ANALISIS *MISSING DATA* PADA RANCANGAN *STRIP PLOT*

(Tesis)

Oleh
NURMAITA HAMSYIAH

MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRAK

ANALISIS *MISSING DATA* PADA RANCANGAN *STRIP PLOT*

Oleh

Nurmaita Hamsyiah

Missing Data (data hilang) pada rancangan *strip plot* menyebabkan rancangan menjadi tidak seimbang. Akibatnya, akan timbul masalah dalam analisis data. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pendugaan terhadap data yang hilang dan pengujian hipotesis pada rancangan *strip plot* yang di dalamnya terkandung hingga tiga data hilang. Penelitian ini dibatasi untuk rancangan *strip plot* dengan model tetap yang terdiri dari 3 kelompok, masing-masing kelompok terdiri dari 3 taraf faktor A dan 4 taraf faktor B, serta diasumsikan data yang hilang terjadi pada taraf faktor A, taraf faktor B, dan kelompok yang berbeda. Pendugaan terhadap data yang hilang dilakukan dengan menggunakan pendekatan Yates. Pendekatan Satterthwaite-Cochran digunakan untuk menghilangkan bias yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang. Selanjutnya, simulasi kuasa uji dilakukan untuk membandingkan uji dengan pendekatan Yates dan uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran (*adjusted*) terhadap uji standar. Hasil secara analitik menunjukkan pendugaan data hilang dengan pendekatan Yates menghasilkan kuadrat tengah galat yang tak bias pada rancangan *strip plot*. Namun, pada kuadrat tengah perlakuan terjadi bias ke atas (positif). Dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran dibuat sedemikian sehingga nilai harapan kuadrat tengah perlakuan yang diperoleh dengan pendekatan Yates menjadi sama dengan nilai harapan kuadrat tengah rancangan *strip plot* bila tidak ada data yang hilang. Hasil simulasi dengan $\alpha = 0{,}05$ menggunakan software R versi 3.4.4 menunjukkan bahwa uji dengan pendekatan Yates lebih baik daripada uji *adjusted* bila dilihat dari ketakbiasannya. Pada uji *adjusted* terjadi bias pada kasus dua data hilang untuk hipotesis 2 dengan $\mu = 0{,}4$; dan pada kasus tiga data hilang untuk hipotesis 2 dengan $\mu = 0{,}2$; 0,4; 0,6; dan 0,8. Sedangkan bila dilihat dari hasil kuasa uji, uji *adjusted* lebih baik dibandingkan uji dengan pendekatan Yates.

Kata kunci: ide Yates, kuadrat tengah model *strip plot*, uji hipotesis.

ABSTRACT

ANALYSING DATA WITH MISSING VALUE FROM STRIP PLOT DESIGN

By

Nurmaita Hamsyiah

The missing data in strip plot design causes unbalanced design. As a result, several problems occur in analysing the data. This research objectives are to do estimation toward the missing data and to test the hypotheses in strip plot design comprising until three missing data. This research is limited to strip plot design with fixed model comprising three blocks, with each block consists of three level factor A, four level factor B, and it is assumed the missing data occur in different level factor A, different level factor B, and different block. The estimation of missing data is done by using Yates approach. Satterthwaite-Cochran approximation is used to omit that bias caused by value estimation of missing data. Then, the simulation for power of test is done to compare both tests using Yates approach and Satterthwaite-Cochran (adjusted) approximation toward standard test. Analytically, the result shows the estimation of missing data with Yates approach results in unbiased mean squares error in strip plot design. However, in mean squares treatment, it is over biased (positive). Satterthwaite-Cochran approach is done so that the expected mean squares treatments gained from Yates approach equals to expected mean squares treatment in strip plot design in case there is no missing data. The simulation result with $\alpha = 0{,}05$ using software R version 3.4.4 shows the test using Yates approach is better than asdjusted test when it is seen from the unbiased one. In adjusted test, there is a bias in two missing data case for the second hypothesis with $\mu = 0{,}4$; and for three missing data case for the second hypothesis with $\mu = 0{,}2$; 0,4; 0,6; and 0,8. On the other hand, when it is seen from the the result of power of test, the adjusted test is better than the test using Yates approach.

Keywords: Yates' idea, mean squares strip plot model, hypothesis testing

ANALISIS *MISSING DATA* PADA RANCANGAN *STRIP PLOT*

Oleh:
NURMAITA HAMSYIAH

Tesis

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
MAGISTER SAINS

Pada

Jurusan Matematika Program Studi Magister Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Tesis : **ANALISIS *MISSING DATA* PADA RANCANGAN *STRIP PLOT***

Nama Mahasiswa : Nurmaita Hamsyiah

No. Pokok Mahasiswa : 1627031001

Program Studi : Magister Matematika

Juruasan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.	**Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**
NIP 19570101 198403 1 001	NIP 19740726 200003 2 001

2. Ketua Program Studi Magister Matematika

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

   Sekretaris : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.** ....

   Penguji Utama 1 : **Ir. Warsono, M.S., Ph.D.** ....

   Penguji Utama 2 : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

   Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
   NIP 19710212 199512 1 001

3. Direktur Program Pascasarjana

   Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.
   NIP 19570101 198403 1 020

4. Tanggal Lulus Ujian : **08 Agustus 2018**

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa tesis saya yang berjudul "**Analisis *Missing Data* pada Rancangan *Strip Plot***" merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam tesis ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa tesis ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar lampung, 08 Agustus 2018
Penulis,

METERAI TEMPEL
7003BAFF235819940
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Nurmaita Hamsyiah
NPM 1627031001

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Sungailiat, Bangka pada tanggal 5 Mei 1979, sebagai anak pertama dari empat bersaudara dari Bapak Rabu Zainuddin dan Hatidjah.

Pendidikan Taman Kanak-Kanak (TK) Aisyiyah Bustanul Athfal Sungailiat diselesaikan tahun 1985, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 4 Sungailiat, Bangka tahun 1991, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 2 Sungailiat, Bangka pada tahun 1994, Sekolah Menengah Umum (SMU) di SMUN 3 Bandar Lampung pada tahun 1997, dan menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) di Universitas Negeri Jakarta pada tahun 2004. Tahun 2016, penulis melanjutkan pendidikan Stara Dua (S2) pada Program Studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Lampung.

Pada tahun 2004 sampai 2017 penulis memulai pengalaman sebagai dosen di Politeknik Manufaktur Astra Jakarta dan di Akademi Telekomunikasi Sandhy Putra Jakarta tahun 2015 sampai 2017.

PERSEMBAHAN

Dengan segenap rasa syukur, kupersembahkan karya ini untuk:

Orang tuaku (Rabu Zainuddin and Hatidjah)

Suamiku tercinta (Ade Rochimat)

Anak-anak kami tersayang (Azka Hanif Nugraha, Irsyad Zain Nugraha, Syauqi Rabbani, dan Lathifah Mumtazah)

Adikku-adikku (Dwi Andrie Yusuf, Ahmad Tri Oktora, dan Lia Annisa Mahdalena)

MOTTO

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.

Maka apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain).”

(QS. Al-Insyirah: 5-7)

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamiin, Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala karunia dan ridho-Nya, sehingga tesis dengan judul "Analisis *Missing Data* pada Rancangan *Strip Plot*" ini dapat diselesaikan. Shalawat dan salam semoga senantiasa Allah curahkan kepada Nabi Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut-Nya yang setia hingga akhir zaman. Tesis ini disusun untuk melengkapi salah satu persyaratan dalam memperoleh gelar magister sains pada program studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

Pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa hormat dan menghaturkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D selaku Dosen Pembimbing I atas kebaikan, kesabaran dalam membimbing dan memberikan ide serta saran pada penyelesaian tesis ini.
2. Dr. Khoirin Nisa selaku Dosen Pembimbing II atas segala kebaikan, dukungan, bantuan, dan kesabaran dalam membimbing serta memberikan ide dan saran selama proses penulisan tesis ini.
3. Ir. Warsono, M.S., Ph.D selaku Dosen Pembahas I atas saran dan kritik untuk memperbaiki tesis ini.

4. Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D selaku Pembahas II dan Ketua Jurusan Matematika atas kebaikan, saran, dan kritik untuk memperbaiki tesis ini.
5. Dr. Asmiati, S.Si., M.Si selaku Ketua Program Studi Magister Matematika atas kebaikan dan dukungannya hingga tesis ini selesai.
6. Bapak Dr. La Zakariya selaku dosen pengampu mata kuliah Magister Matematika atas ilmu yang telah diberikan.
7. Orang tuaku, Rabu Zainuddin dan Hatidjah atas dukungan dan doanya.
8. Suamiku tercinta, Ade Rochimat atas segala kebaikan, dan dukungan baik moril maupun materil hingga tesis ini selesai.
9. Anak-anakku, Azka Hanif Nugraha, Irsyad Zain Nugraha, Syauqi Rabbani, dan Lathifah Mumtazah yang telah menemani dan menjadi penyemangat dalam perjalananan penulisan tesis ini hingga selesai. Terima kasih atas pengertian dan kesabarannya.
10. Adiku-adikku, Dwi Andrie Yusuf, Ahmad Tri Oktora, dan Lia Annisa Mahdalena atas segala dukungannya.
11. Rekan S-2 Matematika, Misgiyati atas kebaikan dan dukungannya.
12. Rekan S-3 Matematika, Mas Agus dan Mas Edwin atas dukungannya.
13. Adik-adik jurusan Matematika, Shela, Harris, Lena atas segala kebaikan dan dukungannya.
14. Pihak-pihak yang turut membantu dalam penyelesaian tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Mudah-mudahan tesis ini dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan penelitian statistika dan bermanfaat bagi para pembaca.

Bandar Lampung, 08 Agustus 2018
Penulis,

Nurmaita Hamsyiah

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam penelitian eksperimental, suatu desain percobaan harus dirancang sesuai dengan tujuan penelitian. Desain atau rancangan percobaan merupakan rencana pelaksanaan percobaan yang tepat berupa bagan percobaan dan digunakan untuk mengumpulkan data dalam penelitian berdasarkan prinsip-prinsip statistika. Rancangan percobaan ini mengatur pemberian perlakuan (input) kepada unit-unit percobaan agar keragaman respon (output) yang ditimbulkan oleh keadaan lingkungan dan heterogenitas bahan percobaan yang digunakan dapat diwadahi dan disingkirkan. Bagi peneliti, rancangan percobaan menjadi pegangan dalam melakukan percobaan sehingga didapatkan hasil yang valid secara ilmiah.

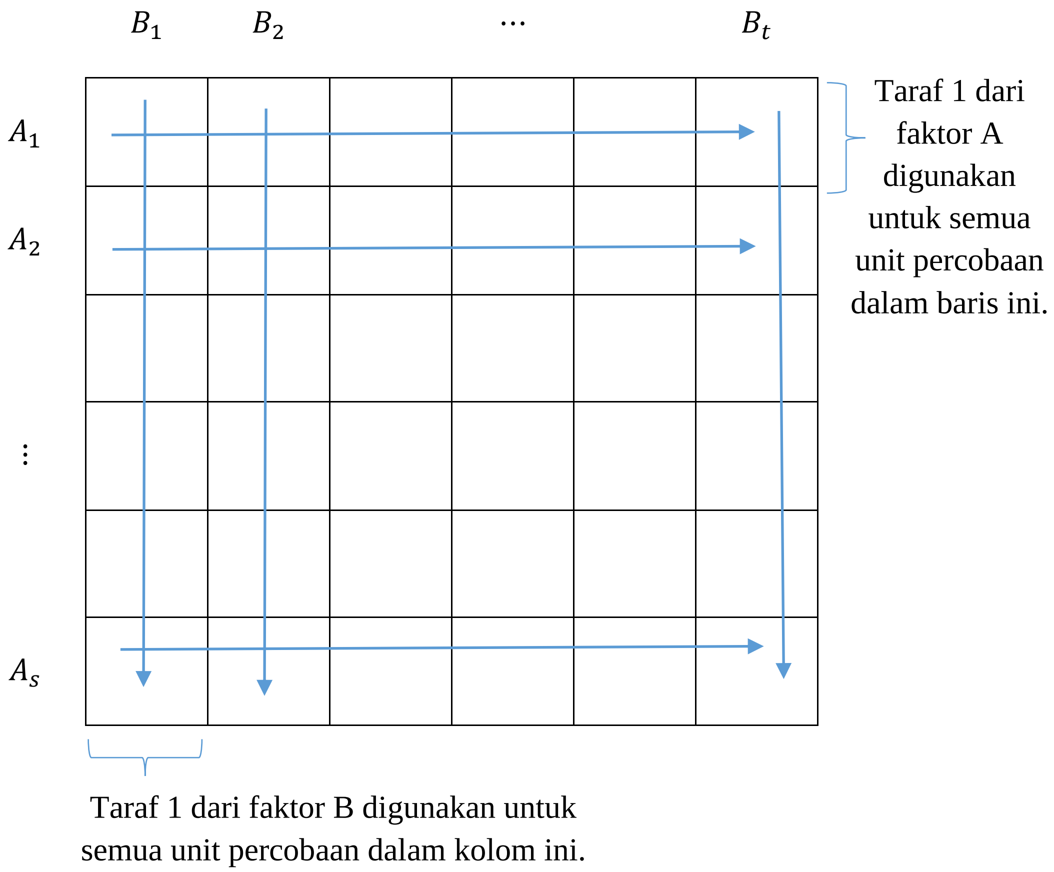
Rancangan percobaan diklasifikasikan menjadi rancangan lingkungan dan rancangan perlakuan. Rancangan lingkungan berkaitan dengan penempatan perlakuan pada unit percobaan, seperti rancangan acak lengkap (RAL), rancangan acak kelompok (RAK), dan rancangan bujur sangkar latin (RBSL). Pembagian perlakuan pada RAL dilakukan secara acak terhadap semua unit percobaan dan

RAK dilakukan secara acak terhadap setiap unit percobaan di dalam kelompok. Pada RBSL, semua perlakuan ditempatkan secara acak pada unit percobaan sedemikian sehingga tidak ada perlakuan yang sama dalam satu baris atau kolom. Sedangkan rancangan perlakuan berkaitan dengan pembentukan perlakuan. Bila perlakuan yang dibentuk terdiri dari dua faktor, maka dapat digunakan rancangan faktorial atau rancangan *split plot*. Pada rancangan faktorial, perlakuan merupakan komposisi dari semua kemungkinan kombinasi dari taraf-taraf dua faktor. Rancangan *split plot* merupakan bentuk khusus dari rancangan faktorial, di mana kombinasi perlakuan tidak diacak secara sempurna terhadap unit-unit percobaan karena salah satu faktor dan interaksinya dianggap lebih penting. Namun, terkadang suatu percobaan dua faktor diinginkan ketepatan untuk mengukur interaksi antara dua faktor yang lebih tinggi daripada mengukur pengaruh utama dari dua faktor yang digunakan. Dalam situasi seperti ini, dapat digunakan rancangan perlakuan yang lain, yaitu rancangan *strip plot*. Rancangan *strip plot* merupakan pengembangan dari rancangan faktorial, dimana ketepatan pengaruh interaksi antara dua faktor lebih diutamakan dibandingkan dengan dua pengaruh lainnya, pengaruh mandiri faktor A dan faktor B.

Meskipun rancangan percobaan telah dibuat sebaik mungkin, namun dalam prakteknya, seringkali data yang diperoleh dari hasil eksperimen tidak lengkap. Hal ini terjadi karena adanya *missing data* (data hilang) atau tidak dapat digunakan. Fenomena data hilang dapat disebabkan oleh banyak faktor, baik disebabkan oleh peneliti, lingkungan, maupun dari perlakuan yang diuji itu sendiri. Data yang hilang ini mempersulit analisisnya terutama dalam rancangan *strip plot*, karena akan menyebabkan ketidakseimbangan rancangan tersebut. Di samping itu, adanya data hilang ini juga berpengaruh terhadap analisis varians (anava) karena derajat bebas dari total dan galatnya berkurang serta terjadi bias pada kuadrat tengah perlakuan (KTP), selanjutnya galat baku juga akan berubah. Untuk mengatasi hal ini, maka dapat mengulang kembali percobaan atau menduga data yang hilang tersebut berdasarkan pada data yang ada. Dari dua pilihan ini, melakukan eksperimen kembali guna memperoleh data yang hilang merupakan tindakan yang kurang efisien karena akan menambah waktu, biaya, dan kondisi eksperimen sudah tidak sama lagi dengan eksperimen sebelumnya. Oleh karena itu, akan lebih efisien untuk menduga data yang hilang tersebut.

Hingga saat ini, penelitian yang berkaitan dengan data hilang dalam suatu rancangan percobaan masih terus dikaji, diantaranya: Kinansi (2017) dan Sirikasemsuk & Leerojanaprapa (2017). Pendekatan Yates merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk melakukan pendugaan data yang hilang. Pendekatan ini menggunakan prinsip kuadrat terkecil, yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galatnya, kemudian nilai dugaan tersebut dimasukkan dalam model dan dianalisis seperti menganalisis data yang lengkap. Kajian tentang pendugaan data hilang dengan pendekatan Yates telah banyak dilakukan, diantaranya: Federer (1967) membahas data yang hilang lebih dari satu pengamatan pada berbagai rancangan percobaan, Steel & Torrie (1993) juga membahas data hilang dengan ide yang sama seperti Yates, Usman & Warsono (2003) menggunakan pendekatan Yates untuk menduga satu data hilang pada rancangan *split plot*, Sriliana (2013) menduga data hilang pada RBSL, Supartini (2015) dan Kinansi (2017) melakukan estimasi data hilang pada RAK.

Dalam penelitian ini penulis termotivasi untuk ikut berperan dalam meneliti pendugaan data hilang dikarenakan hingga saat ini para peneliti masih terus mengkajinya; dimana data yang hilang terjadi pada rancangan *strip plot*. Rancangan *strip plot* dipilih karena data hilang yang akan diduga terdapat pada rancangan yang mengutamakan interaksi antara dua faktor dibandingkan pengaruh utama dari masing-masing faktor. Disamping itu, rancangan *strip plot* juga memiliki beberapa keuntungan diantaranya: mudah dalam operasi pelaksanaannya, misalnya untuk lintasan traktor, irigasi, dan pemanenan, serta dapat mempertinggi tingkat ketepatan pengaruh interaksi antara kedua faktor dengan mengorbankan pengaruh mandirinya. Berikut ini bagan percobaan rancangan *strip plot*:



Gambar 1.1. Bagan Percobaan *Strip-Plot*

Pendekatan Yates akan digunakan untuk menduga data hilang pada rancangan *strip plot* karena ide Yates cukup sederhana, yaitu memilih nilai dugaan yang membuat nilai harapan kuadrat tengah galat tak bias dan tetap sama dengan pengamatan yang diperoleh. Para peneliti masih banyak yang menggunakan pendekatan ini dalam menduga data hilang. Peneliti sebelumnya menggunakan pendekatan Yates untuk menemukan formula penduga untuk satu dan dua data hilang secara analitik dengan cara menurunkankan jumlah kuadrat galat dan menyamakan turunannya dengan nol, namun ada juga yang menggunakan pendekatan ini untuk menduga dua data hilang dengan proses iterasi hingga konvergensi tercapai. Dalam penelitian ini akan ditentukan formula penduga hingga tiga data hilang yang meminimumkan jumlah kuadrat galat. Akan tetapi, pendekatan Yates menghasilkan bias untuk kuadrat tengah dari parameter lainnya sehingga menyebabkan bias pada uji hipotesis. Untuk mengatasi bias tersebut, maka akan dilakukan anava *adjusted*.

1.2. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Rancangan *strip plot* yang diteliti menggunakan model tetap dengan $a = 3, b = 4,$ dan $r = 3$.
2. Analisis data hilang pada rancangan *strip plot* meliputi pendugaan hingga tiga data hilang dan pengujian hipotesis.
3. Data yang hilang terjadi pada taraf faktor A, taraf faktor B, dan kelompok yang berbeda. Pada kasus satu data hilang, pemgamatan yang hilang pada Y_{111}; pada kasus dua data hilang, pengamatan yang hilang pada Y_{111} dan Y_{222}; dan pada kasus tiga data hilang, pengamatan yang hilang pada Y_{111}, Y_{222}, dan Y_{333}.
4. Simulasi yang dilakukan menggunakan *software* R versi 3.4.4 dengan $a = 3, b = 4,$ dan $r = 3$.

1.3. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Mendapatkan formula untuk menaksir nilai dugaan data hilang pada rancangan *strip plot* dengan pendekatan Yates.
2. Menentukan nilai harapan kuadrat tengah pada rancangan *strip plot* agar besarnya bias dari kuadrat tengah perlakuan yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang dapat diketahui.
3. Menentukan cara agar bias yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang pada rancangan *strip plot* dapat dihilangkan.
4. Melakukan simulasi kuasa uji untuk membandingkan dua metode pengujian, yaitu uji dengan pendekatan Yates dan uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran terhadap uji standar.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Memberikan cara mendapatkan formula penduga data hilang pada rancangan *strip plot* dengan model tetap hingga tiga data hilang menggunakan pendekatan Yates.

2. Memberikan cara menentukan nilai harapan kuadrat tengah pada rancangan *strip plot* bila terdapat data yang hilang.

3. Memberikan cara menghilangkan bias pada kuadrat tengah perlakuan yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang pada rancangan *strip plot*.

4. Memberikan cara melakukan simulasi menggunakan *software* R versi 3.4.4 dalam membandingkan dua metode pengujian yaitu uji dengan pendekatan Yates dan uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran terhadap uji standar.

II. LANDASAN TEORI

2.1. Rancangan Percobaan

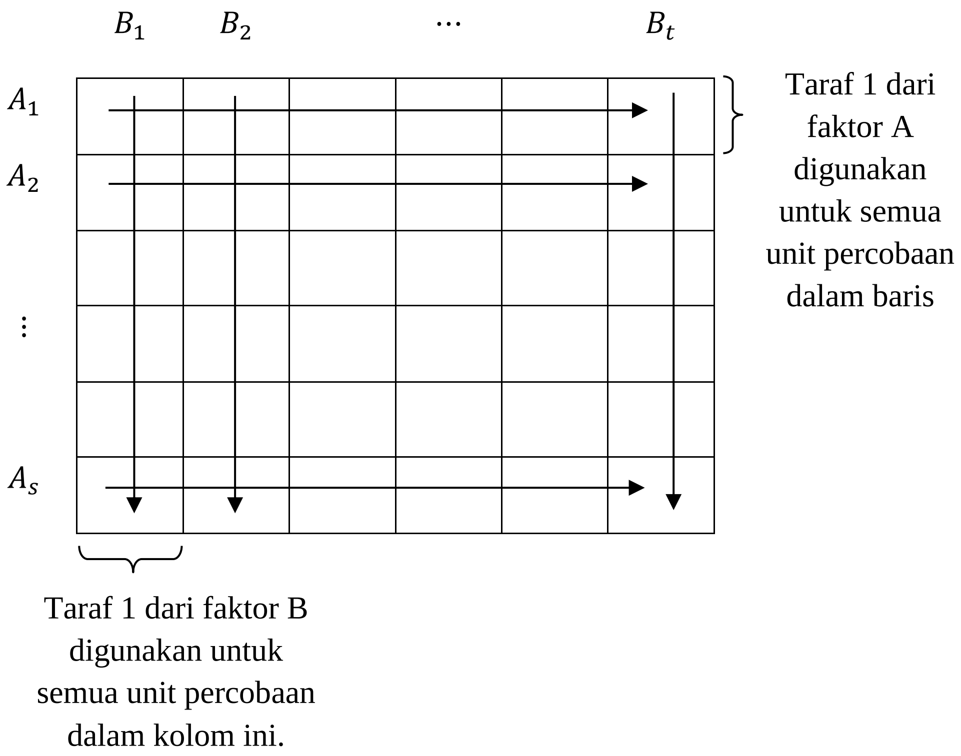
Rancangan percobaan berhubungan dengan percobaan yang direncanakan, bertujuan untuk mendapatkan informasi yang sebanyak-banyaknya dari sumber yang tersedia (Milliken & Johnson, 1997). Tiga prinsip dasar dalam rancangan percobaan sebagai berikut:

1. Replikasi atau ulangan, yaitu pengalokasian suatu perlakuan tertentu terhadap beberapa unit percobaan pada kondisi yang seragam.
2. Randomisasi atau pengacakan, yaitu setiap unit percobaan harus memiliki peluang yang sama untuk diberi perlakuan tertentu.
3. Pengendalian lingkungan (*local control*), yaitu usaha untuk mengendalikan keragaman yang muncul akibat keheterogenan kondisi lingkungan (Mattjik & Sumertajaya, 2000).

Menurut Milliken dan Johnson (1997), rancangan percobaan terdiri dari dua struktur dasar, yaitu struktur perlakuan (*treatment structure*) dan struktur rancangan (*design structure*). Struktur perlakuan dari suatu rancangan percobaan terdiri dari sekumpulan perlakuan, kombinasi perlakuan, atau populasi yang dipilih oleh peneliti untuk dipelajari atau dibandingkan. Sedangkan struktur rancangan dari suatu rancanga percobaan berkaitan dengan pengelompokkan unit percobaan ke dalam kelompok-kelompok yag homogen atau blok.

2.2. Rancangan *Strip Plot*

Rancangan *strip plot* merupakan suatu rancangan yang melibatkan dua struktur perlakuan, dimana unit-unit percobaan dasar ditempatkan dalam kelompok petak. Setiap petak mempunyai *s* baris, dimana *s* menyatakan banyaknya taraf dari faktor pertama; dan *t* kolom, dimana *t* menyatakan banyaknya taraf dari faktor kedua. Bagan percobaannya dapat digambarkan sebagai berikut (Milliken & Johnson):

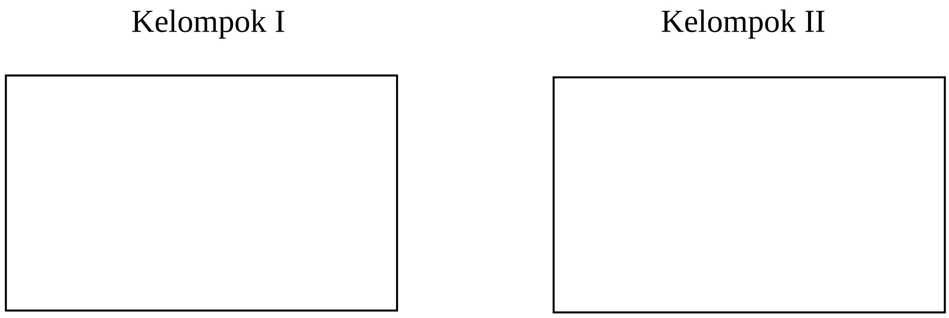


Gambar 2.1. Bagan Percobaan *Strip-Plot*

Pada gambar di atas, taraf-taraf dari faktor A ditempatkan secara acak untuk semua unit percobaan dalam suatu baris, sementara taraf-taraf dari faktor B ditempatkan secara acak untuk semua unit percobaan dalam suatu kolom.

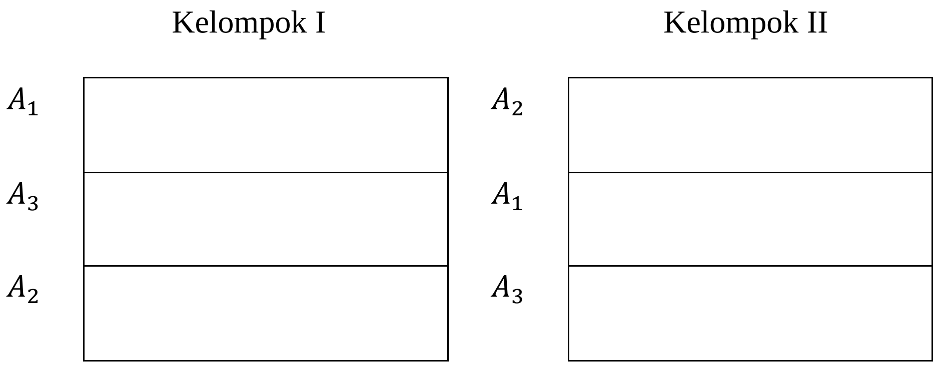
Rancangan *srip-plot* mirip dengan rancangan *split plot* (petak terpisah), namun dalam rancangan *strip plot* kedua faktor merupakan petak utama. Pengaruh perlakuan yang ditekankan dalam rancangan ini adalah pengaruh interaksi. Penempatan taraf-taraf kedua faktor dilakukan saling bersilangan. Rancangan *strip plot* dapat diaplikasikan dalam RAK (Mattjik dan Sumertajaya, 2000). Misalkan perlakuan disusun oleh kombinasi 3 taraf faktor A dan 3 taraf faktor B, setiap perlakuan diulang sebanyak 2 kali dalam blok. Langkah pengacakannya sebagai berikut:

1. Memilih kelompok unit percobaan secara acak.



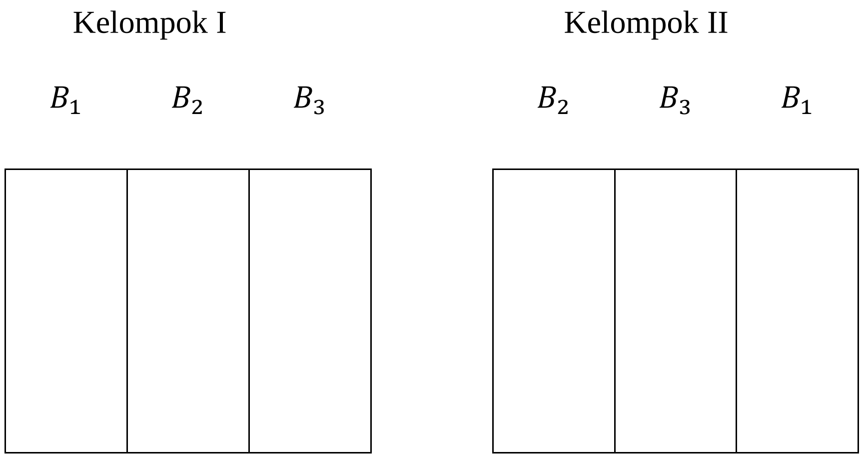
Gambar 2.2. Pemilihan Kelompok Unit Percobaan Rancangan S*trip Plot*

2. Menempatkan taraf-taraf faktor A secara acak pada setiap kelompok mengikuti plot baris.



Gambar 2.3. Hasil Pengacakan Tahap Pertama Percobaan Rancangan *Strip Plot*

3. Menempatkan taraf-taraf faktor B secara acak pada setiap kelompok mengikuti plot kolom.



Gambar 2.4. Hasil Pengacakan Tahap Kedua Percobaan Rancangan *Strip Plot*

Bagan percobaan *rancangan strip plot* setelah dilakukan pengacakan sebagai berikut:

	Kelompok I				Kelompok II		
	B_1	B_2	B_3		B_2	B_3	B_1
A_1	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_2	A_2B_2	A_2B_3	A_2B_1
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3	A_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_1
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3	A_3	A_3B_2	A_3B_3	A_3B_1

Gambar 2.5. Denah Lapangan Rancangan *Strip Plot*

2.3. *Kronecker Product*

Model linier dari rancangan percobaan dapat dinyatakan dalam bentuk matriks dan mempunyai pola tertentu. Namun, biasanya matriks tersebut berukuran besar sehingga kurang efektif dalam penulisan maupun perhitungannya. Untuk menyederhanakan bentuk matris tersebut, maka dapat digunakan *kronecker product*.

Definisi 2.1 (Usman & Warsono, 2001)

Jika A adalah matriks berukuran $n \times n$, a_{ij} adalah unsur ke-ij dengan $i = 1,2,\cdots,r$ dan $j = 1,2,\cdots,s$; $\boldsymbol{B}$ adalah $t \times v$ matriks, maka kronecker product dilambangkan dengan $\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}$ adalah $rt \times sv$ matriks dengan mengalikan setiap unsur a_{ij} dengan keseluruhan matriks $\boldsymbol{B}$, yaitu

$$\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\boldsymbol{B} & a_{12}\boldsymbol{B} & \dots & a_{1s}\boldsymbol{B} \\ a_{21}\boldsymbol{B} & a_{22}\boldsymbol{B} & \dots & a_{2s}\boldsymbol{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1}\boldsymbol{B} & a_{r2}\boldsymbol{B} & \dots & a_{rs}\boldsymbol{B} \end{bmatrix}.$$

2.4. Model Linier untuk Rancangan *Strip Plot*

Model linier dari rancangan *strip plot* bila rancangan lingkungan yang digunakan RAK, dapat dituliskan sebagai berikut (Mattjik & Sumertajaya, 2000) :

$$Y_{ijk} = \mu + K_k + \tau_i + \vartheta_{ik} + \delta_j + \varphi_{jk} + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \tag{2.1}$$

$i = 1,2,\cdots,a$; $j = 1,2,\cdots,b$; dan $k = 1,2,\cdots,r$

dimana:

Y_{ijk} = Nilai pengamatan pada faktor A taraf ke-*i*, faktor B taraf ke-*j* dan blok ke-*k*.

μ = Nilai rataan keseluruhan.

K_k = Pengaruh pengelompokkan ke-*k*.

τ_i = Pengaruh faktor A taraf ke-*i*.

δ_j = Pengaruh faktor B taraf ke-*j*.

γ_{ij} = Interaksi antara faktor A taraf ke-*i* dan faktor B taraf ke-*j*.

ϑ_{ik} = Pengaruh acak pada faktor A taraf ke-*i* dan kelompok ke-*k*.

φ_{jk} = Pengaruh acak pada faktor B taraf ke-*j* dan kelompok ke-*k*.

ε_{ijk} = Pengaruh acak pada faktor A taraf ke-*i*, faktor B taraf ke-*j*, dan kelompok ke-*k*.

Asumsi:

1. $\vartheta_{ik} \sim N_{iid}(0, \sigma_\vartheta{}^2)$, $\varphi_{ik} \sim N_{iid}\left(0, \sigma_\varphi{}^2\right)$, dan $\varepsilon_{ijk} \sim N_{iid}(0, \sigma_\varepsilon{}^2)$.
2. Model yang digunakan adalah model tetap, sehingga

$$\sum_{i=1} \tau_i = \sum_{j=1} \delta_j = \sum_{k=1} K_k = 0;$$

$$\sum_{i=1} \gamma_{ij} = \sum_{j=1} \gamma_{ij} = 0.$$

Model (2.1) dapat ditulis sebagai:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}^*$$

dimana

$\boldsymbol{X} = [1_a \otimes 1_b \otimes 1_r, 1_a \otimes 1_b \otimes I_r, I_a \otimes 1_b \otimes 1_r, 1_a \otimes I_b \otimes 1_r, I_a \otimes I_b \otimes 1_r]$

$\boldsymbol{\theta} = (\mu, K', \tau', \delta', \gamma')'$

$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \boldsymbol{Zu} + \boldsymbol{\varepsilon}$

$\boldsymbol{Z} = [I_a \otimes 1_b \otimes I_r, 1_a \otimes I_b \otimes I_r]$

$\boldsymbol{u} = (\vartheta, \varphi)'$

Bentuk hipotesis yang dapat diuji dari rancangan *strip plot* sebagai berikut:

a. Pengaruh faktor A

   $H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$

   (Tidak ada pengaruh faktor A terhadap respon yang diamati)

   H_1: paling sedikit ada satu i dimana $\tau_i \neq 0$

   (Ada pengaruh faktor A terhadap respon yang diamati)

b. Pengaruh faktor B

$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_b = 0$

(Tidak ada pengaruh faktor B terhadap respon yang diamati)

H_1: paling sedikit ada satu j dimana $\delta_j \neq 0$

(Ada pengaruh faktor B terhadap respon yang diamati)

c. Pengaruh interaksi faktor A dan faktor B

$H_0: \gamma_{11} = \gamma_{12} = \cdots = \gamma_{ij} = 0$

(Tidak ada pengaruh interaksi faktor A dan faktor B terhadap respon yang diamati)

H_1: paling sedikit ada sepasang (i, j) dimana $\gamma_{ij} \neq 0$

(Ada pengaruh interaksi faktor A dan faktor B terhadap respon yang diamati)

2.5. Pendugaan Paramater pada Rancangan *Strip Plot*

Penduga parameter untuk rancangan *strip plot* dapat ditentukan dengan menggunakan prinsip kuadrat terkecil, yaitu meminumkan jumlah kuadrat galat. Dari model (2.1) diperoleh:

$$\varepsilon_{ijk} = Y_{ijk} - \mu - K_k - \tau_i - \vartheta_{ik} - \delta_j - \varphi_{jk} - \gamma_{ij} \qquad (2.2)$$

Misalkan L adalah fungsi yang menyatakan jumlah kuadrat galat,

$$L = \sum_{i,j,k}^{a,b,r} \varepsilon_{ijk}{}^2 = \sum_{i,j,k}^{a,b,r} \left(Y_{ijk} - \mu - K_k - \tau_i - \vartheta_{ik} - \delta_j - \varphi_{jk} - \gamma_{ij}\right)^2$$

Dengan menurunkan secara parsial L terhadap masing-masing parameter dan menyamakan hasil turunannya dengan nol, maka dipeoleh penduga sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \frac{Y_{...}}{abr} = \bar{Y}_{...}$$

$$\hat{K}_k = \frac{Y_{..k}}{ab} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}$$

$$\hat{\tau}_i = \frac{Y_{i..}}{br} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}$$

$$\hat{\vartheta}_{ij} = \frac{Y_{i.k}}{b} - \hat{\mu} - \hat{K}_k - \hat{\tau}_i = \bar{Y}_{i.k} - \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{i..} + \bar{Y}_{...}$$

$$\hat{\delta}_j = \frac{Y_{.j.}}{ar} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}$$

$$\hat{\varphi}_{.jk} = \frac{Y_{.jk}}{a} - \hat{\mu} - \hat{K}_k - \hat{\delta}_j = \bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}$$

$$(\hat{\gamma})_{ij} = \frac{Y_{ij.}}{r} - \hat{\mu} - \hat{\tau}_i - \hat{\delta}_j = \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}$$

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{ijk} &= Y_{ijk} - \hat{\mu} - \hat{K}_k - \hat{\tau}_i - \hat{\vartheta}_{ij} - \hat{\delta}_j - \hat{\varphi}_{.jk} - \hat{\gamma}_{ij} \\ &= Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i.k} - \bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{...}\end{aligned}$$

2.6. Pengujian Hipotesis

Pengujian hipotesis merupakan suatu prosedur yang didasarkan pada fakta sampel dan teori peluang untuk menentukan apakah fakta mendukung atau tidak mendukung untuk menolak hipotesis.

Definisi 2.2 (Graybill, 1976)

Pada model linier umum, bentuk umum hipotesis ditetapkan sebagai

$$H\beta = h$$

dengan $H\beta = h$ adalah himpunan persamaan yang konsisten, H adalah matriks $q \times p$ berperingkat p, β vektor parameter $p \times 1$ dan h vektor $q \times 1$.

Hipotesis yang akan diuji dilambangkan dengan H_0 (hipotesis nol), dan alternatifnya H_1 (hipotesis tandingan).

Teorema 2.1 (Graybill, 1976)

Dalam model linier umum $Y = X\beta + \varepsilon$ dan ε berdistribusi $N(0, \sigma^2 I)$, Λ adalah statistik uji *Generalized Likelihood Rasio* (GLR) untuk menguji hipotesis

$$H_0 : H\beta = h \text{ dengan alternatif } H_a : H\beta \neq h,$$

di mana

$$\Lambda = \left(\frac{n-p}{q}\right)\left(\frac{\hat{\sigma}_\omega^2 - \hat{\sigma}_\Omega^2}{\hat{\sigma}_\Omega^2}\right) = \left[\frac{W'(I-TT')W - Y'(I-XX')Y}{Y'(I-XX')Y}\right]\left(\frac{n-p}{q}\right)$$

atau

$$\Lambda = \left[\frac{\left(H\hat{\beta}-h\right)'[H(X'X)^{-1}H']^{-1}\left(H\hat{\beta}-h\right)}{Y'(I-XX')Y}\right]\left(\frac{n-p}{q}\right).$$

Di samping itu, Λ berdistribusi $F(q, n-p, \lambda)$, dengan

$$\lambda = \frac{1}{2\sigma^2}\left(H\hat{\beta}-h\right)'[H(X'X)^{-1}H']^{-1}\left(H\hat{\beta}-h\right).$$

Uji GLR dengan taraf signifikansi α, yaitu tolak H_0 jika dan hanya jika Λ memenuhi $\Lambda \geq F_{\alpha:q,np}$ dengan $F_{\alpha:q,np}$ adalah titik kritis dengan peluang α dari distribusi F dengan derajat bebas q dan *n-p*.

Bukti (lihat Graybill 1976, hal. 188).

Dalam pengujian hipotesis dikenal dua jenis kesalahan, yaitu:

1. Kesalahan jenis I (*type I error*), yaitu kesalahan yang terjadi akibat menolak H_0 padahal H_0 benar. Peluang terjadinya kesalahan jenis I dilambangkan dengan α (alpha), yang disebut taraf nyata (*level of significance*). Peluang $1 -$

α disebut tingkat kepercayaan (*confidence interval*) yang menyatakan peluang tidak menolak H_0 dan H_0 memang benar.

2. Kesalahan jenis II (*type II error*), yaitu kesalahan yang terjadi akibat tidak menolak H_0 padahal H_0 salah. Peluang terjadinya kesalahan jenis II dilambangkan dengan β (beta). Peluang $1 - \beta$ disebut kuasa pengujian (*power of test*) yang menyatakan peluang menolak H_0 dan H_0 memang salah

(Mattjik & Sumertajaya, 2000).

2.7. Analisis Varians (Anava) Rancangan *Strip Plot*

Anava merupakan suatu uji hipotesis terhadap lebih dari dua perlakuan secara simultan. Anava digunakan untuk mengevaluasi apakah ada perbedaan yang signifikan di antara kuadrat tengah perlakuan. Dalam anava, pengujian terhadap data yang akan dianalisis perlu dilakukan karena dalam melakukan analisis, asumsi-asumsi yang mendasari anava haruslah terpenuhi. Jika tidak dipenuhi satu atau lebih asumsi dapat mempengaruhi baik tingkat nyatanya maupun kepekaan uji F atau uji t terhadap penyimpangan sesungguhnya dari hipotesis nol. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam anava agar pengujiannya menjadi sahih sebagai berikut:

1. Pengaruh perlakuan dan pengaruh lingkungan bersifat aditif.
2. Galat percobaan memiliki ragam yang homogen.
3. Galat percobaan saling bebas.
4. Galat percobaan menyebar normal (Mattjik & Sumertajaya, 2000).

2.7.1. Jumlah Kuadrat Model *Strip Plot*

Untuk memperoleh jumlah kuadrat setiap pengaruh dari model strip plot dapat dilakukan dengan mensubstitusikan $\hat{\mu},\ \widehat{K}_k,\ \hat{\tau}_i,\ \hat{\vartheta}_{ij},\ \widehat{\delta}_j,\ \hat{\varphi}_{jk},\ \hat{\gamma}_{ij}$, dan $\hat{\varepsilon}_{ijk}$ ke dalam Model (2.1) kemudian bentuk menjadi:

$$Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} \qquad (2.3)$$

Selanjutnya kuadratkan (2.3) dan jumlahkan menurut *i*, *j*, dan *k*,

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...}\right)^2$$

untuk mendapatkan jumlah kuadrat total (JKT), jumlah kuadrat kelompok (JKK), jumlah kuadrat faktor A (JKA), jumlah kuadrat galat faktor A (JKGa), jumlah kuadrat faktor B (JKB), jumlah kuadrat galat faktor B (JKGb), jumlah kuadrat interaksi antara faktor A dan faktor B (JKAB), dan jumlah kuadrat galat interaksi faktor A dan faktor B (JKGc).

Cara lain yang lebih sederhana untuk menentukan jumlah kuadrat, aturan penurunannya sebagai berikut (Montgomery, 1991):

1. Setiap komponen dalam model dibedakan menjadi 3, yaitu:
   a. Indeks hidup, yaitu indeks yang ada dalam suatu komponen dan ditulis bukan dalam tanda kurung.
   b. Indeks mati, yaitu indeks yang ada dalam suatu komponen dan ditulis dalam tanda kurung.
   c. Absen, yaitu indeks yang tidak ada dalam suatu komponen.

2. Derajat bebas untuk setiap komponen dalam model adalah hasil kali dari jumlah taraf setiap indeks mati dan jumlah taraf dikurangi satu untuk indeks hidup.
3. Untuk memperoleh jumlah kuadrat setiap pengaruh,
   a. Jabarkan derajat bebasnya. Setiap komponen dalam besaran tersebut merupakan bentuk simbolik dari jumlah kuadrat tidak terkoreksi.
   b. Selanjutnya lakukan prosedur berikut:
      (i). Simbol 1 merepresentasikan faktor koreksi.
      (ii). Susun notasi penjumlahan sehingga huruf yang diinginkan ditulis pertama, selanjutnya diikuti oleh komponen yang lain dalam tanda kurung.
      (iii). Jumlah dalam tanda kurung tulis dalam notasi "indeks titik" (*dot subscript*), dimana titik menggantikan jumlah dari indeks yang digantikan.
      (iv). Kuadratkan komponen dalam tanda kurung dan dibagi dengan hasil kali dari jumlah taraf dari indeks titik.

Berdasarkan cara tersebut, maka diperoleh hasil jumlah kuadrat untuk model *strip plot* sebagai berikut:

Simbol 1, $$1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right)^2}{abr} = \frac{Y_{...}^{\;2}}{abr}$$

Simbol *r*, $$r = \frac{\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ijk}\right)^2}{ab} = \sum_{k=1}^{r}\frac{Y_{..k}^{\;2}}{ab}$$

Simbol *a*, $$a = \frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right)^2}{br} = \sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{i..}^{\;2}}{br}$$

Simbol *b*, $$b = \frac{\sum_{j=1}^{b}(\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk})^2}{ar} = \sum_{i=1}^{a}\frac{Y_{.j.}^{\;2}}{ar}$$

Simbol *ab*, $ab = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}\right)^2}{r} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij.}{}^2}{r}$

Simbol *ar*, $ar = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{j=1}^{b} Y_{ijk}\right)^2}{b} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} Y_{i.k}{}^2}{b}$

Simbol *br*, $br = \frac{\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{i=1}^{a} Y_{ijk}\right)^2}{a} = \frac{\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{.jk}{}^2}{a}$

Simbol *abr*, $abr = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}{}^2$

Dengan demikian,

JKK dengan derajat bebas $(r-1)$ sebagai berikut:

$$JKK = \frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{..k}^2}{ab} - \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.4}$$

JKA dengan derajat bebas $(a-1)$ sebagai berikut:

$$JKA = \frac{\sum_{i=1}^{a} Y_{i..}^2}{br} - \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.5}$$

JKGa dengan derajat bebas $(a-1)(r-1) = ar - a - r + 1$ sebagai berikut:

$$JKGa = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} Y_{i.k}^2}{b} - \frac{\sum_{i=1}^{a} Y_{i..}^2}{br} - \frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{..k}^2}{ab} + \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.6}$$

JKB dengan derajat bebas $(b-1)$ sebagai berikut:

$$JKB = \frac{\sum_{j=1}^{b} Y_{.j.}^2}{ar} - \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.7}$$

JKGb dengan derajat bebas $(b-1)(r-1) = br - b - r + 1$ sebagai berikut:

$$JKGb = \frac{\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{.jk}^2}{a} - \frac{\sum_{j=1}^{b} Y_{.j.}^2}{ar} - \frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{..k}^2}{ab} + \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.8}$$

JKAB dengan derajat bebas $(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1$ sebagai berikut:

$$JKAB = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij.}^2}{r} - \frac{\sum_{i=1}^{a} Y_{i..}^2}{br} - \frac{\sum_{j=1}^{b} Y_{.j.}^2}{ab} + \frac{Y_{...}^2}{abr} \tag{2.9}$$

JKGc dengan derajat bebas

$$(a-1)(b-1)(r-1) = abr - ab - ar - br + a + b + r - 1$$

sebagai berikut:

$$JKG = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij.}^2}{r} - \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} Y_{i.k}^2}{b} - \frac{\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{.jk}^2}{a}$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{a} Y_{i..}^2}{br} + \frac{\sum_{j=1}^{b} Y_{.j.}^2}{ar} + \frac{\sum_{k=1}^{r} Y_{..k}^2}{ab} - \frac{Y_{...}^2}{abr} \qquad (2.10)$$

JKT dengan derajat bebas $(abr - 1)$ sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{abr} \qquad (2.11)$$

2.7.2. Nilai Harapan Kuadrat Tengah Model *Strip Plot*

Nilai harapan kuadrat tengah menentukan statistik uji untuk menguji hipotesis setiap parameter dalam model. Kuadrat tengah merupakan ukuran rata-rata keragaman dan diperoleh dari jumlah kuadrat dibagi dengan derajat bebas. Nilai harapan kuadrat tengah (E(KT)) dari model rancangan *strip plot* disajikan pada tabel berikut:

Tabel 1. Analisis Varians untuk Rancangan *Strip Plot* Model Tetap

Sumber Keragaman	Db	JK	KT	E(KT)	F_{hitung}	F_{tabel}
Kelompok	$r-1$	JKK	$\frac{\text{JKK}}{r-1}$		$\frac{KTA}{KTG}$	$F_{(db=r-1;\ (a-1)(b-1)(r-1))}$
A	$a-1$	JKA	$\frac{\text{JKA}}{a-1}$	$\sigma_\varepsilon{}^2 + b\sigma_\delta{}^2 + \frac{br\sum \alpha_i{}^2}{a-1}$	$\frac{KTA}{KTGa}$	$F_{(db=a-1;\ (a-1)(r-1))}$
Galat (a)	$(a-1)(r-1)$	JKGa	$\frac{\text{JKGa}}{(a-1)(r-1)}$	$\sigma_\varepsilon{}^2 + b\sigma_\delta{}^2$	$\frac{KTGa}{KTG}$	$F_{(db=(a-1)(r-1);\ (a-1)(b-1)(r-1))}$
B	$b-1$	JKB	$\frac{\text{JKB}}{b-1}$	$\sigma_\varepsilon{}^2 + a\sigma_\gamma{}^2 + \frac{ar\sum \beta_j{}^2}{b-1}$	$\frac{KTB}{KTGb}$	$F_{(db=b-1;\ (b-1)(r-1))}$
Galat (b)	$(b-1)(r-1)$	JKGb	$\frac{\text{JKGb}}{(b-1)(r-1)}$	$\sigma_\varepsilon{}^2 + a\sigma_\gamma{}^2$	$\frac{KTGb}{KTG}$	$F_{(db=(b-1)(r-1);\ (a-1)(b-1)(r-1))}$
AB	$(a-1)(b-1)$	JKAB	$\frac{\text{JKGAB}}{(a-1)(b-1)}$	$\sigma_\varepsilon{}^2 + \frac{r\sum\sum(\alpha\beta)_{ij}{}^2}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{KTAB}{KTG}$	$F_{(db=(a-1)(b-1);\ (a-1)(b-1)(r-1))}$
Galat (c)	$(a-1)(b-1)(r-1)$	JKG	$\frac{\text{JKG}}{(a-1)(b-1)(r-1)}$	$\sigma_\varepsilon{}^2$		
Total	$abr-1$	JKT				

2.8. Data Hilang

Data dari satuan percobaan tertentu kadang-kadang tidak dapat digunakan atau hilang, seperti ada ternak yang sakit atau mati tetapi bukan akibat perlakuan, atau ada petak yang dirusakkan tikus, atau ada tabung yang pecah di laboratorium, atau terjadi salah pencatatan. Data yang hilang mengakibatkan timbulnya masalah dalam analisis karena perlakuan tidak lagi bersifat ortogonal terhadap ulangan, sehingga tidak semua perlakuan diterapkan pada ulangan. Ortogonal yang dimaksud di sini adalah sifat keseimbangan atau sifat simetris pada rancangan percobaan. Kehilangan sifat seimbang dapat menyebabkan hilangnya sifat persaingan antara sesama perlakuan dalam setiap ulangan. Oleh karena itu, penting dilakukan pendugaan terhadap data hilang.

Kajian analisis data hilang dengan berbagai pendekatan telah menjadi topik yang menarik dalam penelitian statistika. Sebuah metode yang dikembangkan Yates dapat digunakan untuk menduga data yang hilang. Ide dasar dari Yates, data hilang diduga berdasarkan pada pengamatan yang ada dimana nilai dugaan dibuat sehingga nilai harapan kuadrat tengah galat menjadi tak bias dan tetap sama dengan pengamatan yang diperoleh. Namun, pendekatan ini menyebabkan terjadinya bias untuk kuadrat tengah parameter lainnya, sehingga hal ini dapat mengakibatkan bias pada uji hipotesis (Usman dan Warsono, 2003).

Pada penelitian sebelumnya, Sriliana (2013) melakukan pendugaan data hilang pada RBSL dasar dengan menggunakan metode Yates hingga dua data hilang.

Formula untuk satu data hilang diperoleh dengan cara menurunkan secara parsial JKG dan menyamakan hasil turunannya dengan nol, sehingga dihasilkan penduga data hilang yang meminimumkan JKG. Sedangkan pendugaan untuk dua data hilang diperoleh dengan melakukan proses iterasi hingga konvergensi tercapai. Caranya, salah satu data yang hilang diaproksimasi terlebih dahulu menggunakan formula penduga satu data hilang, kemudian dengan menggunakan nilai dugaan awal, dilakukan pendugaan data secara bergantian atau dilakukan proses iterasi hingga konvergensi tercapai. Dalam penelitiannya, Sriliana (2013) menyatakan bahwa prosedur pendugaan data hilang dengan metode Yates dapat digunakan untuk analisis percobaan data hilang dalam RBSL dasar. Pendugaan data yang hilang mengakibatkan JKP berbias ke atas dan derajat bebas dari total dan galat percobaan masing-masing berkurang sesuai dengan jumlah data yang hilang. Berdasarkan teladan penerapan, hasil analisis sampai pada dua data hilang pada rancangan bujur sangkar latin dasar masih memberikan kesimpulan yang sama dengan analisis jika data pengamatannya tidak hilang.

Supartini (2015) menulis penelitiannya tentang estimasi data hilang untuk rancangan blok acak sempurna dan menyatakan bahwa dalam rancangan blok acak lengkap apabila terdapat data hilang maka akan mempengaruhi hasil analisisnya karena akan menghilangkan keseimbangan rancangan tersebut dan menjadi tidak orthogonal. Oleh karena itu data hilang harus diestimasi dulu, dimana penduga diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Dalam penelitiannya, metode Yates digunakan untuk pendugaan hingga dua data hilang. Penduga untuk satu maupun dua data hilang diperoleh secara analitis dengan menurunkan secara parsial JKG dan menyamakan hasil turunannya dengan nol. Hal ini sama seperti yang ditulis oleh Federer (1967) dalam bukunya *Experimental Design, Theory and Application.*

Kinansi (2017) menggunakan metode Yates untuk menduga data hilang pada rancangan percobaan uji daya bunuh ekstrak etanol akar tumbuhan tuba terhadap kecoa Amerika (*periplaneta americana*). Prosedur pendugaan data hilang sama seperti yang dilakukan oleh Supartini (2013). Kesimpulan dalam penelitiannya, penggunaan metode Yates untuk menduga data hilang sangat membantu agar dapat dilakukan analisis statistika selanjutnya. Hasil analisis ragam menunjukkan pemberian level konsentrasi akar tuba pada kecoa memberikan pengaruh yang signifikan, meskipun bukan menggunakan data asli. Data penduga dari hasil analisis menggunakan metode Yates sangat valid.

Karena nilai dugaan yang diperoleh dengan pendekatan Yates mengakibatkan bias pada kuadrat tengah perlakuan (KTP), maka untuk mengatasi bias tersebut perlu dilakukan analisis varians *adjusted*. Pendekatan Satterthwaite-Cochran seperti yang ditulis Bancroft (1968) merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menghilangkan bias pada KTP. Prosedurnya sebagai berikut:

Untuk uji perlakuan, misalkan KTP dan KTG masing-masing adalah kuadrat tengah perlakuan dan kuadrat tengah galat.

$$KTP_{(adj)} = c_1 KTP,$$

dengan $KTP_{(adj)}$ adalah kuadrat tengah perlakuan yang disesuaikan. Nilai harapan KT *adjusted* sebagai berikut

$$E\left(KTP_{adj}\right) = E\left(c_1(KTP)\right).$$

Uji hipotesisnya sebagai berikut:

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = 0$

H_1: paling sedikit ada satu i dimana $\tau_i \neq 0$

dengan statistik ujinya:

$$F' = \frac{KTP_{adj}}{KTG}.$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Formula penduga hingga tiga data hilang pada rancangan *strip plot* diperoleh dengan pendekatan Yates menggunakan perhitungan kalkulus. Caranya, JKG yang mengandung data hilang diturunkan secara parsial terhadap data yang hilang kemudian hasilnya disamakan dengan nol,

$$\frac{\partial JKG}{\partial Y_{ijk}} = 0$$

   sehingga diperoleh $\hat{Y}_{ijk}$ yang meminimumkan jumlah kuadrat galat.
2. Nilai harapan kuadrat tengah rancangan *strip plot* yang didalamnya mengandung hingga tiga data hilang secara analitik diperoleh dengan cara mensubstitusikan model linier formula penduga hingga tiga data hilang dan model linier untuk jumlah nilai pengamatan dari setiap faktor dan interaksinya ke Persamaan (2.4) sampai (2.11) dan dibagi dengan derajat bebasnya, kemudian mencari nilai harapannya.
3. Bias pada kuadrat tengah perlakuan yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang diperoleh dengan membandingkan nilai harapan kuadrat tengah

rancangan *strip plot* untuk data lengkap dengan nilai harapan kuadrat tengah pada *point* 2 dan menghitung besarnya perbedaan di antara keduanya. Kemudian untuk menghilangkan bias tersebut, maka dilakukan anava *adjusted* dengan menggunakan pendekatan Satterthwaite-Cochran seperti yang dilakukan oleh Bancroft (1968).

4. Perbandingan dua metode pengujian, yaitu uji dengan pendekatan Yates dan uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran (*adjusted*) terhadap uji standar (sebelum diasumsikan ada data yang hilang) dilakukan melalui simulasi kuasa uji menggunakan *software* R versi 3.4.4. Dalam simulasi ini pengulangan sebanyak 1000 kali untuk setiap kombinasi $\mu, K, \tau, \delta,$ dan γ. Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam simulasi kuasa uji sebagai berikut:
   a. Membangkitkan data lengkap rancangan *strip plot*, di mana perlakuan disusun oleh kombinasi 3 taraf faktor A dan 4 taraf faktor B, setiap perlakuan diulang sebanyak 3 kali dalam blok.
   b. Menghitung anava untuk data lengkap.
   c. Menyimpan hasil uji yang menolak H_0 $(P - value < \alpha)$.
   d. Mengasumsikan ada satu data yang hilang dari data lengkap pada langkah a.
   e. Menghitung anava untuk satu data hilang dengan pendekatan Yates.
   f. Menyimpan hasil uji yang menolak H_0 $(P - value < \alpha)$.
   g. Menghitung anava *adjusted*.
   h. Menyimpan hasil uji yang menolak H_0 $(P - value < \alpha)$.
   i. Mengulangi langkah a s.d. h sebanyak 1000 kali.

j. Menghitung kuasa uji dari ketiga metode pengujian untuk kasus satu data hilang.

k. Mengulangi langkah a sampai dengan j untuk kasus dua dan tiga data hilang.

5. Analisis hasil simulasi.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

5.1. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, bila perlakuan pada rancangan *strip plot* disusun oleh kombinasi 3 taraf faktor A, 4 taraf faktor B, dan setiap perlakuan diulang sebanyak 3 kali dalam kelompok, serta diasumsikan data yang hilang terjadi pada taraf faktor A, taraf faktor B, dan kelompok yang berbeda, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat, maka diperoleh penduga hingga tiga data hilang pada rancangan *strip plot*. Hasilnya dapat dilihat pada Lampiran 4.
2. Dengan mensubstitusikan model linier untuk penduga hingga tiga data hilang dan model linier untuk jumlah pengamatan yang ada ke dalam formula jumlah kuadrat, kemudian dibagi dengan derajat bebas, maka diperoleh nilai harapan kuadrat tengah model *strip plot*. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 4.3, 4.5, dan 4.7.
3. Pendugaan hingga tiga data hilang pada rancangan *strip plot* dengan pendekatan Yates menghasilkan kuadrat tengah galat yang tak bias. Namun, pada kuadrat tengah perlakuan, baik untuk faktor A, faktor B, maupun interaksi antara faktor A dan faktor B terjadi bias ke atas (positif). Pendekatan

Satterthwaite-Cochran dapat digunakan untuk menghilangkan bias tersebut sedemikian sehingga nilai harapan kuadrat tengah perlakuan *adjusted* sama dengan nilai harapan kuadrat tengah perlakuan pada rancangan *strip plot* bila tidak ada data yang hilang.

4. Berdasarkan hasil simulasi, jika ditinjau dari ketakbiasan, untuk uji H_0 dengan $\alpha = 0{,}05$ pada kasus satu, dua, dan tiga data hilang, maka uji dengan pendekatan Yates lebih baik dibandingkan uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran. Pendekatan Yates menghasilkan uji yang tak bias baik terhadap faktor A, faktor B, maupun interaksi antara faktor A dan faktor B untuk $\mu = 0{,}2; 0{,}4; 0{,}6; 0{,}8$ dan $\sigma^2 = 4$; sementara pada uji H_0 dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran (*adjusted*) terjadi bias pada faktor B, yaitu pada kasus dua data hilang untuk $\mu = 0{,}6$ dan pada kasus tiga data hilang untuk $\mu = 0{,}2; 0{,}4; 0{,}6; 0{,}8$. Sedangkan jika ditinjau dari hasil kuasa uji, maka uji dengan pendekatan Satterthwaite-Cochran (*adjusted*) lebih baik daripada uji dengan pendekatan Yates untuk kasus satu, dua, dan tiga data hilang, karena hasil kuasa uji *adjusted* yang lebih dekat dengan uji standar.

5.2. Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, maka disarankan sebagai berikut:

1. Melakukan pendugaan data hilang bila pengamatan yang hilang terjadi pada taraf faktor A, atau taraf faktor B, atau kelompok yang sama baik untuk model tetap, model acak, maupun model campuran.

2. Menentukan rumus umum untuk penduga data hilang pada rancangan *strip plot.*
3. Mencari alternatif pendekatan yang lain dalam menghilangkan bias yang disebabkan oleh nilai dugaan data hilang agar diperoleh uji yang tak bias baik secara analitik maupun dalam simulasinya.
4. Meneliti *estimability* rancangan *strip plot* bila terdapat data yang hilang.

DAFTAR PUSTAKA

Bancroft, T.A. 1968. *Topics in Intermediate Statistical Methods*. Vol. 1. Lowa University. Ames.

Federer, W.T. 1967. *Experimental Design*. MacMillan. New Delhi.

Graybill, F.A. 1976. *Theory and Aplication of the Linear Model*. California:Wadsworth & Books.

Kinansi, R. 2017. Pendugaan Data Hilang pada Rancangan Percobaan Uji Daya Buruh Ekstrak Etanol Akar Tumbuhan Tuba terhadap Kecoa Amerika (*Periplaneta Americana*) Menggunakan Metode Yates. *Buletin Penelitian Kesehatan*. 45(3):205-214.

Matjik, A. A. & Sumertajaya, M. 2000. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab.* IPB. Bogor.

Milliken, G.A. & Johnson, D.E. 1997. *Analysis of Messy Data*. Vol. 1. Chapman & Hall, London.

Montgomery, D. C. 1991. *Design and Analysis of Experiments Third Edition*. John Wiley & Sons. New York.

Pearson, E.S. & Please, N.W. 1975. Relation between the Shape of Population Distribution and the Robustnessof Four SimpleTest Statistics. *Biometrika*. 6:223-241.

Sirikasemsuk, K & Leerojanaprapa, K. 2017. One Missing Value Problem in Latin Square of any Order: Exact Analysis of Variance. *Cogent Engineering*. 4:1411222.

Sriliana, I. 2013. Penduga Data Hilang pada rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar. *Kumpulan Makalah Seminar Semirata*. Universitas Lampung.

Steel, R.G.D. & Torrie, J.H. 1993. *Prinsip dan Prosedur Statistika: Suatu Pendekatan Statistika*. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Supartini, E. 2015. Mengestimasi Beberapa Data Hilang (*Missing Data*) dan Analisis Varians untuk Rancangan Blok Acak Sempurna. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. UMS.

Usman, M. & Warsono. 2001. *Teori Model Linear dan Aplikasinya*. Unila. Lampung.

Usman, M. & Warsono. 2003. Analisis Data Hilang pada Model Desain Eksperimen. *Proceedings Conference Statistical and Mathematical science of Islamic Society in South East Asia Region.* Universitas Islam Bandung. 25-26 April 2003.