

**APLIKASI PEWARNAAN TITIK MENGGUNAKAN
ALGORITMA *WELCH-POWELL* PADA
PENGATURAN *TRAFFIC LIGHT***

(Skripsi)

Oleh

AMIRAH



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRAK

APLIKASI PEWARNAAN TITIK MENGGUNAKAN ALGORITMA *WELCH-POWELL* PADA PENGATURAN *TRAFFIC LIGHT*

Oleh

AMIRAH

Kemacetan lalu lintas adalah permasalahan yang dihadapi berbagai kota di Indonesia. Salah satu solusinya adalah dengan menggunakan lampu *traffic light*. Keberadaan lampu *traffic light* sangat membantu untuk menertibkan pengguna jalan, namun dalam banyak kasus masih kurang optimal, terkait dengan penentuan arus mana yang harus merah maupun hijau dan berapa lama waktu tunggu masing-masing. Untuk mengatasi masalah tersebut digunakan pendekatan graf dengan aplikasi pewarnaan titik sebagai penyelesaian masalah penjadwalan. Algoritma yang digunakan adalah algoritma *Welch-Powell*. Kasus *traffic light* diambil dari beberapa titik di Kabupaten Serang, meliputi Simpang 3 Parung dan Simpang 4 Ciruas. Hasil penggunaan pewarnaan graf dengan algoritma *Well-Powell* mampu meningkatkan efektifitas *traffic light*.

Kata Kunci: *Traffic Light*, Pewarnaan Graf, Algoritma *Welch-Powell*.

ABSTRACT

THE COLORING APPLICATION USING WELCH-POWELL ALGORITHM ON SETTING TRAFFIC LIGHT

By

AMIRAH

Traffic jam is problem faced by various cities in Indonesia. One solution is to use a traffic light. The existence of traffic lights helps to curb road users, but in many cases the use of traffic light is not optimal, due to the determination of the time for assigning the red or the green light and how long to wait until the other on. To overcome these problems the graph coloring concept is used by adopting the Welch-Powell algorithm. The study cases taken were from several points in the city of Kabupaten Serang, one of which is at the crossroads of 3 Parung and at the crossroads of 4 Ciruas. The results show that the method has improved the effectiveness of the traffic light.

Keywords: Traffic Light, Coloring Graph, Welch-Powell Algorithm.

**APLIKASI PEWARNAAN TITIK MENGGUNAKAN
ALGORITMA *WELCH-POWELL* PADA
PENGATURAN *TRAFFIC LIGHT***

Oleh

AMIRAH

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
SARJANA SAINS

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

Judul Skripsi : **APLIKASI PEWARNAAN TITIK MENGGUNAKAN ALGORITMA *WELCH- POWELL* PADA PENGATURAN *TRAFFIC LIGHT***

Nama Mahasiswa : **AMIRAH**

NPM : 1517031059

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.
NIP. 19731109 200012 2 001

Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

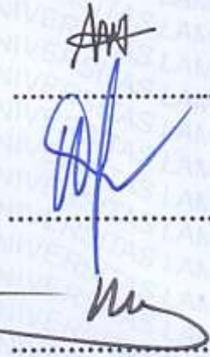
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si.

Sekretaris : Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D.

**Penguji
Bukan Pembimbing : Dr. Muslim Ansori, M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Suratman, M.Sc.
NIP. 196406041990031002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 23 Juli 2019

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Amirah

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031059

Judul : **Aplikasi Pewarnaan Titik menggunakan
Algoritma *Weclh-Powell* pada Pengaturan
*Traffic Light***

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Juli 2019



Amirah
NPM. 1517031059

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Amirah, anak ketiga dari 4 bersaudara yang di lahirkan di Serang pada tanggal 27 Februari 1997 oleh pasangan Bapak Usman (alm) dan Ibu Kulsum. Penulis menempuh Sekolah Dasar di SD Negeri Singarajan pada tahun 2003- 2009, kemudian bersekolah di SMP Negeri 1 Pontang pada tahun 2009-2012, dan bersekolah di SMA Negeri 1 Pontang pada tahun 2012-2015.

Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Pada tahun 2018 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Bukit Raya, Kecamatan Marga Sekampung, Kabupaten Lampung Timur, pada tahun yang sama penulis melakukan Kerja Praktik (KP) yang bertempat di Dinas Perhubungan Kabupaten Serang.

KATA INSPIRASI

"Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap."
(QS. Al-Insyirah : 6-8)

Dia yang pergi untuk mencari ilmu pengetahuan, dianggap sedang berjuang di jalan Allah sampai dia kembali.
(HR. Tirmidzi)

Jangan ingat lelahnya belajar, tapi ingat buah manisnya yang bisa dipetik kelak ketika sukses.
(Amira)

Tidak ada hal yang sia-sia dalam belajar, karena ilmu akan bermanfaat pada waktunya.
(Amira)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah Wasyukurillah.

Puji dan syukur tiada hentinya dipanjatkan kepada Allah S.W.T dimana tiada kata yang lebih mampu mewakili setiap rasa bahagia yang ingin tercurahkan, penulis persembahkan skripsi ini untuk kalian orang tersayang:

Ibunda Kulsum yang selalu memberi semangat dan pengorbanan yang tulus, motivasi dan bimbingan serta selalu mendoakan untuk keberhasilan penulis.

Kakak-kakak, adikku dan keluarga besar yang selalu memberi semangat, motivasi, menjadi pendengar selama penulis mencurahkan keluh kesah dan mendo'akan setiap waktu untuk keberhasilan penulis.

Dosen pembimbing dan pembahas yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi serta semangat kepada penulis. Sahabat-sahabat tersayang, terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda, tawa, do'a dan semangat yang telah kalian berikan.

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aplikasi Pewarnaan Titik menggunakan Algoritma *Welch-Powell* pada Pengaturan *Traffic Light*” sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Sarjana Sains (S.Si) di Universitas Lampung.

Dapat diselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan kerja sama berbagai pihak yang telah membantu dan memberikan saran maupun motivasi sehingga skripsi ini dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si. selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, masukan, ide, kritik, dan saran kepada penulis selama proses pembuatan skripsi ini.
2. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku pembimbing II sekaligus sebagai Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan arahan, dukungan, serta semangat kepada penulis.
3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku pembahas atas saran yang membangun dalam proses penyelesaian skripsi ini.

4. Bapak Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah banyak membimbing serta memberi motivasi dan masukan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh Dosen, Staf dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ibu, nenek serta keluarga besar saya yang selalu mendukung, mendoakan serta memberikan semangat dengan penuh kasih sayang.
8. Sahabat Penulis Reni, Aul, Pung, May, Mei dan Rose yang telah memberikan masukan, semangat, saran dan mendengarkan keluhan penulis.
9. Teman-teman mahasiswa Matematika angkatan 2015 dan keluarga besar Matematika FMIPA Universitas Lampung.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini memiliki ketidak sempurnaan. Semoga skripsi ini dapat memberi manfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, Juli 2019
Penulis

Amirah
NPM. 1517031059

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	iii
DAFTAR GAMBAR	v
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Manfaat Penelitian.....	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Definisi Graf.....	5
2.2 Derajat Titik	7
2.3 Graf Terhubung	8
2.4 Jenis-jenis Graf.....	10
2.5 Penyajian Graf Dengan Matriks	14
2.6 Pewarnaan pada Graf	14
2.7 Algoritma <i>Welch-Powell</i>	18
2.8 Diagram Alur (<i>Flowchart</i>).....	21
2.9 Aplikasi Pewarnaan Titik pada <i>Traffic Light</i> di Persimpangan Jalan	21

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	23
3.2 Metode Penelitian.....	23

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian	24
4.2 Pembahasan	25
4.2.1 Simpang 3 Parung	25
4.2.2 Simpang 4 Ciruas	31

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan.....	39
5.2 Saran.....	40

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Derajat titik graf G.....	19
2. Data sekunder durasi lampu menyala simpang 3 Parung (dalam detik)..	26
3. Derajat titik graf simpang 3 Parung.....	27
4. Warna titik graf simpang 3 Parung.....	29
5. Penyelesaian durasi <i>traffic light</i> pada arus simpang 3 Parung (dalam detik).....	29
6. Data baru <i>traffic light</i> simpang 3 Parung (dalam detik)	30
7. Data sekunder dan baru <i>traffic light</i> simpang 3 Parung	30
8. Data sekunder durasi lampu menyala simpang 4 Ciruas (dalam detik)...	33
9. Derajat titik graf simpang 4 Ciruas.....	34
10. Warna titik graf pada simpang 4 Ciruas	36
11. Penyelesaian <i>traffic light</i> simpang 4 Ciruas (dalam detik).....	37
12. Data baru <i>traffic light</i> simpang 4 Ciruas (dalam detik)	37
13. Data sekunder dan data baru <i>traffic light</i> simpang 4 Ciruas.....	38

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Graf G	5
2. Contoh graf dengan titik-titik dan sisi yang menghubungkannya.....	6
3. Graf G dengan $deg_G(v_1) = 1, deg_G(v_2) = 2, deg_G(v_3) = 3,$ $deg_G(v_4) = 2, deg_G(v_5) = 2$	7
4. Graf H	9
5. Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung	10
6. Graf Nol dengan 5 Titik	11
7. Contoh Graf Teratur	11
8. Graf Lengkap K_2, K_3, K_4, K_6	12
9. Graf Bipartit $K_{3,3}$	12
10. Graf Berarah.....	13
11. Graf dengan 3 Warna	15
12. Graf C_n dengan 2 warna dan 3 warna	16
13. Graf Lengkap yang telah diwarnai	16
14. Graf $K_{2,3}$ yang telah diwarnai	17
15. Pewarnaan Sisi	17
16. Graf G yang belum diwarnai	19
17. Pewarnaan Pertama.....	20

18. Pewarnaan Kedua	20
19. Pewarnaan Terakhir	20
20. <i>Flowchart</i> Algoritma <i>Welch-Powell</i>	21
21. Ilustrasi Arus Simpang 3 Parung	25
22. Graf Simpang 3 Parung	27
23. Pewarnaan Pertama Graf pada Simpang 3 Parung	28
24. Pewarnaan Kedua Graf pada Simpang 3 Parung	28
25. Hasil Pewarnaan Graf pada Simpang 3 Parung	28
26. Ilustrasi Arus Simpang 4 Ciruas	31
27. Graf Simpang 4 Ciruas	33
28. Perwarnaan Pertama Graf pada Simpang 4 Ciruas	34
29. Perwarnaan Kedua Graf pada Simpang 4 Ciruas	35
30. Perwarnaan Ketiga Graf pada Simpang 4 Ciruas	35
31. Hasil Perwarnaan Graf pada Simpang 4 Ciruas	36

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Masalah transportasi khususnya pada lalu lintas merupakan fenomena yang dapat dilihat sehari-hari dalam kehidupan manusia. Jika peningkatan perjalanan ini tidak diikuti dengan peningkatan prasarana transportasi yang memadai, maka akan terjadi suatu ketidakseimbangan permintaan (*demand*) dan persediaan (*supply*) yang akhirnya akan menimbulkan suatu ketidak-lancaran dalam mobilitas yang berupa kemacetan (Nugroho, 2008).

Kemacetan lalu lintas merupakan masalah yang sering dijumpai di kota-kota besar di Indonesia. Beberapa faktor penyebab kemacetan adalah kurangnya disiplin pengguna jalan dan volume kendaraan yang semakin bertambah. Permasalahan ini dapat diselesaikan salah satunya dengan pengaturan lampu lalu lintas (*traffic light*).

Lampu lalu lintas adalah lampu yang mengendalikan arus lalu lintas yang dipasang dipersimpangan jalan, tempat penyeberangan pejalan kaki (*zebra cross*), dan tempat arus lalu lintas lainnya. Lampu ini menandakan waktu kendaraan harus berjalan dan berhenti secara bergantian dari berbagai arah. Lampu lalu lintas yang disediakan dipersimpangan jalan mempunyai beberapa tujuan antara lain menghindari hambatan karena adanya perbedaan arus jalan bagi pergerakan

kendaraan, memfasilitasi pejalan kaki agar dapat menyebrang dengan aman dan mengurangi tingkat kecelakaan yang diakibatkan oleh tabrakan karena perbedaan arus jalan. Karena fungsinya yang begitu penting maka lampu lalu lintas harus dapat dikendalikan atau dikontrol dengan semudah mungkin demi memperlancar arus lalu lintas di suatu persimpangan jalan.

Sebagian besar pengaturan lampu lalu lintas (*traffic light*) pada saat ini masih kurang optimal karena pada persimpangan jalan banyak ditemui lampu lalu lintas (*traffic light*) dengan durasi lampu hijau yang singkat dan lampu merah yang lama. Hal ini menyebabkan terjadinya peningkatan antrian kendaraan pada persimpangan tersebut.

Teori graf merupakan pokok bahasan yang mempunyai manfaat besar dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu bagian dari teori graf adalah pewarnaan graf. Ada tiga macam pewarnaan graf, yaitu pewarnaan simpul (*vertex*), pewarnaan sisi (*edge*) dan pewarnaan wilayah (*region*). Salah satu upaya untuk mengoptimalkan pengaturan lampu lalu lintas (*traffic light*) pada persimpangan jalan adalah dengan pewarnaan titik. Ada tiga algoritma yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah pewarnaan titik berdasarkan urutan titik yang akan diwarnai yaitu algoritma *Largest Degree Ordering (LDO)*, *Saturated Degree Ordering (SDO)*, dan *Incident Degree Ordering (IDO)*.

Algoritma LDO, SDO, dan IDO adalah suatu teknik untuk memilih titik awal dan selanjutnya yang akan diwarnai. Algoritma LDO merupakan algoritma yang bekerja berdasarkan pada derajat dari setiap titik. Titik yang memiliki derajat yang lebih besar diwarnai terlebih dahulu. Derajat titik x ditulis $d(x)$, menyatakan

banyaknya sisi yang terkait pada titik x . Salah satu algoritma pewarnaan graf yang bekerja berdasarkan teknik LDO adalah Algoritma *Welch-Powell*. Berdasarkan hasil pengujian algoritma LDO, SDO, dan IDO bahwa tidak ada satupun yang bisa ditetapkan sebagai algoritma terbaik dalam menghasilkan jumlah warna minimum. Namun berdasarkan langkah dari masing-masing algoritma, langkah algoritma LDO lebih sederhana dibandingkan dengan algoritma SDO dan IDO. Algoritma SDO dan IDO lebih rumit karena derajat saturasi dan derajat *incident* harus dihitung pada setiap langkah algoritma sampai semua titik selesai diwarnai, sehingga dalam menjalankan algoritma SDO dan IDO lebih memerlukan banyak waktu dibandingkan algoritma LDO.

Penyelesaian masalah *traffic light* menggunakan algoritma *Welch-Powell* akan menghasilkan arus-arus yang dapat berjalan bersamaan, selain itu juga diperoleh alternatif durasi siklus baru. Efektifitas pengaturan lampu lalu lintas yang baru diukur dari seberapa besar peningkatan durasi total durasi lampu hijau dan penurunan total durasi lampu merah dibandingkan dengan data sekunder yang telah diperoleh dalam satu siklus.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui pengaturan sistem *traffic light* menggunakan pewarnaan titik dengan algoritma *Welch-Powell*.
2. Mengetahui tingkat efektifitas pengaturan sistem *traffic light* menggunakan pewarnaan titik dengan algoritma *Welch-Powell*

dibandingkan dengan pengaturan sistem *traffic light* yang terjadi dilapangan.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memperkaya pengetahuan tentang teori graf dan penerapannya pada pewarnaan titik untuk optimalisasi pengaturan *traffic light* .
2. Sebagai referensi untuk penelitian yang akan datang tentang teori graf.
3. Sebagai solusi atau masukan bagi Dinas Perhubungan Kabupaten Serang untuk mengurangi kemacetan yang sering terjadi pada Simpang 3 Parung dan Simpang 4 Ciruas dengan mengurangi waktu tunggu lampu merah menyala dan meningkatkan waktu tunggu lampu hijau menyala.

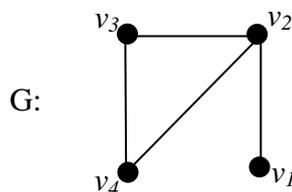
II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi Graf

Definisi 1:

Graf G adalah himpunan pasangan (V, E) , dimana V adalah himpunan yang tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, banyaknya unsur di V disebut orde, dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan E adalah himpunan pasangan tak berurut dari titik-titik berbeda di G yang disebut sisi, banyaknya unsur E disebut ukuran (*size*), yang dilambangkan dengan $q(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Berdasarkan definisi di atas, graf yang digunakan adalah graf yang tidak memiliki sisi rangkap ataupun *loop*. Sisi rangkap dari suatu graf adalah apabila terdapat dua titik yang dihubungkan oleh lebih dari satu sisi. Sedangkan *loop* adalah suatu sisi yang menghubungkan satu titik dengan dirinya sendiri.



Gambar 1. Graf G

Graf G tersebut memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ sebagai berikut:

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

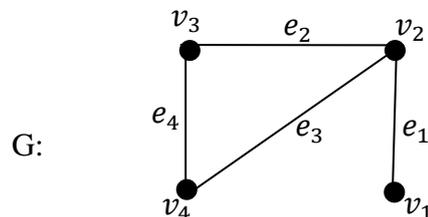
$$E(G) = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4)\}$$

Graf G mempunyai 4 titik sehingga orde G adalah $p = 4$. Graf G mempunyai 4 sisi sehingga ukuran G adalah $q = 4$.

Definisi 2:

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v , jika $e = (u, v)$ adalah sisi dari graf G , u dan v disebut bertetangga (*adjacent*), v dan e serta u dan e disebut menempel (*incident*), titik u dan v disebut ujung dari e (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Contoh:



Gambar 2. Contoh graf dengan titik-titik dan sisi yang menghubungkannya

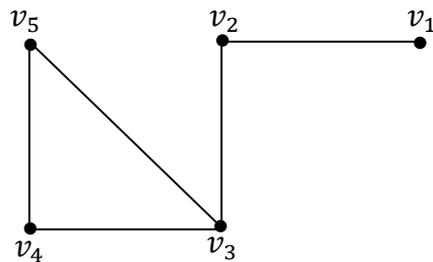
Berdasarkan gambar graf G di atas, maka titik v_1 dan v_2 , v_2 dan v_3 , v_2 dan v_4 , serta v_3 dan v_4 merupakan titik *adjacent*. Sisi e_1 menempel dengan titik v_1 dan v_2 , akan tetapi sisi e_1 tidak menempel dengan titik v_3 dan v_4 .

2.2 Derajat Titik

Definisi 3:

Derajat dari suatu titik v pada graf G adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v dan ditulis dengan $deg_G(v)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Apabila dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G , maka tulisan $deg_G(v)$ disingkat menjadi $deg(v)$. Sebagai contoh, perhatikan gambar berikut:



Gambar 3. Graf G dengan $deg_G(v_1) = 1, deg_G(v_2) = 2, deg_G(v_3) = 3,$
 $deg_G(v_4) = 2, deg_G(v_5) = 2$

Graf G memiliki titik $p = 5$ dan sisi $q = 5$. Jika semua derajat titiknya

dijumlahkan maka diperoleh:

$$deg_G(v_1) + deg_G(v_2) + deg_G(v_3) + deg_G(v_4) + deg_G(v_5) = 1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 10 = 2 \times 5 = 2q$$

Kenyataan bahwa jumlah derajat suatu titik yang hasilnya sama dengan dua kali banyaknya sisi ini berlaku umum semua graf. Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam graf G dengan banyak sisi (q), dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema 1:

Jika G adalah graf dengan order p , size q dan $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$. Maka

$$\sum_{i=1}^p \deg_G(v_i) = 2q \text{ (Chartrand dan Lesniak, 1986).}$$

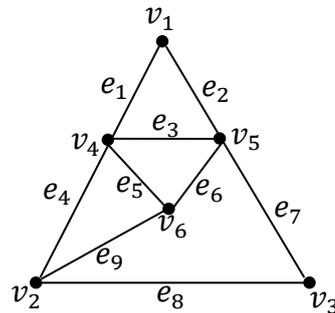
Bukti:

Setiap menghitung derajat suatu titik di G , maka suatu sisi dihitung sekali. Karena setiap sisi menghubungkan dua titik yang berbeda maka ketika menghitung derajat semua titik, sisi akan terhitung 2 kali. Dengan demikian, akan diperoleh bahwa jumlah semua derajat titik di G sama dengan 2 kali jumlah sisi di G . Jadi terbukti bahwa derajat titik dari suatu graf G adalah 2 kali banyaknya sisi (Abdussakir, 2009).

2.3 Graf Terhubung**Definisi 4:**

Jalan (*walk*) $u-v$ di graf G adalah barisan berhingga (tak kosong) $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n = v$ yang dimulai dan diakhiri dengan titik berselang seling antara titik dan sisi, sedemikian sehingga untuk $0 \leq i \leq n$, dengan $e_i = v_{i-1}v_i$ adalah sisi dari G , v_0 disebut titik awal, v_n disebut titik akhir dan $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n-1}$ disebut titik interval. Sedangkan n menyatakan panjang dari W (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Sebagai contoh, perhatikan gambar berikut:



Gambar 4. Graf H

Berdasarkan Gambar 4 contoh suatu jalan (*walk*) adalah

$W = \{v_1, e_2, v_5, e_3, v_4, e_5, v_6, e_6, v_5\}$ dengan v_1 sebagai titik awal, v_5 sebagai titik akhir, dan v_4 sebagai titik interval.

Definisi 5:

Jalan $u-v$ yang semua sisinya berbeda (dilalui tepat satu kali) disebut *trail* $u-v$ (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Berdasarkan Gambar 4 diperoleh bahwa

$W = \{v_1, e_2, v_5, e_3, v_4, e_4, v_2, e_9, v_6, e_6, v_5, e_7, v_3\}$ merupakan *trail* di H karena semua sisinya dilalui tepat satu kali.

Definisi 6:

Jalan $u-v$ yang semua titiknya berbeda disebut lintasan (*path*) $u-v$ (Chartrand dan Lesniak, 1986).

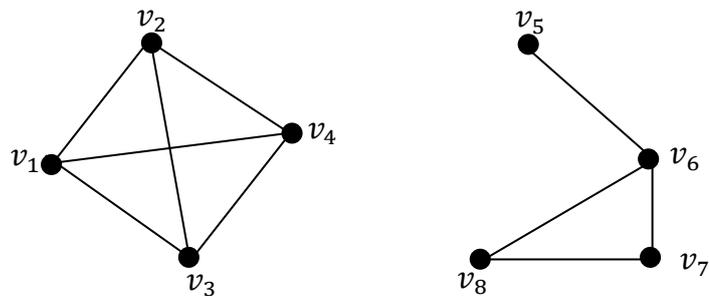
Berdasarkan Gambar 4 diperoleh bahwa

$W = \{v_1, e_2, v_5, e_3, v_4, e_4, v_2, e_9, v_6, e_6, v_5, e_7, v_3\}$ merupakan *path* di H karena semua titik dilalui tepat satu kali.

Definisi 7:

Graf G dikatakan graf terhubung jika terdapat paling sedikit satu *path* atau lintasan yang menghubungkan setiap dua titik graf tersebut, jika tidak graf tersebut tidak terhubung. Graf tak terhubung akan terdiri dari dua atau lebih graf terhubung (Deo, 1989).

Contoh:



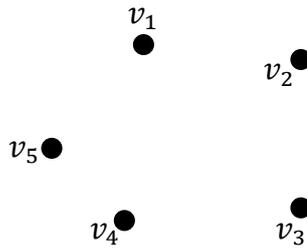
Gambar 5. Graf Terhubung dan Graf Tidak Terhubung

2.4 Jenis – jenis Graf

1. Graf Nol atau Graf Kosong

Graf nol adalah graf yang tidak memiliki sisi. Graf nol dengan n titik dinotasikan dengan N_n . Suatu graf boleh tidak mempunyai sisi, akan tetapi harus memuat paling sedikit satu titik (Munir, 2009).

Contoh:

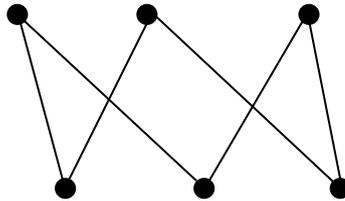


Gambar 6. Graf nol dengan 5 titik

2. Graf Teratur

Graf teratur adalah graf yang setiap titiknya berderajat sama. Apabila derajat setiap titik adalah r maka graf tersebut dinamakan graf teratur berderajat r (Munir, 2005).

Contoh:

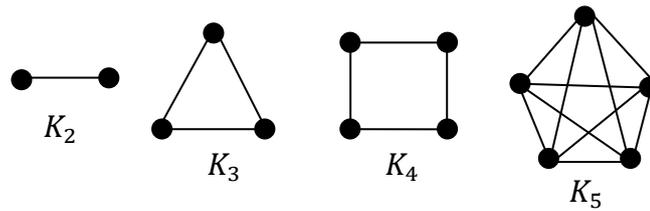


Gambar 7. Contoh Graf Teratur

3. Graf Lengkap

G disebut graf lengkap jika setiap pasangan titik v_i dan v_j di G terdapat sisi yang menghubungkannya. Graf lengkap dengan n titik dinotasikan dengan K_n . Setiap titik di K_n berderajat $n - 1$. Banyaknya sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n titik adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ (Siang, 2002).

Contoh:

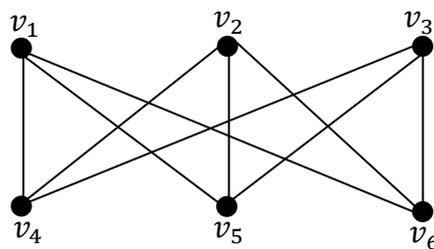


Gambar 8. Graf Lengkap K_2, K_3, K_4, K_5

4. Graf Bipartit

Suatu graf $G(V, E)$ dikatakan graf bipartit jika himpunan *vertex*nya dapat dibagi menjadi dua himpunan V_1 dan V_2 sedemikian sehingga setiap *edge* pada graf tersebut menghubungkan suatu *vertex* di V_1 dengan *vertex* di V_2 . Dengan perkataan lain $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, $V = V_1 \cup V_2$, $E = \{e_{ij}: i \in V_1 \text{ dan } j \in V_2\}$ (Wilson and Watkins, 1990).

Contoh:



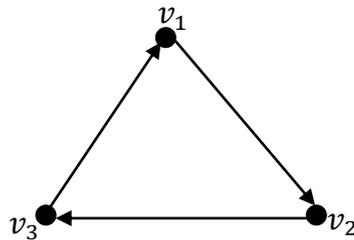
Gambar 9. Graf Bipartit $K_{3,3}$

5. Graf Berarah

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut graf berarah. Pada graf berarah, (u, v) dan (v, u) menyatakan dua busur yang berbeda. Untuk busur (u, v) , titik u dinamakan titik asal (*initial vertex*) dan titik v dinamakan titik terminal (*terminal vertex*). Sedangkan graf yang tidak mempunyai orientasi arah disebut

graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan (Munir, 2005).

Contoh:



Gambar 10. Graf Berarah

Pada graf berarah, derajat titik dinyatakan dengan:

$deg_{in}(v)$ = derajat masuk (*in degree*) = banyaknya busur yang masuk ke titik v ,

$deg_{out}(v)$ = derajat keluar (*out degree*) = banyaknya busur yang keluar dari titik

v (Munir, 2005).

Dan $deg(v) = deg_{in}(v) + deg_{out}(v)$

Derajat tiap titik pada gambar graf berarah di atas adalah:

$$deg_{in}(v_1) = 1 \quad ; \quad deg_{out}(v_1) = 1$$

$$deg_{in}(v_2) = 1 \quad ; \quad deg_{out}(v_2) = 1$$

$$deg_{in}(v_3) = 1 \quad ; \quad deg_{out}(v_3) = 1$$

Sehingga:

$$deg(v_1) = deg_{in}(v_1) + deg_{out}(v_1) = 1 + 1 = 2$$

$$deg(v_2) = deg_{in}(v_2) + deg_{out}(v_2) = 1 + 1 = 2$$

$$deg(v_3) = deg_{in}(v_3) + deg_{out}(v_3) = 1 + 1 = 2$$

2.5 Penyajian Graf dengan Matriks

Sebarang graf G berkorespondensi dengan suatu matriks berukuran $n \times n$ yang disebut matriks ketetanggaan dari G . Matriks ketetanggaan $A(G) = [a_{ij}]$, di mana a_{ij} adalah banyak sisi yang terkait dengan pasangan titik v_i dan v_j .

Matriks ketetanggaan graf G pada Gambar 1 adalah:

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Angka-angka pada baris pertama yaitu 0, 1, 0, dan 0 secara berurutan menyatakan banyak sisi yang terkait antara pasangan titik-titik v_1 dengan v_1 , v_1 dengan v_2 , v_1 dengan v_3 , dan v_1 dengan v_4 .

2.6 Pewarnaan pada Graf

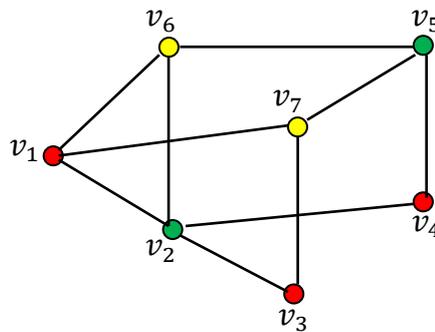
Pewarnaan pada graf dibedakan menjadi tiga, yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan wilayah.

1. Pewarnaan Titik (*Vertex Colouring*)

Pewarnaan titik dari graf G adalah sebuah proses pemberian warna pada titik-titik suatu graf sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga pada graf tersebut berwarna sama. Graf G berwarna n jika terdapat sebuah pewarnaan dari G yang menggunakan n warna (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Dalam pewarnaan titik erat kaitannya dengan penentuan bilangan kromatik, yaitu masalah menentukan banyak warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai titik-titik pada graf sehingga dua titik yang terhubung langsung mempunyai warna yang berbeda. Bilangan kromatik (*chromatic number*) dari graf G , dinyatakan dengan $\chi(G)$, adalah bilangan n terkecil sehingga G dapat diwarnai dengan n warna. Biasanya warna-warna yang digunakan untuk mewarnai suatu graf dinyatakan dengan $1, 2, 3, \dots, n$, jelas bahwa $\chi(G) \leq |V(G)|$ (Purwanto, 1998).

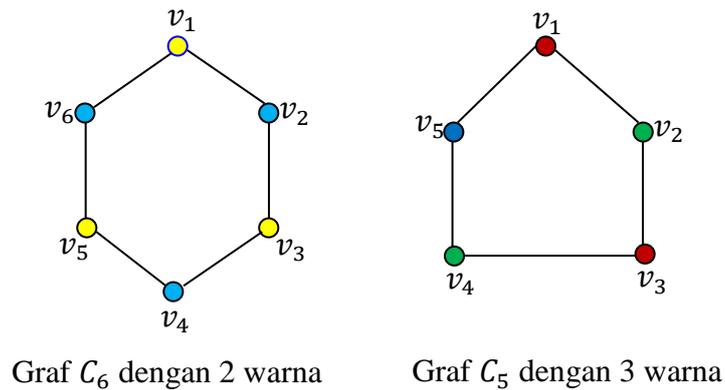
Contoh:



Gambar 11. Graf dengan 3 warna

Dari Gambar 11 dapat dilihat graf G dapat diwarnai dengan 3 warna. Jadi bilangan kromatik graf G adalah 3, ditulis $\chi(G) = 3$. Suatu siklus dengan titik berjumlah genap mempunyai bilangan kromatik 2, sedangkan untuk siklus dengan titik berjumlah ganjil mempunyai bilangan kromatik 3 (Sutarno, 2003).

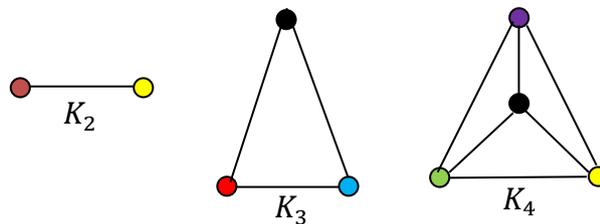
Contoh:



Gambar 12. Graf C_n dengan 2 warna dan 3 warna

Graf lengkap dengan n titik (K_n) mempunyai bilangan kromatik n karena setiap titik pada graf tersebut bertetangga dengan titik lain, sehingga tidak mungkin graf K_n dapat diwarnai dengan sejumlah warna yang kurang dari n .

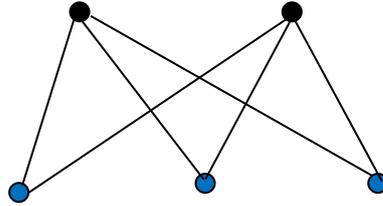
Contoh:



Gambar 13. Graf lengkap yang telah diwarnai

Sebuah graf bipartisi (X,Y) mempunyai bilangan kromatik 2. Titik – titik pada himpunan X tidak saling bertetangga, begitu juga pada himpunan Y . Oleh karena itu, titik – titik pada himpunan X dapat diwarnai dengan warna pertama dan titik – titik pada himpunan Y diwarnai dengan warna kedua.

Contoh:

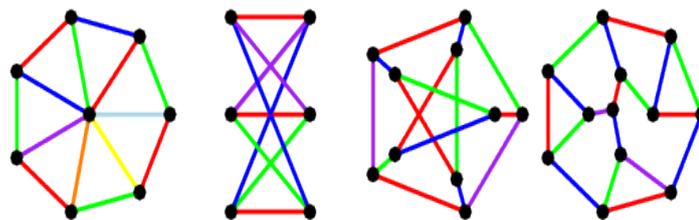


Gambar 14. Graf $K_{2,3}$ yang telah diwarnai

2. Pewarnaan Sisi (*Edge Colouring*)

Suatu pewarnaan sisi k untuk graf G adalah suatu penggunaan sebagian atau semua k warna untuk mewarnai semua sisi di G sehingga setiap pasang sisi yang mempunyai titik persekutuan diberi warna yang berbeda. Jika G mempunyai pewarnaan sisi n , maka dikatakan sisi-sisi di G diwarnai dengan n warna. Indeks kromatik G dinotasikan dengan $\chi'(G)$ adalah dengan bilangan n terkecil sehingga sisi di G dapat diwarnai dengan n warna (Purwanto, 1998).

Contoh:



Gambar 15. Pewarnaan Sisi

3. Pewarnaan Wilayah (*Region Colouring*)

Pewarnaan wilayah merupakan pemberian warna pada setiap wilayah pada suatu graf sehingga tidak ada wilayah yang bersebelahan yang memiliki warna yang sama. Pewarnaan wilayah ini diterapkan pada pewarnaan peta. Pada pewarnaan peta, diberikan warna yang berbeda pada setiap wilayah yang saling bersebelahan. Dalam mengerjakan pewarnaan wilayah dapat digunakan prinsip pewarnaan simpul pada graf. Tiap wilayah pada peta dinyatakan sebagai titik graf. Sedangkan sisi menyatakan terdapat dua wilayah yang berbatasan langsung atau disebut juga bertetangga.

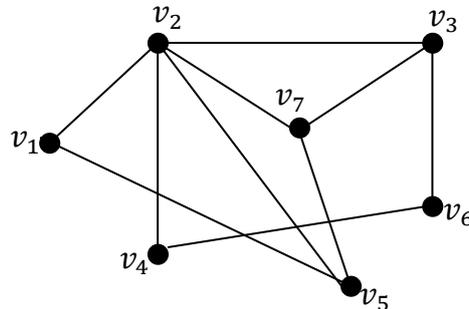
2.7 Algoritma *Welch-Powell*

Algoritma *Welch-Powell* merupakan salah satu algoritma pewarnaan graf yang melakukan pewarnaan berdasarkan derajat tertinggi dari titik-titiknya atau disebut *Largest Degree Ordering (LDO)*. Menurut Munir (2007), algoritma *Welch-Powell* adalah sebagai berikut:

1. Urutkan titik-titik dari graf G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karena beberapa titik mungkin berderajat sama).
2. Gunakan satu warna untuk mewarnai titik pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan titik-titik lain (dalam urutan yang berurut) yang tidak bertetangga dengan titik pertama ini.
3. Mulai lagi dengan titik derajat tertinggi berikutnya didalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan titik dengan menggunakan warna kedua.

4. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua titik telah diwarnai.

Sebagai contoh:



Gambar 16. Graf G yang belum diwarnai

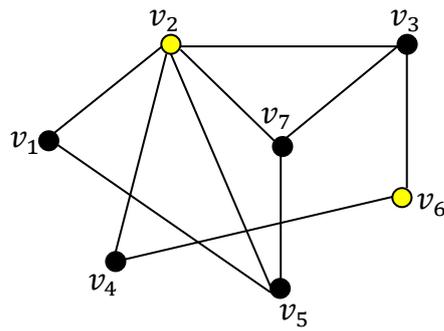
Langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

1. Jumlah titik graf G pada Gambar 16 adalah 7. Urutan titik dari derajat yang tertinggi hingga yang terendah, seperti pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Derajat titik graf G

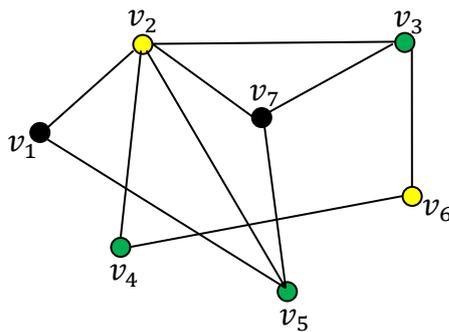
Titik	v_2	v_3	v_5	v_7	v_1	v_4	v_6
Derajat Titik	5	3	3	3	2	2	2

2. Karena v_2 mempunyai derajat tertinggi, maka titik v_2 dapat diwarnai dengan warna kuning, kemudian titik v_6 yang tidak saling *adjacent* dengan v_2 juga diwarnai kuning.



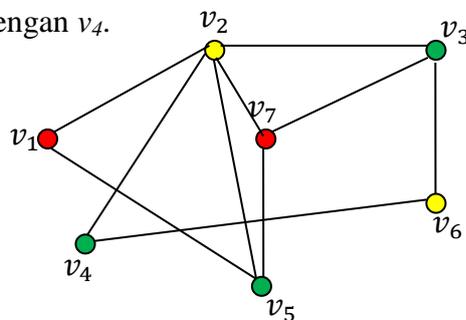
Gambar 17. Pewarnaan Pertama

3. Selanjutnya mewarnai titik v_3 yang merupakan titik dengan derajat tertinggi berikutnya dengan warna hijau, dan v_4, v_5 yang tidak bertetangga dengan v_3 juga diwarnai hijau.



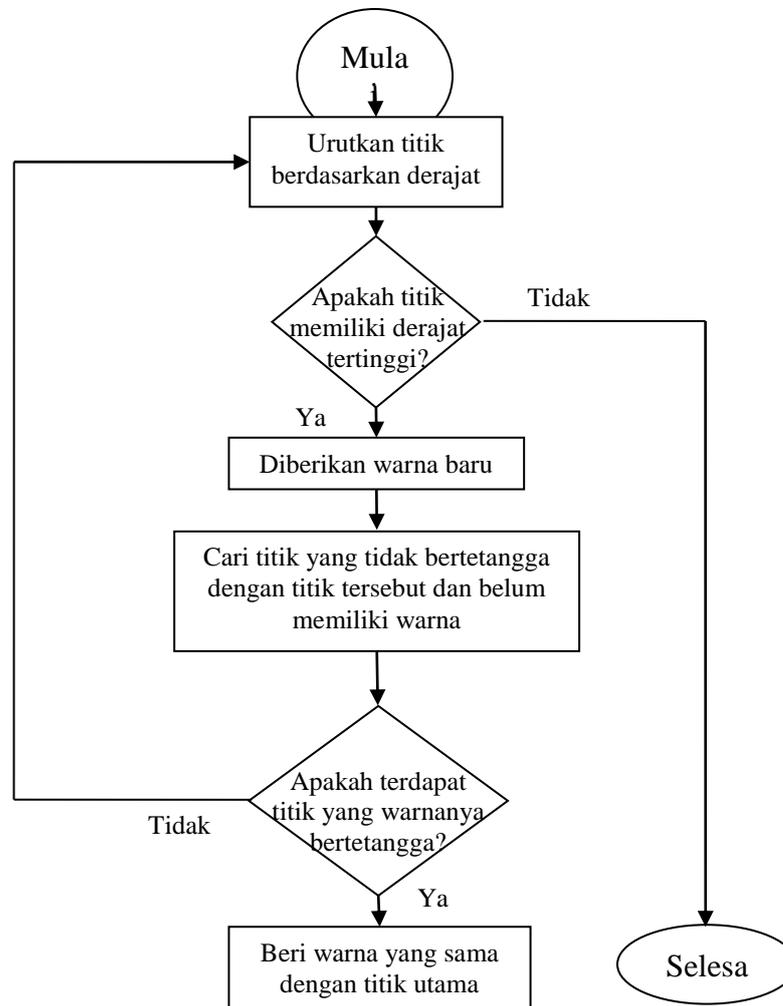
Gambar 18. Pewarnaan Kedua

4. Langkah berikutnya mewarnai titik v_7 sebagai titik dengan derajat tertinggi berikutnya dengan warna merah begitu juga dengan titik v_1 yang tidak bertetangga dengan v_4 .



Gambar 19. Pewarnaan Terakhir

2.8 Diagram Alur (*Flowchart*)



Gambar 20. *Flowchart* Algoritma Welch-Powell

2.9 Aplikasi Pewarnaan Titik pada *Traffic Light* di Persimpangan Jalan

Traffic light yang tersedia di persimpangan jalan mempunyai beberapa tujuan antara lain menghindari hambatan karena adanya perbedaan arus jalan bagi pergerakan kendaraan, memfasilitasi pejalan kaki agar dapat menyebrang dengan aman dan mengurangi tingkat kecelakaan yang diakibatkan oleh tabrakan karena

perbedaan arus jalan. Namun *traffic light* juga memiliki beberapa permasalahan yang perlu diselesaikan, salah satunya pengaturan durasi lampu merah dan lampu hijau. Permasalahan ini dapat dikaji pengaturannya menggunakan prinsip pewarnaan titik.

Adapun langkah-langkah aplikasi pewarnaan titik pada *traffic light* di persimpangan jalan adalah sebagai berikut:

1. Mentransformasikan persimpangan jalan beserta arusnya ke bentuk graf. Titik merepresentasikan arus dan garis merepresentasikan arus-arus yang *uncompetible*, artinya arus-arus yang tidak boleh berjalan bersamaan, yang selanjutnya titik-titik tersebut saling dihubungkan.
2. Mewarnai setiap titik pada graf dengan menggunakan algoritma *Welch-Powell*. Selain untuk mengetahui arus mana saja yang bisa berjalan bersamaan, diperoleh juga jumlah bilangan kromatik yang akan bermanfaat pada tahap berikutnya.
3. Menentukan alternatif penyelesaian durasi lampu hijau dan lampu merah menyala dengan siklus waktu tertentu, caranya dengan membagi satu siklus yang terdiri dari total durasi lampu merah dan lampu hijau menyala dengan bilangan kromatik yang telah diperoleh dari langkah 2, hasil pembagiannya menunjukkan durasi lampu hijau dan lampu merah menyala. Adapun durasi siklus waktu pada setiap persimpangan yang diteliti merujuk pada data sekunder dari Dinas Perhubungan Kabupaten Serang.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini akan dilaksanakan pada semester ganjil tahun akademik 2018/2019 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Adapun metode penelitian yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah:

1. Mempelajari konsep dasar graf.
2. Mempelajari konsep pewarnaan titik dengan algoritma *Welch-Powell*.
3. Mempelajari konsep pengaplikasian pewarnaan titik pada masalah *traffic light*.
4. Studi kasus pada data durasi waktu lampu merah dan lampu hijau menyala pada Simpang 3 Parung dan Simpang 4 Ciruas di Kabupaten Serang.
5. Merepresentasikan masalah ke dalam bentuk graf.
6. Penerapan algoritma *Welch-Powell* untuk mencari bilangan kromatik.
7. Membandingkan hasil perhitungan dengan data dari Dinas Perhubungan Kabupaten Serang dan mencari nilai efektifitasnya.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penjelasan yang telah diuraikan sebelumnya, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Pewarnaan titik dengan algoritma *Welch-Powell* dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan perhitungan durasi waktu pada *traffic light*. Langkah yang ditempuh yaitu dengan mentransformasikan persimpangan jalan beserta arusnya ke bentuk graf. Titik merepresentasikan arus dan garis merepresentasikan arus yang *uncompatible*. Selanjutnya mewarnai titik pada graf dengan algoritma *Welch-Powell* untuk mengetahui arus yang berjalan bersamaan dan memperoleh bilangan kromatik yang berfungsi untuk menentukan alternatif penyelesaian durasi waktu *traffic light*.
2. Hasil perhitungan tingkat keefektivitasan pada simpang 3 Parung yaitu durasi lampu hijau menyala meningkat sebesar 10.73% dan lampu merah menurun sebesar 4.62% sedangkan pada simpang 4 Ciruas durasi lampu hijau menyala meningkat sebesar 27.84% dan lampu merah menurun sebesar 7.26% bahwa tingkat keefektivitasan lebih baik dari data sekunder sehingga perhitungan tersebut tepat jika diterapkan pada simpang 3 Parung dan simpang 4 Ciruas.

3. Sebagai solusi baru untuk Dinas Perhubungan Kabupaten Serang dalam mengurangi kemacetan khususnya yang sering terjadi pada simpang 3 Parung dan simpang 4 Ciruas.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menambahkan program komputer agar penyelesaian masalah pewarnaan titik pada *traffic light* menjadi lebih singkat.
2. Penelitian selanjutnya dapat menggunakan alternatif algoritma lain untuk menyelesaikan masalah pewarnaan titik.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. 2009. *Teori Graf*. UIN Malang Press, Malang.
- Chartrand, G. and Lesniak. 1986. *Graph and Digraphs*. Greg Hubit Bookwords, California.
- Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc, New York.
- Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit*. Informatika, Bandung.
- Munir, R. 2009. *Matematika Diskrit*. Edisi 3. Informatika, Bandung.
- Nugroho, A.D. 2008. Analisis Penerapan Belok Kiri Langsung Terhadap Tundaan Lalu Lintas pada Pendekat Persimpangan Bersinyal. Tesis. Program Magister Teknik Sipil Universitas Diponegoro, Semarang.
- Purwanto. 1998. *Teori Graph*. IKIP Malang Press, Malang.
- Siang, J.J. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. ANDI Yogyakarta, Yogyakarta.
- Sutarno, H., Priatna, N. and Nurjanah. 2003. *Matematika Diskrit*. Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.
- Wilson, R.J. and Watkins, J.J. 1990. *Graph and Introductory Approach*. Open University Course, Singapore.