### PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER FLOW PADA ALAT PENYARING AIR BERBASIS FILTER DAN KARBON AKTIF-13 DENGAN METODE BEDA HINGGA

(Skripsi)

### Oleh

### WINDI ARTI



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

### **ABSTRAK**

### PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER FLOW PADA ALAT PENYARING AIR BERBASIS FILTER DAN KARBON AKTIF-13 DENGAN METODE BEDA HINGGA

#### Oleh

### Windi Arti

Air merupakan sumber bagi kehidupan. Syarat fisik air yang sehat yaitu tidak keruh. Kadar maksimum kekeruhan yang diperbolehkan pada air bersih adalah 5 NTU. Salah satu cara atau metode untuk mendapatkan air bersih adalah dengan membuat filter air. Filter yang di rancang kali ini yaitu dengan menambahkan adsorben berupa arang aktif-13 yang berfungsi untuk menurunkan beberapa kadar parameter air. Penambahan arang aktif-13 yang mengandung karbon tersebut akan berpengaruh pada laju aliran air (water flow) dari setiap jenis percobaan. Dalam penelitian ini menggunakan lima jenis percobaan antara lain yaitu tanpa menggunakan alat (memanfaatkan gravitasi), menggunakan mesin pompa, menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 (filter berjumlah 8 lapis), menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 (filter berjumlah 20 lapis) dibantu dengan mesin pompa, dan menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 (filter berjumlah 27 lapis) dibantu dengan mesin pompa. Dengan menggunakan persamaan differensial khususnya metode beda hingga terbagi newton didapat model matematika laju aliran air (water flow) dari setiap jenis percobaan.

Kata Kunci: Laju Aliran Air (Water Flow), Persamaan Differensial, Metode Beda Hingga

### **ABSTRACT**

# MATERIAL MODELING OF WATER FLOW RATE ON WATER FILTER AND ACTIVATED-13 CARBON FILTERING USING DIFFERENT METHODS

By

### Windi Arti

Water is a source of life. The physical condition of healthy water is not cloudy. The maximum level of turbidity allowed in clean water is 5 NTU. One way or method to get clean water is to make a water filter. The filter designed this time is to add an adsorbent in the form of activated charcoal-13 which serves to reduce some levels of water parameters. The addition of activated carbon-13 charcoal will affect the *water* flow of each type of experiment. In this study using five types of experiments, among others, namely using gravity (without tools), using a pump machine, using a filter-based water filter and 13-activated carbon (8 layers of filters), using filter-based water filter and 13-activated carbon (20 layers of filters) are assisted by a pump engine, and use a filter-based water filter and 13-activated carbon (27 layer filters) assisted by a pump engine. By using differential equations, especially the finite difference method, Newton is divided into a mathematical model of *water* flow from each type of experiment.

*Keywords*: Mathematical Modeling, Water Flow Rate (*Water* Flow), Differential Equations, Difference Method

### PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER FLOW PADA ALAT PENYARING AIR BERBASIS FILTER DAN KARBON AKTIF-13 DENGAN METODE BEDA HINGGA

### Oleh

### Windi Arti

### Skripsi

## Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar SARJANA SAINS

### pada

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi

PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER FLOW PADA ALAT PENYARING AIR BERBASIS FILTER DAN KARBON AKTIF-13 DENGAN METODE BEDA HINGGA

Nama Mahasiswa

: Windi Arti

**NPM** 

: 1517031045

Jurusan

: Matematika

**Fakultas** 

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. NIP 19620704 198803 1 002

Subian Saidi, S.Si., M.Si. NIP 19800821 200812 1 001

2. Menyetujui

Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. NIP 19631108 198902 2 001

1. Tim Penguji

: Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. Ketua

Sekretaris

: Subian Saidi, S.Si., M.Si.

Penguji

Bukan Pembimbing : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Suratman, M.Sc. 1717 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 23 Mei 2019

### PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama

: Windi Arti

Nomor Pokok Mahasiswa

: 1517031045

Judul

: Pemodelan Matematika Laju Water Flow Pada

Alat Penyaring Air Berbasis Filter Dan Karbon

Aktif-13 Dengan Metode Beda Hingga

Jurusan

: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 23 Mei 2019

Penulis,

Windi Arti

NPM. 1517031045

### **RIWAYAT HIDUP**

Penulis dilahirkan di Bumi Kencana pada tanggal 01 November 1997 dengan nama lengkap Windi Arti, anak kedua dari pasangan Bapak Warsono dan Ibu Rumiati. Penulis memiliki satu orang kakak laki-laki bernama Teguh Slamet.

Penulis mengawali pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 3 Bumi Kencana pada tahun 2003-2009, pada tahun 2009-2012 menempuh pendidikan menengah di SMP Negeri 1 Seputih Agung, dan pendidikan lanjutan di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar pada tahun 2012-2015. Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Penulis melaksanakan kerja praktik pada tanggal 18 Januari sampai 28 Februari 2018 di Bank Syariah Mandiri Kantor Cabang Bandar Jaya di Komp. Pertokoan Central Niaga Bandar Jaya No. 1-3, Jl. Proklamator Raya, Yukum Jaya, dan mengikuti kuliah kerja nyata (KKN) periode II tahun 2018 pada tanggal 28 Juli sampai 26 Agustus 2018 di Desa Kedaton 2, Kecamatan Batanghari Nuban, Kabupaten Lampung Timur, Lampung.

### **PERSEMBAHAN**

Karyaku yang sederhana ini kupersembahkan kepada:

### Keluarga Besar Bapak Warsono

Terimakasih kepada Bapak, Mama, Kakak, dan Mbah yang selalu mendo'akan kesuksesanku, memberi semangat, nasihat, dukungan serta kasih sayang yang tiada henti.

### Dosen Pembimbing dan Penguji

Terimakasih kepada Bapak Tiryono, Bapak Subian, dan Bapak Aang yang telah sabar membimbing dan memberikan solusi untuk skripsi saya.

### Alexander

Terimakasih kepada Alexander yang selalu menemani, memberikan do'a, semangat dan motivasi yang tiada henti.

### Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada Nurhayati, Putri, dan Riswanti yang selalu memberikan semangat, do'a, dan motivasi serta kenangan indah selama ini.

### Almamater dan Negeriku

### **MOTTO**

"Yakinlah kamu bisa dan kamu sudah separuh jalan menuju kesana".

(Windi Arti)

"Maka janganlah sekali-kali engkau membiarkan kehidupan dunia ini memperdayamu"

(Fathir:5)

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan"

(Asy Syarh: 5-6)

### **SANWACANA**

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah serta nikmat yang tak kurang-kurangnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pemodelan Matematika Laju *Water Flow* Pada Alat Penyaring Air Berbasis Filter Dan Karbon Aktif-13 Dengan Metode Beda Hingga". Dapat diselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan kerja sama berbagai pihak yang telah membantu dan memberikan bimbingan, saran maupun motivasi sehingga skripsi dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terumaksih kepada:

- 1. Ibu Prof. Dra Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika.
- 2. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D selaku dosen pembimbing I.
- 3. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing II.
- 4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan ide, kritik dan saran yang membangun serta membimbing penulis sehingga terselesainya skripsi ini.
- 5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan FMIPA Unila.
- 6. Bapak Agus Sutrisno, S.Si, M.Si dan Bapak Amanto, S.Si, M.Si yang telah membimbing penulis sehingga terselesainya skripsi ini.
- 7. Ibu tercinta dan Bapak tersayang yang selalu mendukung, menemani, mendoakan serta memberikan semangat dengan penuh kasih sayang

sehingga menguatkan penulis dalam menjalani setiap proses meraih gelar

sarjana.

8. Alexander yang selalu mendampingi, membantu serta memberikan

masukan dan saran kepada penulis.

9. Nurhayati, Riswanti, Putri, dan Neli yang telah banyak membantu dan

menemani penulis selama di kampus.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu

penulis mengharapkan kritik dan saran. Terimakasih.

Bandar Lampung, Mei 2019

Penulis

Windi Arti

### **DAFTAR ISI**

			Halaman
DA	FTAR	R GAMBAR	xi
DA	FTAR	R TABEL	xii
I.	PEN	DAHULUAN	
	1.1	Latar Belakang	1
	1.2	Tujuan Penelitian	3
	1.3	Manfaat Penelitian	4
II.	TINJ	JAUAN PUSTAKA	
	2.1	Pemodelan Matematika	5
	2.2	Definisi Fungsi	5
	2.3	Fungsi Komposisis	6
	2.4	Fungsi Polinomial	6
	2.5	Persamaan Differensial	7
	2.6	Persamaan Differensial Biasa	7
	2.7	Persamaan Differensial Parsial	8
	2.8	Interpolasi Polinomial (Polinom)	
		Beda Hingga Terbagi Newton	9
	2.9	Fluida Dinamis	12
	2.10	Filterasi	13
III.	МЕТ	ODE PENELITIAN	
	3.1	Waktu dan Tempat Penelitian	14
	3.2	Alat dan Bahan	14
	3.3	Metode Penelitian	14

IV.	HAS	SIL DAN PEMBAHASAN	
	4.1	Hasil Penelitian	17
	4.2	Pembahasan	22
		4.2.1 Model Matematika Laju Water Flow	22
		4.2.2 Model Matematika Tingkat Kecerahan Air	32
		4.2.3 Bentuk Umum Dimensi Alat Penyaring	
		Air Berbasis Filter dan Karbon Aktif-13	35
V.	KES	SIMPULAN	
	5.1	Kesimpulan	38
	5.2	Saran	40
DA	FTA	R PUSTAKA	
LA	MPII	RAN	

### DAFTAR GAMBAR

Gama	abar	Halaman
1.	Contoh Grafik Polinomial	. 10
2.	Langkah Skematis Pembagian Beda Hingga	. 12
3.	Disain Alat Penyaring Air Berbasis Filter	
	Dan Karbon Aktif-13	. 15
4.	Percobaan dengan Memanfaatkan Gravitasi	. 18
5.	Percobaan Menggunakan Mesin Pompa	. 19
6.	Percobaan Alat Penyaring Air Berbasis Filter	
	Dan Karbon Aktif-13	. 20
7.	Percobaan Alat Penyaring Air Berbasis Filter (20)	
	Dan Karbon Aktif-13 dibantu Mesin Pompa	. 21
8.	Percobaan Alat Penyaring Air Berbasis Filter (27)	
	Dan Karbon Aktif-13 dibantu Mesin Pompa	. 21
9.	Grafik Laju <i>Water Flow</i>	. 31
10	Grafik Tingkat Kecerahan Air	35

### DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Laiu Water Flow	22.

### I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Air merupakan sumber bagi kehidupan. Air yang tidak memenuhi persyaratan dapat menimbulkan terjadinya gangguan kesehatan berupa penyakit menular maupun tidak menular. Salah satu persyaratan fisik air yang sehat adalah tidak keruh. Kekeruhan yang tinggi akan melindungi mikroorganisme dari pengaruh desinfeksi, mendorong pertumbuhan bakteri dan menaikan kebutuhan klor. Kadar maksimum kekeruhan yang diperbolehkan pada air bersih adalah 5 NTU.

Ada banyak cara dan metode yang digunakan untuk mendapatkan air bersih, cara yang paling mudah dan umum digunakan adalah dengan membuat filter air. Filtrasi adalah salah satu cara pemisahan zat baik berupa cairan maupun gas. Pemisahan zat padat dari campuran padat cair dilakukan dengan bantuan medium berpori yang disebut medium penyaring. Zat padat akan tertahan medium penyaring sedangkan cairan dapat melewatinya yang biasa disebut filtrat. Dalam beberapa penyaringan, padatan-saring yang terbentuk merupakan medium penyaring yang baik. Untuk memaksa cairan melewati medium diperlukan gaya pendorong dalam bentuk tekanan (*pressure filtration*).

Filter yang di rancang kali ini yaitu dengan menambahkan adsorben yang berfungsi untuk menurunkan beberapa kadar parameter air. Adsorben yang

digunakan adalah arang aktif-13. Arang merupakan padatan berpori yang mengandung 85-95% karbon. Penambahan arang aktif-13 yang mengandung karbon tersebut akan berpengaruh pada tekanan keluaran air penyaring.

Jika menggunakan filter air dapat menghasilkan air bersih, namun kandungan zatzat kimia yang terdapat pada air tersebut masih ada. Jika menggunakan alat penyaring air yang berbasis filter dan karbon aktif-13 dapat menghasilkan air bersih dengan berkurangnya kandungan zat-zat kimia yang terdapat pada air tersebut. Kasus ini termasuk aplikasi fungsi dalam kehidupan sehari-hari. Fungsi merupakan hubungan antara satu elemen himpunan tepat dengan satu elemen pada himpunan yang lain. Karbon aktif-13 disini merupakan fungsi g sedangkan filter air merupakan fungsi f. Dengan menggabungakan filter air dan karbon aktif-13 akan menghasilkan air bersih yang bebas dari senyawa kimia yang berbahaya. Dalam matematika kasus tersebut merupakan penerapan dari fungsi komposisi yang dinotasikan sebagia berikut:

$$g_o f = g(f(x))$$

Dalam fungsi ada yang dikenal dengan grafik, grafik fungsi ini menggambarkan hubungan matematika antara dua variabel atau lebih.

Ilmu matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan atau persoalan metematika. Dimana matematika berasal dari kata  $\mu \hat{a} \theta \eta \mu a$  (máthema) dalam bahasa yunani yang diartikan sebagai "sains, ilmu pengetahuan, belajar" juga  $\mu \hat{a} \theta \eta \mu \alpha \tau \iota \kappa \delta \varsigma$  (mathematik $\delta$ s) yang diartikan sebagai "suka belajar".

Peran matematika pada masalah kehidupan sehari-hari maupun ilmu-ilmu lain disajikan dalam pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk mempresentasi dan menjelaskan sistemsistem fisik atau problem pada dunia real dalam pernyataan matematik, sehingga diperoleh pemahaman dari dunia real ini menjadi lebih tepat. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal dengan model matematika.

Salah satu penerapan dari pemodelan matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah pada laju air. Permasalahan tersebut dapat disederhanakan menggunakan persamaan differensial. Persamaan differensial merupakan persamaan matematika yang melibatkan turunan satu fungsi. Salah satu cara untuk menyelesaikan persamaan differensial adalah dengan menggunakan metode beda hingga atau yang lebih dikenal dengan *finite difference method*.

Metode beda hingga dalam pengaplikasian di dunia nyata dapat menghitung Laju aliran panas, laju alirann air, dan kecepatan angin. Pada sekripsi ini penulis akan membahas pemodelan matematika laju air pada alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 dengan metode beda hingga.

### 1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1. Mengetahui berapa laju *water flow* yang dihasilkan dalam filter air tersebut, secara alami maupun dengan menggunakan mesin.
- 2. Mendapatkan model *water flow* dengan persamaan differnsial khususnya metode beda hingga.

3. Mengetahui rancang bangun (*desain*) alat penyaringan air yang bebasis filter dan karbon aktif-13.

### 1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1. Dapat meningkatkan kualitas air agar menjadi jernih, menggunakan karbon aktif-13 sebagai media adsorben terhadap laju *water flow* pada alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13.
- 2. Mahasiswa mampu mengaplikasikan ilmu yang telah didapat di kampus ke dalam kehidupan sehari-hari.

### II.TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk mereprentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem pada dunia real dalam pernyataan matematik, sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia real ini menjadi lebih tepat. Reprentasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai Model Matematika. Kontruksi, analisis penggunaan model matematika dipandang sebagai salah satu aplikasi matematika yang sangat penting (Widiowati, 2004).

### 2.2 Definisi Fungsi

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi yang menghubungkan tiap obyek x dalam satu himpunan. Yang disebut daerah asal (domain), dengan sebuah nilai tunggal f(x) dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (range) fungsi (Varberg dkk, 2010).

Fungsi f dengan aturan y = f(x) ditulis dengan lambang:

$$f: D_f \to R_f, y = f(x)$$

Yang berarti fungsi f memetakan x di  $D_f$  ke  $R_f = \{f(x) | x \in D_f\}$ . Dalam hal ini, x dinamakan variabel bebas, y merupakan fungsi dari x yang nilainya tergantung dari x dinamakan variabel tak bebas (Prayudi, 2006).

### 2.3 Fungsi Komposisi

Jika f bekerja pada x untuk menghasilkan f(x) dan kemudian g bekerja pada f(x) untuk menghasilkan g(f(x)), dapat dikatakan bahwa kita telah mengkomposisikan g dengan f. Fungsi yang dihasilkan disebut komposisi g dengan f, dinyatakan oleh  $g_of$ . Jadi,  $(g_of)(x) = g(f(x))$ . Namun  $g_of \neq f_og$  sehingga dapat dikatakan bahwa komposisi fungsi tidak komutatif.

Daerah asal  $g_o f$  adalah himpunan nilai-nilai x yang memenuhi sifat berikut :

- 1. x berada di dalam daerah asal f.
- 2. f(x) berada di dalam daerah asal g.

(Varberg dkk, 2010).

### 2.4 Fungsi Polinomial

Fungsi polinomial merupakan fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinomial adalah

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

Dengan koefisien tertentu  $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ . Polinom ini mempunyai derajat sebesar n, jika koefisien  $a_n \neq 0$  (Conte dan Boor, 1980).

### 2.5 Persamaan Differensial

Persamaan differensial adalah persamaan yang memuat variabel bebas, variabel tak bebas, dan derivatif-derivatif dari variabel tidak bebas terhadap variabel bebasnya (Wardiman, 1981). Berikut ini adalah contoh persamaan differensial:

1. 
$$\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$$

$$2. \ 3x^2 dx + 2y dy = 0$$

### 2.6 Persamaan Differensial Biasa

Persamaan differensial biasa adalah persamaan differensial yang mengandung satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu peubah bebas. Jika diambil y(x) sebagai suatu fungsi satu variabel, dengan x dinamakan variabel bebas dan y dinamakan variabel tak bebas, maka suatu persamaan diferensial biasa dapat dinyatakan dalam bentuk  $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$  (Ross, 1989).

Rumus –rumus forward difference, backward difference dan central difference ordinari sebagai berikut:

Forward difference:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Backward difference:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x - h)}{h}$$

Central difference:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Turunan ordinari tingkat dua:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

### 2.7 Persamaan Differensial Parsial

Suatu persamaan yang meliputi turunan fungsi dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan differensial. Jika turunan fungsi itu hanya tergantung pada satu variabel bebas maka maka disebut persamaan differensial biasa (PDB) dan bila tergantung pada lebih dari satu variabel bebas disebut persamaan differensial parsial (PDP). Pada PDP, variabel bebas dapat berupa waktu dan satu atau lebih koordinat ruang (Ross, 1989).

Rumus –rumus forward difference, backward difference dan central difference parsial sebagai berikut:

Forward difference:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h} \qquad \text{dan} \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y)}{h}$$

Backward difference:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y) - f(x - h,y)}{h} \qquad \text{dan} \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y) - f(x - h,y)}{h}$$

Central difference:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h = 0} \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y)}{2h} \qquad \text{dan} \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h = 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y-h)}{2h}$$

Turunan parsial tingkat dua

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y) - f(x-h,y) - 2f(x,y)}{h^2} \, \text{dan } \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h) - f(x,y-h) - 2f(x,y)}{h^2}$$

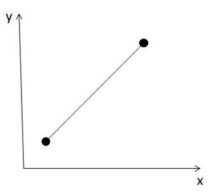
### 2.8 Interpolasi Polinomial (Polinom) Beda Hingga Terbagi Newton

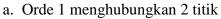
Interpolasi adalah suatu cara untuk mencari nilai diantara beberapa titik data yang telah diketahui. Interpolasi dapat digunakan untuk memperkiarakan suatu fungsi dimana fungsi tersebut tidak terdefinisi dengan suatu fomula, tetapi didefinisikan hanya dengan data-data atau tabel yang tersedia. Interpolasi polinomial adalah sebuah metode untuk menaksir (mengestimasi) nilai diantara titik-titik data yang tepat. Persamaan polinomial adalah persamaan aljabar yang hanya mengandung jumlah dari variabel x berpangkat bilangan bulat (integer). Bentuk umum persamaan polinomial order n adalah:

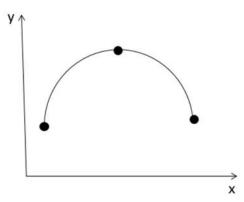
$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

Dengan  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , ...  $a_n$  adalah parameter yang akan dicari berdasarkan titik data. n adalah derajat (order) dari persamaan polinomial dan x adalah variabel bebas. Untuk (n+1) titik data, hanya terdapat satu atau kurang polinomial order n yang melalui semua titik. Misalnya, hanya ada satu garis lurus (polinomial order 1) yang menghubungkan dua titik (interpolasi linier) Gambar 1. a, demikian juga tiga buah titik dapat dihubungkan oleh fungsi parabola (interpolasi kuadrat) Gambar 1. b, sedang untuk 4 titik (interpolasi kubik) Gambar 1. c. Interpolasi polinom terdiri atas penentuan polinom unik orde ke-n yang cocok dengan n+1

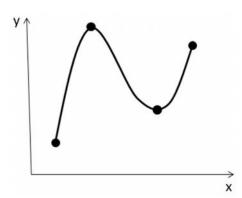
titik data. Walaupun terdapat satu, dan hanya satu, polinom orde ke-n yang cocok dengan n+1 titik, terdapat beragam bentuk matematik untuk pengungkapan polinom tersebut.







b. Orde 2 menghubungkan 3 titik



c. Orde 3 menghubungkan 4 titik

### Gambar 1. Contoh Grafik Polinomial

Prosedur seperti dijelaskan di atas dapat digunakan untuk membentuk polinomial order n dari (n + 1) titik data. Bentuk umum polinomial order n adalah:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$$
 (1.2)

Seperti yang dilakukan interpolasi linier dan kuadrat, titik-titik data dapat dilakukan dengan evaluasi koefisien  $b_0, b_1, ..., b_n$ . Untuk polnomial order n, diperlukan (n+1) titik data  $x_0, x_1, x_2, ..., x_n$ . Dengan menggunakan titik-titik data tersebut, maka persamaan berikut digunakan untuk mengevaluasi kofisien  $b_0, b_1, ..., b_n$ 

$$b_0 = f(x_0) \tag{1.3}$$

$$b_1 = f[x_1, x_0] (1.4)$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0] \tag{1.5}$$

Dengan definisi fungsi berkurung ([....]) adalah pembagian beda hingga misalnya, pembagian beda hingga pertama adalah:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j}$$
 (1.7)

Pembagian beda hingga kedua adalah:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{\frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} - \frac{f(x_j) - f(x_k)}{x_j - x_k}}{x_i - x_k}$$
(1.8)

Pembagian beda hingga ke n adalah:

$$f[x_n,x_{n-1},...,x_2,x_1,x_0] = \frac{(\frac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{x_n-x_{n-1}} - \frac{f(x_{n-1})-f(x_{n-2})}{x_{n-1}-x_{n-2}} - \frac{(\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} - \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}}{x_2-x_0}}{x_n-x_0}$$
 (1.9)

Bentuk pembagian untuk mengevaluasi koefisien-koefisien dalam persamaan (1.3) sampai beda hingga tersebut dapat digunakan persamaan (1.6) yang kemudian disubtitusikan ke dalam persamaan (1.2) untuk mendapatkan interpolasi polinomial order n.

$$f_{n}(x) = f(x_{0}) + f[x_{1}, x_{0}](x - x_{0}) + f[x_{2}, x_{1}, x_{0}](x - x_{0})(x - x_{1}) + \dots +$$

$$f[x_{n}, x_{n-1}, \dots, x_{2}, x_{1}, x_{0}](x - x_{0})(x - x_{1}) \dots (x - x_{n-1})$$
(1.10)

Persamaan(1.7) sampai persamaan (1.9) adalah berurutan, artinya pembagian beda yang lebih tinggi terdiri dari pembagian beda hingga yang lebih rendah, secara skematis bentuk yang berurutan tersebut ditunjukan dalam Gambar 2 berikut.

i	$x_i$	$f(x_j)$	Pertama	Kedua	Ketiga
0	$x_0$	$f(x_0)$	$\rightarrow f[x_1, x_0]$	$\rightarrow f[x_2, x_1, x_0]$	
1	$x_1$	$f(x_1)$	$f[x_2,x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	$x_2$	$f(x_2)$	$\rightarrow f[x_3, x_2]$		
3	$x_3$	$f(x_3)$			

Gambar 2. Langkah Skematis Pembagian Beda Hingga (Carnahan, 1969).

### 2.9 Fluida Dinamis

Fluida dinamis adalah fluida (bisa berupa zat cair, gas) yang bergerak. Untuk memudahkan dalam mempelajari fluida, disini dianggap mempunyai kecepatan yang konstan terhadap waktu, tak termampatkan (tidak mengalami perubahan volume), tidak kental, dan tidak turbulen (tidak mengalami putaran-putaran). Aliran fluida sering dinyatakan dalam debit. Debit adalah banyaknya volume zat cair yang mengalir pada tiap satuan waktu, biasanya dinyatakan dalam satuan liter/detik atau dalam satuan meter kubik  $(m^3)$  per detik.

$$Q = \frac{V}{t}$$

Keterangan:

 $Q = \text{Debit aliran} \left(\frac{m^3}{s}\right)$ 

 $V = \text{Volume fluida}(m^3)$ 

t = Waktu(s)

(Setiawan, 2015).

### 2.10 Filterasi

Filterasi adalah pembersihan partikel padat dari suatu fluida dengan melewatkannya pada medium penyaringan atau *septum*, dimana zat padat itu tertahan. Pada industri, filter ini meliputi ragam operasi mulai dari penyaring sederhana hingga pemisahan yang kompleks. Fluida yang difilterasi dapat berupa cairan atau gas atau aliran yang lolos dari saringan mungkin saja cairan, padatan, atau keduanya. Suatu saat justru limbah padatlah yang harus dipisahkan dari limbah cair sebelum dibuang. Seringkali umpan dimodifikasi melalui beberapa pengolahan awal untuk meningkatkan laju filterasi, misal dengan pemanasan, kristalisasi, atau memasang peralatan tambahan pada penyaring seperti selulosa atau tanah diatomae. Oleh karena varietas dari material yang harus disaring beragam dan kondisi proses yang berbeda, banyak jenis penyaring telah dikembangkan (Anonymous, 1995).

### III. METODOLOGI PENELITIAN

### 3.1 Waktu Dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka dan penelitian lapangan yang bertempat di gang Swadaya 9 No. 9, Gunung Terang, Langkapura, Kota Bandar Lampung.

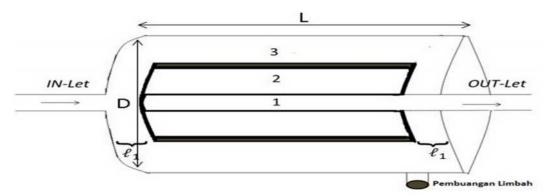
#### 3.2 Alat dan Bahan

Bahan yang digunakan berupa buku-buku teks, internet, dan jurnal yang menunjang penelitian, serta tempurung kelapa dan air keruh/limbah. Sedangkan alat yang digunakan adalah laptop, alat ukur (meteran), tungku pembakar, wajan, matabor, gurinda (pemotong), bor listrik, drum, paralon, lem, kain filter, dan alat penunjang lainnya.

### 3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan Matematika atau perpustakaan Universitas Lampung dan jurnal yang menunjang proses penelitian. Dan data yang akan digunakan pada penelitian ini diperoleh dari data real. Sedangkan langkahlangkah dan prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Siapkan 4 buah tabung paralon berdiameter 2,5 cm dengan panjang 7,5 cm (tabung *in-let*) dan 50 cm (tabung 1), tabung paralon berdiameter 8,6 cm dengan panjang 35 cm (tabung 2), dan tabung paralon berdiameter 10 cm dengan panjang 50 cm (tabung 3), kain saringan tahu dengan panjang kain 225 cm dan karbon aktif-13. Desain alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 yang akan dibuat dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Disain Alat Penyaringan Air Berbasis Filter dan Karbon Aktif-13

Lubangi tabung 1 (berdiameter 2,5 cm dan panjang 35 cm) dan tabung 2 (berdiameter 8,6 cm dan panjang 35 cm) terlebih dahulu dengan banyaknya lubang masing-masing 40 dan 80 lubang. Kemudian lilitkan kain saringan tahu pada tabung 1 dan tabung 2. Kain saringan tahu ini berfungsi sebagai filter air. Tabung 1 dililit sebanyak 8 lilitan (lapis) dan tabung 2 dililit sebanyak 1 lilitan (lapis). Kemudian pasangkan kran pada ujung tabung 1 (*out-let*), kran ini digunakan sebagai saluran keluarnya air bersih.

Lubangi tabung 3 di bagian sisi bawah lalu pasangkan kran pada lubang tersebut. Kran ini digunakan sebagai saluran pembuangan limbah (lumpur). Terakhir hubungkan ujung tabung 3 dengan tabung *in-let*.

- 2. Mengambil data laju (volume) air.
- 3. Menghitung laju *water flow* dengan memanfaatkan gravitasi (tanpa alat), laju *water flow* menggunakan mesin pompa, laju *water flow* menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 dan menghitung laju *water flow* menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 dibantu mesin pompa. Laju *water flow* tersebut dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Keterangan:

$$Q = \text{Debit aliran } (\frac{m^3}{s})$$

$$V = \text{Volume fluida}(m^3)$$

$$t = Waktu(s)$$

4. Memodelkan laju water flow.

### V. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan antara lain sebagai berikut:

Dari hasil perhitungan didapatkan laju water flow dari jenis percobaan memanfaatkan gravitasi (tanpa alat) pada waktu 0 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s, 300 s, 360 s, 420 s secara berurutan adalah 0, 0,395971574, 0,435568731, 0,409170627, 0,445468021, 0,451407594, 0,428969205, 0,446882205 sehingga model matematika yang didapat dengan menggunkan metode pembagi beda hingga adalah

$$f(t) = -5,11663 \times 10^{-17} t^7 + 7,56874 \times 10^{-14} t^6 - 4,29744 \times$$
$$10^{-11} t^5 + 1,14221 \times 10^{-8} t^4 - 1,29198 \times 10^{-6} t^3 + 6,55777 \times$$
$$10^{-6} t^2 + 8,890493 \times 10^{-3} t$$

2. Dari hasil perhitungan didapatkan laju water flow dari jenis percobaan dengan menggunakan mesin pompa pada waktu pada waktu 0 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s, 300 s, 360 s, 420 s secara berurutan adalah 0, 0,237582944, 0,237582944, 0,250781997, 0,237582944, 0,21382465, 0,230983418, 0,229097839, sehingga model matematika yang didapat dengan menggunkan metode pembagi beda hingga adalah

$$f(t) = 1,68928 \times 10^{-17} t^7 - 3,21688 \times 10^{-14} t^6 + 2,4144 \times 10^{-11} t^5 - 9,16954 \times 10^{-9} t^4 + 1,88105 \times 10^{-6} t^3 - 2,06644 \times 10^{-4} t^2 + 1,1278501 \times 10^{-2} t$$

3. Dari hasil perhitungan didapatkan laju *water flow* dari jenis percobaan dengan menggunakan alat penyaring air berbasis filter dan karbon aktif-13 pada waktu 0 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s, 300 s, 360 s, 420 s secara berurutan adalah 0, 0,197985787, 0,217784366, 0,204585313, 0,217784366, 0,205905219, 0,204585313, 0,19232905, sehingga model matematika yang didapat dengan menggunkan metode pembagi beda hingga adalah

$$f(t) = -4,0067 \times 10^{-17} t^7 + 5,71248 \times 10^{-14} t^6 - 3,14873 \times 10^{-11} t^5 + 8,27841 \times 10^{-9} t^4 - 9,88548 \times 10^{-7} t^3 + 2,56058 \times 10^{-5} t^2 - 3,899579 \times 10^{-3} t$$

4. Dari hasil perhitungan didapatkan laju *water flow* dari jenis percobaan dengan menggunakan alat penyaring air berbasis filter (20) dan karbon aktif-13 dibantu dengan mesin pompa pada waktu 0 *s*, 60 *s*, 120 *s*, 180 *s*, 240 *s*, 300 *s*, 360 *s*, 420 *s* secara berurutan adalah 0, 0,356374417, 0,336575838, 0,382772522, 0,356374417, 0,356374417, 0,364293848, 0,376172995, 0,356374417, sehingga model matematika yang didapat dengan menggunkan metode pembagi beda hingga adalah

$$f(t) = 1,22179 \times 10^{-16} t^7 - 1,89937 \times 10^{-13} t^6 + 1,1822 \times 10^{-10} t^5 - 3,75905 \times 10^{-8} t^4 + 6,44975 \times 10^{-6} t^3 - 5,78628 \times 10^{-4} t^2 + 2,4167571 \times 10^{-2} t$$

5. Dari hasil perhitungan didapatkan laju *water flow* dari jenis percobaan dengan menggunakan alat penyaring air berbasis filter (27) dan karbon aktif-13 dibantu dengan mesin pompa pada waktu 0 s, 60 s, 120 s, 180 s, 240 s, 300 s, 360 s, 420 s secara berurutan adalah 0, 0,336575838, 0,326676549, 0,34977489, 0,346475127, 0,348454985, 0,333276075, 0,33374747, sehingga model matematika yang didapat dengan menggunkan metode pembagi beda hingga adalah

$$f(t) = 6,58941 \times 10^{-17} t^7 - 1,03124 \times 10^{-13} t^6 + 6,52805 \times 10^{-11} t^5 - 2,14298 \times 10^{-8} t^4 + 3,87997 \times 10^{-6} t^3 - 3,79791 \times 10^{-4} t^2 + 1,8289065 \times 10^{-2} t$$

### 5.2 Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menggunakan alat-alat yang lebih baik atau dengan menambahkan jumlah lapisan filter sehingga didapatkan hasil penelitian yang lebih spesifik dan lebih baik lagi.

### **DAFTAR PUSTAKA**

- Anonymous. 1995. <a href="https://james-oetomo.com/2013/10/07/jaring-aliran-flownet-solusi-persamaan-kontinuitas-dengan-beda-hingga/html">https://james-oetomo.com/2013/10/07/jaring-aliran-flownet-solusi-persamaan-kontinuitas-dengan-beda-hingga/html</a>. Diakses pada Minggu, 2 Desember 2018 pukul 10.39 WIB.
- Carnahan, Brice, H.A. Luther, & James O.Wilkes. 1969. *Applied Numerical Methodes*. John Willey and Sons, New York.
- Conte, S.D. & Carl de Boor. 1980. *Dasar-dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta.
- Prayudi. 2006. *Kalkulus: Fungsi Satu Variabel*, Edisi Pertama. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Ross, Shepley L. 1989. Intoduction to Ordinary Differential Equations. John Wiley and Sons, New York.
- Setiawan, Toni. 2015. Fluida Dinamis. Yudistira, Jakarta.
- Varberg, D., Purcell, J.E., Rigdon, E.S. 2010. *Kalkulus*, Edisi Sembilan, Jilid 1. Erlangga, Jakarta.
- Wardiman. 1981. Persamaan Differensial. Citra Offset, Yogyakarta.
- Widiowati. 2004. *Pemodelan Matematika*. Diktat Kuliah Jurusan Matematika, Jakarta.