

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. LPG (*Liquefied Petroleum Gas*)

Sektor minyak dan gas bumi merupakan salah satu sektor yang sangat penting bagi pembangunan nasional Indonesia. Hal ini terbukti dimana pengelolaan dalam sektor migas menghasilkan 28,74% dari penerimaan nasional dan senantiasa dijaga dan terus dipantau mengingat kontribusi sektor tersebut pada pembangunan negara. Salah satu komoditas sektor migas yang menarik untuk dicermati adalah *Liquefied Petroleum Gas* (LPG).

LPG merupakan gas hasil produksi dari kilang minyak atau kilang gas, yang komponen utamanya adalah gas propane (C_3H_8) dan butane (C_4H_{10}) yang dicairkan. Berdasarkan komposisi propane dan butane, LPG dapat dibedakan menjadi tiga macam, yaitu:

1. LPG propane, yang sebagian besar terdiri dari C_3 , biasanya dipergunakan di industry-industri sebagai pendingin, bahan bakar pemotong, untuk menyemprotkan cat dan yang lainnya.
2. LPG butane, yang sebagian besar terdiri dari C_4 .
3. MIX LPG, yang merupakan campuran dari *propane* dan *butane*. LPG Butane dan LPG *mix* biasanya dipergunakan oleh masyarakat untuk bahan bakar memasak,

Berdasarkan cara pencairannya, LPG dibedakan menjadi dua, yaitu LPG *Refrigerated* dan LPG *Pressurized*. LPG *Refrigerated* adalah LPG yang dicairkan

dengan cara didinginkan (titik cair propane $\pm -42^{\circ}\text{C}$, dan titik cair butane $\pm -0,5^{\circ}\text{C}$). LPG jenis ini digunakan pada pengapalan LPG dalam jumlah yang besar. Dibutuhkan tangki penyimpanan khusus yang harus didinginkan agar LPG tetap dapat berbentuk cair serta dibutuhkan proses khusus untuk mengubah LPG *Refrigerated* menjadi LPG *Pressurized*.

LPG *Pressurized* adalah LPG yang dicairkan dengan cara ditekan ($4\text{-}5\text{kg/cm}^2$). LPG jenis ini disimpan dalam tabung atau tangki khusus bertekanan. LPG jenis inilah yang banyak digunakan dalam berbagai aplikasi rumah tangga dan industri, karena penyimpanan dan penggunaannya tidak memerlukan penanganan khusus seperti LPG *refrigerated*.



Gambar 2. Tabung LPG

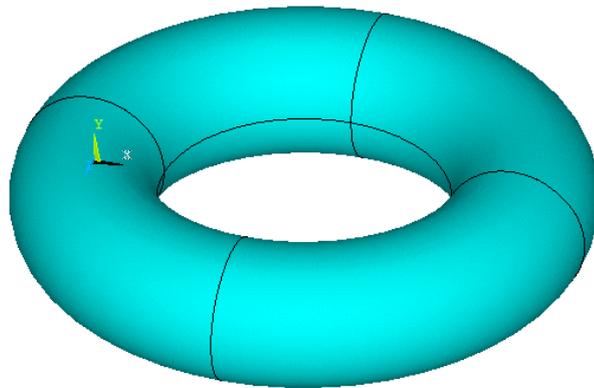
(<http://www.attayaya.net/2010/07/lpg-elpiji-program-konversi-bom-rumah.html>)

Pada suhu dan tekanan atmosfer normal, LPG ada sebagai gas. Namun, biasanya sebagai cairan dalam wadah bertekanan. Pada suhu normal, LPG di dalam silinder akan memiliki tekanan sekitar 300KPa. Namun jika memakai silinder dan disimpan pada temperatur tinggi, di dekat suhu panas di bawah sinar matahari langsung, tekanan LPG dapat meningkat jauh.

B. Pengertian dan Volume Torus (Toroidal)

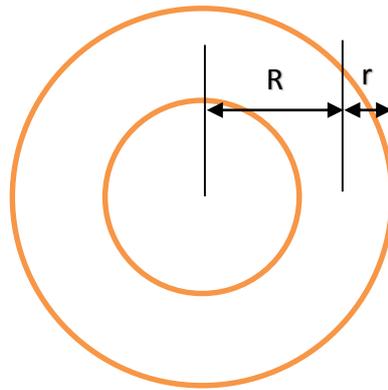
Torus (*Tori* dalam bentuk jamak) dalam ilmu geometri adalah suatu permukaan yang tercipta akibat gerakan rotasi atau revolusi dari suatu lingkaran yang berputar dalam ruang tiga dimensi (dengan sumbu putar yang berada secara koplanar atau sebidang dengan lingkaran itu sendiri).

Bentuk torus yang solid (padat) sering disebut sebagai toroid yang banyak dijumpai pada bentuk induktor dan transformator listrik. Contoh lain dari objek berbentuk toroid adalah kue donat, (bola) pelampung penyelemat diri di air laut (yang tersedia di kapal laut maupun pesawat udara), cincin O dan cincin Vortex.



Gambar 3. Contoh bentuk Toroidal

Berdasarkan definisi sebelumnya, torus terbentuk dari sebuah lingkaran dengan r adalah jari-jari lingkaran yang telah dirotasikan dan R adalah jarak dari titik tengah lingkaran yang menjadi sumbu dari rotasi seperti terlihat pada Gambar 4.

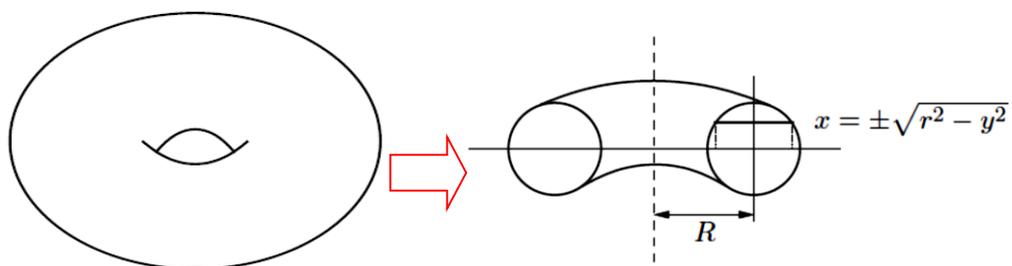


Gambar 4. Jari-jari Toroid/Torus

Pada dasarnya torus/toroidal merupakan modifikasi dari bentuk silinder. Oleh karena itu dalam menentukan volume toroidal, kita dapat mengasumsikan keliling lingkaran toroidal dengan jari-jari (R) dianggap sebagai tinggi silinder. Sedangkan luas penampang toroidal dengan jari – jari (r) dapat dianggap sebagai luas alas silinder. Atau dengan kata lain volume torus/toroidal adalah

$$Volume\ Torus = (\pi r^2)(2\pi R) \quad (1)$$

Secara lengkap penjelasan mengenai volume torus/toroidal ini dapat dijabarkan sebagai berikut. Bila diiris sebuah torus atau toroidal menjadi dua bagian seperti terlihat pada Gambar 5:



Gambar 5. Irisan vertikal Toroidal

Dan mengorientasikan irisan tersebut pada bidang x-y, maka akan terbentuk sebuah daerah yang dinamakan annulus. Ini adalah daerah diantara dua buah lingkaran yang konsentris. Oleh karena itu perlu ditentukan luas daerah tersebut.

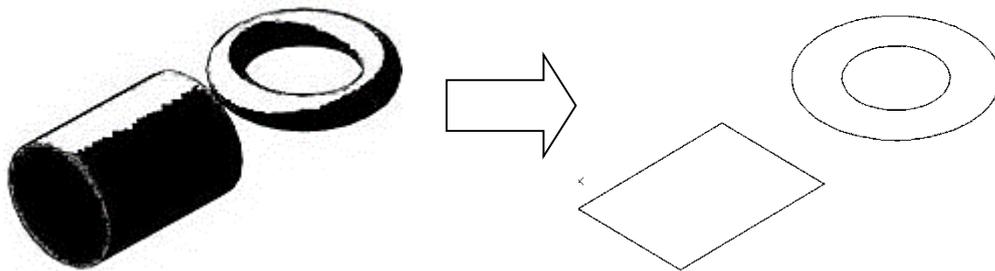
Radius lingkaran dalam = $R + x$

Radius lingkaran luar = $R - x$,dimana $x = \pm \sqrt{r^2 - y^2}$

Jadi luas area tersebut adalah

$$Area = \pi[(R + x)^2 - (R - x)^2] = 4\pi Rx = 4\pi R\sqrt{r^2 - y^2} \quad (2)$$

Persamaan (2) dapat dibandingkan dengan potongan silinder dengan jari-jari r dan panjang $2\pi R$, dengan sumbu silinder berada pada bidang x-y disejajarkan dengan potongan torus yang berada pada bidang yang sama seperti pada Gambar 6.



Gambar 6. Potongan Silinder dan Torus Pada Bidang x-y

Ternyata penampang lintang dari silinder sama dengan penampang lintang torus karena keduanya memiliki jari-jari yang sama yaitu r jadi lebar penampang cylinder adalah $2x$.

Jadi luas persegi panjang penampang silinder adalah

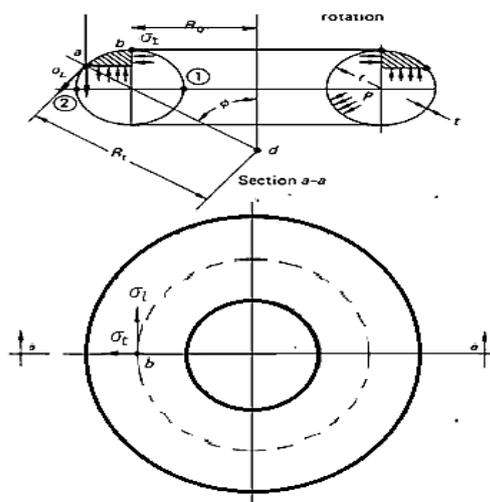
$$Luas\ persegi = (2\pi R)(2x) = 4\pi Rx = 4\pi R\sqrt{r^2 - z^2} \quad (3)$$

Ini sama dengan luas dari annulus, jika torus dan silinder terbuat dari sebuah material yang sama maka keduanya memiliki berat dan volume yang sama.

C. Teori Membran Shell Toroidal

Semua struktur dengan bentuk plat yang melengkung tertutup ataupun terbuka disebut dengan shell. Ada dua jenis shell yaitu *thick shell* (shell tebal) dan *thin shell* (shell tipis)., Shell dianggap tipis jika tebal dinding shell sangat kecil bila dibandingkan dengan jari-jari kelengkungan. Tegangan yang terdistribusi pada bidang tegak lurus terhadap permukaan shell dianggap sama untuk seluruh ketebalan shell.

Dalam penentuan tegangan oleh Dean (1939) menyatakan bahwa setiap pemecahan tegangan yang dapat diterima dari membrane shell akan melibatkan bending, yang dipengaruhi oleh tegangan geser yang melalui ketebalan shell itu sendiri. Untuk menentukan Tegangan principal yang terjadi pada toroidal dengan *Arah Longitudinal* (σ_l) dan *Arah Tangential* (σ_t) pada bejana tekan toroidal, bentuk cincin pada bagian toroidal adalah sebuah bentuk yang terisolasi dan kondisi batas antara *Internal Pressure* dan membrane stress σ_t dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Geometri Toroidal

(Flugge, 1973)

$R_t = R / \sin \phi$, radius kelengkungan tangential.

$R_t = r$, radius kelengkungan meridional.

Tegangan hoop σ_t dan tegangan longitudinal σ_l , masing-masing adalah:

$$\sigma_t = \frac{pr}{t(r \sin \phi + R)} \left[\frac{r}{2} \sin \phi + R \right] \quad (4)$$

Dan

$$\sigma_l = \frac{pr}{2t} \quad (5)$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa tegangan hoop merupakan fungsi dari posisi circumferensial ϕ , dan jari-jari kelengkungan toroidal R .

Dari persamaan (4), sudut ϕ diukur dari *crown* ke arah ekstrados. Jika ϕ diukur dari ekstrados, persamaan (4) dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{pr}{(r \cos \phi + R)t} \left[\frac{r}{2} \cos \phi + R \right] \\ &= \frac{pr \left[\frac{r}{2} \cos \phi + R \right]}{t(r \cos \phi + R)} \\ &= \frac{pr \left[\frac{\cos \phi}{2} + \frac{R}{r} \right]}{t \cos \phi + \frac{R}{r}} \\ &= \frac{pr}{t} \left[\frac{\cos \phi + 2\rho}{2(\cos \phi + \rho)} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Pada bentuk toroidal, Tegangan *hoop* yang terjadi adalah sebagai berikut:

- Pada ekstrados yaitu pada titik 2, $\phi = 0$

$$\sigma_t = \frac{pr}{t} \left[\frac{1+2\rho}{2(1+\rho)} \right] \quad (7)$$

- Pada crown yaitu pada titik 1, $\phi = 90$

$$\sigma_t = \frac{pr}{t} \quad (8)$$

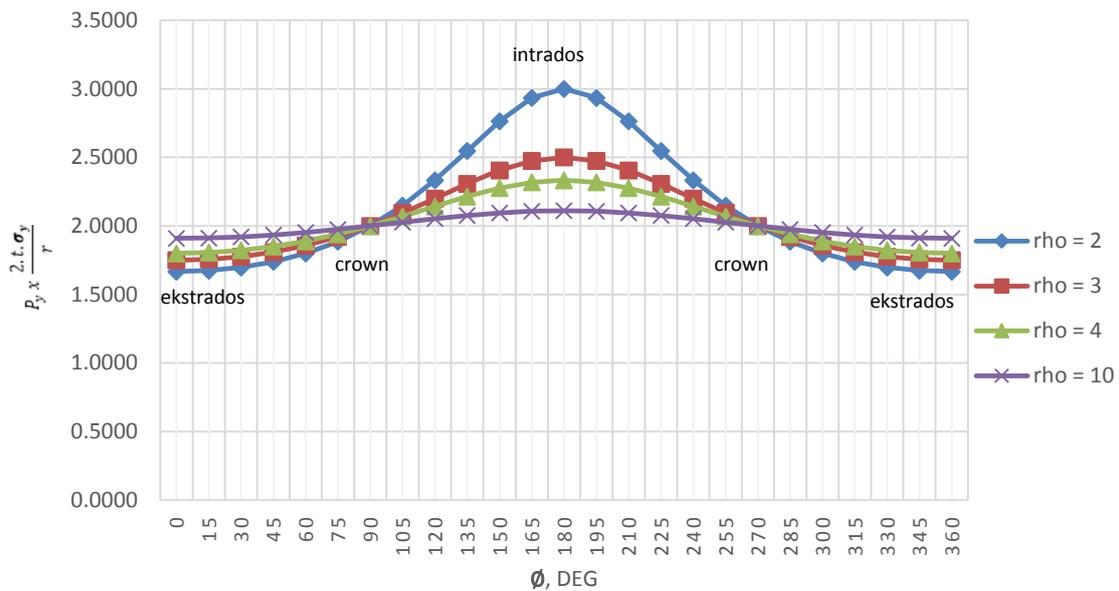
- Pada intrados yaitu pada titik b, $\phi = 180$

$$\sigma_t = \frac{pr}{t} \left[\frac{2\rho-1}{2(\rho-1)} \right] \quad (9)$$

Persamaan (8),(9),(10), menunjukkan bahwa tegangan terbesar terdapat pada intrados. Jika σ_y adalah tegangan yield, maka tekanan internal untuk mencapai tegangan yield adalah (Flugge, 1973):

$$P_y = \frac{2.t.\sigma_y}{r} \left[\frac{\rho-1}{2\rho-1} \right] \quad (10)$$

σ_l (*constant*) dan σ_t (*variable*) keduanya adalah tegangan tarik principal (*tensile stress*) yang bekerja pada shell. Tegangan σ_t pada titik *b* sama dengan tegangan maksimum pada bentuk silinder, (*Bernard Henry H, 1986*). Tegangan longitudinal dan tegangan hoop dari Persamaan (7, 8, dan 9) dinyatakan sebagai sebuah fungsi dari perbandingan jari-jari 2 buah lingkaran dan dapat terlihat bahwa dari persamaan tersebut stress maksimum terjadi pada bagian *intrados* dan minimum pada bagian *extrados*. Dapat digambarkan grafik tegangan maksimum *hoop stresses* yang terjadi akibat *internal pressurized* pada bagian *intrados*, *extrados* dan *crown* pada Gambar 8.



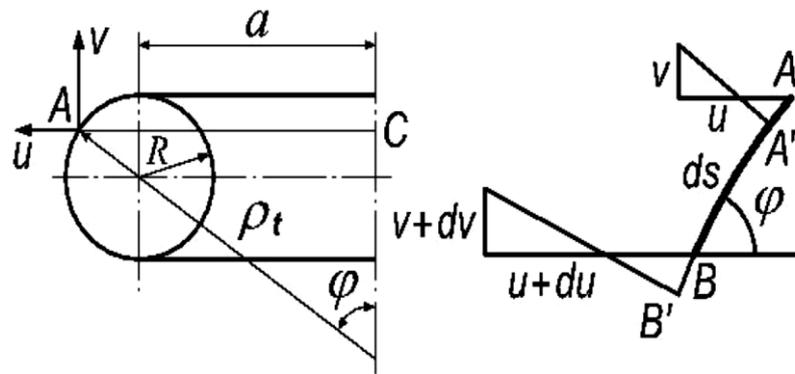
Gambar 8. Distribusi tegangan longitudinal (*hoop stress*) dalam membrane shell Toroidal akibat *internal pressure*.

Untuk menunjukkan bagaimana perilaku membrane shell yang telah diubah untuk perilaku bending (nonlinear) maka dapat dibuat beberapa fungsi R/r dari penggunaan Persamaan (7, 8, dan 9) pada Tabel 1.

Tabel .1 $f(R)$ pada bagian *Extrados*, *Intrados*, dan *Crown*.

| \emptyset | $f(R)$ | | | |
|-------------|-----------|-----------|-----------|------------|
| | $R/r = 2$ | $R/r = 3$ | $R/r = 4$ | $R/r = 10$ |
| 0 | 1,6667 | 1,7500 | 1,8000 | 1,909091 |
| 15 | 1,6743 | 1,7564 | 1,8055 | 1,911916 |
| 30 | 1,6978 | 1,7760 | 1,8220 | 1,9203 |
| 45 | 1,7388 | 1,8093 | 1,8498 | 1,933959 |
| 60 | 1,8000 | 1,8571 | 1,8889 | 1,952381 |
| 75 | 1,8854 | 1,9206 | 1,9392 | 1,974771 |
| 90 | 2,0000 | 2,0000 | 2,0000 | 2 |
| 105 | 2,1486 | 2,0944 | 2,0692 | 2,02657 |
| 120 | 2,3333 | 2,2000 | 2,1429 | 2,052632 |
| 135 | 2,5469 | 2,3084 | 2,2147 | 2,076091 |
| 150 | 2,7637 | 2,4058 | 2,2763 | 2,094814 |
| 165 | 2,9341 | 2,4749 | 2,3184 | 2,10692 |
| 180 | 3,0000 | 2,5000 | 2,3333 | 2,111111 |

Untuk dapat menentukan displacement, dapat dilakukan dengan melambangkan displacement pada arah sejajar dengan sumbu toroidal dengan v . Dan displacement yang tegak lurus sumbu toroidal, dengan u . Seperti terlihat pada Gambar 9.



Gambar 9. Potongan toroidal dalam menentukan displacement

(Flugge,1973)

Maka regangan pada bidang tangential adalah:

$$\varepsilon_t = \frac{u}{ac} = \frac{u}{a+\sin\varphi} \quad (11)$$

Sedangkan pada arah longitudinal:

$$\varepsilon_l = \frac{A'B'-AB}{AB} = \frac{BB'-AA'}{AB} \quad (12)$$

$$BB' = (u + du) \cos \varphi - (v + dv) \sin \varphi$$

$$AA' = u \cos \varphi - v \sin \varphi, \quad AB' = R D\varphi$$

Jadi regangan sepanjang bidang longitudinal adalah:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{R} \left(\frac{du}{d\varphi} \cos \varphi - \frac{dv}{d\varphi} \sin \varphi \right) \quad (13)$$

Dan sepanjang bidang tangential (V.I. Feodosiev, 2005)

$$\varepsilon_m = \frac{1}{E} (\sigma_m - \mu \sigma_t) \quad (14)$$

D. Expansi Volume (*Dilation*)

Expansi volume merupakan pertambahan volume akibat dari beban yang diterima oleh suatu benda. Dilation (pmbesaran) dari sebuah bejana tekan

dapat diperoleh dengan integral dari regangan hoop pada dinding bejana dari sudut pusat yang berotasi. Secara umum persamaan delation adalah:

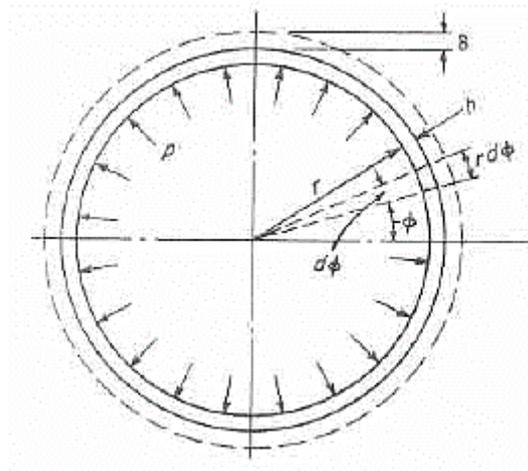
$$\delta = \int_0^{\pi/2} \ell_2 r \cos\phi \, d\phi = \ell_2 r \quad (15)$$

Dimana

$$\ell_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu\sigma_1}{E} \quad (16)$$

Maka dengan mensubstitusikan persamaan (15) ke persamaan (16), diperoleh persamaan dilation menjadi:

$$\delta = r \left(\frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu\sigma_1}{E} \right) \quad (17)$$



Gambar 10. Delation akibat internal pressure

(Harvey,1985)

Pada persamaan (17), nilai dari σ_1 adalah tegangan longitudinal, sedangkan σ_2 adalah tegangan hoop. Untuk bentuk tabung toroidal, σ_1 dan σ_2 dapat dilihat dari persamaan (5) dan (6). Sehingga dengan mensubstitusikannya ke persamaan (17) maka diperoleh nilai dilation dari sebuah tabung toroidal adalah sebagai berikut, (Harvey, 1985):

$$\delta = r \left(\frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu\sigma_1}{E} \right)$$

$$\delta = r \left(\frac{pr}{Et} \left[\frac{\cos \phi + 2\rho}{2(\cos \phi + \rho)} \right] - \frac{\mu pr}{2Et} \right) \quad (18)$$

E. Teori Optimasi

Optimasi adalah salah satu disiplin ilmu dalam matematika yang fokus untuk mendapatkan nilai minimum atau maksimum secara sistematis dari suatu fungsi, peluang, maupun pencarian nilai lainya dalam berbagai kasus (Supardi, 2000). Optimasi sangat berguna di hampir segala bidang dalam rangka melakukan usaha secara efektif dan efisien untuk mencapai target hasil yang ingin dicapai. Tentunya hal ini akan sangat sesuai dengan prinsip ekonomi yang berorientasikan untuk senantiasa menekan pengeluaran untuk menghasilkan output yang maksimal. Optimasi ini juga penting karena persaingan sudah sangat ketat disegala bidang yang ada.

Seperti yang dikatakan sebelumnya, bahwa optimasi sangat berguna bagi hampir seluruh bidang yang ada, maka berikut ini adalah contoh-contoh bidang yang sangat terbantu dengan adanya teknik optimasi tersebut. Bidang tersebut, antara lain : Arsitektur, Data Mining, Jaringan Komputer, *Signal And Image Processing*, Telekomunikasi, Ekonomi, Transportasi, Perdagangan, Pertanian, Perikanan, Perkebunan, Perhutanan, dan sebagainya.

Teknik optimasi secara umum dapat dibagi menjadi dua bagian, yang pertama adalah *Mathematical Programming*, dan yang kedua adalah *Combinatorial Optimization*. Dalam bidang *mathematical programming* dapat dibagi menjadi dua kembali, yaitu *support vector machines* dan *gradient descent*. Dan pada bidang

Combinatorial Optimization kembali difokuskan lagi ke dalam dua bidang, yaitu *Graph Theory* dan *Genetic Algorithm*. Pemfokusan pemfokusan bidang tersebut dikarenakan beberapa parameter, diantaranya, *Restoration*, *Feature selection*, *Classification*, *Clustering*, *RF assignment*, *Compression*, dan sebagainya. Adapun cara-cara untuk membuat optimasi yang baik, adalah dengan memperhatikan hal hal berikut,

- *Model dan starting Point*
- *Convergence to global minimum / maximum*
- *Classes of nice optimization problems*
- *Find a threshold*
- *Constraint give a trade off*

F. Teori Kegagalan

Permasalahan yang sering dihadapi oleh para engineer adalah memilih material yang tepat dan lebih spesifik karena berpengaruh terhadap kegagalan dari material tersebut. Kegagalan pada material yang ulet adalah ketika permulaan dari peluluhan material tersebut, sedangkan pada material yang getas, kegagalan dapat disebut dengan fracture (patah).

1. Teori Tegangan Geser Maksimum (Kriteria Tresca)

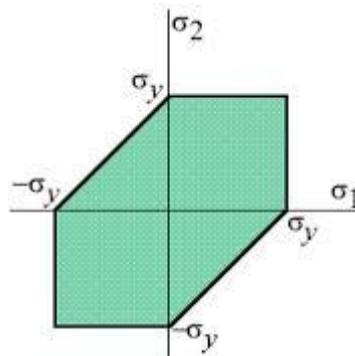
Henri tresca mengemukakan teori tegangan geser maksimum atau tresca yield criterion pada tahun 1968. Teori tegangan geser maksimum memperkirakan kegagalan spesimen yang mengalami beban kombinasi terjadi bila tegangan geser maksimum pada suatu titik mencapai tegangan luluh hasil uji tarik atau uji tekan

dan suatu material yang sama. Secara matematis, teori tegangan geser maksimum dapat dituliskan:

$$\tau_{max} = \tau_y \rightarrow \tau_y = \frac{\sigma_y}{2} \quad (19)$$

Dimana τ_y adalah tegangan luluh yang didapatkan dari uji tarik atau uji tekan dan σ_y adalah tegangan luluh untuk pembebanan uniaksial.

Grafik dan teori tegangan geser maksimum untuk sebuah elemen yang mengalami tegangan biaksial diperlihatkan pada Gambar 11.



Gambar 10. Grafik teori Tresca

(<http://www.google.co.id/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fih4.googleusercontent.com>)

Grafik tersebut menjelaskan bahwa jika suatu titik pada material yang dikenakan tegangan bidang dan tegangan principalnya digambarkan pada koordinat (σ_1, σ_2) terletak di garis batas atau luar area hexagonal pada gambar maka dapat dikatakan bahwa material tersebut telah gagal.

Teori tegangan geser maksimum untuk tegangan bidang dapat dinyatakan untuk dua tegangan principal bidang sebagai σ_1 dan σ_2 dengan mengikuti kriteria :

$$\left. \begin{array}{l} |\sigma_1| = \sigma_y \\ |\sigma_2| = \sigma_y \end{array} \right\} \quad \text{memiliki tanda yang sama}$$

$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_y$ } memiliki tanda yang berlawanan

Untuk sebuah tabung toroidal :

$$\sigma_1 = \left[\frac{pr}{2t} \right] \left[\frac{2Ro-r}{Ro-r} \right] \quad \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \quad (20)$$

Kedua tegangan ini adalah tarik (kuadran I pada gambar 11), maka menurut criteria tresca :

$$\sigma_1 = \left[\frac{pr}{2t} \right] \left[\frac{2Ro-r}{Ro-r} \right] = \sigma_y \quad (21)$$

Dari definisi: $\rho = \frac{Ro}{r}$, maka persamaan (21) dapat ditulis sebagai :

$$\left[\frac{pr}{2t} \right] \left[\frac{2\rho-1}{\rho-1} \right] = \sigma_y \quad (22)$$

Dari persamaan (22) persamaan P_y dapat ditulis sebagai :

$$P_y = \left[\frac{\sigma_y \cdot 2t}{r} \right] \left[\frac{\rho-1}{2\rho-1} \right] \quad (23)$$

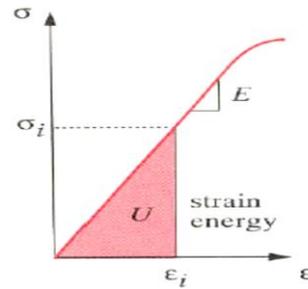
2. Teori Energi Distorsi Maksimum (Kriteria von Mises)

Teori ini diperkenalkan oleh Huber (1904) dan kemudian disempurnakan melalui kontribusi Von Mises dan Hencky. Dalam teori ini kegagalan diprediksi terjadi pada keadaan tegangan multiaksial pada energi distorsi per unit volume sama atau lebih besar dari energi distorsi per unit volume pada saat terjadinya kegagalan dalam pengujian tegangan uniaksial sederhana terhadap specimen dari material yang sama.

Energi regangan akibat distorsi (berkaitan dengan perubahan bentuk) per unit volume, U_d adalah energi regangan total per unit volume, U dikurangi energi regangan akibat beban hidrostatis (berkaitan dengan perubahan volume) per unit volume, U_h

$$U_d = U - U_h \quad (24)$$

Energi regangan total per unit volume, U adalah luas dibawah kurva tegangan-regangan yang dapat dilihat pada Gambar 12.



Gambar 12. Energi regangan yang tersimpan pada elemen terdefleksi

$$u = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$$

$$u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \quad (25)$$

Dimana :

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu \sigma_2 - \nu \sigma_3)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu \sigma_1 - \nu \sigma_3)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \nu \sigma_1 - \nu \sigma_2)$$

Tegangan utama terdiri atas komponen hidrostatik (σ_h) dan distorsi (σ_{id}) :

$$\sigma_i = \sigma_h + \sigma_{id} \quad (26)$$

Sehingga

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\sigma_h + (\sigma_{1d} - \sigma_{2d} - \sigma_{3d})$$

$$3\sigma_h = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - (\sigma_{1d} - \sigma_{2d} - \sigma_{3d})$$

Komponen hidrostatik tegangan, σ_h terjadi hanya akibat perubahan volumetrik

($\sigma_{id}=0$)

$$\sigma_h = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (27)$$

Energi regangan hidrostatik, U_h didapatkan dengan mensubstitusi σ_h pada persamaan 24:

$$U_h = \frac{1}{2E} [\sigma_h^2 + \sigma_h^2 + \sigma_h^2 - 2\nu(\sigma_h\sigma_h + \sigma_h\sigma_h + \sigma_h\sigma_h)] = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_h^2$$

$$U_h = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2$$

$$U_h = \frac{1-2\nu}{6E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad (28)$$

sehingga :

$$U_d = U - U_h$$

$$U_d = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] - \frac{1-2\nu}{6E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]$$

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3] \quad (29)$$

Pendekatan kriteria kegagalan dilakukan dengan membandingkan energi distorsi per unit volume pada persamaan 28 dengan energi distorsi saat terjadi kegagalan pada uji tarik.

$$\frac{1+\nu}{3E} S_y^2 = U_d = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3]$$

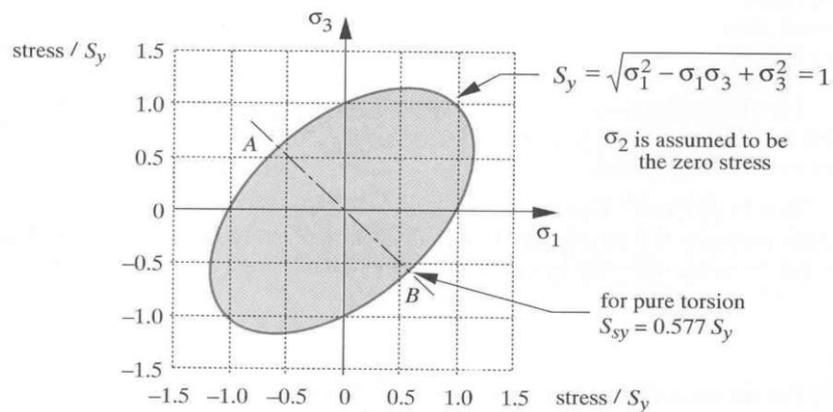
$$S_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3$$

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} \quad (30)$$

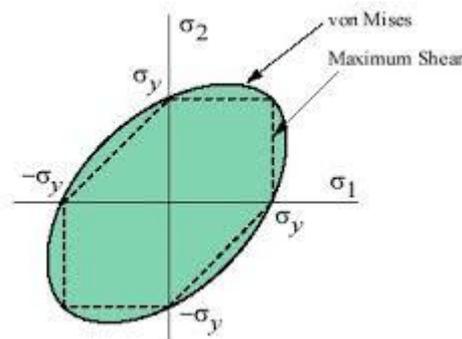
Untuk keadaan tegangan 2 dimensi, $\sigma_2 = 0$ maka :

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2} \quad (31)$$

Persamaan (31) dapat digambarkan sebuah grafik seperti diperlihatkan pada Gambar 13. Persamaan ini menggambarkan bahwa jika tegangan pada suatu titik di material terletak pada batas atau luar kurva ellips maka material tersebut sudah gagal.



Gambar 13. Grafik Teori Von Mises



Gambar 14. Perbandingan Antara Teori Tresca Dan Von Mises

(<http://www.google.co.id/imgres?.gif&imgrefurl=http%3A%2F%2Finfoletters.blogspot.com%2F2011%2F03%2Fmaterial-ductile-kriteria-von-mises.>)

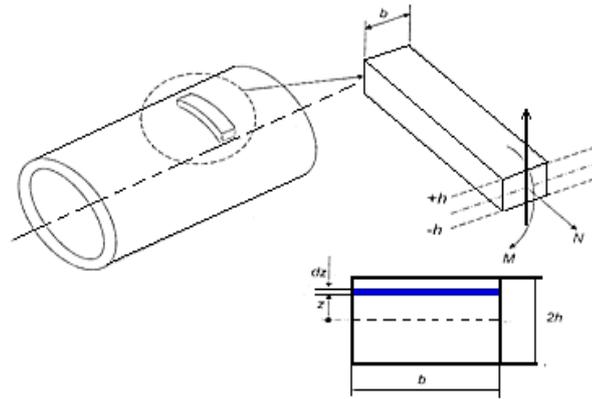
Perbandingan dua kriteria kegagalan dapat dilihat pada Gambar 14. Kedua kriteria memberikan hasil yang sama ketika tegangan principal yang diberikan sama atau ketika satu dari tegangan principal yang diberikan adalah nol dan yang lain memiliki nilai dari σ_y . Atau dengan kata lain jika material diberikan tegangan geser murni maka teori tersebut menghasilkan ketidakcocokan yang sangat besar dalam memprediksi kegagalan. Pada uji torsi actual, digunakan untuk mengembangkan sebuah kondisi geser murni pada *specimen ductile*, memperlihatkan bahwa teori

maksimum distorsi energy memberikan hasil yang lebih akurat sebesar 15 % dibanding dengan teori tegangan geser maksimum.

G. Limit Tekanan

Kegagalan suatu material dipengaruhi oleh banyak hal sesuai dengan kondisi kerjanya. Kemungkinan kegagalan material dapat disebabkan oleh kesalahan dalam mendesain, fabrikasi material yang tidak tepat dan banyak lagi hal-hal lainnya. Penyebab yang paling utama terletak pada proses dalam pemilihan material karena dalam proses pemilihan material ini harus disesuaikan dengan kondisi kerjanya sehingga kegagalan premature dapat dihindari. Karena dalam penelitian ini mengenai bejana tekan maka pemilihan dari material yang benar merupakan suatu hal yang sangat penting. Banyak pertimbangan-pertimbangan yang menentukan dalam pemilihan material untuk mendesain bejana tekan salah satunya adalah kemampuan material dalam menahan beban atau tekanan yang terjadi sesuai dengan kondisi kerjanya. Kemampuan komponen dalam menahan beban maksimum hingga terjadinya kegagalan disebut dengan limit load. Oleh karena itu dalam mendesain harus dihitung limit load komponen untuk dapat memprediksi kegagalan dari komponen yang akan dibuat.

Sebuah contoh penting mengenai limit load dapat diamati pada beam sebagai pemodelan dasar dinding shell yang mengalami tegangan dan bending, seperti ditunjukkan pada Gambar 15.



Gambar 15. Dinding Shell Yang Dianalisis Sebagai Beam

(Flugge,1973)

Diketahui bahwa σ_z adalah tegangan circumferential (keliling) pada jarak z dan permukaan tengah dinding. Pada titik z dapat disusun persamaan dimana M dan N merupakan gaya yang diterima oleh beam tersebut

$$M = F \cdot z = \int_{-h}^h \sigma A \cdot z = \int_{-h}^h \sigma b \cdot dz = b \int_{-h}^h \sigma \cdot dz \quad (32)$$

$$N = \int_{-h}^h \sigma A = \int_{-h}^h \sigma b \cdot dz = b \int_{-h}^h \sigma \cdot dz \quad (33)$$

Karena perilaku beam tersebut adalah sepenuhnya elastis, kedua persamaan ini dapat disederhanakan menjadi:

$$\sigma(z) = \frac{N}{A} + \frac{Mz}{I} \quad (34)$$

Dimana:

$$A = 2bh \quad (\text{luas area potongan beam})$$

$$I = \frac{bt^3}{12} = \frac{b(2h)^3}{12} = \frac{2}{3} bh^3 \quad (\text{momen inersia luas potongan beam})$$

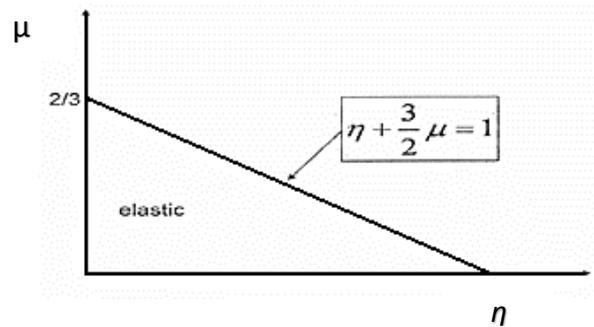
Dengan asumsi material bersifat *elastic-perfectly plastic* dengan yield stress σ_y , momen sebesar M , dan gaya sebesar N , maka yield pertama kali akan terjadi akibat tegangan pada lapisan terluar ($z \pm h$), ketika:

$$\frac{N}{2bh} + \frac{3}{2} \frac{M}{bh^2} = \sigma_y \tag{35}$$

Atau $\eta + \frac{3}{2}\mu = 1$ (36)

Dimana : $\eta = \frac{N}{2bh\sigma_y}$ dan $\mu = \frac{M}{b\sigma_y h^2}$

Persamaan (36) disebut juga kondisi awal *yield (Initial Yield Condition)* yang dapat diamati pada Gambar 16.

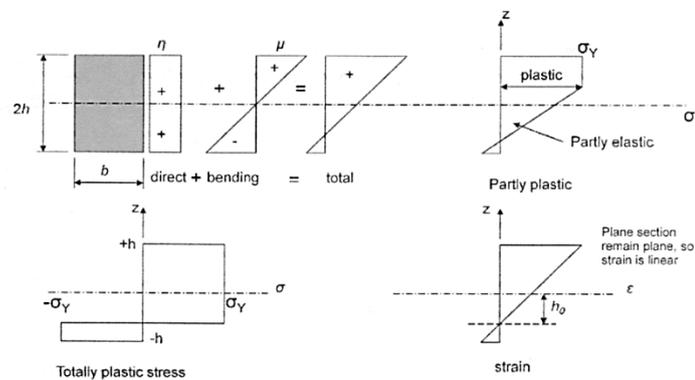


Gambar 16. Kondisi Awal *Yield*

Secara matematis, distribusi tegangan dapat ditulis sebagai;

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_y & \text{untuk } z \geq -h_0 \\ -\sigma_y & \text{untuk } z > -h_0 \end{cases}$$

Jika beban semakin bertambah, plastisitas akan menyebar ke seluruh dinding shell seperti terlihat pada Gambar 17.



Gambar 17. Pertambahan Plastisitas di Dalam Beam

Dari persamaan (28) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 M &= b \int_{-h}^h \sigma \cdot z dz = b \int_{-h}^{-ho} (-\sigma_y) z \cdot dz + \int_{-ho}^{-h} (\sigma_y) z dz \\
 M &= b\sigma_y \left\{ -\frac{z^2}{2} \Big|_h^{-ho} + -\frac{z^2}{2} \Big|_{ho}^{-h} \right\} \\
 M &= b\sigma_y \left\{ \left(-\frac{ho^2}{2} + \frac{h^2}{2} \right) + \left(\frac{h^2}{2} - \frac{ho^2}{2} \right) \right\} \\
 M &= b\sigma_y(h^2 - ho^2) \tag{37}
 \end{aligned}$$

Dan dari persamaan (29) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 N &= b \int_{-h}^h \sigma \cdot dz = b \left[\int_{-ho}^{-h} (-\sigma_y) dz + \int_{-ho}^{-h} (\sigma_y) z dz \right] \\
 N &= b\sigma_y \left\{ -z \Big|_h^{-ho} + z \Big|_{ho}^{-h} \right\} \\
 N &= b\sigma_y \{ (ho + (-h)) + (h + ho) \} \\
 N &= 2b\sigma_y ho \rightarrow ho = \frac{N}{2b\sigma_y} \tag{38}
 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusi persamaan (33) dan (34), dapat diketahui bahwa:

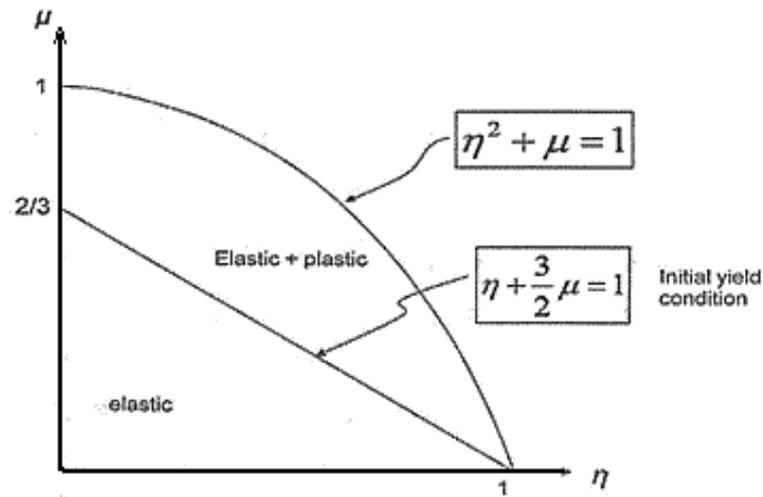
$$\begin{aligned}
 M &= b\sigma_y \left(h^2 - \left(\frac{N}{2b\sigma_y} \right)^2 \right) \\
 \frac{M}{b\sigma_y} &= h^2 \left(1 - \left(\frac{N}{4b^2 h^2 \sigma_y^2} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{M}{bh^2\sigma_y} + \left(\frac{N}{2bh\sigma_y} \right)^2 \equiv 1 \rightarrow \text{kondisi batas (limit condition)} \tag{39}$$

Persamaan (34) dan (35) dapat ditulis sebagai

$$\mu + \eta^2 = 1 \tag{40}$$

Kondisi *Awal Yield* dan kondisi batas ditunjukkan dalam diagram interaksi, dan kondisi batas pada diagram interaksi ini disebut *Limit Surface*.



Gambar 18. Diagram Interaksi

Dan diagram interaksi, perlu memiliki sebuah kondisi

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{bh^2\sigma_y} &\leq 1 \\ \frac{N}{2bh^2\sigma_y} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Limit load untuk beam dalam keadaan *bending* (*Limit Moment*), dengan memasukkan nilai $N=0$ dari persamaan (39) maka M_L dapat diperoleh:

$$M_L = \sigma_y bh^2 \quad (42)$$

dengan memasukkan nilai $N=0$ ke persamaan (35) maka *Yield Moment*, M dapat diperoleh:

$$M_y = \frac{2bh^2}{3} \sigma_y \quad (43)$$

Dari dua persamaan terakhir, dapat diketahui bahwa M :

$$\frac{M_L}{M_y} = 1.5 \quad (44)$$

Dapat disimpulkan bahwa kondisi plastic terjadi pada semua ketebalan dinding shell dengan nilai momen 1,5 dari *Yield Moment* pertama kali (Moaveni,2003).

Jika kita masukan nilai $M=0$ dari persamaan (38), kita dapat menentukan bagian yang sepenuhnya plastik ketika :

$$N_L = 2bh\sigma_y \quad (45)$$

Nilai untuk *yield* (luluh) pertama akibat gaya yang diberikan dapat diperoleh dari persamaan (35) dengan nilai $M = 0$ sehingga:

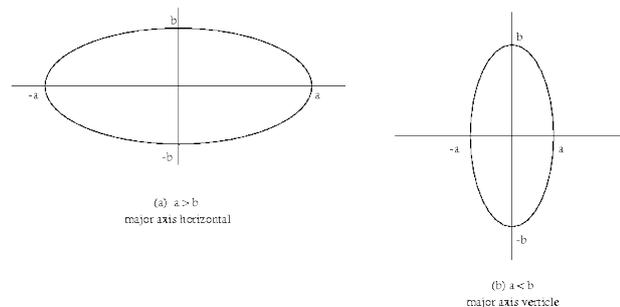
$$N_y = 2bh\sigma_y \quad (46)$$

Dari persamaan (45) dan (46) maka dapat diperoleh:

$$\frac{N_L}{N_y} = 1 \quad (47)$$

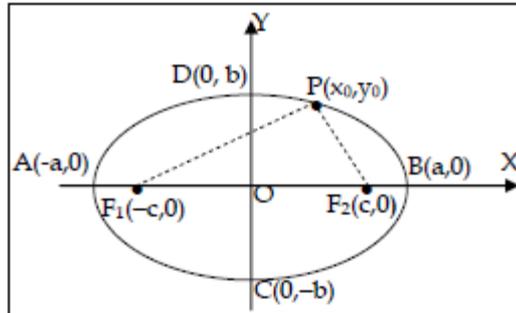
H. Geometri Eliptik

Dalam kehidupan nyata, banyak dijumpai bentuk-bentuk benda dan peristiwa yang berbentuk ellips. Misalnya lintasan bumi ketika mengelilingi matahari. Berikut dapat dilihat gambar contoh bentuk ellips pada Gambar 19.



Gambar 19. Contoh bentuk ellips

Elips adalah tempat kedudukan titik-titik yang jumlah jaraknya terhadap dua titik tetap adalah sama. Dua titik tetap itu disebut fokus dan jumlah jarak yang sama itu dinyatakan dengan $2a$.



Gambar 20. Permukaan eliptik

Jika dimisalkan titik $P(x_0, y_0)$ adalah titik yang terletak pada elips, maka menurut definisi $PF_1 + PF_2 = 2a$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x_0 + c)^2 + y_0^2} + \sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2} &= 2a \\ \sqrt{(x_0 + c)^2 + y_0^2} &= 2a - \sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2}\end{aligned}\quad (48)$$

Kedua ruas kemudian dikuadratkan hingga diperoleh:

$$\begin{aligned}(x_0 + c)^2 + y_0^2 &= 4a^2 - 4a\sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2} + (x_0 - c)^2 + y_0^2 \\ x_0^2 + 2x_0 \cdot c + c^2 + y_0^2 &= 4a^2 - 4a\sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2} + x_0^2 - 2x_0 \cdot c + c^2 + y_0^2 \\ 4a\sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2} &= 4a^2 + 4x_0 \cdot c \\ a\sqrt{(x_0 - c)^2 + y_0^2} &= (a^2 + x_0 \cdot c)\end{aligned}\quad (49)$$

Jika kedua ruas dikuadratkan lagi, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}a^2\{(x_0 - c)^2 + y_0^2\} &= (a^2 + x_0 \cdot c)^2 \\ a^2x_0^2 - 2a^2x_0 \cdot c + a^2c^2 + a^2y_0^2 &= a^4 - 2a^2x_0 \cdot c + c^2x_0^2 \\ (a^2 - c^2)x_0^2 + a^2y_0^2 &= a^2(a^2 - c^2)\end{aligned}\quad (50)$$

Jika kedua ruas dibagi dengan $a^2(a^2 - c^2)$ didapat:

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{(a^2 - c^2)} = 1 \quad (51)$$

Pada ellips ada ketentuan bahwa $(a^2 - c^2) = b^2$, sehingga persamaan di atas menjadi

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1 \quad (52)$$

Yang jika titik $P(x_0, y_0)$ dijalankan maka diperoleh:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (53)$$

Perhatikan persamaan dan gambar ellips di atas sehingga dapat disimpulkan beberapa hal ini.

1. Pusatnya adalah titik $O(0,0)$.
2. Fokusnya adalah titik $F1(-c,0)$ dan $F2(c,0)$
3. Sumbu-x adalah sumbu mayor dan dan sumbu-y adalah sumbu minor jika a lebih besar dari b .
4. Persamaan sumbu mayor adalah $y = 0$ dan persamaan sumbu minor adalah $x = 0$ jika $a > b$.
5. Sumbu-x dan sumbu-y merupakan sumbu-sumbu simetri.
6. Ellips ini memotong sumbu-x di titik-titik $A(-a,0)$ dan $B(a,0)$ dan memotong sumbu-y di titiktitik $C(0,-b)$ dan $D(0,b)$. Keempat titik itu masing-masing disebut puncak ellips.
7. $AB = 2a$ disebut sumbu-panjang dan $CD = 2b$ disebut sumbu-pendek.

I. Integrasi Numerik

Integrasi numerik mengambil peranan penting dalam sains dan teknik. Dalam bidang sains sering terdapat ungkapan integral matematis yang tidak mudah atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitis karena fungsi diintegrasikan tidak berbentuk analitis melainkan berupa titik-titik data. Hal ini sering muncul dalam banyak aplikasi teknik. Oleh sebab itu, kehadiran analisis numerik menjadi penting pada saat pendekatan analitis mengalami kebuntuan. teknik integrasi numerik yang sangat umum digunakan untuk memperoleh pendekatan integral fungsi $y(x)$ pada batas interval $[a,b]$. Secara umum, integral fungsi $y(x)$ pada interval tersebut dapat dinyatakan

$$I = \int_{x=a}^b f(x)dx \quad (54)$$

Persamaan () dapat diartikan sebagai integral dari fungsi $y(x)$ terhadap peubah bebas x yang dievaluasi mulai dari $x = a$ hingga $x = b$. Pendekatan numerik terhadap ungkapan integral dapat dinyatakan sebagai

$$I(x) \approx \sum_{i=1}^N w_i y(x_i) \quad (55)$$

dengan N menyatakan jumlah segmen, $y(x_1)=y(a)$ dan $y(x_N)=y(b)$.

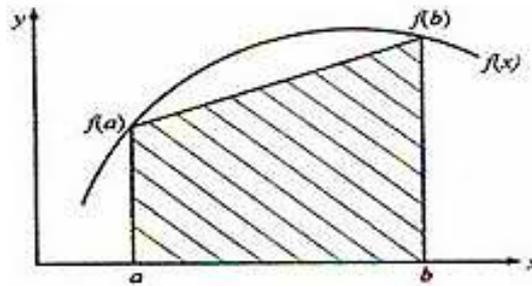
Perhatikan bahwa pendekatan numerik terhadap bentuk integral (3-1) merupakan jumlahan dari deret suku-suku dengan titik-titik x terbentang dari $x = a$ hingga $x = b$ dan di setiap titik x dievaluasi fungsi $y(x)$. Faktor x ini sering disebut sebagai titik simpul (*node*). Sedangkan, faktor pengali w disebut *faktor bobot*. Ada dua jenis integrasi numerik yang banyak digunakan, yaitu:

1. Aturan Trapesium

Metode trapesium merupakan metode integrasi numerik yang didasarkan pada penjumlahan segmen-segman berbentuk trapesium. Apabila sebuah integral didekati dengan metode trapesium dengan satu segmen, maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$I = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a) \quad (56)$$

Persamaan (54) dapat ditunjukkan pada grafik seperti diperlihatkan pada Gambar 21.



Gambar 21. Grafis aturan trapesium

(Lubis, 2012)

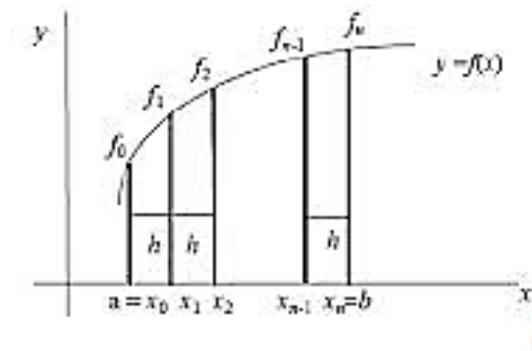
Untuk lebar segmen yang tidak seragam, maka dilakukan dengan aturan Trapesium untuk masing-masing segmen. Selanjutnya hasilnya dijumlahkan seperti pada persamaan (57) dan (58) di bawah ini:

$$I = h_1 \frac{f(x_0)+f(x_1)}{2} + h_2 \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} + \dots + h_n \frac{f(x_{n-1})+f(x_n)}{2} \quad (57)$$

Dimana :

$$h = \frac{b-a}{N} \quad (58)$$

Persamaan (57) dapat ditunjukkan dengan grafik yang diperlihatkan pada Gambar 22:



Gambar 22. Aturan Trapesium lebar segmen yang tidak seragam
(Lubis, 2012)

2. Aturan Simpson

Cara lain untuk memperoleh hasil integral yang akurat adalah dengan memakai polinom orde tinggi untuk menghubungkan titik-titik. Formula yang dihasilkan dengan cara ini disebut Aturan Simpson. Aturan Simpson dapat dibagi menjadi dua cara, yaitu (Lubis, 2012):

a. Aturan 1/3 Simpson, dapat ditulis sebagai berikut:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} \quad (59)$$

b. Aturan 3/8 Simpson, dapat ditulis sebagai berikut:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8} \quad (60)$$

J. Metode Elemen Hingga Dengan ANSYS

Analisa elemen hingga dilakukan dengan menggunakan software ANSYS. Metode elemen hingga (*finite element method*) adalah prosedur numerik yang dapat dipakai untuk mendapatkan solusi pada permasalahan teknik, meliputi

analisis tegangan, perpindahan panas, elektromagnetik, dan aliran fluida baik dalam kondisi *steady*, *transien*, *linier*, maupun *nonlinier*. Dalam ANSYS langkah analisa dibagi menjadi tiga bagian utama, yaitu *preprocessor*, *solution*, dan *postprocessor*.

1. Tahap *Preprocessing*

- Membuat dan memisahkan solusi domain ke dalam elemen hingga, yakni membagi permasalahan ke dalam titik hubung (*node*) dan elemen.
- Mengasumsikan fungsi bentuk untuk menampilkan karakter fisik elemen, yakni mengasumsikan fungsi kontinu untuk menampilkan solusi perkiraan elemen.
- Mengembangkan persamaan untuk elemen.
- Membuat elemen untuk menampilkan seluruh permasalahan dengan mengaplikasikan pembebanan.

2. Tahap *Solution*

Pada bagian *solution*, permasalahan yang telah didefinisikan akan dihitung, kemudian menyelesaikan persamaan aljabar *linier* ataupun *nonlinier* secara simultan untuk mendapatkan hasil titik hubung (*nodal result*), seperti perpindahan pada *node* yang berbeda dalam permasalahan perpindahan panas.

Beberapa tipe elemen yang digunakan dalam *software* ANSYS antara lain adalah *shell elements*, *solid elements*, dan *contac elements*. Berdasarkan

geometrinya, *pressure vessel* dapat dimodelkan sebagai *three dimensional*, *symmetric*, dan *axisymmetric*. *Three dimensional* model adalah permodelan utuh dari suatu *pressure vessel*. Sedangkan *symmetric* model adalah suatu permodelan dimana hanya separuh dari *pressure vessel* yang dimodelkan. *Axisymmetric* model adalah permodelan yang mengambil bentuk dua dimensi, hal ini dilakukan karena geometri yang simetri sepanjang sumbu-z.