

**ALOKASI DANA DARI PREMI ASURANSI JIWA SYARIAH
MENGUNAKAN METODE DWIGUNA**

(Skripsi)

Oleh

ARUM MARDHIYAH NURVITASARI



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018**

ABSTRACT

ALLOCATION OF FUNDS FROM PREMIUM OF SHARIA LIFE INSURANCE USING DWIGUNA METHOD

By

Arum Mardhiyah Nurvitasari

Insurance participants who have signed a written agreement or insurance policy must pay a sum of funds (premium) to the insurer. The amount of the premium can be calculated using the formula of continuous discount premium endowment life insurance. This kind of endowment life insurance is chosen because it has many advantages than any other kind of insurance, which the benefits of one unit will be given shortly after death or given shortly after the contract expires and the insured is still alive. The premium paid by the insurance participant will be allocated for administration fees, participant savings and tabarru savings' (help funds). Then, funds in participant savings and tabarru savings will be invested in Islamic investors. Return of investment will be divided based on the profit sharing principle (mudaraba) on Islamic insurance. Some of these investment returns belong to insurance participants who enter the participants' savings. In this case, the influence of age and insurance period will be calculated on the amount of premiums and insurance claims. From the calculation results obtained that for participants whose insurance period is the same but age is different, the older the participants, then the bigger the premiums and the insurance claim, so the allocation of funds is getting bigger too. Whereas for participants of the same age but the insurance period is difference, so the longer the insurance period, the smaller the premium and claim, the smaller the allocation of funds is obtained.

Keywords: Dual Life Insurance, Continuous Discount Premium, Allocation of Funds in Sharia Life Insurance

ABSTRAK

ALOKASI DANA DARI PREMI ASURANSI JIWA SYARIAH MENGUNAKAN METODE DWIGUNA

Oleh

Arum Mardhiyah Nurvitasari

Peserta asuransi yang telah menandatangani kontrak perjanjian tertulis atau polis asuransi harus membayarkan sejumlah dana (premi) kepada pihak asuransi. Besarnya premi dapat dihitung menggunakan rumus premi diskonto kontinu asuransi jiwa dwiguna. Jenis asuransi jiwa dwiguna ini dipilih karena mempunyai banyak keunggulan daripada jenis asuransi lainnya, yaitu manfaat/*benefit* sebesar satu satuan akan diberikan sesaat setelah meninggal atau diberikan sesaat setelah masa kontrak habis dan tertanggung masih hidup. Premi yang dibayarkan peserta asuransi tersebut akan dialokasikan untuk biaya administrasi, tabungan peserta, dan tabungan *tabarru'* (dana tolong-menolong). Kemudian, dana yang berada pada tabungan peserta dan tabungan *tabarru'* akan diinvestasikan ke investor-investor syariah. Hasil investasinya akan dibagi berdasarkan prinsip bagi hasil (*mudharabah*) pada asuransi syariah. Sebagian dari hasil investasi tersebut adalah milik peserta asuransi yang masuk ke dalam tabungan peserta. Untuk kasus ini akan dihitung pengaruh usia dan masa asuransi terhadap besarnya premi dan klaim asuransi. Dari hasil perhitungan diperoleh bahwa untuk peserta yang masa asuransinya sama tetapi usianya berbeda, maka semakin tua usia peserta, semakin besar premi dan klaim asuransinya, sehingga alokasi dananya juga semakin besar. Sedangkan untuk peserta dengan usia yang sama tetapi masa asuransinya berbeda, semakin panjang masa asuransi maka semakin kecil premi dan klaimnya, sehingga diperoleh alokasi dana yang semakin kecil.

Kata kunci: Asuransi Jiwa Dwiguna, Premi Diskonto Kontinu, Alokasi Dana Asuransi Jiwa Syariah

**ALOKASI DANA DARI PREMI ASURANSI JIWA SYARIAH MENGGUNAKAN
METODE DWIGUNA**

Oleh

ARUM MARDHIYAH NURVITASARI

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018**

Judul Skripsi : **ALOKASI DANA DARI PREMI ASURANSI
JIWA SYARIAH MENGGUNAKAN METODE
DWIGUNA**

Nama Mahasiswa : Arum Mardhiyah Nurvitasari

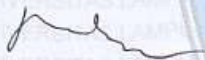
Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031025

Jurusan : Matematika

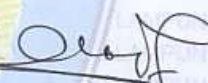
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing



Drs. Rudi Ruswandi, S.Si., M.Si
NIP. 19560208 198902 1 001



Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP. 19690213 199402 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika



Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Drs. Rudi Ruswandi, S.Si., M.Si.

Sekretaris : Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.

Penguji
Bukan Pembimbing : Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 14 Agustus 2018

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Arum Mardhiyah Nurvitasari

Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031025

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang berjudul **“Alokasi Dana dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna”** adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 21 Agustus 2018
Penulis,



Arum Mardhiyah Nurvitasari
NPM. 1417031025

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Nganjuk (Jawa Timur) pada tanggal 5 Agustus 1996. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Imron Amrulloh dan Ibu Indri Harmini, serta kakak dari Ardhila Wulan Octavia Putri.

Penulis memulai pendidikan dari sekolah dasar di SD Negeri 2 Tambahrejo tahun 2002. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 1 Gadingrejo pada tahun 2008. Pendidikan sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Pringsewu.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN pada tahun 2014. Pada periode tahun 2014/2015 penulis terdaftar sebagai anggota GEMATIKA Himpunan Mahasiswa Matematika FMIPA Unila.

Sebagai bentuk penerapan ilmu perkuliahan, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di kantor Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Pringsewu selama kurang lebih satu bulan. Penulis juga telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun 2017 selama 40 hari di Desa Berundung, Kec. Ketapang, Kab. Lampung Selatan, Provinsi Lampung.

MOTTO

Alloh akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat

(Q.S Al-Mujadilah : 11)

Barang siapa menempuh suatu jalan untuk mencari ilmu (syar'i), maka Alloh akan memudahkan jalan baginya menuju surga

(HR. Muslim : 2699)

Jika kamu tidak dapat menahan lelahnya belajar, maka kamu harus sanggup menahan perihnya kebodohan

(Imam Syafi'i)

*Berfikir sebelum bertindak. Bertindak sambil berfikir.
Dan istiqomahlah.*

(Arum Mardhiyah Nurvitasari)

PERSEMBAHAN

Puji dan syukur kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sebuah karya sederhana yang penuh perjuangan telah terselesaikan

Kupersembahkan Skripsi ini untuk :

Kedua orang tuaku tercinta :

Ayah Imron Amrulloh & Ibu Indri Harmini

Serta

Adikku tercinta :

Ardhila Wulan Octavia Putri

Terimakasih atas cinta dan kasih sayang yang telah diberikan.

Terimakasih atas doa, dukungan, dan semangat yang telah diberikan.

Terimakasih atas kesabaran yang telah diberikan.

*Percayalah, ini adalah sebuah titik awal perjuangan baktiku untuk kalian,
karena kalianlah motivasi terbesar di hidupku.*

SANWACANA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas rahmat dan hidayahnya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, teladan terbaik sepanjang masa.

Pada proses penyusunan skripsi ini, penulis memperoleh banyak bantuan, dukungan, bimbingan serta kritik dan saran yang membangun sehingga skripsi ini mampu terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing utama yang telah memberikan ilmu, semangat, dan motivasi dengan kesabarannya dalam membimbing hingga skripsi ini terselesaikan.
2. Bapak Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing pembantu yang telah membimbing, memberi masukan, dan mengarahkan penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing Akademik.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A, Ph.D., selaku dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan segala bentuk bantuan kepada penulis.
8. Orang tua dan Adik penulis, serta seluruh keluarga yang senantiasa memberikan doa, dukungan, dan kasih sayang kepada penulis, serta selalu memotivasi penulis untuk memberikan yang terbaik.
9. Sahabat-sahabatku Nada, Rafika, Hilda, Kokom, Nurul, Rama, Ami, Bima, Budi, Arya, Alfidra, Yusuf, Ari, Icha, Della, Tanti yang telah mendoakan, mendukung, dan memotivasi penulis.
10. Teman-teman pengurus BMPSI periode 2016-2018 Dias, Cindy, Fitri, Hilyana, Lala, Sani, Afid, Imam, Fauzan, Ikhsan yang telah memberikan dukungan dan doa terbaik kepada penulis.
11. Teman-teman seperjuangan Rafika, Septi, Ira, Arisca, Arif, Ardiansyah dan teman-teman angkatan 2014 yang telah banyak membantu dan memberikan semangat kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
12. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam menyusun skripsi ini.

Bandar lampung, 21 Agustus 2018
Penulis,

Arum Mardhiyah Nurvitasari

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Fungsi Kelangsungan Hidup (<i>Survival Function</i>).....	4
2.2 Peluang Waktu Sisa Hidup.....	6
2.3 Laju Tingkat Kematian (<i>Force of Mortality</i>)	7
2.4 Tabel Mortalitas	10
2.5 Tingkat Suku Bunga (<i>Interest</i>).....	13
2.5.1 Tingkat Suku Bunga Sederhana/Tunggal (<i>Simple Interest</i>)	13
2.5.2 Tingkat Suku Bunga Majemuk (<i>Compound Interest</i>)	14
2.6 Anuitas (<i>Annuity</i>)	17
2.6.1 Anuitas Tentu (Pembayaran Tahunan).....	17

2.6.2	Anuitas Tentu (Pembayaran k -kali setahun)	18
2.6.3	Anuitas Tentu (Pembayaran Kontinu)	19
2.6.4	Anuitas Hidup Kontinu (<i>Continuous Life Annuity</i>)	20
2.7	Premi Asuransi Jiwa.....	22
2.7.1	Premi Tunggal Asuransi Jiwa	24
2.7.1.1.1	Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka.....	24
2.7.1.1.2	Premi Tunggal Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Murni	26
2.7.1.1.3	Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna.....	27
2.7.2	Premi Kontinu	28
2.8	Premi Diskonto Kontinu (<i>Discounted Continuous Premiums</i>).....	30
2.9	Pengolahan Dana pada Asuransi Jiwa Syariah	31
2.9.1	Pengolahan Dana dengan Unsur Tabungan	31
2.9.2	Pengolahan Dana tanpa Unsur Tabungan	32
2.10	<i>Return</i> Asuransi Syariah	33

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1	Waktu dan Tempat Penelitian	36
3.2	Data Penelitian	36
3.3	Metode dan Tahap Penelitian.....	36

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

V. KESIMPULAN DAN SARAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
Tabel 1. Data Peserta Asuransi	40
Tabel 2. Besarnya Premi dan Alokasi Dana	42
Tabel 3. Bagi Hasil Dana Investasi	42

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
Gambar 1. Sistem Pembayaran <i>Benefit</i> pada Asuransi Jiwa Berjangka	25
Gambar 2. Sistem Pembayaran <i>Benefit</i> pada Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Murni	26
Gambar 3. Sistem Pembayaran <i>Benefit</i> pada Asuransi Jiwa Dwiguna	27
Gambar 4. Diagram Alir Alokasi Dana dari Premi Asuransi Jiwa Syariah dengan Metode Dwiguna	38
Gambar 5. Pengaruh Usia Terhadap Besarnya Premi Untuk $n = 5$ Tahun	43
Gambar 6. Pengaruh Usia Terhadap Besarnya Premi Untuk $n = 15$ Tahun	44
Gambar 7. Pengaruh Masa Asuransi Terhadap Besarnya Premi Untuk $x=20$ Tahun	45
Gambar 8. Pengaruh Masa Asuransi Terhadap Besarnya Premi Untuk $x=47$ Tahun	45

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada era globalisasi saat ini, kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi membuat manusia banyak mengalami kemajuan dalam hidupnya. Baik dari sektor ekonomi, kesehatan, pendidikan, maupun sektor lainnya. Kemajuan tersebut juga berimbas pada keinginan masyarakat untuk mendapatkan suatu jaminan hidup untuk dirinya dan keluarganya. Jaminan hidup itu bisa diwujudkan dalam bentuk asuransi. Perkembangan asuransi saat ini telah mengalami kemajuan yang sangat pesat. Banyak perusahaan-perusahaan asuransi yang berlomba-lomba menawarkan produk asuransinya, baik bagi masyarakat maupun perusahaan. Ketatnya persaingan di bidang asuransi mengharuskan perusahaan-perusahaan asuransi dapat menawarkan jasanya sehingga produk-produk asuransi yang dikeluarkan dapat menarik minat masyarakat Indonesia.

Indonesia adalah negara dengan jumlah penduduk muslim terbesar di dunia, akibatnya, lembaga-lembaga yang berprinsip pada aturan Islam atau syariah sangat dibutuhkan masyarakat muslim Indonesia. Dengan tingginya minat masyarakat terhadap lembaga syariah, kini telah berkembang perusahaan asuransi syariah yang dengan kefleksibelannya dapat memenuhi permintaan masyarakat

yang ingin memperoleh manfaat asuransi dengan prinsip Islam, yaitu mengandung prinsip koperasi, tanggung jawab, dan saling melindungi.

Dalam prinsipnya, peserta asuransi yang sudah sepakat dengan perjanjian tertulis atau polis asuransi harus membayarkan sejumlah uang (premi) kepada pihak asuransi yang menanggung sejumlah kerugian yang mungkin timbul dimasa yang akan datang.

Pada perkembangannya, banyak peserta asuransi yang tidak mengetahui tentang bagaimana pengolahan dana premi yang dibayarkan. Padahal sebagian dana premi tersebut akan diinvestasikan, dimana sekian persen dari hasil investasinya menjadi milik peserta asuransi. Oleh karena itu, penting bagi peserta asuransi mengetahui alokasi dana dari premi yang telah dibayarkan ke perusahaan asuransi. Baik itu besaran dana yang akan diinvestasikan maupun besaran bagi hasil investasinya. Perhitungan premi dan alokasinya menurut prinsip-prinsip Islam akan dibahas lebih lanjut dalam skripsi ini.

Pada penelitian ini, penulis menggunakan jenis asuransi jiwa syariah dengan metode dwiguna. Hal ini karena jenis asuransi ini memiliki keunggulan, yaitu peserta asuransi dapat memperoleh nilai tunai dari premi asuransi yang sudah dibayarkan berupa uang pertanggungan jika tertanggung meninggal dunia dalam periode tertentu atau masih tetap hidup sampai masa polis asuransinya berakhir sesuai dengan kebijakan polis asuransi yang bersangkutan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam skripsi ini yaitu mengenai pentingnya peserta asuransi untuk mengetahui alokasi dana preminya. Premi yang dibayarkan peserta

asuransi kepada perusahaan akan diinvestasikan ke investor-investor syariah. Sebagian dari hasil investasi tersebut adalah hak peserta asuransi yang masuk ke dalam tabungan peserta. Oleh karena itu menjadi penting bagi peserta asuransi untuk mengetahui alokasi dana dari premi asuransi jiwa syariah ini.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah memformulasikan penentuan besaran dan alokasi dana dari premi asuransi jiwa syariah menggunakan metode dwiguna sehingga sesuai dengan prinsip-prinsip asuransi syariah.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fungsi Kelangsungan Hidup (*Survival Function*)

Misalkan X adalah peubah acak kontinu yang menyatakan usia kematian dari seseorang yang baru dilahirkan, dan X memiliki fungsi distribusi $F_x(x)$

$$F_x(x) = P(X \leq x) \quad x \geq 0, \quad (2.1.1)$$

maka,

$$s(x) = 1 - F_x(x) = P(X > x) \quad x \geq 0, \quad (2.1.2)$$

Jika diasumsikan $F(0) = 0$, yang berarti $s(0) = 1$. Fungsi $s(x)$ dapat disebut fungsi kelangsungan hidup. $S(x)$ dapat diartikan sebagai peluang seseorang yang baru lahir (berusia 0 tahun) akan bertahan hidup sampai pada usia ke- x . Dalam ilmu aktuaria, fungsi kelangsungan hidup $s(x)$ digunakan sebagai langkah awal perhitungan-perhitungan yang dilakukan. Seperti untuk menentukan peluang seseorang berusia x akan tetap hidup atau peluang seseorang berusia x akan meninggal pada suatu selang waktu tertentu.

Dengan menggunakan hukum distribusi peluang, kita dapat menentukan peluang seseorang akan meninggal. Sebagai contoh, peluang seseorang yang baru

lahir akan meninggal diantara usia x dan z ($x < z$) dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} P(x < X < z) &= F_x(z) - F_x(x) \\ &= s(x) - s(z) \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

(Bowers et al, 1997)

Misalkan x adalah usia peserta asuransi pada saat polis ditandatangani, sedangkan jarak waktu antara x sampai meninggal dunia X akan disebut sisa umur bagi x , sehingga terdapat peubah acak $T(x)$, yaitu $T(x) = X - x$ untuk $x \geq 0$. $T(x)$ menyatakan sisa umur bagi x .

Fungsi distribusi dari $T(x)$ dinyatakan dengan $F_{T(x)}(t)$ dan didefinisikan (Bowers et al, 1997) dengan :

$$F_{T(x)}(t) = P(T(x) \leq t), t \geq 0 \quad (2.1.4)$$

$F_{T(x)}(t)$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum $(x + t)$ tahun.

Secara umum fungsi kelangsungan hidup dapat dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} s(x + t) &= 1 - F_{T(x)}(t) \\ &= 1 - [P(T(x) \leq t)] \\ s(x + t) &= P(T(x) > t), t > 0 \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

$s(x + t)$ adalah peluang orang berusia x tahun akan hidup mencapai usia $(x + t)$ tahun.

2.2 Peluang Waktu Sisa Hidup

Dalam *Survival Function*, simbol $T(x)$ menyatakan peubah acak waktu sisa hidup (*future lifetime*) dari seseorang yang berusia x , atau $T(x) = X - x$, dengan fungsi distribusi didefinisikan sebagai berikut (Bowers et al, 1997):

$$\begin{aligned}
 F_{T(x)}(t) &= P(T(x) \leq t \mid X > x) \\
 &= P(X - x \leq t \mid X > x) \\
 &= P(x \leq X \leq x+t \mid X > x) \\
 &= \frac{F_X(x+t) - F_X(x)}{1 - F_X(x)} \\
 &= \frac{(1 - s(x+t)) - (1 - s(x))}{s(x)} \\
 &= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} \\
 &= \frac{s(x)}{s(x)} - \frac{s(x+t)}{s(x)} \\
 &= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \\
 F_{T(x)}(t) &= {}_t q_x \tag{2.2.1}
 \end{aligned}$$

Dalam ilmu aktuarial ${}_t q_x$ dinyatakan sebagai peluang orang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum usia $(x + t)$ tahun untuk $X > x$. Sedangkan fungsi hidupnya yaitu (Bowers et al, 1997):

$$\begin{aligned}
 P(T(x) > t) &= 1 - P(T(x) \leq t) \\
 &= 1 - {}_t q_x
 \end{aligned}$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$P(T(x) > t) = {}_t p_x \quad (2.2.2)$$

2.3 Laju Tingkat Kematian (*Force of Mortality*)

Menurut Bowers et al (1997), laju kematian dari seseorang yang baru lahir dan akan meninggal antara usia x dan $(x + \Delta x)$ dengan syarat hidup pada usia x dapat dinyatakan dengan :

$$P(x < X < x + \Delta x \mid X > x) = \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (2.3.1)$$

Pada ruas kanan persamaan (2.3.1), jika $\Delta x \rightarrow 0$ maka:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} &= \frac{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} F(x + \Delta x) - F(x) \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1 - F(x)} \\ &= \frac{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \cdot \Delta x}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1 - F(x)} \\ &= \frac{F'(x) \Delta x}{1 - F(x)} \\ &\cong \frac{f(x) \Delta x}{1 - F(x)} \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Peubah acak X bersifat kontinu jika $F(x)$ adalah fungsi kontinu dari x .

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Jika $f(x)$ merupakan fungsi kepekatan peluang (fkp) atau *probability density function (pdf)* dari peubah acak kontinu X maka terdapat relasi antara fkp dan fungsi distribusi komulatif, yaitu :

$$f(x) = \frac{d[F(x)]}{dx} = F'(x)$$

$F'(x) = f(x)$ adalah pdf dari peubah acak kontinu usia meninggal. Fungsi tersebut didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{f(x)}{1 - F(x)}$$

Untuk setiap usia x , laju tingkat kematian dari seseorang yang berusia x tahun dapat dinyatakan dengan :

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (2.3.3)$$

Atau

$$\mu(x + t) = \frac{f(x+t)}{1 - F(x+t)} \quad (2.3.4)$$

$\mu(x + t)$ adalah probabilitas (peluang) sisa umur hidup seseorang yang berusia x tahun antara t dan $(t + \Delta x)$ tahun dengan syarat ia masih hidup pada usia x sampai $(x + t)$ tahun.

Karena $s(x) = 1 - F(x)$ atau $F(x) = 1 - s(x)$, maka :

$$F'(x) = f(x) = -s'(x) \quad (2.3.5)$$

Sehingga diperoleh nilai laju kematian pada usia x adalah :

$$\begin{aligned} \mu(x) &= \frac{-s'(x)}{s(x)} \\ &= \frac{-1}{s(x)} \cdot \frac{d(s(x))}{d(x)} \\ &= \frac{-d \ln s(x)}{ds(x)} \cdot \frac{d(s(x))}{d(x)} \end{aligned}$$

$$= \frac{-d \ln s(x)}{d(x)}$$

$$\mu(x)dx = -d \ln s(x) \quad (2.3.6)$$

Misalkan $x = y$, maka diperoleh:

$$\mu(y)dy = -d \ln s(y) \quad (2.3.7)$$

Dengan menggunakan integral tertentu pada batas x sampai $(x + t)$ maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \int_x^{x+t} \mu(y)dy &= - \int_x^{x+t} d \ln s(y) \\ &= - \ln s(y) \Big|_x^{x+t} \\ &= - \{ \ln s(x+t) - \ln s(x) \} \\ &= - \ln \left(\frac{s(x+t)}{s(x)} \right) \\ &= - \ln {}_t p_x \\ {}_t p_x &= e^{- \int_x^{x+t} \mu(y)dy} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

Jika nilai laju kematiannya konstan ($\mu(x) = \mu$) untuk semua $x \geq 0$, artinya besarnya nilai dari *Force of Mortality* (laju tingkat kematian) adalah sama untuk semua usia nasabah yang hidup, maka diperoleh:

$$s(x) = {}_x p_0 = e^{- \int_0^x \mu(y)dy} = e^{-\mu x} \quad (2.3.9)$$

Diketahui sebelumnya bahwa ${}_t q_x$ adalah fungsi distribusi dari $T(x)$, sehingga fungsi kepadatan peluang dari $T(x)$ adalah (Bowers et al, 1997):

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{d}{dt} {}_t q_x \\ &= \frac{d}{dt} (1 - {}_t p_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d}{dt} \left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \right) \\
&= \frac{d}{dt} \left(-\frac{s(x+t)}{s(x)} \right) \\
&= -\frac{s'(x+t)}{s(x)} \\
&= \frac{s(x+t)}{s(x)} \cdot -\frac{s'(x+t)}{s(x+t)} \\
f(t) &= {}_t p_x \cdot \mu(x+t) \tag{2.3.10}
\end{aligned}$$

2.4 Tabel Mortalitas

Pada tabel mortalitas terdapat peubah l_x dan d_x . l_x menyatakan jumlah orang yang diharapkan masih hidup sampai usia x tahun dari sekelompok orang yang baru lahir (l_0). l_0 diasumsikan mempunyai fungsi survival sama dengan $s(x)$. Misalkan $l_0 = 100000$ dan indeks $j = 1, 2, 3, \dots, l_0$ (orang ke-1, orang ke-2, ..., orang ke- l_0) kemudian $\mathcal{L}(x)$ menyatakan banyaknya bayi yang hidup sampai dengan usia x tahun, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut (Bowers et al, 1997):

$$\mathcal{L}(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \tag{2.4.1}$$

Dimana I_j adalah indikator untuk bayi yang bertahan hidup dari j , dan dapat pula dinyatakan dengan:

$$I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \text{ hidup sampai dengan } x \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Karena I_j adalah peubah acak, dan berdasarkan asumsi bahwa l_0 mempunyai fungsi survival yang sama dengan $s(x)$, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut:

$$P(I_j = 1) = s(x) \quad (2.4.2)$$

$$P(I_j = 0) = 1 - s(x) \quad (2.4.3)$$

Dari persamaan (2.4.2) dan (2.4.3), diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut (Bowers et al, 1997):

$$E[I_j] = 1 \cdot s(x) + 0 \cdot (1 - s(x)) = s(x) \quad (2.4.4)$$

Sehingga nilai ekspektasi dari $\mathcal{L}(x)$ dapat dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} E[\mathcal{L}(x)] &= E \left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j \right] \\ &= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] \\ &= \underbrace{s(x) + s(x) + \dots + s(x)}_{l_0} \\ l_x &= l_0 \cdot s(x) \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

$$\begin{aligned} &= l_0 \cdot {}_x p_0 \\ &= l_0 \cdot \exp \left(\int_0^x \mu_t dt \right) \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Selanjutnya peubah d_x menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $(x + 1)$ tahun.

Misalkan ${}_n D_x$ menyatakan banyaknya bayi yang meninggal antara usia x tahun sampai dengan usia $(x + n)$ tahun, maka berlaku persamaan berikut :

$$P(x < X < x + n) = s(x) - s(x + n) \quad (2.4.7)$$

Selanjutnya indikator yang berlaku adalah sebagai berikut:

$$I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \text{ meninggal antara usia } x \text{ tahun sampai } x + n \text{ tahun} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Karena I_j adalah peubah acak, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut:

$$P(I_j = 1) = s(x) - s(x + n) \quad (2.4.8)$$

$$P(I_j = 0) = 1 - [s(x) - s(x + n)] \quad (2.4.9)$$

Dari persamaan (2.4.7) dan (2.4.8), diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut:

$$E[I_j] = 1 \cdot s(x) - s(x + n) + 0 \cdot (1 - [s(x) - s(x + n)]) = s(x) - s(x + n)$$

Sehingga nilai ekspektasi dari ${}_nD_x$ dapat dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} E[{}_nD_x] &= E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right] \\ &= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] \\ &= \underbrace{[s(x) - s(x + n)] + \{s(x) - s(x + n)\}}_{l_0} \\ {}_nD_x &= l_0 \cdot \{s(x) - s(x + n)\} \\ {}_nD_x &= l_0 \cdot s(x) - l_0 \cdot s(x + n) \\ {}_nD_x &= l_x - l_{x+n} \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

Dimana ${}_nD_x$ menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun yang meninggal sebelum mencapai usia $(x + n)$ tahun.

Berdasarkan persamaan (2.4.5) dan (2.4.10) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l_x &= l_0 \cdot s(x) \Rightarrow s(x) = \frac{l_x}{l_0} \\ {}_x p_0 &= \frac{l_x}{l_0} \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

Dan

$${}_xq_0 = 1 - {}_xp_0 = 1 - \frac{l_x}{l_0} = \frac{l_0 - l_x}{l_0} = \frac{d_x}{l_0} \quad (2.4.12)$$

Sehingga peluang (x) akan meninggal sebelum mencapai usia ($x + t$) tahun dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} {}_tq_x &= 1 - {}_tp_x \\ &= 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} \\ &= \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} \\ &= \frac{t d_x}{l_x} \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

2.5 Tingkat Suku Bunga (*Interest*)

Tingkat suku bunga adalah sesuatu pembayaran yang dilakukan karena seseorang meminjam uang sebagai balas jasa atas pemakaian uang yang telah dipinjam. Secara umum cara perhitungan bunga dibagi menjadi dua yaitu tingkat suku bunga sederhana/tunggal (*simple interest*) dan tingkat suku bunga majemuk (*compound interest*).

2.5.1 Tingkat Suku Bunga Sederhana/Tunggal (*Simple Interest*)

Menurut Laksono (2004:191), tingkat suku bunga tunggal adalah perhitungan bunga yang dilakukan hanya berdasarkan pada pokok investasi. Misalkan P menyatakan pokok, yaitu besarnya pinjaman atau modal pertama, dan i adalah tingkat bunga setahun. Hal ini berarti bahwa pada akhir tahun besarnya

bunga adalah iP , sehingga besarnya bunga dan pokok pada akhir tahun menjadi $P + iP$. Bila bunga tidak menghasilkan bunga (bunga tunggal) maka banyaknya bunga pada akhir tahun kedua adalah $2iP$, pada akhir tahun ke- n menjadi niP , sehingga jumlah pokok dengan bunganya menjadi $P + niP$. Bila jumlah bunganya dengan pokoknya pada akhir tahun ke- n dinyatakan dengan P_n , maka menurut perhitungan bunga tunggal, diperoleh

$$\begin{aligned} P_n &= P + niP \\ &= P(1 + ni) \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

2.5.2 Tingkat Suku Bunga Majemuk (*Compound Interest*)

Laksono (2004:191) mendefinisikan tingkat suku bunga majemuk adalah suatu perhitungan bunga dimana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan bunga yang diperoleh. Misalkan besar pokok P , tingkat bunga tunggal i , jangka investasinya t tahun, maka besar bunga majemuk dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$I = P \cdot i^t \quad (2.5.2.1)$$

Pada akhir tahun pertama jumlah bunga dan pokoknya adalah $P(1 + i)$ dan jumlah ini merupakan pokok yang baru untuk permulaan di tahun ke-2, yaitu,

$$P_1 = P(1 + i) \text{ (Sembiring, 1986:32-33)} \quad (2.5.2.2)$$

Pada akhir tahun ke-2 besar bunga adalah $iP_1 = iP(1 + i)$, sehingga pada bulan tersebut, besar bunga dan pokoknya adalah,

$$\begin{aligned}
P_1 + iP_1 &= P_1 + iP(1+i) \\
&= P(1+i) + iP(1+i) \\
&= [P(1+i)](1+i) \\
&= P(1+i)^2
\end{aligned} \tag{2.5.2.3}$$

$P(1+i)^2$ ini yang akan digunakan dalam perhitungan untuk menemukan besar pokok pada tahun ke-3. Sehingga setelah t tahun nilai total investasi menjadi,

$$P_t = P_0(1+i)^t \text{ (Markonah dan Hedwigis, 2009:29).} \tag{2.5.2.4}$$

Dalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi diskonto atau faktor diskon yang disebut juga dengan nilai saat ini. Nilai saat ini adalah investasi sebesar 1 yang akan terakumulasi menjadi $1+i$ pada akhir periode ke 1. Nilai saat ini juga bisa disebut dengan faktor diskonto yang dinotasikan dengan v dan dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$v = \frac{1}{1+i} \tag{2.5.2.5}$$

Pembayaran dimuka dan dinyatakan dengan suku diskonto (*discount rate*) dinotasikan dengan d . Berikut definisi fungsi tingkat diskon d sebagai berikut :

$$d = \frac{i}{(1+i)} = i \cdot v = 1 - \frac{1}{(1+i)} = \frac{(1+i)-1}{(1+i)} = 1 - v \tag{2.5.2.6}$$

Karena v adalah nilai sekarang (*present value*) untuk pembayaran sebesar 1 satuan yang akan dibayarkan 1 tahun kemudian, apabila pembayaran dilakukan 1 tahun lebih cepat, maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$ (Futami, 1993).

Tingkat suku bunga selalu dinyatakan pertahun atau per annum (p.a).

Tingkat bunga tahunan yang dinyatakan itu apakah diakhiri dengan p.a atau tidak, disebut dengan tingkat bunga nominal (Frensidy, 2010). Simbol untuk tingkat bunga nominal adalah $i^{(k)}$. Untuk suku bunga nominal dengan k kali pembayaran dalam satu tahun dapat dedefinisikan sebagai berikut (Futami, 1993):

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^k \text{ dengan } i^{(k)} = k \left[(1 + i)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \quad (2.5.2.7)$$

$$i^{(k)} = \frac{(1 + i)^{\frac{1}{k}} - (1 + i)^0}{\frac{1}{k}}$$

$$1 - d = \left(1 - \frac{d^{(k)}}{k}\right)^k \text{ dengan } d^{(k)} = k [1 - (1 - d)^{1/k}] = k [1 - v^{1/k}] \quad (2.5.2.8)$$

Misalkan $y = (1 + i)^x = f(x)$ maka $f(x + \Delta x) = (1 + i)^{x + \Delta x}$

Menurut notasi Leibniz jika $\Delta x \rightarrow 0$, maka diperoleh:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1 + i)^{x + \Delta x} - (1 + i)^x}{\Delta x}$$

Sehingga:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1 + i)^{\Delta x} - (1 + i)^0}{\Delta x} \quad (2.5.2.9)$$

Jika $\Delta x = \frac{1}{k}$, $\Delta x \rightarrow 0$ maka $\frac{1}{k} \rightarrow 0$

Dengan k adalah banyaknya pembayaran yang dilakukan dalam 1 tahun. Jika

$k \rightarrow \infty$ maka akan diperoleh definisi laju tingkat suku bunga, yaitu sebagai

berikut:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \lim_{\frac{1}{k} \rightarrow 0} \frac{(1 + i)^{\frac{1}{k}} - (1 + i)^0}{\frac{1}{k}}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\frac{1}{k} \rightarrow 0} \frac{(1+i)^{\frac{1}{k}} - (1+i)^0}{\frac{1}{k}} \\
&= \lim_{k \rightarrow \infty} i^{(k)} \tag{2.5.2.10}
\end{aligned}$$

Untuk $y = (1+i)^x$ maka $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \ln(1+i)$

Untuk $k \rightarrow \infty$ didapatkan nilai δ dan dinyatakan dalam (Futami, 1993):

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} i^{(k)} &= \ln(1+i) = \delta \\
\delta &= \ln(1+i) \\
e^{\delta} &= (1+i)^1 \\
e^{-\delta} &= (1+i)^{-1} \\
e^{-\delta t} &= (1+i)^{-t} = v^t \tag{2.5.2.11}
\end{aligned}$$

Dan δ disebut dengan laju tingkat suku bunga (*force of interest*).

2.6 Anuitas (*Annuity*)

Anuitas didefinisikan sebagai suatu rangkaian pembayaran dengan jumlah tertentu dalam selang dan periode waktu tertentu (Sembiring, 1997).

2.6.1 Anuitas Tetap (Pembayaran Tahunan)

Anuitas tetap adalah serangkaian pembayaran berkala yang dilakukan selama jangka waktu tertentu dengan syarat dan besarnya pembayaran berkala tidak perlu sama. Anuitas tetap dibagi menjadi dua, yaitu: anuitas tetap yang dibayarkan di awal waktu pembayaran disebut anuitas awal (*due annuity*) dan anuitas yang dibayarkan diakhir waktu pembayaran disebut anuitas akhir

(*immediate annuity*). Total nilai sekarang dari anuitas akhir diberi notasi $a_{\overline{n}|}$

(*immediate annuity*) adalah (Futami, 1993):

$$PV = a_{\overline{n}|} = v + v^2 + v^3 + \dots + v^n \quad (2.6.1.1)$$

Dengan menggunakan rumus geometri, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} a_{\overline{n}|} &= v \cdot \left(\frac{1 - v^n}{1 - v} \right) \\ &= v \cdot \left(\frac{1 - v^n}{i \cdot v} \right) & \text{dengan } d = \frac{i}{1 + i} = i \cdot v = 1 - v \\ &= \frac{1 - v^n}{i} \end{aligned} \quad (2.6.1.2)$$

Sedangkan total nilai sekarang dari anuitas awal (*due annuity*) yang diberi notasi

$\ddot{a}_{\overline{n}|}$ adalah (Futami, 1993):

$$PV = \ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} \quad (2.6.1.3)$$

Dengan cara yang sama maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{n}|} &= 1 \cdot \left(\frac{1 - v^n}{1 - v} \right) \\ &= 1 \cdot \left(\frac{1 - v^n}{d} \right) & \text{dengan } d = \frac{i}{1 + i} = i \cdot v = 1 - v \\ &= \frac{1 - v^n}{i \cdot v} \end{aligned} \quad (2.6.1.4)$$

2.6.2 Anuitas Tentu (Pembayaran k -kali setahun)

Suatu anuitas tentu yang pembayarannya dilakukan k kali dalam setahun dengan selang pembayaran setiap $1/k$ tahun dan total pembayarannya dalam satu tahun sebesar 1.

Maka total nilai sekarang dari anuitas tersebut yang dinotasikan, $a_{\overline{n}|}^{(k)}$ adalah :

$$\begin{aligned}
a_{\overline{n}|}^{(k)} &= \frac{1}{k} (v^{1/k} + v^{2/k} + v^{3/k} + \dots + v^{n-1/k} + v^n) \\
&= \frac{1}{k} \left(\frac{v^{1/k} - v^{n+1/k}}{1 - v^{1/k}} \right) \\
&= \frac{1 - v^n}{k[(1+i)^{1/k} - 1]} \\
a_{\overline{n}|}^{(k)} &= \frac{1 - v^n}{i^{(k)}} \tag{2.6.2.1}
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk anuitas awal yang dinotasikan $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(k)}$ adalah :

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(k)} &= \frac{1}{k} (1 + v^{1/k} + v^{2/k} + v^{3/k} + \dots + v^{n-1/k}) \\
&= \frac{1}{k} \left(\frac{1 - v^n}{1 - v^{1/k}} \right) \\
&= \frac{1 - v^n}{k[1 - (1-d)^{1/k}]} \\
\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(k)} &= \frac{1 - v^n}{d^{(k)}} \tag{2.6.2.2}
\end{aligned}$$

2.6.3 Anuitas Tentu (Pembayaran Kontinu)

Suatu anuitas tentu yang pembayarannya dilakukan k kali dalam satu tahun dengan $k \rightarrow \infty$, atau dengan kata lain pembayarannya dilakukan setiap saat, dinotasikan dengan $\bar{a}_{\overline{n}|}$ (Futami, 1993):

$$\begin{aligned}
\bar{a}_{\overline{n}|} &= \lim_{k \rightarrow \infty} a_{\overline{n}|}^{(k)} \\
&= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1 - v^n}{i^{(k)}} \\
&= \frac{1 - v^n}{\delta} \tag{2.6.3}
\end{aligned}$$

2.6.4 Anuitas Hidup Kontinu (*Continuous Life Annuity*)

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang sifatnya periodik dan pembayarannya hanya akan dilakukan apabila orang yang ditunjuk masih hidup pada saat pembayaran jatuh tempo.

Anuitas hidup sebesar satu satuan per akhir tahun yang pembayarannya dilakukan secara kontinu atau setiap saat disebut anuitas hidup kontinu. Dengan nilai sekarang (*present value*) dari pembayaran anuitas tersebut dinotasikan dengan peubah acak Y , yaitu: $Y = \bar{a}_T$ dengan $T \geq 0$ (Bowers et al, 1997):

Dari persamaan (2.6.3) diperoleh (Futami, 1993):

$$\bar{a}_T = \frac{1 - v^T}{\delta} \quad (2.6.4.1)$$

Actuarial Present Value (APV) dari anuitas tersebut adalah:

$$\begin{aligned} \bar{a}_x &= E[Y] = E[\bar{a}_T] = \int_0^{\infty} \bar{a}_T \cdot f(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1 - v^T}{\delta} \cdot f(t) dt \end{aligned} \quad (2.6.4.2)$$

Dengan menggunakan pengintegralan parsial tentu:

$$\int_a^b u \, dv = [uv]_a^b - \int_a^b v \, du$$

Misalkan:

- $u = \bar{a}_T$, maka

$$\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1 - v^T}{\delta} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\delta} - \frac{v^t}{\delta} \right) \\
&= -\frac{1}{\delta} \frac{dv^t}{dt} \\
&= -\frac{1}{\delta} \cdot v^t \cdot \ln v \\
&= -\frac{1}{\delta} \cdot v^t \cdot \ln(1+i)^{-1} \\
&= \frac{1}{\delta} \cdot v^t \cdot \delta \\
&= v^t
\end{aligned}$$

$$du = v^t dt$$

- $dv = f(t) dt$

$$dv = {}_t p_x \cdot \mu(x+t) dt$$

$$v = -{}_t p_x \text{ (Bowers et al, 1997)}$$

Sehingga:

$$\bar{a}_x = \int_0^{\infty} \bar{a}_T \cdot f(t) dt$$

$$\bar{a}_x = (\bar{a}_T) \cdot (-{}_t p_x) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -{}_t p_x \cdot v^t dt$$

Maka:

$$\bar{a}_x = E[\bar{a}_T] = \int_0^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x dt \quad (2.6.4.3)$$

Berdasarkan (2.5.2.11) persamaan (2.6.4.3) menjadi:

$$\bar{a}_x = E[\bar{a}_T] = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \cdot {}_t p_x dt \quad (2.6.4.4)$$

Dan berdasarkan persamaan (2.3.9), maka persamaan (2.6.4.4) menjadi:

$$\bar{a}_x = E[\bar{a}_T] = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} dt \quad (2.6.4.5)$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} e^{-(\delta+\mu)t} dt \\
&= -\frac{1}{\delta+\mu} e^{-(\delta+\mu)t} \Big|_0^{\infty} \\
&= \frac{1}{\delta+\mu} (1 - e^{-(\delta+\mu)\infty}) \\
\bar{a}_x &= \frac{1}{\delta+\mu} \tag{2.6.4.6}
\end{aligned}$$

Persamaan (2.6.4.5) adalah nilai APV dari anuitas seumur hidup. Dengan cara yang sama, akan diperoleh nilai anuitas hidup berjangka n tahun sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\bar{a}'_{x:\overline{n}|} &= E[\bar{a}_T] \approx \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x dt \\
&= \int_0^n e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} dt \\
&= \int_0^n e^{-(\delta+\mu)t} dt \\
&= -\frac{1}{\delta+\mu} e^{-(\delta+\mu)t} \Big|_0^n \\
&= -\frac{1}{\delta+\mu} (e^{-(\delta+\mu)n} - 1) \\
\bar{a}'_{x:\overline{n}|} &= \frac{1}{\delta+\mu} (1 - e^{-(\delta+\mu)n}) \tag{2.6.4.7}
\end{aligned}$$

2.7 Premi Asuransi Jiwa

Premi adalah uang yang harus dibayarkan oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi sebagai imbalan persetujuan penanggung untuk membayar *benefit* dan santunan yang telah disepakati dalam polis asuransi jika orang yang ditanggung meninggal dunia. Ada tiga unsur utama yang menentukan perhitungan premi asuransi jiwa, yaitu:

- a. Mortalitas (Harapan Hidup)
- b. Suku Bunga

- c. *Loading*, yaitu biaya yang dikeluarkan untuk operasional perusahaan asuransi

(Sembiring, 1986).

Premi asuransi dapat dibayarkan sekaligus atau secara tetap berkala. Premi yang dibayarkan sekaligus disebut premi tunggal (*Net Single Premium*), sedangkan premi tetap berkala dapat dibayarkan per tahun, per tri wulan dan per bulan serta dilakukan pada permulaan tiap selang waktu.

Premi asuransi terbagi menjadi dua macam, yaitu premi *netto* dan premi *bruto*. Premi *netto* adalah premi yang dibayarkan pemegang polis atau konsumen berdasarkan perkiraan tingkat mortalita dan perkiraan tingkat suku bunga, sedangkan tingkat biaya tidak dipergunakan. Premi *netto* dihitung atas dasar prinsip keseimbangan antara pemasukan dan pengeluaran, yaitu nilai tunai dari premi *netto* yang akan diterima oleh perusahaan asuransi di waktu yang akan datang harus sama dengan nilai tunai dari *benefit* atau santunan yang akan dibayarkan oleh perusahaan asuransi.

Pada umumnya biaya-biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi seperti biaya administrasi, biaya penutupan, komisi dan lain-lain dibebankan kepada pemegang polis (nasabah). Biaya-biaya tersebut sudah dimasukkan ke dalam premi yang dibayarkan oleh pemegang polis. Premi yang mengandung nilai biaya tersebut disebut sebagai premi *bruto* atau *gross premium*. Premi *bruto* diperoleh dari nilai premi *netto* ditambah biaya atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Premi Brutto (Gross Premium)} = \text{Premi Netto} + \text{Biaya}$$

(Futami, 1993)

2.7.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa

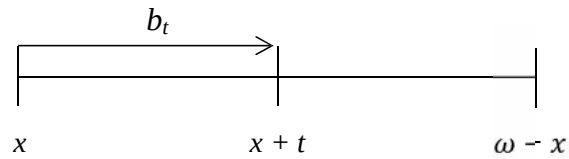
Pada asuransi dengan perhitungan kontinu, pembayaran *benefit* kepada ahli waris nasabah dilakukan sesaat setelah nasabah meninggal dunia. Jumlah dan waktu pembayaran *benefit* pada asuransi jiwa tergantung pada panjang interval dari dikeluarkannya polis sampai tertanggung meninggal dunia. Berdasarkan uraian tersebut, asuransi jiwa terdiri dari fungsi *benefit* atau santunan (b_t) dan v_t . Fungsi v_t adalah nilai sekarang dari pembayaran b_t dan t adalah panjang interval pada saat polis dikeluarkan sampai dengan (x) meninggal dunia. Keduanya membentuk suatu peubah acak yang dilambangkan dengan Z_t yang didefinisikan sebagai berikut :

$$Z_t = b_t \cdot v_t$$

Karena $T(x)$ adalah peubah acak dari sisa waktu hidup nasabah atau waktu dari dikeluarkannya polis sampai waktu meninggalnya nasabah, maka Z_t adalah fungsi peubah acak (*Actuarial Present Value*) pembayaran *benefit* pada saat polis asuransi dikeluarkan.

2.7.1.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka

Asuransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi yang membayarkan *benefit* atau santunan kepada ahli waris nasabah apabila si nasabah meninggal dunia selama dalam jangka waktu polis asuransi yang telah ditentukan.



Gambar 1. Sistem Pembayaran *Benefit* pada Asuransi Jiwa Berjangka

Dengan ω (usia maksimum seseorang) = 110 tahun

Besarnya manfaat (b_t) sebesar satu satuan diberikan setelah meninggal, maka :

$$b_t = 1 ; t \leq n$$

$$b_t = 0 ; t > n$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} e^{-\delta t} = v^t, & t \leq n \\ 0 & , t > n \end{cases}$$

Sehingga nilai APV dari asuransi berjangka adalah :

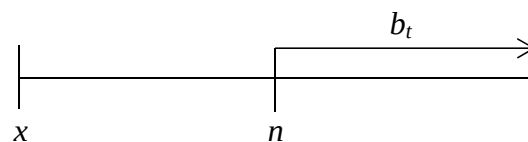
$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \cdot f(t) dt$$

$$\begin{aligned} E[Z_t] &= E[v^t] = \bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu(x+t) dt \\ &= \int_0^n e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} \cdot \mu_x dt \\ &= \int_0^n e^{-(\mu+\delta)t} \cdot \mu_x dt \\ &= \mu \left(-\frac{1}{\mu+\delta} e^{-(\mu+\delta)t} \right)_0^n \\ &= -\frac{\mu}{\mu+\delta} (e^{-(\mu+\delta)n} - e^{-(\mu+\delta)0}) \end{aligned}$$

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}|} = \frac{\mu}{\mu+\delta} (1 - e^{-(\mu+\delta)n}) \quad (2.7.1.1)$$

2.7.1.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa *Endowment* Murni

Asuransi jiwa *endowment* murni yaitu suatu asuransi yang apabila tertanggung (nasabah) masih hidup sampai masa polis asuransinya berakhir maka tertanggung (nasabah) akan mendapatkan sejumlah uang santunan. Tetapi jika nasabah meninggal dunia dalam jangka waktu tertentu (dalam periode polis asuransi), maka ahli waris nasabah tidak akan mendapatkan *benefit*/santunan.



Gambar 2. Sistem Pembayaran *Benefit* pada Asuransi Jiwa *Endowment* Murni

Besarnya manfaat (b_t) sebesar satu satuan diberikan sesaat setelah masa kontrak habis dan tertanggung masih hidup, maka :

$$b_t = \begin{cases} 1, & t > n \\ 0, & t \leq n \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ 0, & t \leq n \end{cases}$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ 0, & t \leq n \end{cases}$$

Sehingga nilai APV dari asuransi *endowment* murni ini adalah :

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_n^\infty v^n \cdot f(t) dt$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = v^n \int_0^\infty f(t) dt$$

Catatan :

$${}_t p_x = P(T(x) > t) = \int_t^\infty f(t) dt$$

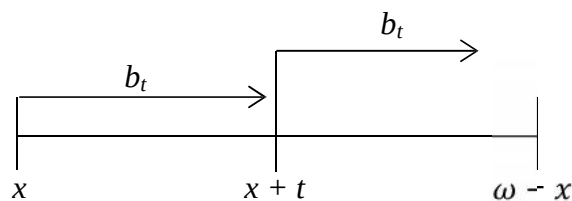
$${}_t q_x = P(T(x) \leq t) = \int_0^t f(t) dt$$

Dari keterangan tersebut nilai APV dari asuransi *endowment* murni menjadi :

$$\begin{aligned} \bar{A}_{x:\overline{n}|} &= v^n \cdot {}_n p_x \\ &= e^{-\delta n} \cdot e^{-\mu n} \end{aligned} \quad (2.7.1.2)$$

2.7.1.3 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna

Asuransi jiwa dwiguna adalah suatu asuransi yang apabila tertanggung meninggal dunia dalam jangka waktu polis asuransi yang telah disepakati atau masih tetap hidup sampai masa polis asuransinya berakhir, maka ahli waris nasabah akan tetap mendapatkan uang santunan.



Gambar 3. Sistem Pembayaran *Benefit* pada Asuransi Jiwa Dwiguna

Besarnya manfaat/*benefit* sebesar satu satuan diberikan sesaat setelah meninggal atau diberikan sesaat setelah masa kontrak habis dan tertanggung masih hidup, maka :

$$b_t = \begin{cases} 1, & t > n \\ 1, & t < n \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ v^t, & t < n \end{cases}$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ v^t, & t < n \end{cases}$$

Maka besarnya APV untuk asuransi ini adalah :

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}_{x:\overline{n}|} = \bar{A}'_{x:\overline{n}|} + \bar{A}_{x:\overline{n}|}'$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \cdot f(t) dt + \int_n^\infty v^n \cdot f(t) dt$$

$$= \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu(x+t) dt + v^n \cdot {}_n p_x$$

$$= \int_0^n e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} \cdot \mu_x dt + e^{-\delta n} \cdot e^{-\mu n}$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{\mu}{\mu+\delta} (1 - e^{-(\mu+\delta)n}) + e^{-\delta n} \cdot e^{-\mu n} \quad (2.7.1.3)$$

2.7.2 Premi Kontinu

Untuk melakukan pembayaran premi asuransi, maka perusahaan asuransi akan menerbitkan suatu polis yang berisi tentang jumlah pembayaran premi yang diperlukan. Berkenaan dengan polis asuransi, akan kita definisikan jumlah kerugian (*total loss*) dengan simbol L . Untuk penanggung L adalah perbedaan antara nilai sekarang dari santunan dan nilai sekarang dari pembayaran premi.

Nilai kerugian (L) ini merupakan peubah acak dari nilai sekarang dari santunan yang dibayarkan oleh penanggung tak sebanyak premi anuitas yang dibayarkan oleh tertanggung.

Prinsip ini dikenal dengan prinsip ekivalen (*equivalence principle*) dan mempunyai syarat bahwa : $E[L] = 0$

Maka : $E[\text{Nilai sekarang santunan} - \text{Nilai sekarang premi}] = 0$

$$E[\text{Nilai sekarang santunan}] = E[\text{Nilai sekarang premi}]$$

Dari konsep dasar yang menyangkut penentuan premi dan santunan yang menggunakan prinsip ekivalen akan dilihat pada kasus kontinu untuk asuransi jiwa dwiguna.

Untuk premi yang dibayarkan kontinu, dengan santunan dibayarkan segera pada saat tertanggung berusia x meninggal, akan kita lihat sebagai contoh untuk kasus asuransi seumur hidup. Nilai sekarang dari kerugian untuk penanggung jika meninggal terjadi pada saat t adalah :

$$l(t) = v^t - \bar{P}_{\bar{a}_{\overline{t}|}} \quad (2.7.2.1)$$

maka untuk peubah acak dari kerugian :

$$L = l(T) = v^T - \bar{P}_{\bar{a}_{\overline{T}|}} \quad (2.7.2.2)$$

sehingga dengan prinsip ekivalen :

$$\begin{aligned} E[L] &= E[v^T - \bar{P}_{\bar{a}_{\overline{T}|}}] = 0 \\ &= E[v^T] - \bar{P}E[\bar{a}_{\overline{T}|}] = 0 \end{aligned} \quad (2.7.2.3)$$

dengan premi asuransi seumur hidup yang dinotasikan $\bar{P}(\bar{A}_x)$ maka :

$$\bar{A}_x - \bar{P}(\bar{A}_x) \bar{a}_x = 0$$

atau

$$\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x} \quad (2.7.2.4)$$

Disini dapat dilihat bahwa untuk kasus premi bersih yang kontinu, asuransi dan anuitasnya berbentuk kontinu.

Dengan menggunakan prinsip ekivalen seperti diatas, maka akan diperoleh rumus persamaan untuk menghitung premi bersih yang kontinu untuk asuransi jiwa dwiguna yaitu :

$$\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (2.7.2.5)$$

2.8 Premi Diskonto Kontinu (*Discounted Continuous Premiums*)

Dasar dari premi diskonto kontinu atau disebut juga (*apportionable premium*), $P^{(k)}$, adalah jenis asuransi yang dibayarkan setiap saat atau bentuk kontinu dan jenis pembayaran preminya (anuitas) berbentuk *apportionable*. Maka untuk peubah acaknya :

$$L = l(T) = v^T - P^{(k)} \ddot{a}_{\overline{T}|}^{(k)} \quad (2.8.1)$$

menggunakan prinsip ekivalen :

$$\begin{aligned} E[L] &= E[v^T - P^{(k)} \ddot{a}_{\overline{T}|}^{(k)}] = 0 \\ &= E[v^T] - P^{(k)} E[\ddot{a}_{\overline{T}|}^{(k)}] = 0 \end{aligned} \quad (2.8.2)$$

akan didapat premi santunannya yang dinotasikan $P^{(k)}(\bar{A}_x)$ maka :

$$\bar{A}_x - P^{(k)}(\bar{A}_x) \ddot{a}_x^{(k)} = 0 \quad (2.8.3)$$

Jadi

$$P^{(k)}(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\ddot{a}_x^{(k)}} = \frac{\bar{A}_x}{\left[\frac{\delta}{d^{(k)}} \bar{a}_x \right]}$$

$$= \frac{d^{(k)} \bar{A}_x}{\delta \bar{a}_x} = \frac{d^{(k)}}{\delta} \bar{P}(\bar{A}_x) \quad (2.8.4)$$

Dari persamaan (2.8.4) diatas, maka diperoleh :

$$\begin{aligned} P^{(k)}(\bar{A}_x) &= \frac{k [1-v^{1/k}]}{\delta} \bar{P}(\bar{A}_x) \\ &= \bar{P}(\bar{A}_x) \frac{[1-v^{1/k}]}{\delta} \cdot k \\ &= \bar{P}(\bar{A}_x) \bar{a}_{1/k} \cdot k \end{aligned} \quad (2.8.5)$$

Jadi rumus dasar dari premi diskonto kontinu (*discounted continuous premiums*) adalah :

$$\bar{P}(\bar{A}_x) \bar{a}_{1/k} \cdot k = \bar{P}(\bar{A}_x) \frac{[1-v^{1/k}]}{\delta} \cdot k = \frac{d^{(k)}}{\delta} \bar{P}(\bar{A}_x) \quad (2.8.6)$$

Dengan menggunakan cara yang sama, maka akan diperoleh rumus dasar dari premi diskonto kontinu untuk asuransi jiwa dwiguna yaitu :

$$\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) \bar{a}_{1/k} \cdot k = \bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) \frac{[1-v^{1/k}]}{\delta} \cdot k = \frac{d^{(k)}}{\delta} \bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) \quad (2.8.7)$$

2.9 Pengelolaan Dana pada Asuransi Jiwa Syariah

Menurut Sumitro (2004), mekanisme pengolahan dana pada asuransi jiwa syariah terbagi dalam dua jenis, yaitu pengolahan dana dengan unsur tabungan dan pengolahan dana tanpa unsur tabungan.

2.9.1 Pengolahan dana dengan unsur tabungan

Pengolahan dana dengan unsur tabungan dilakukan dengan cara sebagai berikut:

- Premi yang dibayarkan peserta asuransi kepada perusahaan, akan dibagi untuk “biaya administrasi, rekening tabungan dan rekening khusus (rekening

tabarru'")". Rekening tabungan merupakan rekening yang menjadi tabungan bagi peserta dimana dapat digunakan oleh peserta kapanpun sesuai kehendak peserta asuransi, sedangkan rekening *tabarru'* merupakan rekening yang khusus disediakan untuk tolong-menolong berupa pembayaran klaim kepada ahli waris jika diantara para peserta ada yang ditakdirkan meninggal dunia.

- b. Dana premi pada rekening tabungan dan rekening khusus disatukan, kemudian dikembangkan melalui investasi proyek yang dibenarkan dalam Islam dengan menerapkan prinsip bagi hasil (*mudharabah*) sesuai dengan kesepakatan, misalnya 60% keuntungan untuk peserta dan 40% keuntungan untuk perusahaan.
- c. Keuntungan peserta sebesar 60% tersebut dimasukkan dalam rekening tabungan. Sedangkan keuntungan perusahaan sebesar 40% dipergunakan untuk pembiayaan operasional perusahaan.

2.9.2 Pengolahan dana tanpa unsur tabungan

Pengolahan dana tanpa unsur tabungan dilakukan dengan cara sebagai berikut:

- a. Premi yang diterima dibagi untuk "biaya administrasi dan rekening *tabarru'*" yaitu rekening yang khusus disediakan untuk tolong-menolong berupa pembayaran klaim kepada peserta jika sewaktu-waktu tertimpa musibah atau meninggal dunia.
- b. Premi pada rekening *tabarru'* dimasukkan ke dalam kumpulan dana peserta, kemudian dikembangkan melalui investasi proyek yang dibenarkan dalam Islam.

- c. Keuntungan investasi yang diperoleh dimasukkan ke dalam kumpulan dana peserta.
- d. Setelah dikurangi beban asuransi yaitu klaim dan premi reasuransi, jika masih terdapat kelebihan, maka kelebihan itu akan dibagi menurut prinsip *mudharabah*.
- e. Dari kelebihan tersebut, akan dikembalikan sekian persen kepada peserta yang tidak mengalami musibah. Dan sisanya merupakan keuntungan perusahaan akan digunakan untuk pembiayaan operasional perusahaan.

2.10 Return Asuransi Syariah

Misalkan seorang pemegang polis mulai terdaftar pada umur x tahun dengan masa pertanggungan n tahun. Berdasarkan proses bisnis asuransi syariah yang menggunakan unsur tabungan, premi yang dibayarkan digunakan untuk biaya administrasi, tabungan peserta, dan tabungan tolong-menolong (*tabarru'*). Misalkan pembagian dananya sebagai berikut:

- $\alpha\%$ untuk biaya administrasi
- $\beta\%$ untuk tabungan peserta
- $(100 - \alpha - \beta)\%$ untuk tabungan *tabarru'*

Dana yang diinvestasikan adalah dana pada tabungan peserta dan tabungan *tabarru'*.

Berdasarkan Salinan Peraturan Otoritas Jasa Keuangan (SAL-POJK) Nomor 72/ POJK.05/ 2016 Tentang Kesehatan Keuangan Perusahaan Asuransi dan Perusahaan Reasuransi dengan Prinsip Syariah, Pasal 19 ayat 4 yang berbunyi :

“Penempatan atas aset yang diperkenankan dalam bentuk investasi sebagaimana dimaksud pada ayat (1) huruf d sampai dengan huruf k, jumlah seluruhnya paling tinggi 80% (delapan puluh persen) dari jumlah investasi”.

Sehingga dana yang diinvestasikan dapat dituliskan:

$$\begin{aligned}
 &= P\beta\% + P(100 - \alpha - \beta)\% \\
 &= P(100 - \alpha)\%
 \end{aligned}
 \tag{2.10.1}$$

dimana $[P(100 - \alpha)\%] \leq 80\%$

Misal laju pengembalian (keuntungan) yang diperoleh peserta pada tahun ke- t adalah r_t . Artinya uang 1 satuan di awal tahun ke- t akan menjadi $1 + r_t$ di akhir tahun ke- t .

Jika di awal tahun pertama perusahaan menginvestasikan dana sebesar $P[(100 - \alpha)\%]$, maka dana di akhir tahun pertama akan menjadi:

$$= [P(100 - \alpha)\% + r_t] \tag{2.10.2}$$

dengan r_t = keuntungan investasi.

Keuntungan yang diperoleh dari hasil investasi tersebut dibagi menjadi milik perusahaan asuransi dan milik peserta asuransi sesuai dengan proporsi tertentu.

Misalkan pembagian keuntungannya sebagai berikut:

- $b\%$ untuk tabungan peserta
- $(100 - b)\%$ untuk perusahaan asuransi

Sehingga diperoleh:

- Keuntungan peserta = $r_t \cdot b\%$

- keuntungan perusahaan asuransi = $r_t \cdot (100 - b)\%$

Dari keuntungan yang didapat, maka besarnya tabungan peserta adalah:

$$= P\beta\% + r_t \cdot b \% \quad (2.10.3)$$

Keuntungan yang diperoleh pemegang polis setiap tahun berbeda-beda, disesuaikan dengan kinerja perusahaan tempat perusahaan asuransi tersebut berinvestasi.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun ajaran 2017/2018.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan peluang kematian yang mengacu pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 2011, yaitu yang diterbitkan oleh Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI). Dan dengan bantuan aplikasi dari PT. Asuransi Jiwa Bumiputera Syariah, dengan melibatkan *software Microsoft Excel* dan *MATLAB 2013*.

3.3 Metode dan Tahap Penelitian

Untuk melakukan komputasi alokasi dana dari premi asuransi jiwa syariah menggunakan metode dwiguna, dapat dilakukan sejumlah langkah. Langkah-langkah yang dimaksud adalah :

1. Menentukan asumsi-asumsi yang digunakan, yaitu :

- a. Peluang bertahan hidup yang diharapkan sampai t tahun dengan syarat hidup di usia x dan nilai laju kematiannya, dinyatakan sebagai :

$$\mu = -\ln ({}_t p_x)$$

- b. Laju tingkat suku bunga majemuk (*force of interest*) memenuhi hubungan :

$$v^t = (1 + i)^{-t} = e^{-\delta t}$$

2. Menentukan besaran nilai premi bersih kontinu asuransi jiwa dwiguna :

$$\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}}$$

3. Menentukan besaran nilai premi diskonto kontinu asuransi jiwa dwiguna :

$$\bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) \bar{a}_{x:\overline{n}|} \cdot k = \frac{d^{(k)}}{\delta} \bar{P}(\bar{A}_{x:\overline{n}|})$$

4. Menentukan besaran nilai alokasi dana premi asuransi syariah :

- a. Menentukan besarnya premi yang akan diinvestasikan :

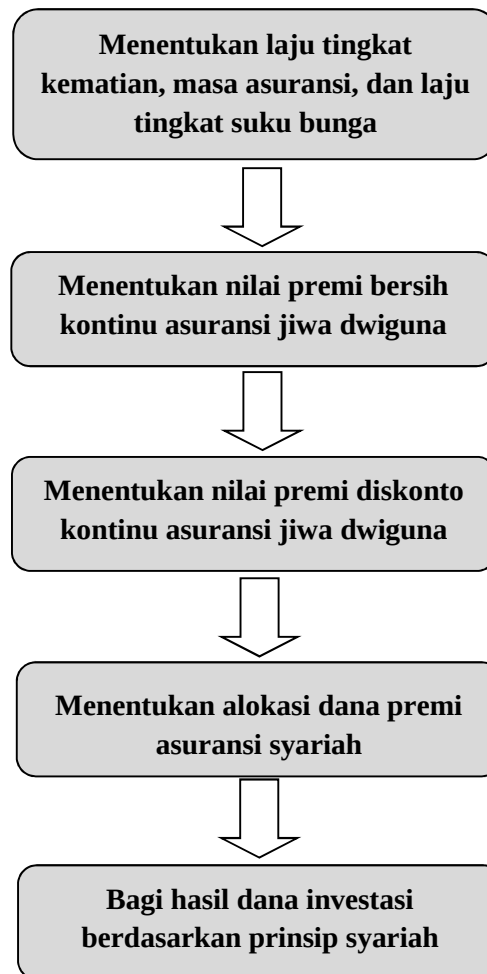
$$P (100 - \alpha)\%$$

- b. Menentukan besarnya dana setelah investasi :

$$[P(100 - \alpha)\% + r_t]$$

- c. Bagi hasil dana hasil investasi dengan menentukan besarnya dana alokasi untuk tabungan peserta :

$$P \beta\% + r_t \cdot b \%$$



Gambar 4. Diagram Alir Alokasi Dana dari Premi Asuransi Jiwa Syariah dengan Metode Dwiguna

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat diperoleh kesimpulan bahwa untuk peserta yang masa asuransinya sama tetapi usianya berbeda, maka semakin tua usia peserta, semakin besar premi dan klaim asuransinya, sehingga alokasi dananya juga semakin besar. Sebaliknya, jika semakin muda usia peserta maka premi dan klaim asuransinya semakin kecil, sehingga semakin kecil pula alokasi dananya.

Untuk peserta dengan usia yang sama tetapi masa asuransinya berbeda, maka semakin panjang masa asuransi, semakin kecil premi dan klaimnya, sehingga diperoleh alokasi dana yang semakin kecil. Sebaliknya, jika masa asuransinya semakin pendek maka premi dan klaimnya akan semakin besar, sehingga semakin besar pula alokasi dananya.

5.2 Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya, dapat dilakukan analisis dana *tabarru'* menggunakan perhitungan *Cost of Insurance (COI)*. Dimana perhitungan ini terdiri dari beberapa komponen, yaitu tabel mortalita, asumsi hasil investasi (i) dan asumsi biaya pengelolaan (α).

DAFTAR PUSTAKA

Bowers, N.L, Geerber H.U, dan Hickman, J.C. 1997. *Actuarial Mathematics Second Edition*. The Society of Actuaries, United States of America.

Frensidy, B. 2010. *Matematika Keuangan*. Salemba Empat, Jakarta.

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo.

Laksono, R. 2004. Analisis Perhitungan Premi Asuransi Dwiguna dengan Metode Komutasi (Deterministik). *Jurnal Bisnis, Manajemen, dan Ekonomi*, 5(4): 187-198.

Markonah, dan Hedwigis, E.R. 2009. *Matematika Keuangan: Teori Singkat dan Soal-soal*. Erlangga, Jakarta.

Sembiring, R.K. (1986). *Buku Materi Pokok Asuransi I*. Karunika Universitas Terbuka, Jakarta.

Sumitro, W. 2004. *Asas-asas Perbankan Islam dan Lembaga-lembaga Terkait*. Raja Grafindo Persada, Jakarta.