STUDI KESIMETRISAN *KURVA LORENZ* YANG DIMODIFIKASI SERTA TEKNIK KOMPUTASINYA TERHADAP DATA PENGAMATAN DUA DIMENSI

SKRIPSI

Oleh

YOMI MARISKA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

THE STUDY OF MODIFIED SYMMETRY LORENZ CURVES AND THEIR COMPUTATIONAL TECHNIQUEFOR TWO-DIMENSIONAL OBSERVATION DATA

BY

YOMI MARISKA

How to measure inequality in economics mathematically is to use the concept of the symmetry of the Lorenz curve. This thesis describes the technique of formulating the Lorenz curve by using transformation (rotation) of a standard Lorenz curve. To find out the effectiveness of the resulting modified Lorenz curve, an illustration of its use is the result of population expenditure measurement data provided in this thesis. Meanwhile the function associated with the Lorenz curve used is a third degree polynomial function. In order to achieve the suitability of the Lorenz function curve with the data used, the "curves" process is carried out directly using Mathematica and indirectly by the nonlinear regression process. The results obtained show the Lorenz curve which provides efficiency in accordance with the calculation time because it reduces a computational equation that determines the coordination point on the Lorenz curve and linear lines. Meanwhile, the effectiveness of using the Lorenz curve model that opposes the measure of symmetry of the Lorenz curve provides a numerical approximation that is relatively very close to the computational results produced by the standard Lorenz curve.

Keywords: Lorenz Curve, Transformation, Symmetry, Gini Ratio

ABSTRAK

STUDI KESIMETRISAN *KURVA LORENZ* YANG DIMODIFIKASI SERTA TEKNIK KOMPUTASINYA TERHADAP DATA PENGAMATAN DUA DIMENSI

Oleh

YOMI MARISKA

Cara untuk mengukur ketimpangan (ketidakmerataan) dalam bidang ekonomi secara matematis adalah dengan menggunakan konsep kesimetrisan kurva Lorenz. Skripsi ini mendeskripsikan teknik memformulasi kurva Lorenz dengan menggunakan transformasi (rotasi) terhadap kurva Lorenz standard. Untuk mengetahui efektifitas kurva Lorenz modifikasi yang dihasilkan, sebuah ilustrasi pemakaiannya pada data hasil pengukuran pengeluaran suatu populasi penduduk diberikan dalam skripsi ini. Sementara itu fungsi yang berasosiasi dengan kurva Lorenz yang digunakan adalah sebuah fungsi polinomial derajat tiga. Guna mencapai kesesuain bentuk fungsi kurva Lorenz dengan data yang digunakan maka dilakukan proses “curve fitting” secara langsung dengan menggunakan Mathematica dan cara tidak langsung dengan proses regresi nonlinear. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukan bahwa kurva Lorenz yang dimodifikasi memberikan efesiensi dalam waktu komputasi karena mereduksi satu tahapan komputasi yaitu penentuan titik koordinat pada kurva Lorenz dan garis linear. Sementara itu, efektifitas penggunaan model kurva Lorenz yang dimodifikasi terhadap penentuan ukuran kesemetrisan kurva Lorenz memberikan nilai hampiran numerik yang relatif sangat dekat dengan hasil komputasi yang dihasilkan oleh kurva Lorenz standard.

Kata Kunci: Kurva Lorenz, Transformasi, Kesimetrikan, Rasio Gini.

STUDI KESIMETRISAN *KURVA LORENZ* YANG DIMODIFIKASI SERTA TEKNIK KOMPUTASINYA TERHADAP DATA PENGAMATAN DUA DIMENSI

Oleh
YOMI MARISKA

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
SARJANA SAINS

Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	:	**STUDI KESIMETRISAN *KURVA LORENZ* YANG DIMODIFIKASI SERTA TEKNIK KOMPUTASINYA TERHADAP DATA PENGAMATAN DUA DIMENSI**
Nama Mahasiswa	:	**Yomi Mariska**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1517031143
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D	**Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**
NIP.196207041988031002	NIP. 196902131994021001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D.
NIP. 196311081989022001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D..**	....
Sekretaris	: **Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP. 196406041990031002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **06 Agustus 2019**

PERNYATAAN

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama	: Yomi Mariska
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031143
Jurusan	: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"STUDI KESIMETRISAN *KURVA LORENZ* YANG DIMODIFIKASI SERTA TEKNIK KOMPUTASINYA TERHADAP DATA PENGAMATAN DUA DIMENSI"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 08 Agustus 2019
Penulis

METERAI TEMPEL
52AE2AEF784605531
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Yomi Mariska
NPM.1517031143

RIWAYAT HIDUP

Skripsi ini ditulis oleh Yomi Mariska lahir di Pangkalan Kerinci, pada tanggal 02 Juni 1997. Penulis merupakan anak pertama dari lima bersaudara dari pasangan Bapak Yusuf dan Ibu Reni.

Penulis memulai pendidikan dari taman kanak-kanak di TK Tunas Bangsa Pangkalan Kerinci, Riau tahun 2002. Kemudian melanjutkan pendidikan di SD Negeri 007 Pangkalan Kerinci, Riau tahun 2003. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 01 Pangkalan Kerinci, Riau tahun 2009. Pendidikan sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Natar, Lampung Selatan tahun 2012.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswi di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Lampung (UNILA) melalui jalur SBMPTN tahun 2015. Penulis terdaftar sebagai anggota Dana dan Usaha (HIMATIKA) Periode 2016, anggota depertemen Kominfo (BEM FMIPA) Periode 2016, anggota Humas (ROIS FMIPA) Periode 2016, anggota Dana dan Usaha (ROIS FMIPA) Periode 2017, Staf Ahli (DPM UNILA) Periode 2017, anggota Dana dan Usaha (FORKOM BIDIKMISI UNILA) Periode 2017/2018, Staf Komisi 3 (DPM UNILA) Periode 2018, Bendahara Umum (FL2MI Daerah Lampung) Periode 2018.

Sebagai bentuk penerapan ilmu selama menjalani studi sebagai mahasiswa, pada tahun 2018 penulis melaksanakan kegiatan Kerja Praktik (KP) di Kantor BKKBN provinsi Lampung dan melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Toto Mulyo, Kecamatan Gunung Terang, Kabupaten Tulang Bawang Barat.

MOTTO

Asyhadu alla ilaaha illallah
Wa asyhadu anna Muhammadar Rasulullah

MAN JADDA WAJADA
"Barang siapa bersungguh-sungguh pasti akan mendapatkannya"

"Allah tidak akan membebani seseorang melaikan sesuai dengan kesanggupannya"
(Q.S Al-Baqarah, 286)

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."
(QS. Alam Nasyroh: 6)

Boleh jadi kamu membenci sesuatu
padahal ia amat baik bagimu
dan boleh jadi pula kamu menyukai sesuatu
padahal ia amat buruk bagimu,
Allah mengetahui
Sedang kamu tidak mengetahui.
(Q.S. Al-Baqarah : 216)

Bermimpilah setinggi langit.
Jika engkau jatuh,
engkau akan jatuh diantara bintang-bintang.
(Bung Karno)

PERSEMBAHAN

DENGAN MENGUCAP ALHAMDULILLAH
PUJI SYUKUR KEHADIRAT ALLAH S.W.T

TIADA KATA YANG LEBIH MAMPU MEWAKILI SETIAP RASA BAHAGIA YANG INGIN TERCURAHKAN. KU PERSEMBAHKAN KARYA KECIL YANG SEDERHANA DENGAN KERENDAHAN HATI UNTUK:

KEDUA ORANG TUAKU, BUYA DAN UMIK
SAUDARA KU INTAN PUBIYANTI, INDAH LESTARI, HABIBUL MULUK, YULIA RAMADHANI, SERTA OPPA, ALMARHUMAH OMA, ALM. KAKEK, NENEK, SERTA KELUARGA BESAR. TERIMAKASIH UNTUK SEMUA DOA, DUKUNGAN DAN PENGORBANAN YANG TIDAK AKAN TERBAYARKAN OLEH APAPUN.

SAHABAT-SAHABAT
YANG SELALU MEMBANTU DISAAT-SAAT SULIT,
MOTIVASI DAN SEMANGAT SAAT MULAI PATAH,
SERTA DUKUNGAN DISAAT PENULIS GOYAH.

DOSEN PEMBIMBING, DAN PENGUJI YANG BERJASA DALAM MENGARAHKAN, MEMBIMBING, DAN MEMOTIVASI.

TEMAN –TEMAN SEPERJUANGAN.

ALMAMATER TERCINTA UNIVERSITAS LAMPUNG.

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Tidak lupa pula ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam memberikan bimbingan, motivasi, semangat, serta saran yang telah membantu penulis selama proses penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., sebagai Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu dan membimbing penulis selama menyusun skripsi.
2. Bapak Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc., sebagai Dosen Pembimbing II yang telah memberikan saran serta arahan kepada penulis.
3. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., sebagai Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan evaluasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
4. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Drs. Suratman, M. Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu serta bantuan kepada penulis.
8. Kedua orang tua, dan ke empat adik serta keluarga yang selalu memberikan doa, kasih sayang, motivasi, serta senantiasa berkorban dan mengupayakan segala hal yang terbaik untuk penulis tanpa mengenal lelah sehingga dapat meraih kesuksesan.
9. Sahabat seperjuangan Nia Adelia, Nurmala Diniyati, Selvia Milayanti, Tina Nur Annisa, Titin Awalatun Kholifah, yang telah memberikan semangat, doa serta dukungan dari awal perkulihan hingga sekarang.
10. Segenap keluarga besar dan teman-teman jurusan Matematika angkatan 2015, ROIS FMIPA periode 2015, 2016, dan 2017, BEM FMIPA periode 2015 dan 2016, FORKOM Bidikmisi UNILA periode 2017/2018, DPM UNILA periode 2017 dan 2018, FL2MI daerah Lampung periode 2018
11. Muhammad Krisna Albanjarry dan keluarga dibalik layar yang telah memberikan semangat, doa serta dukungan kepada penulis.
12. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesain skripsi ini, yang tidak dapet penulis sebutkan satu persatu.

Dengan sengenap upaya penulis berusaha semaksimal mungkin untuk menyempurnakan tulisan ini. Namun, penulis menyadari bahwa kesempurnaan hanya milik Allah SWT. Penulis berharap semoga tulisan ini bermanfaat bagi penulis pada khususnya dan bagi pembaca umumnya.

Bandar Lampung, 07 Agustus 2019
Penulis

Yomi Mariska.

DAFTAR ISI

Halaman

III. METODELOGI PENELITIAN

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam bidang ekonomi kurva Lorenz merupakan alat penting dalam menentukan pengukuran ketimpangan pendapatan. Misalnya berkenaan dengan proporsi kumulatif pendapatan dengan proporsi kumulatif populasi. Sejumlah pendekatan untuk estimasi kurva Lorenz telah cukup banyak dikerjakan oleh peneliti-peneliti bidang ekonomi dan/atau matematika aplikasi. Dengan kurva Lorenz tingkat ketimpangan (ketidaksimetrikan) pendapatan personal dapat diukur. Dalam hal ini kurva Lorenz berfungsi menggambarkan hubungan kuantitatif antara persentase populasi penerima pendapatan dengan persentase total pendapatan yang benar-benar diperoleh selama jangka waktu tertentu.

Umumnya dalam membahas kurva Lorenz senantiasa melibatkan apa yang disebut dengan koefisien Gini atau biasa juga disebut dengan rasio Gini. Rasio Gini dapat dikalkulasi berdasarkan pada kurva Lorenz yang terbentuk yaitu sebuah kurva pengeluaran kumulatif yang membandingkan distribusi dari suatu variabel tertentu (misalnya pendapatan) dengan distribusi uniform (seragam) yang mewakili persentase kumulatif penduduk. Untuk membentuk rasio Gini, grafik persentase kumulatif penduduk (dari termiskin hingga terkaya) digambarkan pada sumbu horizontal dan persentase kumulatif pengeluaran (pendapatan) digambarkan pada sumbu vertikal. Koefisien Gini didasarkan pada kurva Lorenz, yaitu sebuah kurva pengeluaran kumulatif yang membandingkan distribusi dari suatu variabel tertentu (misalnya pendapatan) dengan distribusi uniform (seragam) yang mewakili persentase kumulatif penduduk. Untuk membentuk koefisien Gini, gambarlah grafik persentase kumulatif rumah tangga (dari termiskin hingga terkaya) pada sumbu horizontal dan persentase kumulatif pengeluaran (pendapatan) pada sumbu vertikal.

Menarik untuk dipelajari bahwa secara geometris dari sebuah kurva Lorenz yang diberikan atau yang terbentuk dapat dikalkulasi kesimetrikan kurva Lorenz. Sayangnya, dalam bentuk standar kesimetrikan kurva Lorenz memerlukan sebuah tahapan komputasi untuk menentukan koordinat perpotongan garis linear dengan kurva Lorenz. Penelitian yang dilakukan adalah mereduksi tahapan ini dengan cara melakukan tranformasi (rotasi) bentuk kurva Lorenz sedemikian sehingga koordinat titik potong kurva Lorenz dengan garis linear dapat langsung ditentukan.

1.2. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk memberikan cara lain dalam menentukaan bentuk kurva Lorenz dari data pengamatan dua dimensi, nilai kesimetrikan kurva Lorenz, dan rasio Gini yang bersesuaian dengan data pengamatan yang dimaksud.

1.3. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai sebuah upaya atau cara lain dalam menentukan nilai kesimetrikan kurva Lorenz dan rasio Gini dari sebuah data pengamatan dua dimensi.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Kurva Lorenz

Kurva Lorenz merupakan alat analisis untuk mengetahui seberapa besar ketidakmerataan pendapatan yang terjadi dalam masyarakat. Berdasarkan kurva Lorenz dapat diturunkan ukuran ketidakmerataan, seperti indeks gini, indeks pietra, dan indeks amato. Ketidaksimetrisan kurva Lorenz merupakan tema yang jarang dikaji, namun demikian hal tersebut berguna untuk mengetahui kesenjangan yang terjadi antar golongan pendapatan dan mengetahui ketidaksimetrisan dari berbagai bentuk model kurva Lorenz $(L(x))$ (Fajar, 2018).

Kurva Lorenz memiliki karakteristik sebagai berikut:

$L(0) = 0,$

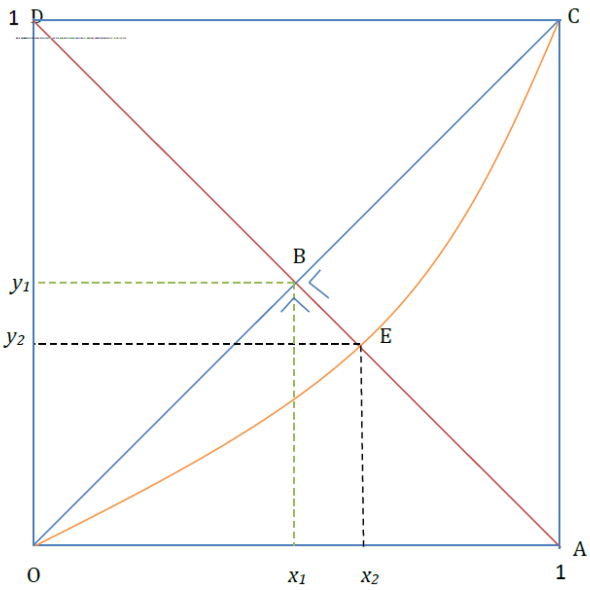
$L(1) = 1,$

$L(x) \geq 0, untuk\ 0 \leq x < 1$ dan

$L''(x) \geq 0, untuk\ 0 < x < 1.$

Ada dua karakteristik lain dari kurva Lorenz, kurva Lorenz akan menjadi non-simetris sehubungan dengan garis $y = 1 - x$ untuk $0 \leq x \leq 1$, ini memungkinkan kurva Lorenz yang berbeda melintasi yang lain dalam bentuk fungsional yang sama dan parameter yang berbeda untuk $o < x < 1$ (Gupta,1984).

Secara visual, tinjauan geometris dari kurva Lorenz disajikan pada Gambar 1. Pada gambar tersebut, kurva Lorenz adalah kurva yang menghubungkan antara titik O, titik E, dan titik C (Fajar, 2018).



.

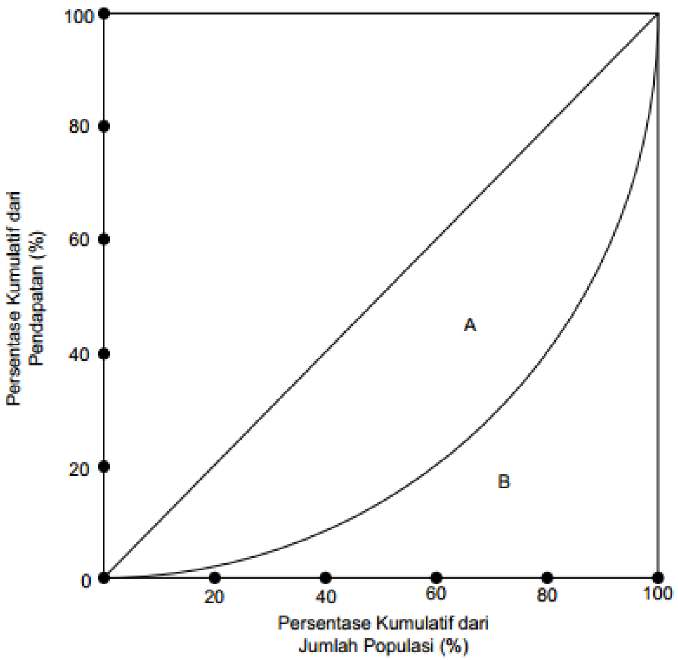
Gambar 1. Kurva Lorenz

2.2. Ketidaksimetrikan Kurva Lorenz

Pandang kurva Lorenz dalam Gambar 1 didefinisikan rasio ketidaksimetrikan kurva Lorenz adalah perbandingan luas area EBC dengan luas area OBE. Area EBC dan OBE terbentuk dari kurva Lorenz (OCE) yang dibatasi garis OC kemudian dipotong oleh garis AD.

2.3. Kegunaan Kurva Lorenz

Kurva Lorenz merupakan cara untuk mengkaji distribusi suatu pendapatan. Kurva Lorenz dapat diperlihatkan sebuah hubungan rasio Gini dengan distribusi pendapatan secara visual pandang Gambar 2. Semakin kecil luas daerah A, rasio Gini juga semakin kecil, interpretasinya adalah distribusi pendapatan semakin merata, demikian sebaliknya. Dengan kata lain, semakin dekat kurva Lorenz dengan garis diagonal, rasio Gini makin kecil maka distribusi semakin merata (Sugiyarto, Handoyo, J. M dan Natalia, R. S, 2015)



Gambar 2. Rasio Gini

2.3.1. Rasio Gini

Rasio Gini (RG) adalah alat untuk mengukur derajat ketidakmerataan, misalnya ketidakmerataan distribusi pendapatan penduduk suatu wilayah pengamatan. Pandang kurva Lorenz sebagai sebuah kurva pengeluaran kumulatif yang membandingkan distribusi dari suatu variabel tertentu (misalnya pendapatan) dengan distribusi seragam (*uniform*) yang mewakili persentase kumulatif penduduk. Rasio Gini (Gini Ratio) adalah ukuran ketidakmerataan atau ketimpangan agregat (secara keseluruhan) yang angkanya berkisar antara nol (pemerataan sempurna) hingga satu (ketimpangan yang sempurna). Rasio Gini dapat diperoleh dengan menghitung rasio bidang yang terletak antara garis diagonal dan kurva Lorenz dibagi dengan luas separuh bidang di mana kurva Lorenz itu berada. Menurut Oshima (1976) dalam Sugiyarto (2009), termasuk kategori ketimpangan rendah jika $RG < 0,4$, ketimpangan sedang jika $0,4 < RG < 0,5$ dan ketimpangan tinggi jika $RG > 0,5$. Rasio Gini dihitung dengan menggunakan rumus Haughton dan Khandker pada tahun 2009, (Sugiyarto, Handoyo, J. M dan Natalia, R. S, 2015).

$$GR = 1 - \sum_{i=1}^{K} (f_i - f_{i-1})(y_i + y_{i-1}) \tag{2.1}$$

dengan,

K : banyaknya kelas/kelompok

f_i : proporsi jumlah rumahtangga kumulatif kelas ke - i

y_i : proporsi jumlah pendapatan rumahtangga kumulatif kelas ke - i

2.3.2. Kesimetrikan Kurva Lorenz

Menurut Fajar (2018), rasio kesimetrikan kurva Lorenz di rumuskan dengan

$$l_k = \frac{Luas\ OBE}{Luas\ EBC} \tag{2.2}$$

dengan:

l_k adalah rasio ketidaksimetrisan kurva Lorenz.

Interpretasi dari l_k adalah sebagai berikut:

a. $l_k = 1$, menyatakan kurva Lorenz simetris yang berarti besaran ketidakmerataan antara kelompok masyarakat berpendapatan tinggi dengan kelompok berpendapatan rendah adalah sama.

b. $l_k < 1$, menyatakan kurva Lorenz tidak simetris pada cembung atas yang berarti besaran ketidakmerataan pada kelompok masyarakat berpendapatan tinggi lebih besar daripada besaran ketidakmerataan pada kelompok berpendapatan rendah.

c. $l_k > 1$, menyatakan kurva Lorenz tidak simetris pada cembung bawah yang berarti besaran ketidakmerataan pada kelompok masyarakat berpendapatan tinggi lebih rendah daripada besaran ketidakmerataan pada kelompok berpendapatan rendah.

Kurva Lorenz yang terbentuk pada persamaan (2.2) dapat dituliskan dengan

Luas *OBE* = $\int_0^{0.5} x - L(x)\,dx + \int_{x_1}^{x_2}\big((1-x) - L(x)\big)dx$ (2.3)

Subtitusikan $x_1 = 0.5$ pada persamaan (2.3) sehingga

Luas *OBE* = $\int_0^{0.5}(x - L(x))\,dx + \int_{0.5}^{x_2}\big((1-x) - L(x)\big)dx$ (2.4)

$= -0.25 + x_2 - 0.5x_2^2 - \int_0^{0.5} L(x)\,dx - \int_{0.5}^{x_2} L(x)\,dx$ (2.5)

$= -0.25 + x_2 - 0.5x_2^2 - \int_0^{x_2} L(x)\,dx$ (2.6)

Kemudian:

Luas *EBC* $= \int_{x_1}^{1} (x - L(x))\, dx - \int_{x_1}^{x_2} \big((1-x) - L(x)\big) dx \qquad (2.7)$

$$= \int_{0.5}^{1} (x - L(x))\, dx - \int_{0.5}^{x_2} \big((1-x) - L(x)\big) dx \qquad (2.8)$$

$$= 0.75 - x_2 + 0.5x_2^2 - \int_{0.5}^{1} L(x)\, dx + \int_{0.5}^{x_2} L(x)\, dx \qquad (2.9)$$

$$= 0.75 - x_2 + 0.5x_2^2 + \int_{1}^{x_2} L(x)\, dx \qquad (2.10)$$

Dengan mesubtitusikan persamaan (2.6) dan persamaan (2.10) sehingga persamaan (2.2) tersebut dapat dituliskan menjadi, (Fajar, 2018)

$$l_k = \frac{-0.25 + x_2 - 0.5x_2^2 - \int_0^{F_2} L(x)\, dx}{0.75 - x_2 + 0.5x_2^2 + \int_1^{x_2} L(x)\, dx} \qquad (2.11)$$

2.4. Regresi Nonlinier dan Linerisasinya

Pandang fungsi nonlinear dalam bentuk polinomial derajat k yang didefinsikan sebagai berikut:

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \cdots + \beta_k X^k \qquad (2.12)$$

Persamaan (2.12) dapat dilinierisasi dengan menggunakan tranformasi

$$Z_i = X^i \ ; \ i = 0,1,\ldots,k. \qquad (2.13)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.13), persamaan (2.12) menjadi fungsi polinomial derajat satu dengan peubah ganda, yaitu:

$$y = \alpha + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \cdots + \beta_k Z_k. \qquad (2.14)$$

Sebagai ilustrasi langkah-langkah untuk penentuan polinomial derajat kedua menggunakan teknik variabel baru adalah sebagai berikut:

1. Linierisasi bentuk fungsi nonlinier yang ditentukan melalui penciptaan variabel baru yang sesuai

Sebagai contoh, bentuk linier dari polinomial derajat kedua

$$y = \alpha + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 \tag{2.15}$$

Dimana dua variabel yang baru dibuat $Z_1\ dan\ Z_2$ didefinisikan sebagai

$$Z_1 = X\ dan\ Z_2 = X^2$$

2. Hitung nilai masing-masing variabel baru untuk semua observasi sebagai contoh hanya menilai variabel *Z*, perlu dihitung karena nilai di variabel *Z*, sama dengan nilai dari variabel asli *X*. Nilai *Z*, dihitung dengan mengkuadratkan nilai asli yaitu *X*.

3. Menerapkan teknik regresi linier berganda yang sesuai ke bentuk linier yang diturunkan. Karena bentuk linier terdiri dari dua variabel bebas $Z_1\ dan\ Z_2$, proses regresi linier berganda untuk dua variabel bebas diterapkan sebagai berikut:

- Hitung rata-rata, jumlah kuadrat, dan jumlah produk silang untuk tiga variabel $Y, Z_1\ dan\ Z_2$

- Hitung estimasi dari tiga parameter: $\alpha, \beta_1\ dan\ \beta_2,$ ikuti formula langkah berikut:

$$b_1 = \frac{\left(\sum z_2^2\right)(\sum z_1 y) - (\sum z_1 z_2)(\sum z_2 y)}{(\sum z_1^2)(\sum z_2^2) - (\sum z_1 z_2)^2} \tag{2.16}$$

$$b_2 = \frac{\left(\sum z_1^2\right)\left(\sum z_2 y\right) - \left(\sum z_1 z_2\right)\left(\sum z_1 y\right)}{\left(\sum z_1^2\right)\left(\sum z_2^2\right) - \left(\sum z_1 z_2\right)^2} \quad (2.17)$$

$$a = \bar{Y} - b_1 \overline{Z_1} - b_2 \overline{Z_2} \quad (2.18)$$

Menghitung koefisien determinan

$$R^2 = \frac{b_1 \sum z_1 y + b_2 \sum z_2 y}{\sum y^2} \quad (2.19)$$

Hitung nilai *F*, sebagai

$$F = \frac{(n-k-1)(b_1 \sum z_1 y + b_2 \sum z_2 y)}{k(\sum y^2 - b_1 \sum z_1 y - b_2 \sum z_2 y)} \quad (2.20)$$

Ketika hubungan antara peubah terikat *Y* dan variabel bebas *k;* $X_1, X_2, \dots, X_k$ dimana $k > 1$, tidak mengikuti hubungan linier berganda, ada beberapa hubungan nonlinier. Terjadinya beberapa hubungan nonlinier mungkin merupakan hasil dari salah satu berikut:

- Setidaknya satu peubah bebas menunjukkan hubungan nonlinier dengan peubah tak bebas *Y*. Hubungan linier berganda ada jika salah satu atau kedua peubah menunjukkan hubungan nonlinier dengan peubah terikat. Jika X_1dan X_2 terikat dengan *Y* secara kuadrat, misalnya persamaan regresi nonlinier yang sesuai mewakili hubungan mereka dengan *Y* adalah:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1^2 + \beta_3 X_2 + \beta_4 X_2^2 \quad (2.21)$$

- Setidaknya dua peubah bebas berinteraksi satu sama lain. Misalnya dengan dua peubah bebas $X_1 dan\, X_2$, yang masing-masing secara terpisah mempengaruhi *Y* secara linier, persamaan regresi berganda mungkin nonlinier *I* pengaruh faktor *X* pada *Y* bervariasi dengan tingkat faktor X_2, dan sebaliknya dalam kasus, persamaan regresi nonlinier berganda dapat direprentasikan:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 \qquad (2.22)$$

Dimana kuantitas terakhir dalam persamaan mewakili istilah interaksi.

- kedua kasus di atas terjadi secara bersamaan. Artinya setidaknya satu dari peubah bebas memiliki hubungan nonlinier dengan variabel terikat dan setidaknya dua variabel bebas berinteraksi dengan masing-masing yang lain. Dengan menggabungkan kedua persamaan, akan diperoleh

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1^2 + \beta_3 X_2 + \beta_4 X_2^2 + \beta_5 X_1 X_2 \qquad (2.23)$$

Atau lebih umum

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_1^2 + \beta_3 X_2 + \beta_4 X_2^2 + \beta_5 X_1 \;_2 + \beta_6 X_1^2 X_2 + \beta_7 X_1 X_2^2 + \beta_8 X_1 X_2^2 \qquad (2.24)$$

Teknik analitik yang di bahas pada bagian ini pada dasarnya adalah teknik liniearisasi untuk regresi sederhana. Bentuk nonlinier berganda pertama kali dilinearisasi sehingga analisis regresi linier berganda yang dibahas dapat langsung diterapkan. Tiga contoh dari bentuk nonlinier berganda dan korespondensinya dalam bentuk-bentuk yang dilinearisasi adalah suatu ekstensi.

Contoh 1. Linearisasi persamaan pada persamaan (2.21), terdapat solusi baru yaitu $Z_1 = X_1^2\ dan\ Z_2 = X_2^2$. Oleh karena itu bentuk nonlinier persamaan (2.21) menjadi bentuk linier

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 Z_1 + \beta_3 X_2 + \beta_4 Z_2 \qquad (2.25)$$

Contoh 2. Linearisasi persamaan Cobb-Douglas

$$Y = \alpha \beta_1^{X_1} \beta_2^{X_2} \beta_3^{X_3} \dots \beta_k^{X_k} \qquad (2.26)$$

Melalui transformasi variabel terikat Y. Jadi, bentuk yang dilinearisasi adalah:

$$Y^{'} = \alpha^{'} + \beta_1^{'}X_1 + \beta_2^{'}X_2 + \cdots + \beta_k^{'}X_k \qquad (2.27)$$

Diamana $Y^{'} = \log Y, \alpha^{'} = \log \alpha^{'}, dan\ \beta_i^{'} = \log\ \beta_i^{'}(i = 1,2, \dots, k)$.

Contoh 3. Linearisasi bentuk nonlinier, yang disebabkan oleh adanya satu atau lebih istilah interaksi, melalui penciptaan satu variabel baru untuk setiap istilah interaksi. Misal, pada persamaan (2.22), Terdapat solusi dari X_1 dan X_2 yaitu $Z_1 = X_1X_2$. Oleh karena itu bentuk nonlinear persamaan (2.22) menjadi bentuk linier

$$Y = \alpha + \beta_1X_1 + \beta_2X_2 + \beta_3Z_1 \qquad (2.28)$$

(A.A. Gomez dan K.A. Gomez., 1976).

2.5. Transformasi Rotasi

Sifat rotasi:

1. Bangun yang diputar (rotasi) tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.
2. Bangun yang diputar (rotasi) mengalami perubahan posisi.

Pernyataan rotasi biasanya dinyatakan dalam pernyataan "dirotasi sebesar θ dengan pusat O (0; 0)".

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\ \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (2.29)$$

Untuk “rotasi sebesar – θ searah jarum jam atau θ berlawanan jarum jam dengan pusat *O (0; 0)".*

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

Contoh:

Titik $P(6\sqrt{2}, 10\sqrt{2})$ diputar dengan arah jarum jam sejauh 45^0menghasilkan titik $P^{'}$. Tentukan koordinat dari titik tersebut

Penyelesaian:

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^0 & -\sin 45^0 \\ \sin 45^0 & \cos 45^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6\sqrt{2} \\ 10\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6\sqrt{2} \\ 10\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x^{'} \\ y^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 16 \end{bmatrix}$$

(Manulang, Sudianto dkk, 2017).

III. METODELOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap, tahun ajaran 2018/2019 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2. Metode Penelitian

Skripsi ini dilakukan dari sebuah penelitian yang dilakukan menggunakan pendekatan numerik dengan metode studi literatur terhadap sejumlah jurnal, prosiding, dan buku untuk mencapai tujuan penelitian. Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah:

1. Observasi referensi/literatur.
2. Memodifikasi kurva Lorenz melalui proses transformasi (rotasi) kurva Lorenz standar.
3. Memilih sebuah fungsi polinomial derajat tiga sebagai fungsi yang menggambarkan kurva Lorenz secara utuh.
4. Melakukan proses regresi untuk menentukan suatu fungsi polinomial derajat yang bersesuaian dengan data penelitian dua dimensi.

5. Menentukan model non linear (polynomial derajat tiga) secara langsung melalui perangkat lunak Mathematica (**Curve Fitting**) terhadap data pengamatan yang dilibatkan.
6. Menerapkan hasil konstruksi kurva Lorenz yang dimodifikasi melalui sebuah studi kasus yang meliputi kesimetrikan kurva Lorenz.

V. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dari penelitian ini adalah teknis komputasi dalam penentuan kesimetrisan sebuah kurva Lorenz dapat dilakukan dengan terlebih dahulu melakukan transformasi (rotasi) untuk mereduksi tahapan penentuan titik (koordinat) yang dilalui oleh kurva Lorenz dan curva linear. Selain itu terhadap hasil pengukuran ketidaksimetrisan/ketimpangan suatu data yang dilibatkan dalam penelitian yang dilakukan memberikan kesimpulan kurva Lorenz yang modifikasi dapat digunakan.

DAFTAR PUSTAKA

A.A. Gomez dan K.A. Gomez. (1976). *Statistical Procedures For Agricultural Research With Emphasis On Rice*. The Internasional Rice Reseach Institute. Los Bonos. Philippines.

Fajar, M. 2018. *Sebuah Ukuran Baru Ketidaksimetrisan Kurva Lorenz.* Econometrica. Doi: 10.13140/RG.2.228204.16003.

Gupta, M. R. 1984. *Functional Form For Estimating The Lorenz Curve.* Econometrica Vol.52, pp.1313-1314.

Gastwirth, J. L. 1971. *A General Definition Of The Lorenz Curve*. Econometrica Vol.52, pp.1313-1314.

Manulang, Sudianto dkk. (2017).Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI. Jakarta. Pusat Kurikulum Dan Perbukuan, Badan Penelitian Dan Pengembangan, Kementrian Pendidikan Dan Budaya.

Sugiyarto, Handoyo, J. M dan Natalia, R. S. 2015. *Kemiskinan Dan Ketimpangan Pendapatan Rumah Tangga Di Kabupaten Bohonegoro.* Agro Ekonomi Vol 26, pp. 115-120.