PEMODELAN DATA *TIME SERIES* ASIMETRIK DENGAN *EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (EGARCH)

(Skripsi)

Oleh

Binsar Hermawan
1517031175

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

***ASIMETRIC TIME SERIES DATA MODELING WITH EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (EGARCH)**

By

Binsar Hermawan

In the case of financial data, it usually tends to fluctuate rapidly from time to time so that the variance of the error will always change every time (heterogeneous) but also has an asymmetrical effect. The purpose of this study is to apply the best EGARCH model on closing price return data of PT Jasa Marga Tbk. which has asymmetric in its volatility. The results of this study found that the best model is EGARCH (1.3) with the following equation:

$$\ln \sigma_t^2 = -0.450499 + 0.219597 \ln \sigma_{t-1}^2 \pm 0.074290 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}$$

$$+0.599625 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - 0.313917 \frac{|\varepsilon_{t-2}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + 0.677740 \frac{|\varepsilon_{t-3}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right].$$

Key words : volatility, asymmetric, EGARCH

ABSTRAK

PEMODELAN DATA *TIME SERIES* ASIMETRIK DENGAN *EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (EGARCH)

Oleh

Binsar Hermawan

Pada kasus data finansial, biasanya cenderung berfluktuasi secara cepat dari waktu ke waktu sehingga variansi dari *error*-nya akan selalu berubah setiap waktu (heterogen) tetapi juga memiliki pengaruh asimetris. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menerapkan model EGARCH terbaik pada data *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga Tbk. yang memiliki asimetris pada volatilitasnya. Hasil dari penelitian ini didapatkan model terbaik adalah EGARCH (1,3) dengan persamaan sebagai berikut :

$$\ln \sigma_t^2 = -0.450499 + 0.219597 \ln \sigma_{t-1}^2 \pm 0.074290 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}$$

$$+0.599625 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - 0.313917 \frac{|\varepsilon_{t-2}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + 0.677740 \frac{|\varepsilon_{t-3}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right].$$

Kata kunci : volatilitas, asimetris, EGARCH

PEMODELAN DATA *TIME SERIES* ASIMETRIK DENGAN *EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (EGARCH)

Oleh

Binsar Hermawan

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi : **PEMODELAN DATA *TIME SERIES* ASIMETRIK DENGAN *EXPONENTIAL GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (EGARCH)**

Nama Mahasiswa : **Binsar Hermawan**

No. Pokok Mahasiswa : 1517031175

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199205 1 001

Subian Saidi, S.Si., M.Si.
NIP 19800821 200812 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

   Sekretaris : **Subian Saidi, S.Si., M.Si.** ....

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.** ....

2. a.n. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
   Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama

   Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D.
   NIP 19710415 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **29 Januari 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Binsar Hermawan

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031175

Judul : Pemodelan data *time series* asimetrik dengan *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH)

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 15 Februari 2019

Penulis

METERAI TEMPEL
TGL. 20
2A8E6AFF471407826
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Binsar Hermawan
NPM. 1517031175

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Binsar Hermawan, anak ketiga dari Bapak Maruli Sitorus dan Ibu Rosdiana Manurung yang dilahirkan di Tangerang pada tanggal 14 Juli 1997.

Penulis menyelesaikan pendidikan di Sekolah Dasar Swasta Strada Yos Sudarso Kecamatan Curug pada tahun 2009, Sekolah Menengah Pertama Bhinneka Tunggal Ika Jakarta Barat pada tahun 2012, dan Sekolah Menengah Atas Negeri 25 Jakarta pada tahun 2015. Pada tahun 2015 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampungmelalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Selama kuliah penulis aktif di Unit Kegiatan Mahasiswa Kristen Universitas Lampung sebagai Anggota Divisi III (Pelayanan dan Doa) pada tahun 2017 dan Ketua Umum Unit Kegiatan Mahasiswa Kristen Universitas Lampung pada tahun 2018. Pada tahun 2018 sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Bumi Daya, Kecamatan Palas, Kabupaten Lampung Selatan, dan melaksanakan Kerja Praktik di Kantor Pelayanan Pajak Pratama Grogol Petamburan.

Kata Inspirasi

Ia seperti pohon, yang ditanam di tepi aliran air, yang menghasilkan

buahnya pada musimnya, dan yang tidak layu daunnya,

apa saja yang diperbuatnya berhasil.

(Mazmur 1 : 3)

Tidak ada batasan untuk Belajar

Tetap Fokus pada Tujuan

Jangan pernah lupa untuk selalu berdoa dan bersyukur

(Binsar Hermawan)

Persembahan

Ku persembahkan karya kecil ini teruntuk

Papa, Mama, Bang Ferdy dan Kak Yani

Keluarga terindah yang pernah ada.
Terimakasih untuk pengorbanan, kasih sayang dan doa
yang selalu diberikan kepada penulis.

Bu Asmiati, Pak Nusyirwan, Pak Subian, dan Bu Nisa

Pengajar yang memberikan pelajaran berharga,
Orangtua akademikku yang selalu membimbing dan memberikan nasehat

Sahabat-sahabatku

Almamaterku Universitas Lampung

Indonesiaku

SANWACANA

Puji dan syukur, penulis ucapkan atas hadirat Tuhan Yesus Kristus yang s'lalu menyertai dan memberi berkat serta anug'rah dalam kehidupan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Pemodelan Data *Time Series* Asimetrik dengan *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EGARCH).**

Sebagai mahkluk sosial, manusia membutuhkan banyak pihak dalam melakukan kegiatan, begitu pula dalam proses penyelesaian skripsi ini, dimana penulis menyadari skripsi ini tidak akan terealisasi dengan baik tanpa adanya dukungan, bantuan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah membimbing, dan arahan yang diberikan kepada penulis.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing II atas arahannya.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Kerja Praktik atas nasihat, arahan, dan motivasi yang diberikan kepada penulis.
4. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik atas nasihat, arahan, dan persetujuan yang diberikan kepada penulis.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak, Mama, Bang Ferdy dan Kak Yani tercinta, yang selalu memberikan kasih sayang, cinta kasih, waktu, dukungan, pengorbanan, dan doa untuk keberhasilan penulis.
9. Seseorang yang spesial Charis Claudia Putri Hasian Lubis yang selalu memberikan kasih sayang, nasihat, dukungan, doa, dan waktu bagi penulis.
10. Teman-teman Mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2015.
11. Untuk saudara-saudariku di tingkat Universitas, UKM Kristen Universitas Lampung dan Every Nation Campus yang selalu memberikan kesempatan untuk aku dapat berkembang di dunia organisasi.
12. Seluruh pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan kuliah.

Penulis menyadari bahwa Skripsi ini jauh dari kata sempurna. Penulis memberikan kesempatan kepada para pembaca untuk memberikan saran maupun kritikan yang membangun terhadap Skripsi ini.

Akhir kata, penulis berharap semoga Tuhan membalas kebaikan mereka semua dan Skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak serta almamater tercinta.

Bandar Lampung,   Februari 2019

Penulis

Binsar Hermawan

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada kasus data finansial, biasanya cenderung berfluktuasi secara cepat dari waktu ke waktu sehingga variansi dari *error*-nya akan selalu berubah setiap waktu (heterogen). Ketidakpastian yang dihadapi data finansial biasanya mengakibatkan terjadinya pengelompokkan volatilitas (*volatility clustering*) yaitu jika terjadi variabilitas data yang relatif tinggi pada suatu waktu, kecenderungan yang sama dalam kurun waktu selanjutnya akan terjadi, dan sebaliknya, variabilitas data yang relatif kecil akan diikuti oleh adanya kecenderungan yang sama dalam kurun waktu selanjutnya. Volatilitas digunakan untuk menggambarkan fluktuasi dari suatu data, sehingga memungkinkan data bersifat heteroskedastisitas. Dalam kasus ini pemodelan data *time series* dengan menggunakan metode *Autoregresive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA) menjadi kurang tepat untuk digunakan, maka diperlukan metode lain untuk mengatasi masalah keheterogenan variansi tersebut.

Salah satu cara untuk mengatasi permasalahan tersebut menggunakan metode *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH). Model ARCH pertama kali diperkenalkan oleh Engle (1982). Model ini dikembangkan untuk mengatasi adanya volatilitas (ragam tidak konstan). Kemudian model tersebut digeneralisasikan oleh Bollerslev (1986). Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*.(GARCH) adalah salah satu model runtun waktu yang dapat digunakan untuk menggambarkan sifat dinamik fungsi volatilitas (deviasi standar) dari data.

Pada data finansial khususnya data harga saham jika nilai *error* kurang dari nol, berarti nilai harga saham hasil estimasi akan lebih besar dari harga yang asli, dan ini merupakan kondisi yang buruk yang disebut *bad news*. Sebaliknya, ketika nilai *error* lebih besar dari nol berarti nilai harga saham lebih besar dari harga estimasinya sehingga menghasilkan keuntungan yang disebut *good news*.

Metode yang dapat digunakan untuk menghadapi data dengan perubahan yang asimetrik adalah metode *Exponential GARCH* (EGARCH). Model ini diperkenalkan oleh Nelson di tahun 1991.

Berdasarkan permasalahan diatas, penulis tertarik melakukan pemodelan dari model yang terbaik pada data yang memiliki asimetris pada volatilitasnya dengan menggunakan EGARCH pada data *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga (Persero) Tbk.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah memahami model EGARCH dalam mengatasi data yang memiliki asimetris pada volatilitasnya dan menerapkan model EGARCH terbaik pada data *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga (Persero) Tbk.

1.3 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki manfaat sebagai berikut:

1. Menambah wawasan bagi pembaca tentang model EGARCH.
2. Dapat mengaplikasikan model EGARCH pada data *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga (Persero) Tbk.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Deret Waktu

Data deret waktu adalah kumpulan nilai-nilai pengamatan dari suatu variabel yang diambil pada waktu yang berbeda. Data jenis ini dikumpulkan pada interval waktu tertentu, misalnya harian, mingguan, bulanan, dan tahunan
(Gujarati dan Porter, 2009).

Data deret waktu, terutama data keuangan seperti indeks harga saham, tingkat bunga, nilai tukar, inflasi, dan sebagainya sering memiliki volatilitas yang tinggi. Volatilitas yang tinggi ditunjukkan oleh suatu tahap dimana fluktuasinya relatif tinggi, kemudian diikuti fluktuasi yang rendah dan kembali tinggi. Implikasi data yang bervolatilitas tinggi adalah galat dari kesalahan tidak konstan. Dengan kata lain, data semacam ini mengalami heteroskedastisitas
(Juanda dan Junaidi, 2012).

2.2 Stasioneritas Data Deret Waktu

Menurut Juanda dan Junaidi (2012), data deret waktu dikatakan stasioner jika memenuhi dua kriteria yaitu nilai tengah (rata-rata) dan ragamnya konstan dari waktu ke waktu. Secara statistik dinyatakan sebagai berikut, (rata-rata yang konstan) serta (ragam konstan).

Berdasarkan nilai tengah dan ragamnya, terdapat dua jenis kestasioneran data:

1. Data stasioner pada nilai tengahnya, jika data berfluktuasi disekitar suatu nilai tengah yang tetap dari waktu ke waktu.
2. Data stasioner pada ragamnya, jika data berfluktuasi dengan ragam yang tetap dari waktu ke waktu.

Untuk mengatasi data yang tidak stasioner pada nilai tengahnya, dapat dilakukan proses pembedaan atau differensiasi terhadap deret data asli. Proses differensiasi adalah proses mencari perbedaan antara data satu periode dengan periode sebelumnya secara berurutan. Data yang dihasilkan disebut data differensiasi tingkat pertama. Selanjutnya, jika differensiasi pertama belum menghasilkan deret yang stasioner, dilakukan differensiasi tingkat berikutnya.

Mendifferensialkan data differensiasi tingkat pertama akan menghasilkan differensiasi tingkat kedua. Mendifferensiasikan data differensiasi tingkat kedua akan menghasilkan differensiasi tingkat ketiga, dan seterusnya. Untuk mengatasi data yang tidak stasioner pada ragamnya, umumnya dilakukan transformasi data asli ke bentuk logaritma natural atau akar kuadrat. Data yang tidak stasioner pada ragam juga dapat disebabkan oleh pengaruh musiman, sehingga setelah dihilangkan pengaruh musimnya dapat menjadi data stasioner. Selanjutnya, jika data tidak stasioner baik pada nilai tengah maupun ragamnya, dilakukan proses differensiasi dan transformasi Ln atau akar kuadrat.

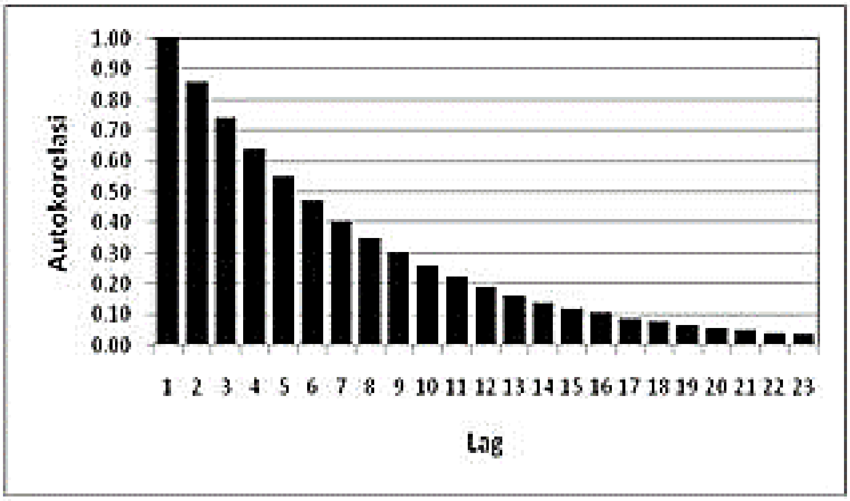
2.3 Pemeriksaan Kestasioneran Data Deret Waktu

Menurut Muis (2008), terdapat dua cara untuk menguji suatu data bersifat stasioner atau tidak, yaitu dengan cara grafik berupa tampilan korelogram dengan nilai

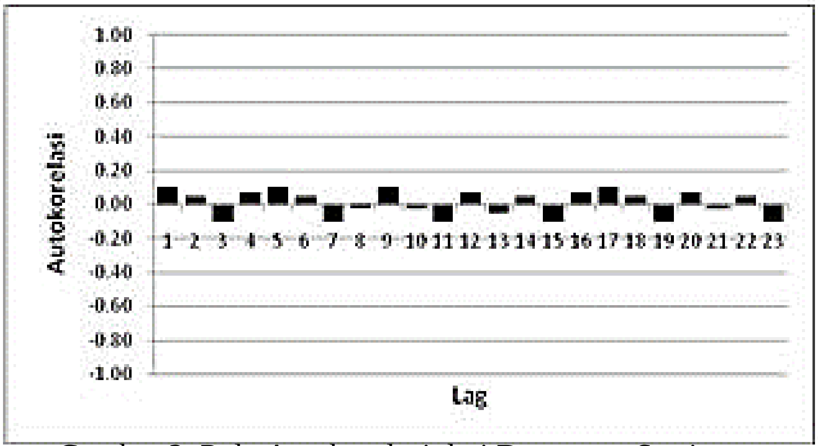
Autocorrelation Function (ACF), dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) beserta nilai statistiknya, atau secara kuantitatif berupa uji *Unit Root* dengan metode *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan uji hipotesis.

2.3.1 Uji Stasioner Data Secara Korelogram

Uji stasioner secara korelogram dengan tampilan grafik batang berupa nilai koefisien ACF dan PACF dari *lag* yang tidak lain merupakan data runtun waktu maupun nilai galat. Koefisien autokorelasi menunjukan tingkat keeratan hubungan antara nilai dari variabel yang sama untuk periode waktu yang berbeda yang disebut *time lag*. Pengidentifikasian sifat stasioner data mengacu kepada penurunan nilai koefisien ACF maupun PACF, bila nilai koefisien baik ACF maupun PACF menurun secara eksponensial seiring dengan meningkatnya (*lag*) seperti yang terlihat pada Gambar 1, hal tersebut menunjukan data sudah dalam kondisi stasioner. Sebaliknya data bersifat tidak stasioner jika nilai koefisien ACF dan PACF tidak menurun menuju nol seiring dengan meningkatnya seperti yang terlihat pada Gambar 2



Gambar 1. Pola Autokorelasi dari Data yang Tidak Stasioner



Gambar 2. Pola Autokorelasi dari Data yang Stasioner

2.3.2 Uji Stasioner dengan Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Untuk melihat kestasioneran data selain dengan melihat plot dari ACF dan PACF, dapat juga mengujinya dengan menggunakan uji ADF. Misalkan kita punya persamaan regresi :

$$\Delta y_t = \Phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + u_t$$

Dimana Φ adalah koefisien, Y_t adalah nilai variabel pada waktu ke-t, α adalah suatu konstanta, u_t adalah residual pada waktu t, Φ = $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i - 1$ dan α_j^* = $\sum_{j=1}^{p} \alpha_j$. Uji statistik pada ADF berdasarkan pada t-*statistic* koefisien Φ dari estimasi metode kuadrat terkecil biasa.

Pada model ini hipotesis yang diuji adalah

H_0 : Φ = 0 (data deret waktu tidak stasioner)

H_1 : Φ < 0 (data deret waktu stasioner)

(Gujarati dan Porter, 2009)

2.4 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dari proses stasioner suatu data *time series* (Y_t), diperoleh $E(Y_t) = \mu$ dan ragam $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma_t^2$ yang konstan dan kovarian $Cov(Y_t, Y_{t+k})$, yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t - (t + k)|$. Oleh karena itu, dapat ditulis kovarian antara Y_t dan Y_{t+k} yaitu

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \quad (2.2)$$

dan korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} adalah

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{Var(Y_t)Var(Y_{t+k})} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.3)$$

Dimana $Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \gamma_0$. Sebagai fungsi dari k, γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi (ACF) (Wei, 2006).

PACF digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara Y_t dan Y_{t+k} apabila pengaruh dari time lag 1, 2, 3,..., dan seterusnya sampai $k - 1$ dianggap terpisah. Fungsi autokorelasi parsial dapat dinotasikan dengan $corr(Y_t, Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+k})$. Misalkan Y_t adalah proses yang stasioner dengan $E(Y_t) = 0$, selanjutnya Y_{t+k} dapat dinyatakan sebagai model linear :

$$Y_{t+k} = \Phi_{k1}Y_{t+k-1} + \Phi_{k2}Y_{t+k-2} + \Phi_{kk}Y_t + \varepsilon_{t+k}$$

(2.1)

dengan Φ_{ki} adalah parameter regresi ke$-i$ dan ε_{t+k} adalah nilai kesalahan yang tidak berkolerasi dengan Y_{t+k-j} dengan $j = 1,2, \dots, k$. Untuk mendapatkan nilai PACF adalah dengan mengalikan persamaan (2.1) dengan Y_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh :

$$Y_{t+k-j}Y_{t+k} = \Phi_{k1}Y_{t+k-1}Y_{t+k-j} + \Phi_{k2}Y_{t+k-2}Y_{t+k-j} + \Phi_{kk}Y_tY_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k}Y_{t+k-j}$$

dengan nilai harapannya adalah

$$E(Y_{t+k-j}Y_{t+k}) = E(\Phi_{k1}Y_{t+k-1}Y_{t+k-j} + \Phi_{k2}Y_{t+k-2}Y_{t+k-j} + \Phi_{kk}Y_tY_{t+k-j}$$
$$+ \varepsilon_{t+k}Y_{t+k-j})$$

misalkan nilai $E(Y_{t+k-j}Y_{t+k}) = \gamma_j, j = 0,1,\dots,k$ dan karena $E(\varepsilon_{t+k}Y_{t+k-j}) = 0$, maka diperoleh :

$$\gamma_j = \Phi_{k1}\gamma_{j-1}\Phi_{k2}\gamma_{j-2} + \cdots + \Phi_{kk}\gamma_{j-k} \qquad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dibagi dengan γ_0

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \Phi_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0}\Phi_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \cdots + \Phi_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0}$$

diperoleh

$$\rho_j = \Phi_{k1}\rho_{j-1} + \Phi_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{j-k}, j = 1,2,3,\dots,k$$

Untuk $j = 1,2,3,\dots,k$ didapatkan sistem persamaan sebagai berikut :

$$\rho_1 = \Phi_{k1}\rho_0 + \Phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-1},$$
$$\rho_2 = \Phi_{k1}\rho_1 + \Phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-2}, \qquad (2.3)$$
$$\vdots$$
$$\rho_k = \Phi_{k1}\rho_{k-1} + \Phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{0},$$

Sistem persamaan (2.3) dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan cramer. Persamaan (2.3) untuk $j = 1,2,\dots,k$ digunakan untuk mencari nilai-nilai fungsi autokorelasi parsial *lag* yaitu $\Phi_{k1}, \Phi_{k2}, \dots, \Phi_{kk}$

a. Untuk *lag* pertama ($k = 1$) dan ($j = 1$) diperoleh sistem persamaan sebagai berikut: $\rho_1 = \Phi_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = 1$ sehingga $\rho_1 = \Phi_{11}$ yang berarti fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan fungsi autokorelasi pada *lag* pertama.

b. Untuk *lag* kedua ($k = 2$) dan ($j = 1,2$) diperoleh sistem persamaan :

$$\rho_1 = \Phi_{11}\rho_0 + \Phi_{22}\rho_1$$
$$\rho_2 = \Phi_{11}\rho_1 + \Phi_{22}\rho_0 \qquad (2.4)$$

Persamaan (2.4) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi :

$$\begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{pmatrix}$, dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\Phi_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{vmatrix}}$$

c. Untuk *lag* ketiga ($k = 3$) dan ($j = 1,2,3$) diperoleh sistem persamaan

$$\rho_1 = \Phi_{11}\rho_0 + \Phi_{22}\rho_1 + \Phi_{33}\rho_2$$

$$\rho_2 = \Phi_{11}\rho_1 + \Phi_{22}\rho_0 + \Phi_{33}\rho_1 \qquad (2.5)$$

$$\rho_3 = \Phi_{11}\rho_2 + \Phi_{22}\rho_1 + \Phi_{33}\rho_0$$

Persamaan (2.5) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{pmatrix}$, $A_3 = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{pmatrix}$ dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\Phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{vmatrix}}$$

d. Untuk *lag* ke$-j = 1,2,3,\dots,k$ diperoleh sistem persamaannya adalah

$$\rho_1 = \Phi_{11}\rho_0 + \Phi_{22}\rho_1 + \Phi_{33}\rho_2 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-1,}$$

$$\rho_2 = \Phi_{11}\rho_1 + \Phi_{22}\rho_0 + \Phi_{33}\rho_1 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-2,}$$

$$\rho_3 = \Phi_{11}\rho_2 + \Phi_{22}\rho_1 + \Phi_{33}\rho_0 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-3,} \qquad (2.6)$$

$$\vdots$$

$\rho_k = \Phi_{11}\rho_1 + \Phi_{22}\rho_2 + \Phi_{33}\rho_3 \ldots + \Phi_{kk}\rho_0$

Persamaan (2.6) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 & & \rho_{k-3} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{33} \\ \vdots \\ \Phi_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_k \end{pmatrix}$$

Dengan aturan Cramer diperoleh

$$A_k = \begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 & & \rho_3 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{pmatrix}$$

Nilai autokorelasi parsial *lag* k hasilnya adalah

$$\Phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)} = \frac{\begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 & & \rho_3 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 & & \rho_{k-3} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{pmatrix}}$$

Φ_{kk} disebut PACF antara Y_t dan Y_{t+k} atau dapat juga dituliskan

$$\Phi_{kk} = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

Dengan demikian diperoleh autokorelasi parsial dari Y_t pada *lag* k (Wei, 2006).

Pendugaan koefisien (r_k) adalah dugaan dari koefisien autokorelasi secara teoritis yang bersangkutan (ρ_k) . Nilai r_k tidak sama persis dengan ρ_k yang berkorespondensi dikarenakan *error* sampling.

Distribusi dari kemungkinan nilai-nilai disebut dengan distribusi sampel. Galat baku dari distribusi sampling adalah akar dari penduga variansinya.

Pengujian koefisien autokorelasi :

H_0 : ρ_k = 0 (Koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

H_1 : $\rho_k \neq 0$ (Koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Statistik uji : $t = \frac{r_k}{SE\ r_k}$

dengan :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k}(x_t-\bar{x})(x-\bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t-\bar{x})^2} \quad \text{dan} \quad SE\ (r_k) = \sqrt{\frac{1+2\sum_{j=1}^{k-1} {r_j}^2}{T}} \approx \frac{1}{\sqrt{T}}$$

dengan :

SE (r_k): *standard error* autokorelasi pada saat *lag* k

r_k : autokorelasi pada saat *lag* k

k : time *lag*

T : banyak observasi dalam data *time series*

Kriteria keputusan : tolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas *df* = T-1, T merupakan banyaknya data dan *k* adalah *lag* koefisien autokorelasi yang diuji (Pankratz, 1991).

2.5 *Maksimum Likelihood Estimator* (MLE)

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), misalkan $X_1, X_2, \dots, X_T$ adalah sampel random dari populasi dengan densitas $f(X_t;\vartheta)$, fungsi *likelihood* didefinisikan dengan:

$$L\ \vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n = \sum_{t=1}^{T} f(X_t;\vartheta)$$

Bila fungsi *likelihood* ini terdiferensialkan dalam ϑ maka calon estimator *likelihood* yang mungkin adalah ϑ sedemikian sehingga:

$$\frac{\partial L(\vartheta)}{\partial \vartheta} = 0$$

Untuk membuktikan bahwa ϑ benar-benar memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\vartheta)$ harus ditunjukkan bahwa :

$$\frac{\partial^2 L(\vartheta)}{\partial \vartheta^2} < 0$$

Dalam banyak kasus dimana diferensi digunakan, akan lebih mudah bekerja pada logaritma dari $L(\vartheta)$ yaitu $LogL(\vartheta)$. Hal ini memungkinkan karena fungsi logaritma naik tegas pada $(0, \infty)$ yang berarti bahwa $L(\vartheta)$ mempunyai ekstrem yang sama. Sehingga untuk menentukan estimator maksimum *likelihood* dari ϑ sebagai berikut:

1. Tentukan fungsi *likelihood*

   $$L\ \vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n = \sum_{t=1}^{T} f(X_t; \vartheta)$$

2. Bentuk *log-likelihood* $L_t = LogL(\vartheta)$
3. Tentukan turunan dari $L_t = LogL(\vartheta)$ terhadap ϑ

   $$\frac{\partial Log[L(\vartheta)]}{\partial \vartheta} = 0$$

   Penyelesaian dari persamaan poin 3 merupakan estimator maksimum *likelihood* untuk ϑ.

4. Tentukan turunan kedua dari $L_t = LogL(\vartheta)$ terhadap ϑ. Jika $\frac{\partial^2 Log[L(\vartheta)]}{\partial \vartheta^2} < 0$, maka akan dibuktikan bahwa ϑ benar-benar memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\vartheta)$.

2.6 Model *Autoregressive* (AR)

Autoregressive adalah bentuk regresi yang menghubungkan nilai pengamatan X_t dengan nilai-nilai sebelumnya pada selang waktu tertentu.

Secara umum bentuk persamaan AR(p) adalah

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.7}$$

Dimana ε_t *white noise*.

dengan :

Y_t = nilai variabel pada waktu ke-t

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$ = nilai masa lalu dari *time series* yang bersangkutan pada waktu $t-1, t-2, \dots, t-p$

ϕ_i = koefisien regresi, $i: 1, 2, 3, \dots, p$

ε_t = nilai-nilai error pada waktu t

p = orde AR

(Suyitno, 2011)

2.7 Model *Moving Average* (MA)

Model *moving average* dengan orde q, dinotasikan sebagai MA(q), memiliki persamaan sebagai berikut :

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

dengan :

q = orde MA

θ_i = koefisien regresi, $i: 1, 2, 3, \dots, p$

Model yang paling sederhana MA(1) adalah

$Y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$

(Montgomery, Jennings, dan Kulachi, 2008).

2.8 Model ARMA(p, q)

Bentuk umum model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) adalah sebagai berikut :

$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots \theta_q \varepsilon_{t-q}$

atau $\Phi(B)x_t = \delta + \Theta(B)\varepsilon_t$ (Wei, 2006).

2.9 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Jika d adalah bilangan bulat nonnegative, maka $\{Y_t\}$ dikatakan proses ARIMA jika Y_t= $(1 - B)^d Y_t$ merupakan akibat dari proses ARMA.

Definisi diatas berarti bahwa $\{Y_t\}$ memenuhi persamaan :

$$\phi^*(B)Y_t \equiv \phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)\varepsilon_t, \ \ \{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$$

dengan,

$\phi(B) = \theta(B)$ = derajat polinomial dari p dan q

$\phi(B) \neq 0$ untuk $|\phi(B)| < 1$

(Brockwell, 2002).

2.10 Metodologi Box-Jenkin

Menurut Widarjono (2013), untuk mengetahui apakah perilaku data dari suatu variabel mengikuti pola AR atau MA atau ARMA ataukah ARIMA dan untuk menentukan ordo AR, MA serta tingkat proses diferensi untuk menjadikan data stasioner. Box-Jenkin telah mengembangkan suatu metodologi pembentukan model yang disebut Metodologi Box-Jenkin, yaitu :

1. Identifikasi Model
2. Estimasi parameter model
3. Uji Diagnosis
4. Prediksi

2.10.1 Identifikasi Model

Langkah pertama yang harus dilakukan dalam membangun model adalah mendeteksi masalah stasionaritas data yang digunakan. Jika data tidak stasioner pada level, maka diperlukan proses differensiasi untuk mendapatkan data yang stasioner. Langkah selanjutnya adalah mengidentifikasi model. Metode baku yang digunakan untuk pemilihan model ARIMA melalui *correlogram* yaitu ACF dan PACF. Pemilihan model ARIMA adalah sebagai berikut :

Tabel 1. Pola ACF dan PACF

Model	Pola ACF	Pola PACF
AR (p)	Menurun secara eksponensial	Menurun drastis pada *lag* tertentu
MA (q)	Menurun drastis pada *lag* tertentu	Menurun drastis secara eksponensial
ARMA (p,q)	Menurun secara eksponensial	Menurun secara eksponensial

2.10.2 Estimasi Parameter Model

Tahap ini merupakan estimasi model *tentatif* dari persamaan tersebut. Pada tahap estimasi ini dilakukan pengujian kelayakan model dengan cara mencari model terbaik. Model terbaik didasarkan pada *goodness of fit* yaitu tingkat signifikansi variabel independen termasuk konstanta melalui uji t dan F maupun nilai koefisien determinasi R^2.

2.10.3 Uji Diagnosis

Pada langkah ini dilakukan pengujian terhadap residual yang diperoleh. Model yang baik memiliki residual yang bersifat random. Analisis residual dilakukan dengan *correlogram*, baik melalui ACF maupun PACF. Jika koefisien ACF maupun PACF secara individual tidak signifikan, maka residual yang didapatkan bersifat random. Jika residual tidak bersifat random (*white noise)*, maka harus kembali ke langkah pertama untuk memilih model yang lain. Pengujian ACF dan PACF dapat dilakukan melalui uji *Barlet, Box,* dan *Pierce* maupun *Ljung-Box*.

2.10.4 Prediksi

Tahap terakhir dari metodologi Box-Jenkin adalah melakukan prediksi berdasarkan model yang tepat. Untuk mengevaluasi kesalahan peramalan bisa menggunakan *Root Mean Squares Error* (RMSE), *Mean Absolute Error* (MAE), atau *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

2.11 Model ARCH

Menurut Juanda dan Junaidi (2012), untuk menangani volatilitas data diperlukan suatu pendekatan tertentu untuk mengukur volatilitas residualnuya. Salah satu pendekatan yang digunakan adalah dengan memasukkan peubah bebas yang mampu memprediksi volatilitas residual tersebut. Menurut Engle (1982), ragam residual yang berubah-ubah ini terjadi karena ragam residual tidak hanya fungsi dari peubah bebas tetapi juga tergantung dari seberapa besar residual di masa lalu. Engle mengembangkan model dimana rata-rata dan ragam suatu data deret waktu dimodelkan secara simultan. Model tersebut dikenal dengan model ARCH. Untuk menjelaskan proses terbentuknya model ARCH, misalnya terdapat model regresi sederhana dengan persamaan sebagai berikut :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \varepsilon_t \tag{2.8}$$

Pada data *cross section,* heteroskedastisitas yang terjadi berhubungan langsung dengan peubah bebas, sehingga untuk mengatasinya hanya perlu melakukan transformasi persamaan regresi. Namun dalam model ARCH, heteroskedastisitas terjadi karena data deret waktu memiliki volatilitas tinggi. Jika suatu data pada periode memiliki fluktuasi yang tinggi dan residualnya juga tinggi, diikuti suatu periode dimana fluktuasinya rendah dan residualnya juga rendah, ragam residual dari model akan sangat tergantung dari fluktuasi residual sebelumnya. Persamaan ragam residual dalam model ARCH dapat ditulis sebagai berikut :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \tag{2.9}$$

Persamaan (2.9) menunjukkan bahwa ragam residual (σ_t^2) memiliki dua unsur, yaitu konstanta (α_0) dan kuadrat residual periode yang lalu (ε_{t-1}^2). Model dari residual ε_t tersebut adalah heteroskedastisitas yang bersyarat (*conditional* *heteroskedasticity*) pada residual ε_{t-1}. Dengan menggunakan informasi heteroskedastisitas bersyarat dari ε_t, maka parameter β_1 dan β_2 pada persamaan (2.9) akan dapat diestimasi secara lebih efisien. Persamaan (2.8) disebut persamaan rata-rata (*conditional mean*), sedangkan pada persamaan (2.9) disebut persamaan ragam (*conditional variance*). Persamaan (2.9) disebut model ARCH (1) karena ragam dari residual ε_t tergantung hanya dari fluktuasi residual kuadrat satu periode yang lalu. Jika ragam residual ε_t tergantung dari fluktuasi residual kuadrat dari beberapa periode yang lalu (*lag* p), maka model ARCH (p) dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan sebagai berikut :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2$$

2.12 Uji ARCH

2.12.1 Pola Residual Kuadrat melalui Kolegram

Korelogram residual kuadrat menampilkan ACF) dan PACF dari *error* kuadrat dan perhitungan *Ljung-Box Q statistics* sampai *lag* tertentu. Jika koefisien ACF dan PACF signifikan secara statistik, berarti model mengandung unsur ARCH.

2.12.2 Uji ARCH

Pengujian efek ARCH dilakukan dengan uji ARCH-*Lagrange Multiplier* (ARCH-LM). Ide pokok uji ini adalah bahwa ragam residual bukan hanya merupakan fungsi dari peubah bebas tetapi tergantung dari residual kuadrat periode sebelumnya. Misalkan $\varepsilon_t = Y_t - \mu_t$ adalah residual dari persamaan rata-rata. Barisan ε_t^2 digunakan untuk memeriksa efek ARCH. Uji ini sama dengan uji F pada umumnya untuk menguji $\alpha_i = 0$ $(i = 1, 2, \dots, p)$ dalam regresi linear. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 + U_t\,;\, t = m + 1, \dots, n$$

dengan U_t adalah galat, m adalah bilangan bulat, dan n adalah ukuran sampel atau observasi

Langkah pengujian ARCH-LM adalah sebagai berikut :

Hipotesis :

$H_0 \colon \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_p = 0$ (tidak terdapat unsur ARCH)

H_0: Paling tidak ada satu $\alpha_i \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, p$ (terdapat unsur ARCH)

Statistik Uji :

$$F = \frac{\frac{(SSR_0 - SSR_1)}{p}}{\frac{SSR_1}{T - 2p - 1}}$$

dengan :

$$SSR_0 = \sum_{t=p+1}^{T} (\varepsilon_t^2 - \omega)^2$$

$$\omega = \frac{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t^2}{T}$$

$$SSR_1 = \sum\nolimits_{t=P+1}^{T} U_t^2$$

Keterangan :

ω = rata-rata sampel dari ε_t^2

U_t^2 = residual kuadrat terkecil

Kriteria Keputusan :

H_0 ditolak jika $F > X_p^2(\alpha)$ atau nilai probabilitas $< \alpha$

2.13 Model GARCH

Bollerslev (1986) mengemukakan bahwa ragam residual tidak hanya tergantung dari residual periode lalu tetapi juga ragam residual periode yang lalu. Bollerslev kemudian mengembangkan model ARCH dengan memasukkan unsur residual periode lalu dan ragam residual. Model ini dikenal sebagai model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Menggunakan persamaan rata-rata (2.4) dan memasukkan ragam residual periode yang lalu ke dalam persamaan ragam (2.5), model GARCH dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.10)$$

Model persamaan (2.10) disebut model GARCH (1,1), karena ragam residual hanya dipengaruhi oleh residual satu periode sebelumnya dan ragam residual satu periode sebelumnya. Jika ragam residual dipengaruhi oleh residual p periode sebelumnya (*lag* q unsur GARCH) dan ragam residual q periode sebelumnya (*lag* q unsur GARCH), maka model GARCH (p, q) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2$$

2.14 Keasimetrian Model

Pada tahun 1993, Engle dan Ng mengusulkan suatu uji efek asimetris yang disebut *sign and size bias test* untuk menentukan apakah model asimetris dibutuhkan atau model GARCH sudah cukup memadai. Untuk memeriksa pengaruh efek asimetris, data deret waktu terlebih dahulu harus dimodelkan ke dalam model GARCH dan diambil residual datanya. Kemudian lakukan uji efek asimetris berdasarkan persamaan regresi berikut :

$$\widehat{a_t^2} = \varphi_0 + \varphi_1 S_{t-1}^{-} + \varphi_2 S_{t-1}^{-} \hat{a}_{t-1} + \varphi_3 S_{t-1}^{+} \hat{a}_{t-1} + u_t$$

$$S_{t-1}^{+} = 1 - S_{t-1}^{-}$$

dengan

S_{t-1}^{-} : variabel dummy yang bernilai satu jika $\hat{a}_{t-1} < 0$ dan nol untuk yang selainnya.

φ_1 : Parameter *sign bias* (efek positif atau negatif)

φ_2 : Parameter *size bias* (besar efek negatif)

φ_3 : Parameter *size bias* (besar efek positif)

Dengan hipotesis yang diuji adalah :

H_0 : $\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ (residual bersifat simetris).

H_1 : Paling tidak ada satu tanda "=" tidak berlaku (residual bersifat asimetris).

Dengan kriteria penolakan H_0 adalah tolak H_0 jika *p-value* $< \alpha$.

Untuk memeriksa keberadaan pengaruh *leverage effect* (efek asimetris) dengan cara data runtun waktu terlebih dahulu dimodelkan ke dalam model GARCH. Kemudian dari model tersebut diuji apakah memiliki efek asimetris dengan melihat korelasi antara ε_t (standar residual kuadrat model *Box-Jenkins*) dengan ε_{t-p} (l*ag* standar residual model GARCH) dengan menggunakan *cross correlation* (korelasi silang).

Kriteria pengujiannya adalah jika terdapat batang yang melebihi standar deviasi maka nilai *cross correlation* berbeda signifikan dengan nol yang artinya kondisi *bad news* dan *good news* memberi pengaruh asimetris pada data volatilitas.

2.15 Model EGARCH

Nelson (1991) mengembangkan model GARCH yang dinamakan model EGARCH. Model EGARCH memiliki persamaan sebagai berikut :

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \beta \ln \sigma_{t-1}^2 + \varsigma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \lambda \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (2.11)$$

Dimana ω, β, ς, dan λ adalah parameter-parameter yang diestimasi. $\text{Ln}\, \sigma_t^2$ merupakan model EGARCH. ω merupakan parameter dari model ARCH. β merupakan besarnya pengaruh isu positif terhadap variansi saat ini. ς merupakan besarnya pengaruh volatilitas periode lalu yang mempengaruhi varians saat ini. λ merupakan parameter dari model GARCH. Pada Persamaan (2.11) *conditional variance* menggunakan bentuk logaritma natural. Ini berarti *conditional variance* tidak pernah negatif (Brooks, 2014).

2.16 Kriteria Informasi

Kriteria informasi digunakan untuk pemilihan model terbaik yang dipilih berdasarkan *Akaike Info Criterion* (AIC) dan *Schwarz Criterion* (SC) karena kedua kriteria ini konsisten dalam menduga parameter model. Tujuan AIC adalah menemukan prediksi yang terbaik sedangkan tujuan SC adalah menemukan model dengan probabilitas posterior tertinggi dari model. Karena AIC dan SC memuat fungsi *log-likelihood*, sehingga model yang dipilih untuk meramalkan data adalah model dengan nilai SC terkecil karena lebih konsisten dalam menduga parameter model.

$$AIC = -2\frac{l}{T} + 2\frac{k}{T} \ ,$$

$$SC = -2\frac{l}{T} + k \ln T \,/T$$

$$l = -\frac{Td}{2}(1 + \ln 2\pi) - \frac{T}{2}\ln \Omega$$

$$\Omega = det\frac{\sum t\hat{\varepsilon}_t\hat{\varepsilon}_l}{T}$$

dengan l adalah fungsi log-*likelihood*, k adalah jumlah parameter yang diesti

T adalah jumlah observasi, dan d adalah banyaknya persamaan.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2018/2019, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan adalah data *time series* sekunder yang diambil dari *https://finance.yahoo.com/quote/JSMR.JK* untuk data harian *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga (Persero) Tbk. periode 1 Januari 2012 sampai 1 November 2017.

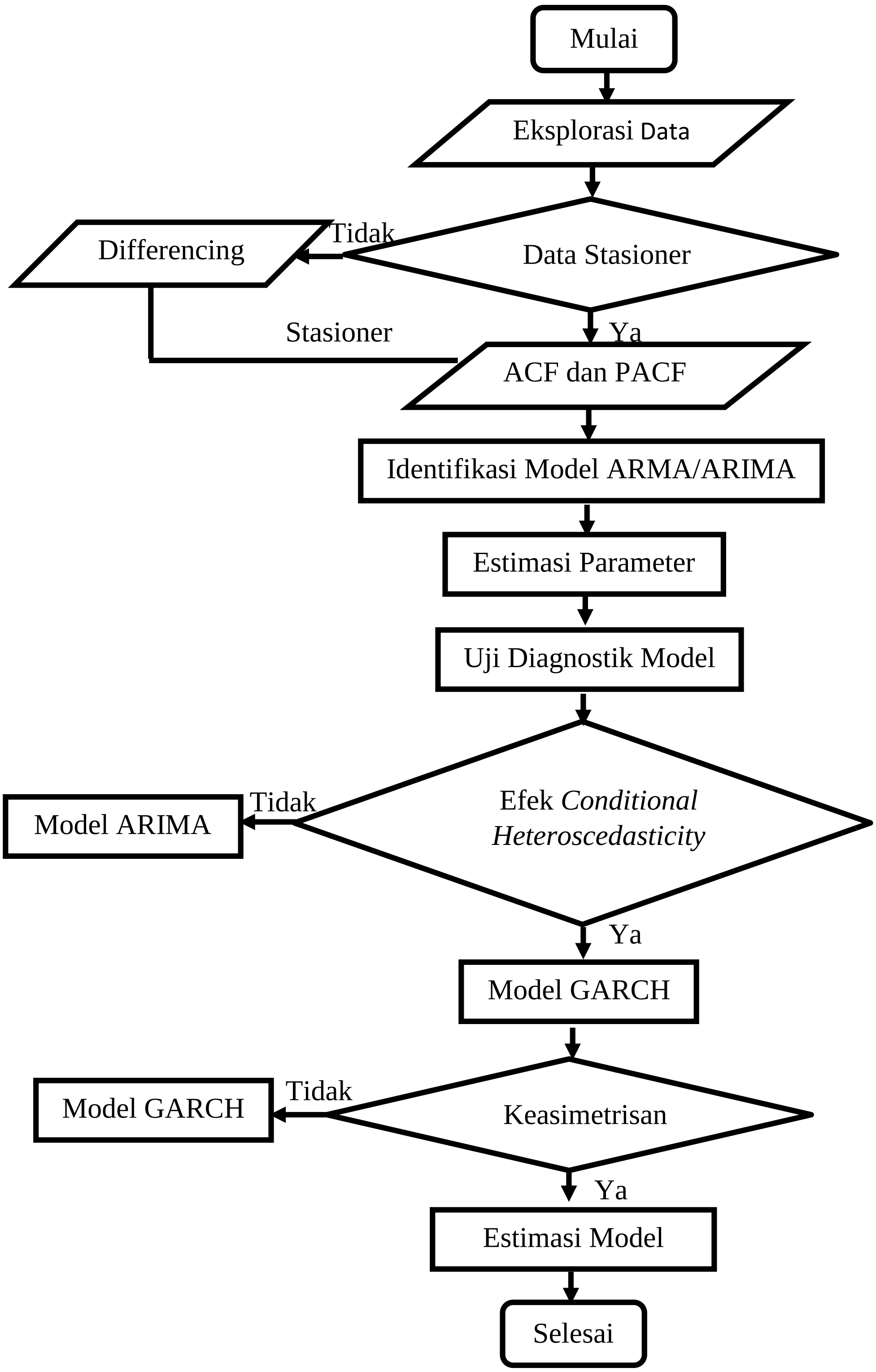
3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan plot data *return* penutupan harga saham PT Jasa Marga (Persero) Tbk.
2. Identifikasi plot data *return* untuk melihat apakah grafik yang ditunjukkan stasioner.
3. Pemeriksaan kestasioneran data dengan ADF.
4. Identifikasi model ARMA/ARIMA dengan melihat gambar korelogram ACF dan PACF.

5. Estimasi parameter untuk melihat model yang terbaik.
6. Uji diagnosis model untuk menganalisis residual terhadap model bersifat random atau melalui koefisien ACF maupun PACF secara individual tidak signifikan.
7. Menganalisis adanya efek *conditional heteroscedasticity* dalam data menggunakan uji *Lagrange Multiplier*.
8. Estimasi model GARCH dengan melihat nilai AIC dan SC terkecil
9. Menguji keasimetrisan menggunakan korelasi silang antara kuadrat galat model rataan terhadap lag galatnya.
10. Estimasi model EGARCH dengan melihat nilai AIC dan SC terkecil.

3.4 Diagram Alir Analisis Model EGARCH



Gambar 3. Diagram Alir Analisis Model EGARCH

V. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian mengenai pemodelan data *time series* asimetrik dengan EGARCH pada PT. Jasa Marga (Persero) Tbk. maka dapat disimpulkan :

Model EGARCH dapat digunakan untuk mengatasi data *time series* yang bersifat asimetrik pada volatilitasnya. Model EGARCH terbaik yang diperoleh dalam mengatasi asimetrik pada volatilitas data *return* penutupan harga saham PT. Jasa Marga (Persero) Tbk. adalah EGARCH(1,3). Dengan persamaan ragamnya :

$$\ln \sigma_t^2 = -0.450499 + 0.219597 \ln \sigma_{t-1}^2 \pm 0.074290 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}$$

$$+0.599625 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - 0.313917 \frac{|\varepsilon_{t-2}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + 0.677740 \frac{|\varepsilon_{t-3}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right].$$

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J. dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics Second Edition*. Duxbury Press, California

Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*. **31**(3): 307-327

Brockwell, P.J. dan Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting* Second Edition. Springer-Verlag New York, Inc., New York.

Brooks, C. 2014. *Introductory Econometrics for Finance.* 3rd ed. Cambridge UniversityPress, New York.

Engle, R. F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimares of The Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrics*. **50**(4): 987-1008.

Gujarati, D.N. dan Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics.* Ed ke-5. McGraw-Hill Irwin, New York.

Juanda, B. dan Junaidi. 2012. *Ekonometrioka Deret Waktu Teori dan Aplikasi*. IPB PRESS, Bogor.

Muis, S. 2008. *Meramalkan Pergerakan Saham Menggunakan Pendekatan Model Arima, Indeks Tunggal dan Markowitz*. Graha Ilmu, Yogyakarta.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., dan Kulachi, M. 2008. *Introduction Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons,Inc., Hoboken, New Jersey

Nelson, D.B. 1991. Conditional Heteroscedasticity in asset returns : a new approach. Econometrica 59, 347-370.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression models*. Willey Intersciences Publication, Canada.

Suyitno. 2011. *Pengestimasian Parameter Model Autoregresif Pada Analisis Deret Waktu Univariat*. **ISSN 1412-498X** :117-132

Widarjono, A. 2013. *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya*. YKP, Yogyakarta.

Wei, W. W. 2006. *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Methods*. 2^{nd} ed. Pearson, New York.