MODEL *GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY IN MEAN* (GARCH-M) PADA DATA HARGA SAHAM UNTUK ESTIMASI *VALUE AT RISK* (VaR)

(Skripsi)

Oleh

ADE YULIAN HANDY SAPUTRA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

***GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY IN MEAN* (GARCH-M) MODEL IN STOCK PRICE DATA FOR ESTIMATION OF *VALUE AT RISK* (VaR)**

By

Ade Yulian Handy Saputra

The purpose of this research is to find out the GARCH-M model on the estimation of VaR (*Value at Risk*) on the closing stock weekly data of PT Gudang Garam Tbk on 2 February 2014 - 11 November 2018. To model this phenomenon, the GARCH-M model is used. Based on the results of the analysis, the best model is obtained AR(1) without constants and GARCH(1.1)-M. The amount of VaR (*Value at Risk*) at the 95% confidence level in the next period is -0,049702963. If an investor allocates funds as much as Rp100.000.000,00 to invest then there is 5% the opportunity for maximum losses for investors is equal to Rp4.970.296,3.

Keywords: Volatility, GARCH, Value at Risk

ABSTRAK

MODEL *GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY IN MEAN* (GARCH-M) PADA DATA HARGA SAHAM UNTUK ESTIMASI *VALUE AT RISK* (VaR)

Oleh

Ade Yulian Handy Saputra

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model GARCH-M pada estimasi VaR (*Value at Risk*) pada data mingguan harga saham penutupan PT Gudang Garam Tbk pada tanggal 2 Februari 2014 – 11 November 2018. Untuk memodelkan fenomena tersebut digunakan model GARCH-M. Berdasarkan hasil analisis, diperoleh model terbaik yaitu AR(1) tanpa konstanta dan GARCH(1,1)-M. Besarnya VaR (*Value at Risk*) pada tingkat kepercayaan 95% pada periode selanjutnya adalah -0,049702963. Jika seorang investor mengalokasikan dana sebesar Rp100.000.000,00 untuk berinvestasi maka terdapat 5% peluang terjadinya kerugian maksimum bagi investor sebesar Rp4.970.296,3.

Kata kunci: Volatilitas, GARCH, *Value at Risk*

MODEL *GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY IN MEAN* (GARCH-M) PADA DATA HARGA SAHAM UNTUK ESTIMASI *VALUE AT RISK* (VaR)

Oleh

ADE YULIAN HANDY SAPUTRA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi : **MODEL *GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY IN MEAN* (GARCH-M) PADA DATA HARGA SAHAM UNTUK ESTIMASI *VALUE AT RISK* (VaR)**

Nama Mahasiswa : Ade Yulian Handy Saputra

No. Pokok Mahasiswa : 1517031018

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199205 1 001

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

Sekretaris : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **04 April 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama Mahasiswa	: **Ade Yulian Handy Saputra**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1517031018**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity In Mean* (Garch-M) Pada Data Harga Saham Untuk Estimasi *Value At Risk* (Var)**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Badar Lampung, Maret 2019
Penulis

Ade Yulian Handy Saputra

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Ade Yulian Handy Saputra, anak pertama dari Bapak Muhamad Sholeh dan Ibu Sutini. Penulis dilahirkan di Sidomulyo pada tanggal 7 Juli 1997.

Penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar di SDN 3 Totokaton lulus pada tahun 2009. Kemudian melanjutkan ke Sekolah Menengah Pertama di SMPN 2 Punggur lulus pada tahun 2012. Sekolah Menengah Atas SMAN 1 Punggur pada tahun 2012 dan lulus pada tahun 2015. Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN).

Selama kuliah penulis aktif di organisasi kampus di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Kepala Biro Dana dan Usaha pada tahun 2017. Pada tahun 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktek di Dinas Pemberdayaan Perempuan Perlindungan Anak Pengendalian Penduduk dan Keluarga Berencana Kota Metro dan melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Tanjung Qencono, Kecamatan Way Bungur, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

"Dan mohonlah pertolongan (kepada Allah) dengan sabar dan Sholat."

(QS. Al-Baqarah 2 : Ayat 45)

"Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan."

(QS. Al-Insyirah 94 : Ayat 6)

"Jika kamu sedang merasa kesulitan, ingat ada Allah."

(Muhammad Sholeh)

"Jangan lupa bangun malam untuk Tahajjud."

(Sutini)

"Berhenti berkata 'Saya Berharap', dan mulailah mengatakan 'Saya Akan Lakukan'."

(Ade Yulian Handy Saputra)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahi rabbil 'alamin
Dengan segala rasa bersyukur kepada Allah Subhaanahu Wa Ta'ala dan dengan kerendahan hati.

Ku persembahkan karya kecil ini kepada :

Ayahanda Muhamad Sholeh dan Ibunda Sutini

Keluarga terindah yang ada dalam hidupku.
Terima kasih untuk kasih sayang, doa, dukungan, serta pengorbanan dan bimbingan yang diberikan untukku selama ini.

Dosen, Pembimbing dan Penguji

Pengajar yang memberikan motivasi, orang tua di kampusku yang sangat berjasa dalam mengarahkan dan membimbingku.

Yang selalu bertanya "Kapan Wisuda?"

Terima kasih atas pertanyaan yang sama berulang kali sehingga memotivasiku untuk segera menyelesaikan kewajiban ini.

Sahabat-sahabatku

Almamaterku Universitas Lampung

Indonesiaku

SANWACANA

Puji syukur penulis haturkan kehadirat Allah SWT. karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Skripsi dengan judul "Model *Genralized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity in Mean* (GARCH-M) pada Data Harga Saham untuk Estimasi *Value at Risk* (VaR)". Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terwujud tanpa adanya bantuan, bimbingan, dan doa dari berbagai pihak sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Untuk itu, iringan doa dan ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku dosen Pembimbing Utama yang memberikan motivasi, bimbingan, pengarahan dan saran kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku dosen Pembimbing Kedua yang memberikan saran, solusi serta pembelajaran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
3. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, MA., Ph.D., selaku Pembahas skripsi yang telah memberikan evaluasi dan saran bagi perbaikan skripsi penulis.
4. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D., selaku dosen Pembimbing Akademik yang memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan FMIPA UNILA.

7. Seluruh Dosen, Staf, Dan Karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis.
8. Ayah dan Ibu tercinta, yang selalu memberikan kasih sayang, nasihat, dukungan, pengorbanan, dan doa untuk keberhasilan penulis.
9. Sahabat berbagi suka dan duka Rohmawati, Salma Aida Hazaikis, Melina, Anisa Riska, Purwanti, Dwi Putra, Putri Isnaini, Aulia Rahman, Nurkholifa, Aulia Putri, Rizca Muthia, Della Kharisma, Bagus Erica, Afridho Kartawiria, Meitri Ayu.
10. Mba Siti, Dimas, Amel, Putri, Mas Danang, Andre, Eza, Umam, Dela, Anak-anak kosan Wisma Andini yang memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
11. Biro Dana dan Usaha serta Keluarga besar HIMATIKA FMIPA UNILA yang telah memberikan pengalaman, ilmu dan wawasan bagi penulis.
12. Sahabat seperbimbingan dan seperjuangan Matematika 2015 yang telah banyak membantu penulis.
13. Seluruh pihak terkait lainnya yang telah banyak membantu yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Bandar Lampung,   Maret 2019
Penulis,

Ade Yulian Handy Saputra

DAFTAR ISI

		Halaman
DAFTAR TABEL	....	xv
DAFTAR GAMBAR	....	xvi
I. PENDAHULUAN	....	1
1.1	Latar Belakang dan Masalah	1
1.2	Tujuan Penelitian	2
1.3	Manfaat Penelitian	2
II. TINJAUAN PUSTAKA	....	3
2.1	Analisis Deret Waktu	3
2.2	Kestationeran Data Deret Waktu	4
2.2.1	Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)	5
2.3	Ekonometrika Deret Waktu	6
2.4	Model Umum Deret waktu	7
2.4.1	Model *Autoregressive* (AR)	7
2.4.2	Model *Moving Average* (MA)	7
2.4.3	Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)	8
2.5	Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial	9
2.5.1	Fungsi Autokorelasi	9
2.5.2	Fungsi Autokorelasi Parsial	12
2.6	Metode *Maximum Likelihood*	17
2.7	Model *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH) ..	18
2.8	Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH)	19
2.9	Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Mean* (GARCH-M)	19
2.10	Kriteria Informasi Memilih Model	21
2.11	Uji *Lagrange Multiplier*	21
2.12	*Return*	22
2.13	Pengukuran Hasil Peramalan	23
2.14	Volatilitas	24

2.15 *Value at Risk* (VaR) 25
2.16 Validasi *Value at Risk* (VaR) 26

III. METODOLOGI PENELITIAN 28
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 28
3.2 Data Penelitian 28
3.3 Metode Penelitian 28

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN 32
4.1 Analisis Statistik Deskriptif Data 32
4.2 Uji Normalitas Data *Return* 34
4.3 Uji Stationeritas Data *Return* 35
4.3.1 Plot ACF dan PACF 36
4.3.2 Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) 38
4.4 Pemilihan Model ARMA 38
4.5 Uji *Lagrange Multiplier* (LM) Terhadap Adanya Pengaruh ARCH/GARCH 41
4.6 Penaksiran Parameter GARCH-M dengan Menggunakan Uji *Maximum Likelihood* 42
4.7 Peramalan 45
4.8 Perhitungan Estimasi *Value at Risk* (VaR) 46
4.9 Validasi *Value at Risk* (VaR) 48

V. SIMPULAN DAN SARAN 51
5.1 Simpulan 51
5.2 Saran 52

DAFTAR PUSTAKA 53

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Pola ACF dan PACF 17
2. Nilai MAPE untuk Evaluasi Peramalan 24
3. Deskriptif Statistik dari Data Harga Saham Penutupan PT Gudang Garam Tbk 33
4. Hasil Uji ADF Data *Return* 38
5. Estimasi Model ARMA 39
6. Uji Keberadaan Efek ARCH 42
7. Pendugaan Parameter GARCH-M 43
8. Hasil Peramalan dengan Data Sebenarnya 45
9. Nilai *Confidence Interval* (Selang Kepercayaan) 47
10. Validasi *Value at Risk* (VaR) 50

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. *Flow Chart* Metode Penelitian 30

2. Plot Data Harga Saham Penutupan dari PT Gudang Garam Tbk 34

3. Histogram dan Ringkasan Statistik Data *Return* 35

4. Plot Data *Return* Menurut Waktu 36

5. Plot ACF/PACF Data *Return* 37

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Metode peramalan yang digunakan berdasarkan data masa lalu dikenal dengan sebutan metode runtun waktu (*time series*). Berdasarkan sifat variansi residualnya, metode runtun waktu homoskedastis (variansi residual konstan) dan runtun waktu heteroskedastis (variansi residual tidak konstan). Dalam runtun waktu homoskedastis terdapat model stationer yang diperkenalkan oleh Box-Jenkins yaitu model *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), dan model *Autoregressive Moving Average* (ARMA). Sedangkan runtun waktu heteroskedastis terdapat model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) yang dikemukakan oleh Robert Engle pada tahun 1982.

Model ARCH kemudian disempurnakan oleh Tim Bollerslev pada tahun 1986 yaitu dengan memodelkan variansi residual tidak hanya berdasarkan residual di masa lalu tetapi juga variansi residual di masa lalu yang dikenal dengan model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Kemudian untuk kasus hubungan antara risiko dengan *return* digunakan model GARCH *in mean* (GARCH-M) yang di perkenalkan pada tahun 1987 oleh Engle, Lilien, dan Robins (Gujarati dan Porter, 2009).

Selain *return*, pengukuran risiko merupakan hal yang sangat penting. Ada beberapa alat ukur yang dapat digunakan untuk mengestimasi risiko tersebut, salah satunya adalah *Value at Risk* (VaR). Berdasarkan uraian di atas, maka pada penelitian ini akan membahas model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Mean* (GARCH-M) pada data harga saham untuk estimasi *Value at Risk* (VaR) pada data mingguan harga saham penutupan PT Gudang Garam Tbk pada tanggal 2 Februari 2014 – 11 November 2018.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mempelajari model GARCH-M (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Mean*).
2. Mengetahui model GARCH-M pada estimasi VaR *(Value at Risk)* pada data mingguan harga saham penutupan PT Gudang Garam Tbk pada tanggal 2 Februari 2014 – 11 November 2018.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yaitu agar dapat memberikan informasi kepada pembaca tentang model GARCH-M untuk estimasi *Value at Risk.*

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Data deret waktu merupakan kumpulan nilai-nilai pengamatan dari suatu variabel yang diambil pada waktu yang berbeda. Data jenis ini dikumpulkan pada interval waktu tertentu, misalnya harian, mingguan, bulanan, dan tahunan.

Secara umum terdapat empat macam pola data deret waktu, yaitu horizontal, *trend*, musiman, dan siklis. Pola data horizontal terjadi saat data observasi berfluktuasi di sekitaran suatu nilai konstan atau *mean* membentuk garis horizontal atau data ini juga disebut dengan data stasioner. Pola *trend* terjadi bilamana data pengamatan mengalami kenaikan atau penurunan selama periode jangka panjang, suatu data pengamatan yang mempunyai *trend* disebut data nonstationer. Pola data musiman terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman yang berulang dari periode ke periode berikutnya. Pola data siklis terjadi saat deret data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis.

Analisis deret waktu adalah analisis yang mempelajari hubungan timbal balik antar waktu. Tujuan dalam analisis deret waktu adalah untuk menemukan cara yang berguna atau model untuk mengekspresikan hubungan waktu yang terstruktur antara beberapa variabel atau peristiwa untuk kemudian kita dapat mengevaluasi hubungan ini atau melakukan peramalan dari satu atau lebih variabel (Gujarati dan Porter, 2009).

2.2 Kestationeran Data Deret Waktu

Stationeritas berarti bahwa tidak terdapat perubahan drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut.

Stationeritas dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Stationer dalam rata-rata

   Stationer dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan ragam dari fluktuasi tersebut.

2. Stationer dalam ragam

   Sebuah data deret waktu dikatakan stationer dalam ragam apabila struktur dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan grafik deret waktu, yaitu dengan melihat fluktuasi dari waktu ke waktu (Wei, 2006).

2.2.1 Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Proses *unit root* merupakan proses analisis deret waktu yang mengalami ketidakstationeran. Indikasi terdapatnya *unit root* adalah adanya *random walk* yang artinya data deret waktu tidak stationer pada ragam. Persamaan uji stationer dengan analisis *Augmented Dickey-fuller* (ADF) adalah sebagai berikut:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \gamma Y_{t-1} + \beta_i \sum_{i=1}^{p} \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t \qquad (2.1)$$

dengan :

ΔY_t = bentuk dari *first difference*

Y_{t-1} = nilai variable pada waktu ke *t*-1

γ, β = parameter

α_0 = *intersep*

p = panjang *lag* yang digunakan dalam model

ε = *error*

Hipotesis dari uji stationer ADF adalah sebagai berikut:

H_0 = data merupakan *unit root* (data tidak stationer)

H_1 = data tidak *unit root* (data stationer)

Jika nilai *p-value* < nilai α maka tolak H_0 artinya data tersebut stationer karena tidak mengandung *unit root* (Gujarati dan Porter, 2009).

2.3 Ekonometrika Deret Waktu

Ekonometrika deret waktu adalah salah satu teknik Ekonometrika yang berkembang relatif pesat. Perkembangan tersebut terutama didorong oleh kenyataan bahwa sebagian besar pekerjaan ekonometrika untuk menganalisis prilaku ekonomi didasarkan pada data deret waktu.

Analisis ekonometrika deret waktu pada umumnya digunakan untuk menentukan pola data deret waktu, baik itu *trend* maupun volatilitasnya, serta untuk menentukan struktur hubungan antar peubah-peubah ekonomi (*economic variables*) yang bergerak dari waktu ke waktu. Dalam mengetahui pola dan struktur hubungan antar peubah tersebut berguna untuk menjelaskan struktur hubungan antar variabel yang mendasari untuk melakukan peramalan/prediksi ataupun sebagai dasar untuk menilai efektivitas berbagai kebijakan ekonomi. Berdasarkan hal tersebut, analisis deret waktu secara umum dapat dibagi menjadi dua kelompok yaitu sebagai berikut:

1. Analisis yang sifatnya menjelaskan pola data tersebut berdasarkan waktu.
2. Analisis yang sifatnya eksplanatoris, yakni yang menganalisis hubungan antar peubah-peubah deret waktu (Gujarati dan Porter, 2009).

2.4 Model Umum Deret Waktu

Dalam analisis deret waktu terdapat beberapa model yang sering digunakan diantaranya model *autoregressive* (AR), model *moving average* (MA), dan model *autoregressive moving average* (ARMA).

2.4.1 Model *Autoregressive* (*AR*)

Model *autoregressive* adalah model dimana nilai variabel *y* bergantung pada nilai variabel itu sendiri pada periode sebelumnya ditambah dengan residual. Model *autoregressive* orde *p*, dinotasikan sebagai AR(p), memiliki persamaan sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \cdots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.2}$$

dengan

Y_t = nilai variabel pada waktu ke-t

β_p = koefisien *autoregressive*, *p* : 1,2,3,....,p

ε_t = nilai galat pada waktu ke-t

p = orde *AR*

2.4.2 Model *Moving Average* (MA)

Proses *moving average* pertama kali diperkenalkan oleh Slutsky. Model ini regresinya melibatkan selisih nilai variabel sekarang dengan nilai variabel sebelumnya. *Moving Average* (MA) merupakan nilai deret waktu pada waktu ke *t* yang dipengaruhi oleh unsur kesalahan terbobot pada masa lalu (Makridakis, dkk., 1992).

Model *moving average* disebut juga dengan model rata-rata bergerak yang mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = e_t - \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \cdots + \beta_q e_{t-q} \tag{2.3}$$

dengan :

Y_t = nilai variabel pada waktu ke-t

e_t = kesalahan peramalan (galat)

e_{t-q} = kesalahan peramalan masa lalu, q=1,2,3,…,q

β_q = konstanta dan koefisien model

q = orde MA

Dari persamaan tersebut, terlihat bahwa y_t merupakan rata-rata tertimbang dengan kesalahan sebanyak q periode ke belakang. Banyaknya kesalahan yang digunakan q pada persamaan ini menandai tingkat dari model *moving average*.

2.4.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Menurut Makridakis (1992), data deret waktu sering kali dapat dijelaskan dengan lebih baik dengan menggabungkan antara model AR dan model MA. Dengan kata lain nilai y_t tidak hanya dipengaruhi oleh nilai peubah tersebut tetapi juga oleh residual peubah tersebut pada periode sebelumnya. Jika model terdiri atas gabungan proses regresi dari ordo p dan rataan bergerak ordo q, maka akan diperoleh proses yang umum yang dinamakan ARMA(p,q). Bentuk umumnya adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \cdots + \beta_p Y_{t-p} + e_t - \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \cdots + \beta_p e_{t-q} \qquad (2.4)$$

2.5 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dalam metode *time series*, alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang akan diramalkan adalah dengan menggunakan fungsi autokorelasi/*Autocorrelation Function* (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial/*Partial Autocorrelation Function* (PACF).

2.5.1 Fungsi Autokorelasi

Dari proses stasioner suatu data *time series* (X_t) diperoleh $E(X_t) = \mu$ dan variasi $Var(X_t) = E(X_t - \mu)^2 = \sigma^2$, yang konstan dan kovarian $Cov(X_t, X_{t+k})$, yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t-(t-k)|$. Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai kovarian antara X_t dan X_{t+k} sebagai berikut:

$$\gamma = Cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) \qquad (2.5)$$

dan korelasi antara X_t dan X_{t+k} didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t) Var(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.6)$$

dimana notasi $Var(X_t)$ dan $Var(X_{t+k}) = \gamma_0$. Sebagai fungsi dari *k*, γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi (ACF). Dalam analisis *time series*, γ_k dan ρ_k menggambarkan kovarian dan korealsi antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama, hanya dipisahkan oleh *lag* ke-*k*.

Fungsi autokovariansi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1. $\gamma_0 = Var\ (X_t)\ ;\ \rho_0 = 1$

Bukti:

Dengan menggunakan definisi korelasi antara X_t dan X_{t+k} , akan dibuktikan bahwa $\gamma_0 = Var(X_t);\ \rho_0 = 1$.

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2.7}$$

diberikan *k* = 0, maka

$$\rho_0 = \frac{Cov(X_t, X_{t+0})}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+0})}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Cov(X_t, X_t)}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_t)}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Var(X_t)}{\sqrt{Var^2(X_t)}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Var(X_t)}{Var(X_t)} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$$

Terbukti.

2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0\ ;\ |\rho_k| \leq 1$.

Bukti:

Sifat kedua merupakan akibat dari persamaan autokorelasi kurang dari atau sama dengan 1 dalam nilai mutlak.

3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$ untuk semua *k*, γ_k dan ρ_k adalah fungsi yang sama dan simetrik *lag k*=0.

Bukti:

Sifat tersebut diperoleh dari perbedaan waktu antara X_t dan X_{t+k}. Oleh sebab itu, fungsi autokorelasi hanya sering diplotkan untuk *lag* nonnegatif. Plot tersebut kadang disebut korrelogram (Wei, 2006).

Penduga koefisien (r_k) adalah dugaan dari koefisien autokorelasi secara teoritis yang bersangkutan (ρ_k). Nilai r_k tidak sama persis dengan ρ_k yang berkorespondensi dikarenakan *error sampling*. Distribusi dari kemungkinan nilai-nilai disebut dengan distribusi sampel. Galat baku dari distribusi *sampling* adalah akar dari penduga variansinya.

Pengujian koefisien autokorelasi:

$H_0: \rho_k = 0$ (koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

$H_1: \rho_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Statistik uji: $t = \frac{r_k}{SEr_k}$

dengan:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k}(x_t - \bar{x})(x - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2} \qquad \text{dan} \qquad SE(r_k) = \sqrt{\frac{1 + 2\sum_{j=1}^{k-1} {r_j}^2}{T}} \approx \frac{1}{\sqrt{T}}$$

dengan:

$SE(r_k)$ = *standard error* autokorelasi pada saat *lag k*

r_k = autokorelasi pada saat *lag k*

k = time *lag*

T = banyak observasi dalam data *time series*

Kriteria keputusan: tolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas $df = T - 1, T$ merupakan banyaknya data dan k adalah *lag* koefisien autokorelasi yang diuji.

2.5.2 Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara X_t dan X_{t+k}, apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, . . . , dan seterusnya sampai k-1 dianggap terpisah. Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk PACF yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut.

Fungsi autokorelasi parsial dapat dinotasikan dengan $corr(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, X_{t+3}, \cdots, X_{t+k})$ misalkan X_t adalah proses yang stationer dengan $E(X_t) = 0$, selanjutnya X_{t+k} dapat dinyatakan sebagai model linear:

$$X_{t+k} = \phi_{k1} X_{t+k-1} + \phi_{k2} X_{t+k-2} + \cdots + \phi_{kk} X_t + \varepsilon_{t+k} \qquad (2.8)$$

dengan ϕ_{ki} adalah parameter regresi ke-i dan ε_{t+k} adalah nilai kesalahan yang tidak berkorelasi dengan X_{t+k-j} dengan $j = 1,2, \cdots, k.$ Untuk mendapatkan nilai PACF, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.8) dengan X_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh :

$$X_{t+k-j} X_{t+k} = \phi_{k1} X_{t+k-1} X_{t+k-j} + \phi_{k2} X_{t+k-2} X_{t+k-j} + \cdots + \phi_{kk} X_t X_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k} X_{t+k-j}$$

Selanjutnya nilai harapannya adalah

$$\begin{aligned} &E(X_{t+k-j} X_{t+k}) \\ &\qquad = E(\phi_{k1} X_{t+k-1} X_{t+k-j} + \phi_{k2} X_{t+k-2} X_{t+k-j} + \cdots + \phi_{kk} X_t X_{t+k-j} \\ &\qquad + \varepsilon_{t+k} X_{t+k-j}) \end{aligned}$$

Dimisalkan nilai $E\left(X_{t+k-j}X_{t+k}\right) = \gamma_j,\ j = 0,1,\cdots,k$ dan karena $E\left(X_{t+k-j}X_{t+k}\right) = 0$, maka diperoleh:

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \cdots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \tag{2.9}$$

Persamaan (2.9) dibagi dengan γ_0 maka:

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \phi_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \phi_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \cdots + \phi_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0}$$

diperoleh

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, j = 1,2,3\cdots,k$$

untuk $j = 1,2,3\cdots,k$ didapatkan sistem persamaan sebagai berikut:

$$\rho_1 = \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-1}$$

$$\rho_2 = \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2}$$

$$\vdots$$

$$\rho_k = \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_0 \tag{2.10}$$

Sistem persamaan (2.10) dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan Cramer. Persamaan (2.10) untuk $j = 1,2,3\cdots,k$ digunakan untuk mencari nilai-nilai fungsi autokorelasi parsial *lag k* yaitu $\phi_{k1},\phi_{k2},\cdots,\phi_{kk}$.

a. Untuk *lag* pertama (k=1) dan (j=1) diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$\rho_1 = \phi_{11}\rho_0$ karena $\rho_0 = 1$ sehingga $\rho_1 = \phi_{11}$ yang berarti bahwa fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan fungsi autokorelasi pada *lag* pertama.

b. Untuk *lag* kedua (k=2) dan (j=1,2) diperoleh sistem persamaan berikut:

$\rho_1 = \phi_{11}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1$

$\rho_2 = \phi_{11}\rho_1 + \phi_{22}\rho_0$ (2.11)

Persamaan (2.11) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh :

$$\phi_{\ 22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

c. Untuk *lag* ketiga (*k*=3) dan (*j*=1,2,3) diperoleh sistem persamaan berikut:

$\rho_1 = \phi_{11}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2$

$\rho_2 = \phi_{11}\rho_2 + \phi_{22}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1$

$\rho_3 = \phi_{11}\rho_2 + \phi_{22}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0$ (2.12)

Persamaan (2.12) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$ dan dengan menggunakan aturan

Cramer diperoleh:

$$\phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

d. Untuk *lag* ke-j=1,2,3,⋯, k diperoleh sistem persamaannya adalah:

$$\rho_1 = \phi_{11}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-1}$$

$$\rho_2 = \phi_{11}\rho_2 + \phi_{22}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2}$$

$$\rho_3 = \phi_{11}\rho_2 + \phi_{22}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-3}$$

$$\vdots$$

$$\rho_k = \phi_{11}\rho_1 + \phi_{22}\rho_2 + \phi_{33}\rho_3 + \cdots + \phi_{kk}\rho_0 \qquad (2.13)$$

Persamaan (2.13) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \\ \phi_{33} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan aturan Cramer diperoleh:

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{bmatrix}$$

Nilai autokorelasi parsial *lag k* hasilnya adalah:

$$\phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & 1 \end{vmatrix}}$$

ϕ_{kk} disebut PACF antara X_t dan X_{t+k} atau dapat juga dituliskan:

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1 \; k = 0 \\ 0 \; k \neq 0 \end{cases}$$

Himpunan dari $\phi_{kk}\{\phi_{kk}; k = 1,2,\cdots\}$, disebut sebagai *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Fungsi ϕ_{kk} menjadi notasi standar untuk autokorelasi parsial antara observasi X_t dan X_{t+k} dalam analisis *time series*. Fungsi ϕ_{kk} akan bernilai nol untuk $k > p$. Sifat ini dapat digunakan untuk identifikasi model AR dan MA, yaitu pada model *Autoregressive* berlaku ACF akan menurun secara bertahap menuju nol dan *Moving Average* berlaku ACF menuju ke-0 setelah *lag* ke-q sedangkan nilai PACF model AR yaitu $\phi_{kk} = 0, k > p$ dan model MA yaitu $\phi_{kk} = 0, k > q$.

Hipotesis untuk menguji koefisien autokorelasi parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \phi_{kk} = 0$ (koefisien autokorelasi parsial tidak berbeda secara signifikan)

$H_1 : \phi_{kk} \neq 0$ (koefisien autokorelasi parsial berbeda secara signifikan)

Taraf signifikasi : α =5%

Statistik uji : $t = \frac{\phi_{kk}}{SE(\phi_{kk})}$

dengan:

$$SE(\phi_{kk}) = \frac{1}{T}$$

Kriteria keputusan :

Tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},df}$, dengan derajat bebas $df = T - 1$, T adalah banyaknya data dan *k* adalah *lag* autokorelasi parsial yang akan diuji.

Pemilihan model ACF dengan PACF secara grafis mengikuti ketentuan sebagai berikut (Wei, 2006):

Tabel 1. Pola ACF dan PACF

Model	Pola ACF	Pola PACF
AR(p)	Menurun secara bertahap atau bergelombang	Menurun drastis pada *lag* tertentu (*cut off*)
MA(q)	Menurun drastis pada *lag* tertentu	Menurun secara bertahap atau bergelombang
ARMA(p,q)	Menurun secara bertahap atau bergelombang	Menurun secara bertahap atau bergelombang

2.6 Metode *Maximum Likelihood*

Menurut Gujarati dan Porter (2009), metode *maximum likelihood* adalah suatu penaksir titik yang mempunyai sifat teoritis yang lebih kuat dibandingkan dengan metode penaksir kuadrat terkecil. Metode *maximum likelihood* merupakan salah satu cara untuk mengestimasi parameter yang tidak diketahui. Prosedur estimasi *maximum likelihood* menguji apakah estimasi maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi *likelihood*.

Fungsi PDF (*Probability Density Function*) dari variabel acak *y* dengan parameter β, dinotasikan $f(y|\beta)$. Probabilitas sampel random dari *joint* PDF untuk $y_1, y_2, \cdots, y_n$ (dimana n saling bebas dan berdistribusi sama) dapat dihitung:

$$f(y_1, \cdots, y_n|\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i|\beta) = l(\beta|y) \tag{2.14}$$

Metode *maximum likelihood* akan memilih nilai β yang diketahui sedemikian hingga memaksimumkan nilai probabilitas dari gambaran sampel secara acak yang telah diperoleh secara aktual. Fungsi *log likelihood*-nya adalah:

$$L(\beta|y) = \ln l(\beta|y) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(y_i|\beta)$$

Dalam banyak kasus, penggunaan deferensiasi akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari $l(x_1, x_2, \cdots, x_n|\beta)$, yaitu:

$$L(x_1, x_2, \cdots, x_n|\beta) = \ln l\,(x_1, x_2, \cdots, x_n|\beta) \tag{2.15}$$

2.7 Model *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH)

Khusus untuk model non linear umumnya pada data keuangan menggunakan model ARCH, dikarenakan data keuangan biasanya bersifat heteroskedastisitas hal itu terjadi karena data deret waktu memiliki volatilitas tinggi. Jika suatu data pada suatu periode memiliki fluktuasi yang tinggi dan residualnya juga tinggi, diikuti suatu periode di mana fluktuasinya rendah dan residualnya juga rendah, ragam residual dari model akan sangat tergantung dari fluktuasi residual sebelumnya. Persamaan ragam residual dalam model ARCH dengan varians dari ε_t dinotasikan σ_t^2 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \tag{2.16}$$

Persamaan (2.16) menunjukkan bahwa ragam residual σ_t^2 memiliki dua unsur, yaitu konstanta (α_0) dan kuadrat residual periode yang lalu ε_{t-1}^2 dimana ragam residualnya bergantung pada *lag* ke *p* dari kuadrat residual (Brooks, 2014).

2.8 Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH)

Model ARCH dikembangkan menjadi model GARCH dikembangkan oleh Tim Bollerslev pada tahun 1986. Menurut Bollerslev, variansi residual tidak hanya bergantung pada residual periode lalu tetapi juga variansi residual periode lalu. Model ini dikembangkan karena pada proses ARCH dengan orde tinggi memiliki kesulitan dalam masalah perhitungan dikarenakan modelnya sangat rumit.

Secara lengkap model GARCH(p,q) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \beta_2\sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_q\sigma_{t-q}^2$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i\, \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j {\sigma^2}_{t-j} \qquad (2.17)$$

Dengan σ_t^2 adalah varian bersyarat karena itu merupakan estimasi dari satu estimasi ke depan yang dihitung berdasarkan masa lalu (Brooks, 2014).

2.9 Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Mean* (GARCH-M)

Pada teori finansial (keuangan), *return* dari suatu aset mungkin tergantung pada volatilitasnya. Engle, Lilien dan Robins pada tahun 1987 mengemukakan spesifikasi ARCH-M, dimana kondisional varian pengambilan aset masuk ke dalam persamaan *mean* bersyarat. Untuk memodelkan fenomena seperti itu, maka digunakan model GARCH-M di mana “M” merupakan singkatan dari GARCH *in Mean.*

Untuk model GARCH(1,1)-M dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Y_t = \mu + \delta\sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t \tag{2.18}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 \tag{2.19}$$

Sedangkan untuk Model GARCH(p,q)-M di mana parameter varian bersyarat pada saat ini tergantung pada *q lag* dari kesalahan kuadrat dan *p lag* dari varians bersyarat dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Y_t = \mu + \delta\sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q\,\sigma_{t-q}^2$$

$$= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-j}^2 \tag{2.20}$$

dimana nilai μ dan δ adalah konstanta. Jika δ positif dan signifikan secara statistik, maka peningkatan risiko, diberikan oleh peningkatan dalam variansi bersyarat. Dengan demikian δ dapat diartikan dengan *premium risk*. Dari Persamaan (2.20) menyatakan bahwa ada serial korelasi dalam deret *return.* Serial korelasi ini ditunjukkan pada proses volatilitas (σ_t^2). Di mana Y_t merupakan persamaan *mean* bersyarat. Dalam beberapa kasus, istilah variansi bersyarat (σ_{t-1}^2) muncul langsung dalam persamaan *mean* bersyarat. Sedangkan untuk persamaan ragam (σ_t^2), dimana untuk nilai α dan β adalah konstanta (Brooks, 2014).

2.10 Kriteria Informasi untuk Memilih Model

Kriteria informasi yang sering digunakan dalam memilih model terbaik yang dihitung yaitu nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*) dan SIC (*Schwarz Information Criterion*). Jika dua model dibandingkan, maka model dengan nilai AIC terkecil merupakan model yang lebih baik. Kegunaan SIC pada prinsipnya tidak berbeda dengan AIC. Semakin kecil nilai AIC dan SIC maka semakin baik sebuah model. Model umum AIC dan SIC adalah sebagai berikut (Brooks, 2014).

$$AIC = \left(e^{\frac{2k}{n}}\right)\left(\frac{\sum e_i^2}{n}\right) = \left(e^{\frac{2k}{n}}\right)\left(\frac{SSE}{n}\right) \tag{2.21}$$

$$SIC = \left(n^{\frac{k}{n}}\right)\left(\frac{\sum e_i^2}{n}\right) = \left(n^{\frac{k}{n}}\right)\left(\frac{SSE}{n}\right) \tag{2.22}$$

dimana,

SSE = *Sum Square Error* = $\sum e_i^2 = \sum\left(\widehat{Z}_\iota - Z_i\right)^2$

K = Jumlah parameter dalam model

n = Jumlah observasi (sampel)

2.11 Uji *Lagrange Multiplier*

Uji untuk menentukan apakah 'efek-ARCH' ada pada residual dari model dilakukan dengan langkah-langkah berikut (Brooks, 2014).

1. Jalankan sebarang bentuk regresi linear seperti berikut:

   $y_t = \delta + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i y_{t-i} - \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$

2. Kuadratkan residualnya dan regresikan residual tersebut pada lag ke q untuk menguji order ke-q ARCH, dimana

   $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q\varepsilon_{t-q}^2$

   dengan ε_t adalah residual. Dapatkan R^2 dari regresi ini.

3. Statistik uji didefinisikan sebagai berikut

   $$LM = TR^2 \tag{2.23}$$

   dimana

   $$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{x_i} - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

   T menyatakan jumlah observasi dan R^2 adalah *r-square*, dan berdistribusi $X^2(q)$.

4. Menentukan hipotesis nol dan alternatif adalah

   $H_0: \lambda_i = 0, \quad i = 1,2,\dots,q$ (tidak terdapat efek ARCH)

   $H_1: \lambda_1 \neq 0$ atau $\lambda_2 \neq 0$ atau .... atau $\lambda_q \neq 0$ (terdapat efek ARCH)

2.12 *Return*

Return merupakan hasil yang diperoleh dari investasi. *Return* dapat berupa *return* realisasi yang sudah terjadi atau *return* ekspektasi yang belum terjadi tetapi yang diharapkan akan terjadi di masa mendatang. *Return* realisis merupakan *return* yang telah terjadi. *Return* realisasi dihitung berdasarkan data historis. *Return* reaslisasi penting karena digunakan sebagai salah satu pengukur kinerja dari perusahaan dan berguna juga sebagai dasar penentuan *return* ekspektasi serta risiko di masa datang. Adapun rumus *return* adalah sebagai berikut (Rosadi, 2012):

$$y_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{2.24}$$

dengan

y_t = selisih (untung atau rugi) dari harga saham sekarang relatif dengan harga periode yang lalu

P_t = harga saham pada waktu ke-*t*

P_{t-1} = harga saham pada waktu ke (*t*-1)

2.13 Pengukuran Hasil Peramalan

Pada kenyataannya tidak ada peramalan yang memiliki tingkat akurasi 100%, karena setiap peramalan pasti mengandung kesalahan. Oleh karena itu, untuk mengetahui metode peramalan dengan tingkat akurasi yang tinggi, maka dibutuhkan menghitung tingkat kesalahan dalam suatu peramalan. Semakin kecil tingkat kesalahan yang dihasilkan, maka semakin baik peramalan tersebut. Standar umum pengukuran kesalahan peramalan yang digunakan adalah *Mean Absolute Error* (MAE) untuk akurasi, dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk persentase akurasi (Brooks, 2014).

1. *Mean Absolute Error* (MAE)

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|A_t - F_t| \tag{2.25}$$

dimana,

A_t = nilai aktual pada waktu ke-*t*

F_t = nilai peramalan pada waktu ke-*t*

2. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{A_t - F_t}{A_t}\right| \times 100\% \tag{2.26}$$

dimana,

A_t = nilai aktual pada waktu ke-*t*

F_t = nilai peramalan pada waktu ke-*t*

n = banyak data

Nilai MAPE digunakan untuk menganalisis kinerja proses peramalan seperti yang tertera pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Nilai MAPE untuk Evaluasi Peramalan

Nilai MAPE	Akurasi Peramalan
MAPE ≤ 10%	Tinggi
10% < MAPE ≤ 20%	Baik
20% < MAPE ≤ 50%	*Reasonable*
MAPE ≥ 50%	Rendah

2.14 Volatilitas

Volatilitas adalah suatu ukuran yang menunjukkan seberapa besar harga dapat meningkat dalam suatu periode waktu tertentu. Volatilitas dari pengembalian harga saham dapat mempresentasikan risiko pengembalian harga suatu saham. Model volatilitas merupakan komponen pembentuk dalam perhitungan *Value at Risk*. Besaran ini dinyatakan sebagai standar deviasi perubahan data *time series* keuangan. Dengan pemodelan volatilitas, para investor diharapkan dapat mengendalikan risiko pasar dengan lebih baik (Brooks, 2014).

2.15 *Value at Risk* (VaR)

VaR (*Value at Risk*) merupakan suatu metode yang cukup baik dan banyak digunakan untuk mengukur risiko. VaR dapat diartikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang mungkin dialami dalam rentang waktu/periode tertentu dengan tingkat kepercayaan tertentu. VaR memiliki hubungan yang erat dengan metode GARCH, yang sering digunakan jika terjadi ketidakhomogenan ragam dari data tingkat pengembalian dan dapat menduga volatilitas yang akan datang. Hal tersebut adalah kelebihan dari metode ARCH/GARCH dibandingkan dengan pendugaan ragam biasa, yang tidak mampu melakukan pendugaan yang akan datang. Secara sistematis VaR dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$VaR(\alpha) = -S\{\mu \times \phi^{-1}(\alpha)\sigma_t\} \qquad (2.27)$$

dengan,

VaR = Besaran risiko tingkat kepercayaan (α)

S = Dana suatu saham/aset yang akan dialokasikan (Rp)

μ = Nilai rata-rata pada data

ϕ^{-1} = Nilai z-tabel

σ_t = akar bersyarat ke-t yang diperoleh dari model

Di dalam teori investasi dikatakan bahwa setiap saham akan menghasilkan *return* dan risiko. Jadi *return* yang tinggi akan mempunyai risiko yang tinggi dan *return* yang rendah akan mempunyai risiko yang rendah juga, artinya dalam berinvestasi di samping menghitung *return* yang diharapkan, investasi juga harus memperhatikan risiko yang ditanggungnya (Tsay, 2002).

2.16 Validasi *Value at Risk* (VaR)

Sebagai metode utama dalam perhitungan *Market Risk Requirement* (MRR) mewajibkan untuk melakukan *backtesting* sebagai suatu bentuk validasi sistem pengukuran risiko dengan membandingkan *output* hasil perhitungan dengan *actual profit and loss*. *Backtesting* dilakukan untuk menilai tingkat akurasi model sebagai masukan dalam menentukan faktor pengali untuk perhitungan *capital charge*, sehingga dapat meningkatkan tingkat akurasi model.

Uji validasi model VaR dengan *backtesting* menggunakan Kupiec *Test* berdasarkan *Total Number of Failure* (TNoF). Misalkan selama kurun waktu T ditemukan sebanyak N kegagalan. Probabilitas terjadinya N kegagalan dalam kurun waktu T mengikuti proses binomial. Pendekatan yang dilakukan yaitu dengan *Likelihood Ratio* (LR) menggunakan rumus sebagai berikut:

$$LR = -2\ln[c^{T-N}(1-c)^{N}] + 2\ln\left[\left(1-\frac{N}{T}\right)^{T-N}\left(\frac{N}{T}\right)^{N}\right] \quad (2.28)$$

dengan

c = nilai alpha

N = jumlah kesalahan estimasi

T = jumlah data

Hipotesis untuk uji validasi ini yaitu:

H_0 : model VaR valid

H_1 : model VaR tidak valid

Nilai LR kemudian dibandingkan dengan *Chi-square critical value* pada tingkat kepercayaan tertentu dan derajat bebas 1. H_0 akan diterima atau dikatakan valid, apabila LR kurang dari *Chi-square critical value*. Sebaliknya, apabila LR lebih besar dari *Chi-square critical value*, maka H_0 ditolak atau model VaR tidak valid (Kupiec, 1995).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

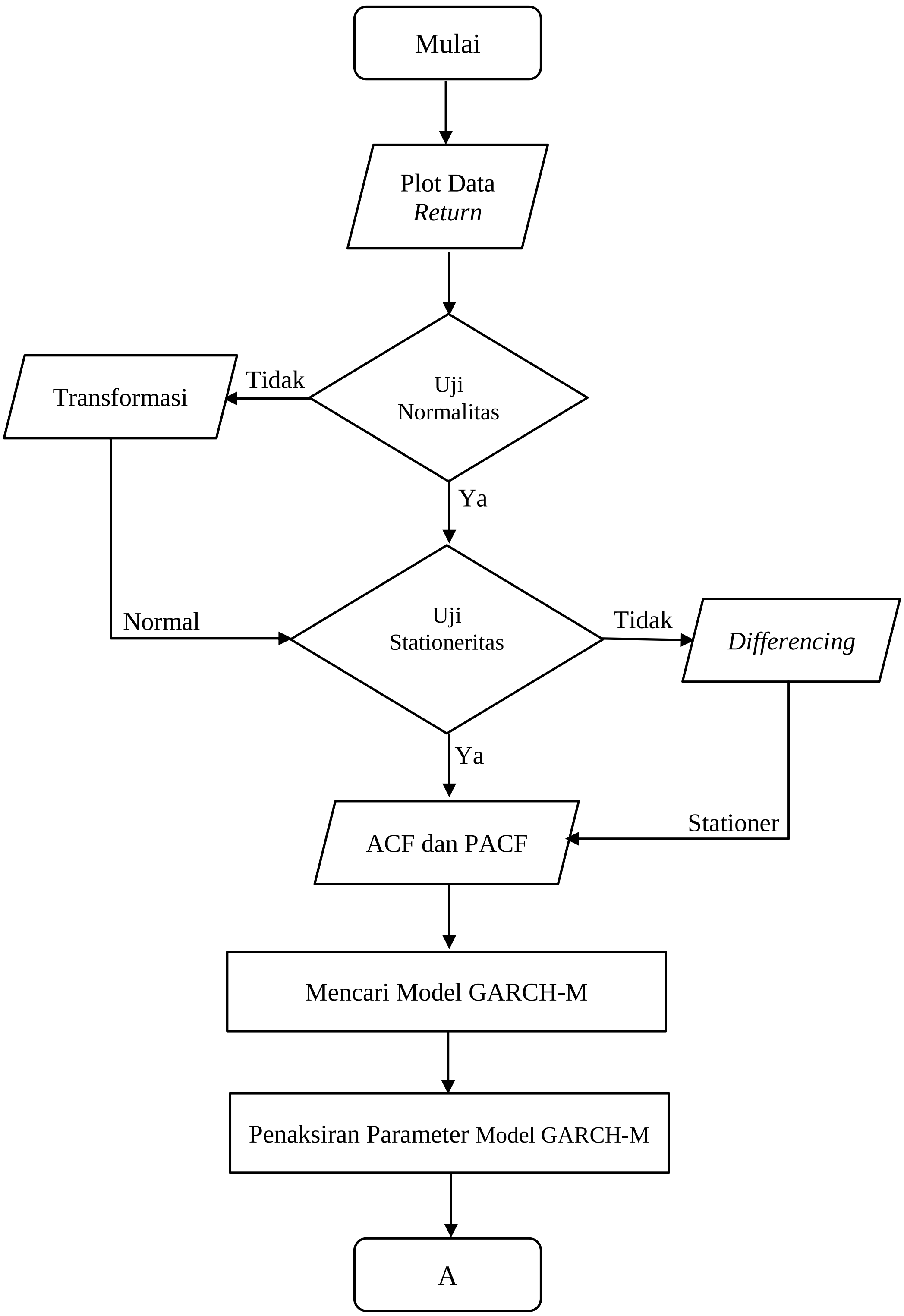
Data yang digunakan adalah data sekunder dari data mingguan harga saham penutupan PT Gudang Garam Tbk pada tanggal 2 Februari 2014 – 11 November 2018. Data ini diperoleh dari *https://finance.yahoo.com/* dengan total observasi 250.

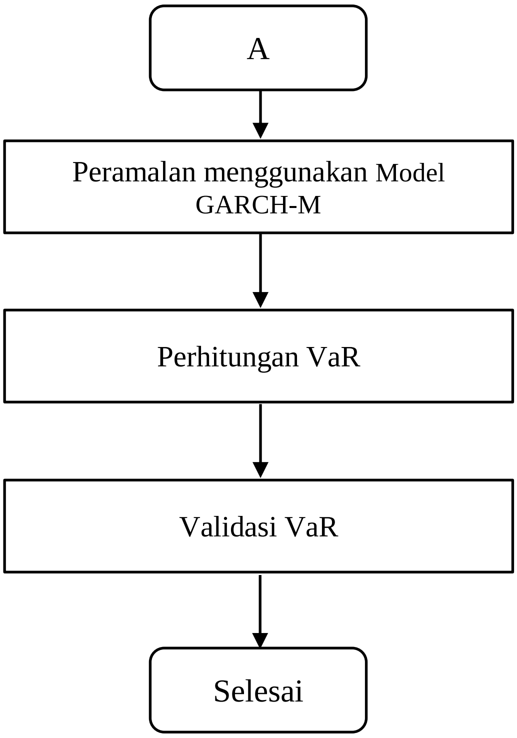
3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku maupun media lain untuk mendapatkan informasi sebanyak mungkin untuk mendukung penulisan skripsi ini.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melihat statistik deskriptif data harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk dengan bantuan *software Eviews 10*.
2. Mengubah data harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk ke dalam bentuk *return* dengan bantuan *software Eviews 10.*
3. Menguji normalitas data *log return* dengan bantuan *software Eviews 10.*
4. Melakukan analisis terhadap Model ARCH/GARCH.
    a. Menguji kestationeran data dengan melihat grafik dan Uji *Augmented Dickey Fuller* menggunakan bantuan *software Eviews 10.*
    b. Memilih model ARMA dengan melihat grafik *Autocorrelation Function* (*ACF*) dan *Partial Autocorrelation Function* (*PACF*).
    c. Menguji keberadaan efek ARCH terhadap sisaan kuadrat data *return* dengan menggunakan uji *Lagrange Multiplier*.
    d. Penaksiran parameter GARCH-M dengan metode *Maximum Likelihood.*
    e. Pemilihan model GARCH-M terbaik dari nilai AIC dan SIC.
5. Melakukan peramalan menggunakan model GARCH-M pada data harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk.
6. Melakukan perhitungan VaR (*Value at Risk*) atau nilai risiko pada data harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk.
7. Melakukan uji validasi model VaR (*Value at Risk*) data harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk.


Mulai
Plot Data *Return*
Uji Normalitas
Tidak
Transformasi
Ya
Normal
Uji Stationeritas
Tidak
Differencing
Ya
Stationer
ACF dan PACF
Mencari Model GARCH-M
Penaksiran Parameter Model GARCH-M
A



Gambar 1. *Flow Chart* Metode Penelitian.

V. Simpulan dan Saran

5.1 Simpulan

Kesimpulan yang dapat ditarik atas uraian yang telah disampaikan pada bab-bab sebelumnya adalah sebagai berikut:

1. Dari data *return* harga saham penutupan dari PT Gudang Garam Tbk pada tanggal 2 Februari 2014 – 11 November 2018 dilakukan *return* data kemudian diperoleh model ARMA terbaik yaitu model AR(1) tanpa konstanta sebagai berikut:

$$Y_t = -0{,}187302\ Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

2. Berdasarkan model AR(1) tanpa konstanta yang sudah terbukti keberadaan efek ARCH/GARCH dilakukan penaksiran parameter model GARCH-M dengan uji *Maximum Likelihood* diperoleh model GARCH-M terbaik yaitu model GARCH(1,1)-M sebagai berikut:

$$Y_t = 0{,}078841\ \sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t$$

dan

$$\sigma_t^2 = 0{,}000905 + 0{,}349327\varepsilon_{t-1}^2 + 0{,}070041\ \sigma_{t-1}^2$$

3. Hasil perolehan perkiraan kerugian dari uang yang diinvestasikan sebesar Rp100.000.000,00 ke PT Gudang Garam Tbk dengan menggunakan estimasi VaR dengan tingkat kepercayaan 95% yang berarti peluang terjadinya

kerugian adalah 5% dengan kemungkinan kerugian maksimum bagi investor adalah sebesar Rp4.970.296,3. Sedangkan untuk tingkat kepercayaan 90% dan 99% yang berarti peluang terjadinya kerugian maksimum adalah hanya 10% dan 1% dengan masing-masing kemungkinan kerugian maksimum bagi investor adalah sebesar Rp3.855.740,6 dan Rp7.018.669,1.

4. Berdasarkan validasi model VaR untuk tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% dengan *Backtesting test* dilakukan dengan uji *Likelihood Ratio* (LR) terbukti bahwa semua model VaR valid yang artinya model dapat digunakan.

5.2 Saran

Beberapa saran yang dapat diambil dari penelitian ini yaitu, untuk investor atau pembaca dapat dijadikan referensi mengenai risiko nilai tukar sebagai pertimbangan dalam melakukan investasi. Kemudian untuk akademisi dan penelitian selanjutnya supaya mengembangkan lagi penelitian serupa dengan metode-metode pengukuran ARCH/GARCH yang lain dan dengan menggunakan pengukuran validasi lain.

DAFTAR PUSTAKA

Brooks, C. 2014. *Introducy Econometrics for Finance 3rd ed.* Cambridge University Press, New York.

Engle, R.F., David M.L, dan Russel P.R. 1987. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model. *Econometrica.* Vol. 55. No. 2.

Gujarati, D.N., dan Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics 5th ed.* McGraw-Hill Irwin, New York.

Indeks Harga Saham PT Gudang Garam Tbk. https://finance.yahoo.com/quote/GGRM.JK/history. Diakses Pada 1 Desember 2018.

Kupiec, P.H. 1995. Technique for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivatives*. A Publication of Instutional Investor, New York.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee, V.E. 1992. *Metode Aplikasi Peramalan Edisi ke 2 Terjemahan Untung Sus Andryanto*. Erlangga, Jakarta.

Rosadi, D. 2012. *Ekonometrika & Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews*. Andi, Yogyakarta.

Tsay, R.S. 2002. *Analysis of Financial Time Series.* John Wiley and Sons Inc, Canada.

Wei, W.W. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods 2nd ed.* Pearson, New York.