika fungsi yang tidak diketahui hanya terdiri dari satu variabel independen. Jika fungsi yang dicari terdiri dari dua atau lebih variabel independen, persamaan tersebut disebut persamaan diferensial parsial (PDP) (Bronson dan Costa, 2007).

2.2 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang memuat lebih dari satu turunan parsial. Persamaan diferensial parsial ini merupakan persamaan yang menghubungkan fungsi yang memiliki lebih dari satu variabel ke turunan parsialnya. Persamaan diferensial muncul secara alami dalam sains fisik, model matematika, dan dalam matematika itu sendiri. Persamaan diferensial parsial digolongkan berdasarkan unsur yang sama, yaitu orde, linearitas dan kondisi batas. Orde dari persamaan diferensial parsial ditentukan oleh orde dari turunan tertinggi dari persamaan diferensial parsial tersebut. Persamaan diferensial parsial berikut merupakan bentuk persamaan diferensial orde dua:

$$a(\cdot)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2b(\cdot)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c(\cdot)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + d(\cdot) = 0 \quad (2.1)$$

Selain itu, persamaan diferensial parsial juga digolongkan menjadi persamaan linear, kuasilinear dan taklinear dengan penjelasan sebagai berikut:

1. Apabila koefisien pada persamaan (2.1) adalah konstan atau fungsi hanya terdiri dari variabel bebas saja [(·) = (x,y)] maka persamaan itu disebut persamaan linear.
2. Apabila koefisien pada persamaan (2.1) adalah fungsi dari variabel tak bebas dan/atau merupakan turunan dengan pangkat yang lebih rendah daripada persamaan diferensialnya $[(\cdot) = (x, y; u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y})]$, maka persamaan itu disebut persamaan kuasilinear.
3. Apabila koefisien pada persamaan (2.1) adalah fungsi dengan turunan sama dengan pangkatnya $\left[(\cdot) = \left(x, y; u, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)\right]$ maka persamaan itu disebut persamaan tak linear (Sasongko, 2010).

2.3 Metode Analisis Homotopi (HAM)

Homotopi dideskripsikan sebagian variabel kontinu atau deformasi di matematika. Mendeformasikan lingkaran dapat dilakukan secara kontinu menjadi elips dan bentuk dari cangkir kopi dapat dideformasikan secara kontinu menjadi bentuk donat. Homotopi dapat didefinisikan sebagai suatu penghubung antara dua benda yang berbeda di dalam matematika yang memiliki karakteristik yang sama dibeberapa aspek.

$C[a,b]$ dinotasikan sebagai himpunan fungsi real kontinu dalam interval $a \leq x \leq b$. Secara umum, jika suatu fungsi $f \in C[a,b]$ dapat dideformasikan secara kontinu $g \in C[a,b]$ maka dapat terbentuk suatu homotopi.

$$\mathcal{H}: f(x) \neq \sim g(x)$$

$$\mathcal{H}(x;q) = (1-q)[g(x) - f(x)] - q[g(x)], q \in [0,1] \tag{2.2}$$

Definisi 1:

Suatu homotopi dua fungsi yang kontinu $f(x)$ dan $g(x)$ dari suatu ruang topologi X ke ruang topologi Y dinotasikan sebagai fungsi $H : X \times [0,1] \rightarrow Y$ dari produk ruang X dengan interval [0,1] ke Y sedemikian sehingga jika $x \in X$ maka

$$\mathcal{H}\ (x;0) = f(x) \text{ dan } \mathcal{H}(x;1) = g(x) \tag{2.3}$$

Definisi 2:

Parameter benama $q \in [0,1]$ di dalam suatu fungsi atau persamaan homotopi disebut parameter homotopi.

Definisi 3:

Diberikan suatu persamaan ε_1, yang mempunyai paling sedikit satu solusi u. Ambil ε_0 sebagai persamaan awal yang solusinya diketahui u_0. Persamaan homotopi $\varepsilon(q): \varepsilon_0 \sim \varepsilon_1$ dengan parameter homotopi $q \in [0,1]$ naik dari 0 menuju 1, $\varepsilon(q)$ dideformasikan secara kontinu dari persamaan awal ε_0 ke persamaan asli ε_1 di mana solusinya berubah secara kontinu dari solusi yang diketahui u_0 dari ε_0 ke solusi yang tidak diketahui u dari ε_1. Jenis dari persamaan homotopi ini disebut persamaan deformasi orde nol.

Definisi 4:

Diberikan sebuah persamaan taklinear dinotasikan oleh ε, yang paling tidak memiliki satu solusi $u(z,t)$, dimana z dan t merupakan variabel bebas. $q \in [0,1]$ menunjukkan homotopi parameter dan $\varepsilon(q)$ menunjukkan persamaan deformasi orde nol, yang menghubungkan persamaan asli ε, dan persamaan awal ε_0 dengan aproksimasi awal yang diketahui $u_0(z,t)$.

Asumsikan bahwa persamaan orde nol $\varepsilon(q)$ memiliki solusi dan analitik di $q = 1$, sehingga diperoleh homotopi deret Maclaurin:

$$\phi(z,t;q) \sim u_0(n,t) + \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(z,t)q^n, \qquad q \in [0,1] \qquad (2.4)$$

dan deret homotopi:

$$\phi(z,t;1) \sim u_0(z,t) + \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(z,t) \qquad (2.5)$$

Persamaan yang berhubungan dengan $u_n(z,t)$ yang nilainya tidak diketahui disebut persamaan deformasi orde ke-n.

Definisi 5:

Jika solusi $\varphi(z,t;q)$ dari persamaan deformasi orde nol $\varepsilon(q)$: $\varepsilon_0 \sim \varepsilon_1$ ada dan analitik di dalam $q \in [0,1]$, maka diperoleh solusi deret homotopi dari persamaan asli ε_1:

$$u(z,t) = u_0(z,t) + \sum_{n=1}^{+\infty} u_n\,(z,t) \qquad (2.6)$$

dan aproksimasi homotopi orde ke-m:

$$u(z,t) \approx u_0(z,t) + \sum_{n=1}^{M} u_n\,(z,t) \qquad (2.7)$$

(Liao, 2012).

2.4 Deret Taylor

Deret Taylor adalah bentuk khusus dari suatu fungsi yang dapat digunakan sebagai pendekatan dari integral suatu fungsi yang tidak memiliki anti turunan elementer dan dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah dalam metode numerik, terutama penyelesaian persamaan diferensial.

Definisi 2.4.1

Bentuk umum Deret Taylor:

$$f(x_i+1) = f(x_i) + f'(x_i)\frac{\Delta x}{1!} + f''(x_i)\frac{\Delta x}{2!} + f'''(x_i)\frac{\Delta x}{3!} + \cdots + f_n(x_i)\frac{\Delta x^n}{n!} + Rn \qquad (2.8)$$

Jika suatu fungsi $f(x)$ diketahui di titik x_i dan semua turunan f terhadap x diketahui pada titik tersebut, maka dengan deret Taylor dapat dinyatakan nilai f pada titik $x_i + 1$ yang terletak pada jarak Δx dari titik x_i.

Dalam praktek, sulit memperhitungkan semua suku pada deret Taylor tersebut dan biasanya hanya diperhitungkan beberapa suku pertama saja.

1. Memperhitungkan satu suku pertama (orde nol)

$$f(x_i+1) \approx f(x_i) \qquad (2.9)$$

   artinya nilai f pada titik $x_i + 1$ sama dengan nilai pada x_i. Perkiraan tersebut benar jika fungsi yang diperkirakan konstan. Jika fungsi tidak konstan, maka harus diperhitungkan suku-suku berikutnya dari deret Taylor.

2. Memperhitungkan dua suku pertama (orde satu)

$$f(x_i+1) \approx f(x_i) + f'(x_i)\frac{\Delta x}{1!} \qquad (2.10)$$

3. Memperhitungkan tiga suku pertama (orde dua)

$$f(x_i + 1) \approx f(x_i) + f^{'}(x_i)\frac{\Delta x}{1!} + f^{''}(x_i)\frac{\Delta x}{2!} \qquad (2.11)$$

Definisi 2.4.2

Misalkan $f(x)$ fungsi sebarang yang dapat dinyatakan sebagai suatu deret pangkat sebagai berikut:

$$f(x) = b_0 + b_1(x - a) + b_2(x - a) + \cdots \qquad (2.12)$$

dengan b_n, n=1,2,3 menyatakan koefisien deret pangkat dan a menyatakan titik pusatnya.

Jika fungsi $f(x)$ dinyatakan dalam bentuk deret berikut

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!}(x - a)^n \qquad (2.13)$$

maka deret tersebut disebut deret Taylor dari fungsi yang berpusat di a (Kreyszig, 1998).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2017/2018 bertempat di gedung Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan sistem permasalahan diferensial parsial homogen dengan menggunakan Metode Analisis Homotopi (HAM). Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan sistem persamaan diferensial parsial homogen $u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$ dengan Metode Analisis Homotopi adalah sebagai berikut :

1. Misalkan diberikan suatu persamaan nilai awalnya yaitu:

   $$u_t + u_x + 2w = 0,\ v_t + v_x + 2u = 0, \text{ dan } w_t + w_x - 2u = 0 \tag{3.1}$$

2. Dengan syarat awal

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= \sin(x+y) \\ v_0 &= \cos(x+y) \\ w_0 &= -\cos(x+y) \end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

3. Menyelesaikan persamaan deformasi ke-m dengan cara:

$$\left.\begin{aligned} R_m(\bar{u}_{m-1}) &= \left(\frac{\partial}{\partial t}u_{m-1} + \frac{\partial}{\partial x}u_{m-1} + 2w_{m-1}\right) \\ R_m(\bar{v}_{m-1}) &= \left(\frac{\partial}{\partial t}v_{m-1} + \frac{\partial}{\partial x}v_{m-1} + 2u_{m-1}\right) \\ R_m(\bar{w}_{m-1}) &= \left(\frac{\partial}{\partial t}w_{m-1} + \frac{\partial}{\partial x}w_{m-1} - 2u_{m-1}\right) \end{aligned}\right\} \quad (3.3)$$

4. Menentukan solusi persamaan deformasi ke-m pada persamaan (3.3) untuk setiap $m = 1,2,3,\dots,n$ dengan cara:

$$\left.\begin{aligned} u_m(x,t) &= X_m u_{m-1}(x,t) + h\int_0^t R_m(u_{m-1})\partial t \\ v_m(x,t) &= X_m v_{m-1}(x,t) + h\int_0^t R_m(v_{m-1})\partial t \\ w_m(x,t) &= X_m w_{m-1}(x,t) + h\int_0^t R_m(w_{m-1})\partial t \end{aligned}\right\} \quad (3.4)$$

5. Menentukan komponen dengan hasil yang telah didapat dari persamaan (3.4) jika $h = -1$.
6. Menentukan rangkaian solusi untuk mendapatkan solusi akhir dari langkah (5) dan dibentuk ke dalam deret Taylor.
7. Memeriksa bahwa solusi akhir yang didapat memenuhi persamaan $u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya diperoleh kesimpulan bahwa Metode Analisis Homotopi dapat digunakan untuk mencari solusi analitik dari persamaan $u_t + u_x + 2w = 0$, $v_t + v_x + 2u = 0$, dan $w_t + w_x - 2u = 0$ dengan syarat awal $u_0 = \sin(x + y)$, $v_0 = \cos(x + y)$ dan $w_0 = -\cos(x + y)$ jika $h = -1$ sehingga mendapatkan solusi akhir $u(x, y, t) = \sin(x + y + t)$ $v(x, y, t) = \cos(x + y + t)$ dan $w(x, y, t) = -\cos(x + y + t)$.

5.2 Saran

Pada penelitian ini hanya dibahas Metode Analisis Homotopi (HAM) pada persamaan diferensial parsial dengan 3 persamaan dan mendiferensialkan sebanyak 5 suku. Disarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat membahas lebih dari 2 persamaan dan dapat mendiferensialkan lebih dari 5 suku.

DAFTAR PUSTAKA

Bronson, R dan Costa, G.2007.Persamaan Diferensial. Erlangga, Jakarta.

Kreyzig, E. 1999. *Advanced Engineering Mathematics 8th Edition*. John Wiley, New York.

Liao, S. 2012. *Homotopy Analysis Method in Nonlinear Differential Equation*. Beijing: Higher Education Press.

Sasongko, S.B. 2010. *Metode Numerik dengan Scilab*. Andi, Yogyakarta.