

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

Persoalan-persoalan di bidang matematika dalam kehidupan sehari-hari biasanya dinyatakan ke dalam bentuk fungsi. Persoalan-persoalan matematika tersebut biasanya tidak dapat dicari solusinya dengan hanya perhitungan biasa(eksak). Misalnya persoalan-persoalan akar-akar persamaan, sistem persamaan linier, pencocokan kurva, integrasi, dan persamaan diferensial biasa. Oleh karena itu, perlu digunakan perhitungan melalui aproksimasi untuk mendapatkan suatu nilai yang mendekati nilai yang diinginkan. Aproksimasi adalah suatu pendekatan untuk memperoleh nilai fungsi yang mendekati dengan nilai fungsi lainnya. Perlu diperhatikan bahwa dalam pendekatan memperoleh nilai fungsi, harus diambil nilai fungsi yang mendekati dengan nilai fungsi sebenarnya. Tetapi, penyelesaian melalui aproksimasi terdapat suatu kesalahan terhadap nilainya. Dalam perhitungan dengan aproksimasi terdapat tiga macam kesalahan yang mungkin terjadi, yaitu kesalahan bawaan, kesalahan pembulatan, dan kesalahan pemotongan (Triadmodjo, 2002).

Cara mencari aproksimasi fungsi tersebut adalah dengan optimisasi. Optimisasi adalah suatu proses memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi objektif yang memenuhi kendala tertentu. Suatu masalah optimisasi yang tidak mendapatkan solusi terbaik dalam ruang fisis atau ruang real, dapat dipecahkan dengan suatu sistem matematis, yaitu dengan membawa masalah tersebut ke ruang abstrak (berisi aksioma-aksioma) atau ruang vektor (Kreyzig, 1978). Masalah aproksimasi fungsi di tersebut dapat diselesaikan pada ruang vektor, yaitu dengan metode optimisasi ruang vektor. Ruang vektor yang digunakan adalah ruang Hilbert. Ruang Hilbert merupakan ruang abstrak yang di dalamnya memuat perpaduan tiga konsep, yaitu Aljabar, Analisis dan Geometri. Konsep geometri yang digunakan adalah mengenai proyeksi, sebab ruang Hilbert dibangun oleh konsep *inner product* (Berberian, 1961). Penelitian tentang masalah tersebut, diantaranya adalah penyelesaian masalah minimum norm pada ruang Hilbert $L_2[a,b]$ (Amanto dkk, 2003). Selanjutnya penelitian yang sama juga dilakukan pada ruang Hilbert yang lain, yaitu ruang Hilbert $C[a,b]$ (Joko Waluyo, 2003). Dalam hal ini konsep yang digunakan yaitu minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$. Fungsi yang akan dicari aproksimasinya adalah fungsi-fungsi kontinu bernilai real yang terdefinisi pada $[a,b]$. Pada penelitian tersebut baru sampai pada tahap mencari solusinya, belum pada tahap evaluasi atau analisis hasil terkait dengan galat yang dihasilkannya.

Metode optimisasi dengan metode ruang vektor pada dasarnya adalah mencari vektor dengan norma minimum atau meminimumkan norma suatu vektor (Luenberger, 1969). Untuk membahas aproksimasi fungsi digunakan Teorema

Proyeksi [Adkinson (2001) & Luenberger (2001)]. Dalam pemecahan masalah ini, langkah penting yang harus diperhatikan adalah pemilihan basis yang bebas linear yang membangun ruang fungsi yang akan diaproksimasi dan penentuan kesalahan optimal atau ralat optimal dari aproksimasi yang diambil. Basis ini tidak tunggal. Pemilihan basis yang berbeda akan menghasilkan aproksimasi fungsi yang sama dan juga kesalahan optimal yang sama pula. Oleh karena itu, berdasarkan latar belakang masalah tersebut penulis ingin mengangkat judul " **Analisis Aproksimasi Fungsi Dengan Metode Minimum Norm Pada Ruang Hilbert $C[a,b]$ (Studi Kasus : Fungsi Irasional) "**.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut di atas, maka yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah:

“Bagaimana analisis aproksimasi fungsi irasional dengan metode minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$?”

1.3. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, yang menjadi batasan masalah adalah membahas analisis aproksimasi fungsi irasional dengan metode minimum norm pada ruang hilbert $C[a,b]$.

1.4. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah Tujuan penelitian ini adalah menganalisa galat yang terjadi pada aproksimasi fungsi irasional dengan metode optimasi ruang vektor, yaitu minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$ untuk mendapatkan aproksimasi fungsi irasional yang terbaik.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan konsep analisa terhadap analisis galat atas pemilihan basis yang dilakukan pada aproksimasi fungsi irasional dengan metode minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$ sehingga akan diperoleh aproksimasi fungsi irasional terbaik dengan galat (kesalahan) yang paling kecil.
2. Memberikan kontribusi bagi peneliti tentang metode minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$.
3. Dapat memberikan sumbangan pemikiran dan menambah wawasan mengenai metode minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$.