

SPATIAL SCAN STATISTICS DENGAN MODEL POISSON

(Skripsi)

Oleh

Anggun September



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRACT

SPATIAL SCAN STATISTICS WITH POISSON MODEL

By

Anggun September

A region often experiences a certain event with different intensity of events. The method that can detect areas that have the highest event intensity is Spatial Scan Statistics. The highest intensity of events is referred to as a hotspot for an event. Hotspot is obtained from a ratio (rate) of observed events. In this study, the determination of hotspots was done by Spatial Scan Statistics uses the Poisson model. The empirical study is done with SaTScan software using the number of crime cases in the Lampung Tengah Regency for three years. The results showed that hotspot of crime cases in Lampung Tengah Regency are in the Terusan Nunyai, Seputih Mataram, and Terbanggi Besar.

Kata Kunci: *Spatial Scan Statistics, Hotspot, Poisson Distribution, Ratio Likelihood Test.*

ABSTRAK

SPATIAL SCAN STATISTICS DENGAN MODEL POISSON

Oleh

Anggun September

Suatu wilayah sering kali mengalami suatu kejadian tertentu dengan intensitas kejadian yang berbeda-beda. Metode yang dapat mendeteksi wilayah yang memiliki intensitas kejadian yang paling tinggi adalah *Spatial Scan Statistics*. Intensitas kejadian yang paling tinggi disebut sebagai *hotspot* dari sebuah kejadian. *Hotspot* diperoleh dari suatu rasio (*rate*) dari kejadian yang diamati. Pada penelitian ini, penentuan *hotspot* dilakukan dengan *Spatial Scan Statistics* model Poisson. Kajian secara empiris dilakukan dengan bantuan aplikasi SaTScan menggunakan data Jumlah Kasus Tindak Pidana di Kabupaten Lampung Tengah selama kurun waktu tiga tahun. Hasil penelitian menunjukkan bahwa *hotspot* kasus tindak pidana di Kabupaten Lampung Tengah terdapat pada Kecamatan Terusan Nunyai, Seputih Mataram, dan Terbanggi Besar.

Kata Kunci: *Spatial Scan Statistics, Hotspot, Distribusi Poisson, Ratio Likelihood Test.*

SPATIAL SCAN STATISTICS DENGAN MODEL POISSON

**Oleh
Anggun September**

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS**

**Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

Judul Skripsi : **SPATIAL SCAN STATISTICS DENGAN
MODEL POISSON**

Nama Mahasiswa : *Anggun September*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031190

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



1. Komisi Pembimbing

[Signature]
Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP 19800502 200501 2 003

[Signature]
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

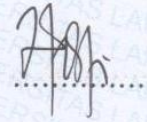
2. Ketua Jurusan Matematika

[Signature]
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

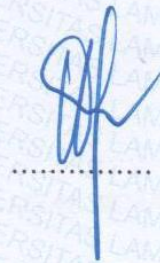
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

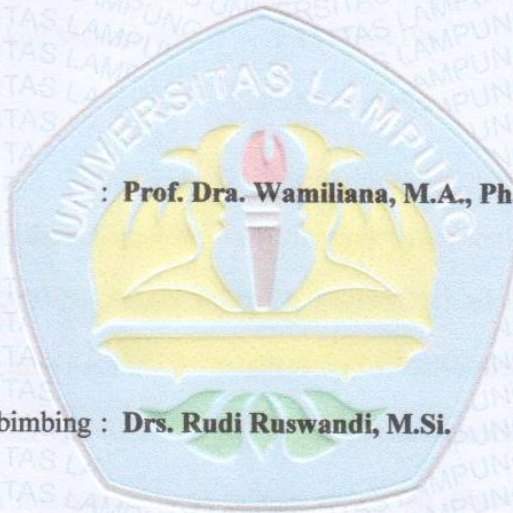
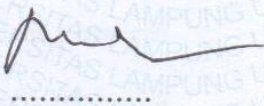
Ketua : Widiarti, S.Si., M.Si.



Sekretaris : Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.



**Penguji
Bukan Pembimbing : Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 13 Mei 2019

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Anggun September

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031190

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul "*SPATIAL SCAN STATISTICS DENGAN MODEL POISSON*" adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 13 Mei 2019
Penulis



Anggun September
NPM. 1517031190

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Banyuasin pada tanggal 7 September 1997, sebagai anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Misgunadi dan Ibu Nuridah.

Penulis telah menempuh Pendidikan di Sekolah Dasar Negeri (SDN) 6 Mariana Kabupaten Musi Banyuasin tahun 2003-2005, kemudian melanjutkan Sekolah Dasar Negeri (SDN) 006 Teluk Sasah Kabupaten Bintan tahun 2005-2009, Sekolah Menengah Pertama Negeri (SMPN) 16 Bintan tahun 2009-2012, dan Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) 5 Bintan pada 2012-2015.

Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai Mahasiswi Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Afirmasi Pendidikan Tinggi Bagi Putra-Putri Daerah 3T. Selama menjadi mahasiswi, penulis bergabung di Generasi Muda Matematika (GEMATIKA) periode 2015-2016, pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai anggota Biro Kesekretariatan periode 2016, anggota Departemen Hubungan Luar dan Pengabdian Masyarakat BEM FMIPA Unila 2016, anggota Departemen Pemberdayaan Wanita BEM FMIPA Unila 2017, dan sekretaris Departemen Pemberdayaan Wanita BEM FMIPA Unila 2018.

Pada bulan Januari sampai dengan Februari 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik Kabupaten Bintan guna menerapkan ilmu yang telah diperoleh sewaktu kuliah. Pada bulan Juli sampai dengan Agustus 2018 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) Kebangsaan di Desa Braja Indah, Kecamatan Braja Selehah, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

Dan Allah mengeluarkan kamu dari perut Ibumu dalam keadaan tidak mengetahui sesuatu pun, dan Dia memberi kamu pendengaran, penglihatan, dan hati, agar kamu bersyukur.

(QS: An Nahl, 78)

Maukah kau kuberi rumus Kesuksesan?

Cukup Sederhana!

Gandakan kemungkinan kegagalanmu.

Buat Sebanyak mungkin. Dari situ akan kau temukan Kesuksesan.

(Thomas L. Weston)

Hiduplah seperti kamu akan mati esok dan berbahagialah seperti kamu akan hidup selamanya

(B.J. Habibie)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT
ku persembahkan karya kecil sangat sederhana ini kepada:

Ayahku Misgunadi & Bundaku Nuridah

Terima kasih Ayah, Bunda yang telah mengasih dan menyayangiku dengan penuh rasa tulus dan telah berjuang dengan ikhlas, tak kenal lelah dan waktu. Senantisa berdoa di setiap jejak langkah kakiku dan memberiku semangat ketika saat-saat diriku mulai merasa gentar melewati ini semua.

Adikku Imel Lauren

Terima kasih telah memberi semangat dan doa yang tulus. Mungkin karya ini tak sebanding dengan pengorbanan yang telah kamu lakukan. Kamu adalah motivasi tersesar dalam hidupku, karena aku ingin baiknya diriku maka lebih baik lagi dirimu.

SANWACANA

Alhamdulillah puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam semoga tetap tercurah kepada junjungan alam Nabi Muhammad SAW, penuntun jalan bagi seluruh umat manusia. Skripsi yang berjudul “*Spatial Scan Statistics* dengan Model Poisson” adalah salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Universitas Lampung. Dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing pertama yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis sehingga penulis mendapatkan banyak pengajaran serta dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., selaku penguji atas saran dan kritik yang diberikan bagi skripsi ini.
4. Bapak Dr. Muslim Ansori, M.Si., selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ayah dan Bunda yang tercinta yang selalu membawa nama penulis dalam setiap doanya, selalu memberi dukungan, kepercayaan, motivasi dan kasih sayang yang tulus kepada penulis.
8. Adik tersayang Imel Lauren atas dukungannya selama ini, yang mendoakan penulis agar cepat menyelesaikan tugas-tugasnya.
9. Iza, Anas, Wilda, Dhenty, Riza, Ulfa, Liza, Pipin, Selvi, Andi atas dukungan dan persahabatan yang indah, pimpinan BEM FMIPA Unila 2018 beserta anggota, dan teman-teman KKN Kebangsaan (Bang Rabbi UNJ, Iman UNP, Syarif UNY, Frisma UPN-Jatim, Avina UTU, Liza POLINELA).
10. Keluarga HIMATIKA beserta seluruh pihak yang telah memotivasi, membantu, dan mendoakan penulis.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini memiliki ketidak sempurnaan. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua , terkhusus bagi yang membaca. Akhir kata penulis mengucapkan terima kasih.

Bandar Lampung, 13 Mei 2019
Penulis,

Anggun September
NPM. 1517031190

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR GAMBAR	xvii
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	4
II. LANDASAN TEORI	
2.1 Peubah Acak	5
2.2 Data Spasial	6
2.3 Distribusi Poisson	7
2.4 Proses Poisson.....	8
2.5 Proses Poisson Non-homogen.....	9
2.6 <i>Spatial Scan Statistics</i>	9
2.7 <i>Scanning Window</i>	13
2.8 <i>Maximum Likelihood Estimation</i>	17
2.9 <i>Likelihood Ratio Test</i>	18
2.10 Uji Signifikansi Berdasarkan Pengujian Hipotesis Monte Carlo	19
2.11 <i>p_{value}</i> dalam Pengujian Hipotesis.....	21

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1	Waktu dan Tempat Penelitian	24
3.2	Data Penelitian	24
3.3	Metode Penelitian.....	25

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Penentuan Rasio <i>Likelihood</i> pada <i>Scanning Window</i>	28
4.2	Penerapan <i>Spatial Scan Statistics</i> pada Data Kasus Tindak Pidana di Kabupaten Lampung Tengah	35

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Pendefinisian Jenis Kesalahan pada Pengujian Hipotesis	22
2. Data Jumlah Kasus Tindak Pidana di Kabupaten Lampung Tengah.....	36
3. Pembentukan <i>Scanning Window</i>	40
4. Hasil Pembentukan <i>Scanning Window</i>	41

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. <i>Study area, sub-region, titik pusat koordinat sub-region, dan circular window</i>	11
2. <i>Study area</i>	15
3. Jarak dari <i>sub-region</i> 1 ke <i>sub-region</i> lainnya.....	15
4. Pembentukan <i>scanning window</i>	16
5. Diagram alir <i>spatial scan statistics</i>	27
6. Pengujian distribusi Poisson	37
7. Kecamatan yang berpotensi membentuk <i>scanning window</i>	38
8. <i>Scanning window</i> pertama	38
9. <i>Scanning window</i> yang terbentuk	41
10. Daerah calon <i>hotspot</i>	42
11. <i>Hotspot</i> kasus tindak pidana di Kabupaten Lampung Tengah.....	43

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Suatu wilayah sering kali mengalami suatu kejadian tertentu. Biasanya setiap wilayah memiliki intensitas kejadian yang berbeda-beda. Untuk mendeteksi wilayah yang memiliki intensitas kejadian yang paling tinggi dapat menggunakan metode statistika yaitu *Spatial Scan Statistics*. *Spatial scan statistics* mendeteksi intensitas kejadian pada wilayah yang signifikan secara statistik terhadap risiko kasus tertentu. Intensitas kejadian yang paling tinggi disebut dengan *Hotspot* atau kejadian luar biasa, aneh dan pengelompokan suatu kasus pada area kritis yang memiliki risiko tinggi (Patill dan Taillie, 2004). *Hotspot* erat kaitannya dengan lokasi yang berupa titik koordinat, sehingga untuk mengetahui dan mempelajari keberadaan *hotspot* dibutuhkan data spasial. *Hotspot* diperoleh dengan melakukan proses *scanning* pada sebuah *window* atau daerah yang diteliti.

Kulldorff dan Nagarwalla (1995) dan Kulldorff (1997) menyatakan bahwa *spatial scan statistics* membentuk jendela melingkar Z pada setiap pusat wilayah, dalam hal ini *spatial scan statistics* menggunakan jendela melingkar yang disebut *circular window*. Pada setiap pusat wilayah memiliki jari-jari lingkaran bervariasi dari nol hingga beberapa batas atas yang telah ditetapkan (sebagai standar, hingga 50% dari

total populasi tercakup) saat proses *scanning window*. Jika *scanning window* mencakup pusat suatu wilayah, maka seluruh wilayah tersebut termasuk ke dalam anggota *circular window*. *Circular window* yang terbentuk pada masing-masing wilayah memiliki ukuran yang berbeda-beda dan saling tumpang tindih. Kemudian, semua *circular window* yang terbentuk akan dipindai oleh metode *Spatial Scan Statistics* dengan melakukan uji statistik menggunakan rasio *likelihood* untuk jendela *Z*. Jendela *Z* yang mencapai rasio *likelihood* maksimum dikatakan sebagai calon *hotspot*. Kemudian dari calon *hotspot* yang terbentuk dipilih nilai rasio *likelihood* yang paling tinggi dan ditetapkan sebagai *hotspot*. *Spatial Scan Statistics* (Statistik Pemindai Spasial) dapat digunakan diberbagai bidang ilmu, seperti: bidang astronomi untuk mendeteksi pengelompokan kepadatan bintang, bidang ekologi kehutanan untuk mendeteksi pengelompokan jenis pohon tertentu, bidang kesehatan untuk mendeteksi pengelompokan daerah terjadi suatu penyakit.

Menurut BPS (2018 a), Kabupaten Lampung Tengah memiliki jumlah penduduk sebanyak 15,22% dari total penduduk yang ada di Provinsi Lampung, dengan luas daerah 21,01% dari seluruh luas Provinsi Lampung yang tercatat pada BPS Provinsi Lampung 2018. Hal tersebut dapat menyebabkan banyaknya terjadi suatu kejadian tertentu di Kabupaten Lampung Tengah. Penelitian ini difokuskan pada bidang sosial, yaitu untuk mendeteksi pengelompokan daerah *hotspot* suatu kasus tindak pidana. Tindak pidana merupakan suatu bentuk perilaku menyimpang yang selalu ada dan melekat pada setiap bentuk masyarakat, dalam arti bahwa tindak pidana akan selalu ada seperti penyakit dan kematian yang selalu berulang seperti halnya dengan musim yang selalu berganti dari tahun ke tahun (Soesilo, 1981).

Pendeteksian *hotspot* pada kasus tindak pidana di Kabupaten Lampung Tengah ditentukan oleh tingkat tindak pidana pada suatu daerah, atau biasa disebut dengan *criminal rate*. *Criminal rate* adalah rasio terjadinya tindak pidana dalam populasi jumlah penduduk di suatu daerah. Misalkan A adalah tindak pidana yang terjadi di suatu daerah tertentu. Dalam penelitian ini, banyaknya tindak pidana $n(A)$ pada waktu (t) tertentu di setiap *sub-region* (dalam penelitian ini *sub-region* adalah kecamatan) mengikuti suatu proses Poisson non-homogen yang setiap banyaknya kejadian pada waktu (t) tertentu tidak akan mempengaruhi banyaknya kejadian di waktu berikutnya atau sebelumnya. Kemudian total $n(A)$ dari setiap *sub-region* mengikuti distribusi Poisson. Pendeteksian *hotspot* tersebut dilakukan dengan metode *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson dengan jendela pendeteksian berbentuk lingkaran (*circular window*).

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan rasio *likelihood* untuk setiap *scanning window* dari metode *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson dan mendeteksi *hotspot* suatu tindak pidana di Kabupaten Lampung Tengah dengan *Spatial Scan Statistics*.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah untuk memberikan wawasan statistika mengenai metode *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini, yaitu :

- *Scanning window* yang digunakan berbentuk lingkaran (*circular window*).
- *Scanning window* dibatasi tidak melebihi 50% dari jumlah populasi pada daerah yang diteliti (*study area*).
- Faktor-faktor yang mempengaruhi kejadian tidak diperhatikan.

II. LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas mengenai teori-teori yang berkaitan dengan metode yang digunakan penulis dalam penelitian.

2.1 Peubah Acak

Definisi 1

Menurut Hogg dan Craig (1995), misalkan sebuah percobaan acak dengan ruang sampel \mathcal{C} . Suatu fungsi X yang memetakan setiap elemen $c \in \mathcal{C}$ ke tepat satu dan hanya satu bilangan riil $X(c) = x$, disebut peubah acak. Domain x adalah himpunan bilangan riil $\mathcal{A} = \{x ; x = X(c), c \in \mathcal{C}\}$.

Misalkan X adalah peubah acak dengan ruang hasil \mathcal{A} . Jika anggota dari himpunan \mathcal{A} merupakan bilangan yang terhitung atau $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$, maka X disebut peubah acak diskrit, sedangkan jika anggota dari himpunan \mathcal{A} menyatakan dalam bentuk interval atau $\mathcal{A} = \{a < x < b\}$, maka X disebut peubah acak kontinu.

2.2 Data Spasial

Menurut Yousman (2004), data spasial adalah suatu data yang berorientasikan geografis dan memiliki sistem koordinat tertentu sebagai dasar referensinya. Sebagian besar data yang akan ditangani dalam Sistem Informasi Geografis merupakan data spasial yaitu data yang memiliki dua bagian penting yang membuatnya berbeda dari data yang lain, yaitu informasi lokasi (spasial) dan informasi deskriptif (atribut) yang dijelaskan sebagai berikut.

1. Informasi lokasi (spasial) merupakan informasi yang berkaitan dengan suatu koordinat baik koordinat geografis (*latitude and longitude*) maupun koordinat Cartesian XYZ, termasuk diantaranya sistem proyeksi.
2. Informasi deskriptif (atribut) atau informasi non-spasial merupakan informasi suatu lokasi yang memiliki beberapa keterangan yang berkaitan dengan lokasi tersebut, contohnya jenis vegetasi, populasi, luasan, kode pos, dan lain-lain.

Informasi lokasi milik objek spasial dapat dimasukkan ke dalam beberapa bentuk, seperti :

1. Titik (dimensi nol-*point*), yang merupakan representasi grafis atau geometri yang paling sederhana bagi objek spasial.
2. Garis (satu dimensi-*line* atau *polyline*), yang akan menghubungkan paling sedikit dua titik dan digunakan untuk merepresentasikan objek-objek yang berdimensi satu.
3. Poligon (dua dimensi-*area*), yang merepresentasikan objek-objek dua dimensi.
4. Permukaan (3D), yang setiap fenomena terkait fisik (spasial) memiliki lokasi dalam ruang.

Data spasial dapat direpresentasikan dalam dua format, yaitu :

1. Data vektor, yang merupakan bentuk bumi yang direpresentasikan ke dalam kumpulan garis, area (daerah yang dibatasi oleh garis yang berawal dan berakhir di titik yang sama), titik dan *nodes* (merupakan titik perpotongan antara dua buah garis).
2. Data raster, yang merupakan data yang dihasilkan dari sistem penginderaan jauh.

2.3 Distribusi Poisson

Menurut Taylor dan Karlin (1998), distribusi Poisson dengan parameter $\mu > 0$ dinyatakan dengan fungsi peluang

$$P_k = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Misalkan $X \sim$ Poisson seperti dalam Persamaan (1), maka

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^{\infty} k P_k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!} \\ &= \mu e^{-\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu^{k-1}}{(k-1)!} \\ &= \mu. \end{aligned} \quad (2)$$

Untuk menghitung varians, terlebih dahulu dihitung

$$\begin{aligned} E(X(X-1)) &= \sum_{k=2}^{\infty} k(k-1) P_k \\ &= \mu^2 e^{-\mu} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\mu^{k-2}}{(k-2)!} \\ &= \mu^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= E(X(X-1)) + E(X) \\
 &= \mu^2 + \mu.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Jadi

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \text{Var}(X) \\
 &= E(X^2) - E^2(X) \\
 &= \mu^2 + \mu - \mu^2 \\
 &= \mu
 \end{aligned} \tag{4}$$

2.4 Proses Poisson

Definisi 2

Menurut Taylor dan Kerlin (1998), sebuah proses Poisson dengan intensitas atau *rate* $\lambda > 0$ merupakan sebuah proses stokastik $\{X(t); t \geq 0\}$, dengan $X(t)$ berharga bulat, dan mempunyai ciri-ciri berikut.

1. Untuk saat-saat $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$, penambahan (*increments*) $X(t_1) - X(t_0)$, $X(t_2) - X(t_1)$, ..., $X(t_n) - X(t_{n-1})$, merupakan peubah-peubah acak independen.
2. Untuk $s \geq 0$ dan $t \geq 0$, peubah acak $X(s+t) - X(s)$ berdistribusi Poisson.

$$P\{X(s+t) - X(s)\} = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$$

3. $X(0) = 0$

Tentunya jika $X(t) \sim \text{Poisson}(\lambda)$, maka momen-momennya

$$E(X(t)) = \lambda t \tag{5}$$

$$\text{Var}(X(t)) = \sigma_{X(t)}^2 = \lambda t \tag{6}$$

2.5 Proses Poisson Non-homogen

Menurut Taylor dan Karlin (1998), *rate* λ dalam proses Poisson $X(t)$ merupakan konstanta proporsionalitas dalam peluang terjadinya sebuah peristiwa dalam interval waktu singkat. Hal ini dapat dilihat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P\{X(t+h) - X(t) = 1\} &= \frac{\lambda h e^{-\lambda h}}{1!} \\ &= \lambda h \left(1 - \lambda h + \frac{1}{2} \lambda^2 h^2 \dots\right) \\ &= \lambda h + o(h) \end{aligned}$$

$o(h)$ menyatakan sebuah suku sisa dalam order yang lebih kecil dari h ($\frac{o(h)}{h} \rightarrow 0$ apabila $h \rightarrow 0$).

Dalam prakteknya λ bisa bervariasi menurut waktu, jadi $\lambda = \lambda(t)$. Proses dengan λ seperti ini disebut proses Poisson non-homogen atau non-stasioner. Jika $X(t)$ proses Poisson non-homogen dengan *rate* $\lambda(t)$, maka *increment* $X(t) - X(s)$ menyatakan banyaknya kejadian dalam interval $(s, t]$, berdistribusi Poisson dengan parameter $\int_s^t \lambda(u) du$, dan *increment-increment* dalam interval terpisah merupakan peubah acak independen.

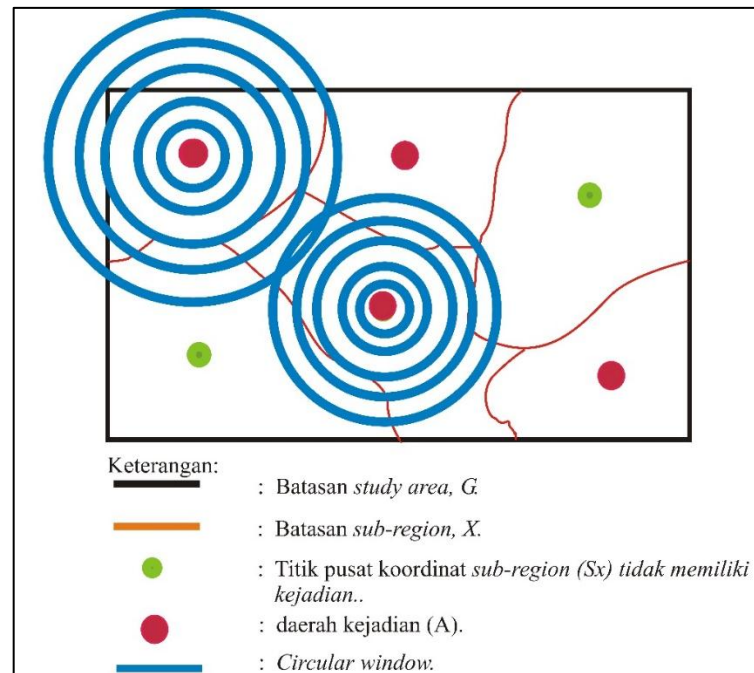
2.6 Spatial Scan Statistics

Menurut Kulldorf (1999), *Spatial Scan Statistics* adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi pengelompokan daerah yang memiliki intensitas yang paling tinggi dari suatu kejadian dan mengevaluasi signifikansinya secara statistik.

Metode *spatial scan statistics* menggunakan bantuan data spasial. Data spasial adalah hasil pengukuran yang memuat informasi mengenai lokasi pengukuran. Adapun istilah-istilah yang digunakan dalam metode *spatial scan statistics*, yaitu :

1. *Study area* adalah keseluruhan daerah yang akan diteliti, dinotasikan dengan G .
2. *Sub-region* adalah *study area* yang dipartisi ke dalam beberapa wilayah tertentu, dinotasikan dengan X .
3. Setiap *sub-region* diwakili oleh suatu titik pusat koordinat dari *sub-region* tersebut. Titik pusat koordinat dinotasikan oleh S_X .
4. Daerah kejadian adalah daerah dalam *study area* yang di dalam daerah tersebut terdapat minimal satu kejadian yang akan diteliti, dinotasikan dengan A , $A \subseteq G$.
5. *Circular window* adalah lingkaran yang membentuk *scanning window*.
6. *Scanning window* adalah kumpulan daerah yang potensial untuk menjadi *hotspot*. *Scanning window* dinotasikan dengan Z , dimana $Z \subseteq G$.
7. Kumpulan *scanning window* atau zona-zona dinotasikan oleh \mathbf{Z} , dan $Z \subseteq \mathbf{Z}$
8. *Hotspot* adalah *scanning window* yang memiliki nilai rasio *likelihood* tertinggi dan signifikan secara statistik.
9. $\mu(X)$ adalah jumlah keseluruhan populasi penduduk di dalam *sub-region* X , $\mu(A)$ adalah jumlah keseluruhan kejadian tindak pidana di daerah kejadian A , $\mu(G)$ adalah keseluruhan penduduk di dalam *study area*, dan $\mu(Z)$ adalah jumlah keseluruhan penduduk dalam *scanning window*.

Berikut adalah gambaran dari istilah-istilah pada metode *spatial scan statistics* :



Gambar 1. *Study area*, *sub-region*, titik pusat koordinat *sub-region*, dan *circular window*.

Menurut Kulldorf (1997), tiga sifat dasar *scan statistics* adalah ukuran daerah yang dipindai atau dideteksi, distribusi probabilitas menghasilkan peristiwa di bawah hipotesis nol, serta bentuk dan ukuran *scanning window*. Model umum untuk pemindaian multidimensi statistik didefinisikan misalkan G adalah daerah dimana kejadian dapat terjadi, *sub-region* (X) yang dari jarak *Euclidean* di mana dimensi yang berbeda dapat mewakili jarak fisik atau waktu. Sebagai contoh, G bisa menjadi wilayah geografis tertentu selama periode sepuluh tahun, dimana peristiwa direkam baik secara geografis maupun temporal. G menggambarkan ukuran μ , yang mewakili intensitas dasar yang diketahui menghasilkan kejadian di bawah hipotesis nol. Pada proses Poisson homogen di daerah G , $\mu(x) = \lambda$ untuk semua $x \in G$ dan beberapa konstanta λ yang diskrit, sehingga populasi terbatas, dimana

$\mu(A)$ adalah ukuran banyaknya kejadian yang terletak di daerah $A \subset G$ dengan $\mu(A) > 0$ untuk semua daerah.

Misalkan X menunjukkan proses Poisson dimana $X(A)$ adalah banyaknya kejadian acak dalam himpunan $A \subset G$. Pada model Poisson, peristiwa dihasilkan oleh proses Poisson homogen atau non-homogen. Di bawah hipotesis nol, $X(A) \sim \text{Poisson}(p\mu(A))$, untuk beberapa nilai p dan untuk semua himpunan $A \subset G$. Ukuran μ dapat didefinisikan terus menerus sehingga peristiwa dapat terjadi dimana saja, atau secara terpisah sehingga peristiwa dapat terjadi hanya di lokasi yang ditentukan sebelumnya, atau sebagai kombinasi dari keduanya.

Scanning window (jendela statistik pemindaian) sering dianggap sebagai interval, daerah, atau volume ukuran dan berbentuk tetap, yang kemudian bergerak melintasi *study area* (G). Kumpulan Z pada $Z \subset A$ pada *scanning window* yang berbeda saling tumpang tindih dan bersama-sama menutupi seluruh area G . Definisi rasio *likelihood* dari *scan statistics* adalah

$$\nabla = \frac{\max_{Z \in X} L(Z)}{L_0} = \max_{Z \in X} \frac{L(Z)}{L_0} \quad (7)$$

dimana $L(Z)$ adalah fungsi *likelihood* untuk setiap *scanning window* Z , yang menyatakan seberapa besar kemungkinan data yang di dalam dan di luar *circular window*, dan L_0 adalah fungsi *likelihood* berdasarkan hipotesis nol.

Misalkan $X\left(\frac{G}{Z}\right) = X(G) - X(Z)$ dan $\mu\left(\frac{G}{Z}\right) = \mu(G) - \mu(Z)$. Untuk Model Poisson,

$$\frac{L(Z)}{L_0} = \frac{\left(\frac{X(Z)}{\mu(Z)}\right)^{X(Z)} \left(\frac{X(G/Z)}{\mu(G/Z)}\right)^{X(A/Z)}}{\left(\frac{X(G)}{\mu(G)}\right)^{X(G)}} \quad (8)$$

Jika $\frac{X(Z)}{\mu(Z)} > \frac{X\left(\frac{G}{Z}\right)}{\mu\left(\frac{G}{Z}\right)}$, dan $L(Z) = 1$ untuk lainnya. Pernyataan $\frac{X(Z)}{\mu(Z)} > \frac{X\left(\frac{G}{Z}\right)}{\mu\left(\frac{G}{Z}\right)}$ hanya menyatakan bahwa ada lebih dari satu jumlah kejadian yang diharapkan di dalam *circular window* dibandingkan dengan di luar *circular window*.

Langkah-langkah metode *spatial scan statistics*, yaitu:

1. Mendeteksi *hotspot* dengan membentuk kumpulan *scanning window* dengan suatu *circular window*.
2. Membuat hipotesis H_0 dan H_1 untuk model Poisson.
3. Membentuk rasio *likelihood* berdasarkan hipotesis.
4. Menghitung rasio *likelihood* maksimum yang signifikan secara statistik dari setiap *scanning window*.
5. Mencari *hotspot* yang memiliki nilai rasio *likelihood* yang paling maksimum di antara *scanning window* yang terbentuk.

2.7 Scanning Window

Menurut Kulldorf (1999), kelompok daerah *hotspot* didapat dengan *scanning window* yang dihasilkan dari suatu *circular window*. Algoritma yang digunakan

untuk mendapatkan *scanning window* dengan menggunakan *circular window* dibagi menjadi dua tahapan, yaitu menentukan jarak dan membuat *circular window*.

Menentukan jarak

1. Pilih sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat koordinat. Hitung jarak *sub-region* tersebut ke *sub-region* lainnya. Jarak yang dihitung adalah jarak *Euclidean* antara titik pusat koordinat yang mewakili *sub-region*.

$$d_{ij} = \sqrt{(a_i - a_j)^2 + (b_i - b_j)^2} \quad (9)$$

dengan:

d_{ij} : jarak *Euclidean* antara *sub-region* ke- i dan *sub-region* ke- j ; $i \neq j$.

a_i : koordinat x untuk *sub-region* ke- i .

a_j : koordinat x untuk *sub-region* ke- j .

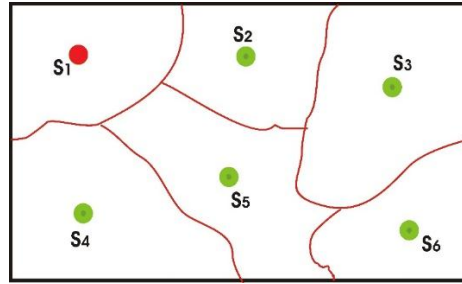
b_i : koordinat y untuk *sub-region* ke- i .

b_j : koordinat y untuk *sub-region* ke- j .

Kemudian urutkan jarak tersebut dari jarak terdekat sampai jarak terjauh.

Contoh:

- Ambil sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat koordinat, perhatikan Gambar 2. Titik pusat koordinat S_x dapat ditulis sebagai (a_i, b_j) . Misalkan diambil *sub-region* 1 dengan titik pusat koordinatnya $S_1(a_1, b_1)$.

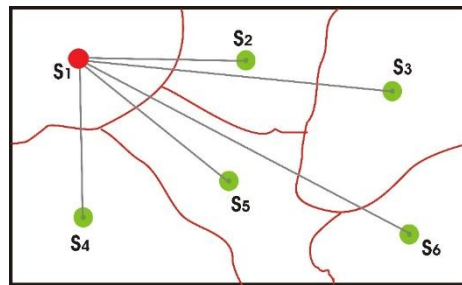


Gambar 2. *Study area.*

- Hitung jarak S_1 ke $S_j, j = 2, 3, \dots, 6$. Misalkan S_{1j} adalah jarak dari S_1 ke

S_j sehingga $S_{1j} = \sqrt{(a_1 - a_j)^2 + (b_1 - b_j)^2}$, ditunjukkan pada

Gambar 3. Kemudian urutkan jarak tersebut dari jarak yang terdekat sampai terjauh.



Gambar 3. Jarak dari *sub-region* 1 ke *sub-region* lainnya.

2. Ulangi langkah 1 untuk setiap lokasi.

Membuat *Circular Window*

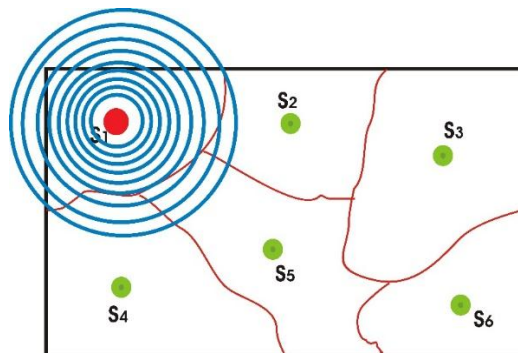
1. Pilih sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat koordinat.
2. Buat suatu lingkaran (*circular window*) yang berpusat di titik pusat koordinat tersebut dan kemudian perbesar jari-jari lingkaran secara kontinu. Untuk setiap

titik pusat koordinat yang masuk ke dalam lingkaran, hitung banyaknya kejadian n_z dan populasi di dalam lingkaran tersebut ($\mu(Z)$).

3. Ulangi langkah 1 dan 2 untuk setiap lokasi. Hitung rasio *likelihood* dari masing-masing pasangan $(n_z, \mu(Z))$.
4. Ulangi kembali langkah 1 sampai 3 untuk membentuk setiap *replicate* data dengan Monte Carlo.

Contoh:

- Ambil sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat koordinat. Misalkan diambil titik S_1 .
- Buat suatu lingkaran (*circular window*) yang berpusat di titik pusat koordinat tersebut. Jari-jari lingkaran dimulai dari nol dan kemudian secara kontinu semakin membesar, seperti Gambar 4.



Gambar 4. Pembentukan *scanning window*.

Dalam hal ini ukuran *scanning window* dibatasi tidak melebihi 50% dari jumlah populasi dalam *study area*. Setiap ada titik pusat koordinat yang masuk dalam *circular window*, catat banyaknya kejadian n_z dan ($\mu(Z)$).

- Untuk setiap titik pusat koordinat, lakukan hal yang sama seperti telah disebutkan sebelumnya.
- Hitung nilai rasio *likelihood* dari masing-masing pasangan $(n_z, \mu(Z))$.

Setelah didapatkan kumpulan *scanning window* dengan nilai rasio *likelihood* dari masing-masing pasangan $(n_z, \mu(Z))$, maka *hotspot* dapat ditentukan dengan *scanning window* yang mempunyai nilai rasio *likelihood* tertinggi.

2.8 Maximum Likelihood Estimation

Menurut Hogg, dkk (2005), misalkan X_1, \dots, X_n adalah peubah acak *iid* dengan *probability density function* (pdf), $f(x; \theta)$, $\theta \in \Omega$. Fungsi *likelihood* didefinisikan oleh

$$L(\theta; x) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \quad \theta \in \Omega \quad (9)$$

di mana $x = (x_1, \dots, x_n)'$. Fungsi *likelihood* sering ditulis sebagai $L(\theta)$. Log dari $L(\theta)$ adalah

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log f(x_i; \theta), \quad \theta \in \Omega. \quad (10)$$

Misalkan θ_0 melambangkan nilai sebenarnya dari θ . Teorema 1 memberikan alasan teoritis untuk fungsi *likelihood* yang maksimum, yang menyatakan bahwa maksimum dari $L(\theta)$ secara asimtotik memisahkan model yang sebenarnya di θ_0 .

Teorema 1

Misalkan θ_0 adalah parameter yang sebenarnya, dibawah asumsi H_0 (memiliki pdf yang berbeda) dan H_1 (memiliki pdf yang sama untuk semua θ).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{\theta_0} [L(\theta_0, \mathbf{X}) > L(\theta, \mathbf{X})] = 1, \text{ untuk semua } \theta \neq \theta_0. \quad (11)$$

Definisi 3

Dikatakan bahwa $\hat{\theta} = \hat{\theta}(\mathbf{X})$ adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dari θ jika

$$\hat{\theta} = \max L(\theta; \mathbf{X}) \quad (12)$$

Notasi max mengartikan bahwa $L(\theta; \mathbf{X})$ mencapai nilai maksimum dari $\hat{\theta}$.

Untuk menentukan MLE, ambil log dari fungsi *likelihood* dan tentukan nilai kritisnya, yaitu $l(\theta) = \log L(\theta)$. MLE diselesaikan dengan persamaan

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} = 0. \quad (13)$$

2.9 Likelihood Ratio Test

Misalkan X_1, \dots, X_n iid dengan pdf $f(x; \theta)$ untuk $\theta \in \Omega$. Pertimbangkan hipotesis dua sisi

$$H_0: \theta = \theta_0 \text{ dengan } H_1: \theta \neq \theta_0 \quad (14)$$

dimana θ_0 adalah nilai yang ditentukan.

Ingat bahwa fungsi *likelihood* dan log-nya adalah

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(X_i; \theta) \quad (15)$$

$$\text{Log } L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log f(X_i; \theta) \quad (16)$$

Misalkan $\hat{\theta}$ melambangkan *Maximum Likelihood Estimation* dari θ . Untuk mendukung uji ini, pertimbangkan Teorema 1 yang mengatakan bahwa jika θ_0 adalah nilai sebenarnya dari θ maka asimptotik, $L(\theta_0)$ adalah nilai maksimum dari $L(\theta)$.

Maka rasio dari dua fungsi *likelihood* adalah

$$\nabla = \frac{L(\theta_0)}{L(\hat{\theta})}. \quad (17)$$

Nilai $\nabla \leq 1$, tetapi jika H_0 benar ∇ harus besar (mendekati 1), sedangkan jika H_1 benar ∇ harus lebih kecil. Untuk tingkat signifikansi α tertentu, ini mengarah ke intuitif aturan keputusan, tolak H_0 mendukung H_1 jika $\nabla \leq c$ dengan c sedemikian rupa sehingga $\alpha = P_{\theta_0}[\nabla \leq c]$. Uji ini disebut sebagai *Likelihood Ratio Tests* (Hogg, dkk, 2005).

2.10 Uji Signifikansi Berdasarkan Pengujian Hipotesis Monte Carlo

Menurut Kulldorf (1999), nilai rasio *likelihood* yang tertinggi yang didapatkan dari setiap *scanning window* akan menentukan apakah *scanning window* tersebut merupakan calon dari *hotspot*. Penentuan ini dilakukan dengan menghitung p_{value} dari *scanning window* tersebut. Calon *hotspot* yang akan terbentuk memiliki p_{value} lebih kecil dari suatu tingkat signifikansi α yang telah ditentukan. Dalam uji hipotesis Monte Carlo, titik kritis atau p_{value} diperoleh dari

$$p_{value} = \frac{\text{banyaknya } (T(x) \geq t_0)}{m+1} \quad (18)$$

dimana t_0 adalah nilai rasio *likelihood* tertinggi yang dimiliki suatu *scanning window* Z dari data riil, $T(x)$ adalah nilai rasio *likelihood* dari data acak yang dibangun di bawah kondisi H_0 , m adalah banyaknya simulasi untuk membangun data dibawah kondisi H_0 .

Berikut ini adalah langkah pengujian hipotesis Monte Carlo untuk *spatial scan statistics* :

- (i) Menghitung nilai rasio *likelihood* tertinggi t_0 untuk data riil.
- (ii) Membangun data acak yang ukurannya sama dengan data riil yang dibangun berdasarkan kondisi H_0 .
- (iii) Melakukan proses pembentukan *scanning window* Z dari data acak yang dibangun berdasarkan kondisi H_0 .
- (iv) Mencari nilai rasio *likelihood* untuk setiap *scanning window* Z yang terbentuk, kemudian mengurutkan nilai rasio *likelihood* dari yang terbesar hingga yang terkecil. Langkah selanjutnya, mendapatkan nilai rasio *likelihood* yang tertinggi dari simulasi pertama pembangunan data acak tersebut.
- (v) Mengulangi langkah (ii), (iii), dan (iv) sebanyak m kali pengulangan simulasi, sehingga memperoleh m nilai rasio *likelihood* tertinggi dari tiap simulasi. Kemudian mengurutkan m nilai rasio *likelihood* tertinggi dari data acak dan data riil.
- (vi) Hitung p_{value} dengan Persamaan (19). Nilai p_{value} diperoleh dari banyaknya nilai rasio *likelihood* yang dibangun dari data acak yang nilainya melebihi nilai rasio *likelihood* dari data riil t_0 dibagi $m + 1$.

Banyaknya m simulasi atau pengulangan dibatasi pada angka-angka 999 atau bilangan yang berakhiran 99, seperti 99, 199, 999, 2.999, 9.999.

2.11 p_{value} dalam Pengujian Hipotesis

Menurut Winer (1962), pada penelitian yang bersifat inferensial dapat dilakukan dengan pendekatan analisis kuantitatif (statistika) yang diperlukan suatu prediksi mengenai jawaban terhadap pertanyaan penelitian yang dirumuskan dalam bentuk hipotesis. Hipotesis merupakan jawaban sementara terhadap pertanyaan penelitian. Rumusan hipotesis penelitian perlu diterjemahkan dalam bentuk pernyataan simbolik. Simbol-simbol yang digunakan dalam rumusan hipotesis statistika adalah simbol-simbol parameter. Parameter adalah besaran-besaran yang ada pada populasi. Pada pengujian hipotesis terdapat sebuah hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1). H_0 adalah hipotesis yang menyatakan tidak ada perbedaan antar kelompok atau meniadakan hubungan antar variabel. Apabila H_1 menyangkut perbedaan antar kelompok, maka H_0 berisi deklarasi yang meniadakan perbedaan itu. Bila H_1 berkenaan dengan hubungan antar variabel, maka H_0 berupa pernyataan yang meniadakan hubungan antar variabel tersebut.

Setiap penggunaan teknik statistika untuk menerima atau menolak H_0 akan mengandung resiko adanya kesalahan (*error*) dalam pengambilan keputusan. Dalam penelitian tidak akan pernah memiliki tingkat kepastian atau tingkat kepercayaan 100% pada keputusan yang mengenai apakah data empirik mendukung atau tidak mendukung hipotesis. Artinya, sedikit atau banyak,

keputusan penolakan atau penerimaan hipotesis tentu mengandung peluang terjadinya kesalahan. Semakin kecil peluang terjadinya kesalahan, maka kepercayaan kita terhadap keputusan akan semakin besar.

Kesalahan pada pengujian hipotesis ada dua tipe. Pertama adalah kesalahan tipe I, yaitu kesalahan sewaktu menolak H_0 yang seharusnya diterima. Kedua adalah kesalahan tipe II, yaitu kesalahan ketika menerima H_0 yang seharusnya ditolak. Prosedur statistika memungkinkan untuk menentukan seberapa besar peluang untuk terjadinya kesalahan tipe I dan kesalahan tipe II yang akan digunakan. Besarnya peluang terjadinya kesalahan tipe I disebut taraf signifikansi dan diberi simbol α yang dinyatakan dalam proporsi atau persentase, sedangkan harga $(1 - \alpha)100\%$ disebut taraf kepercayaan. Besarnya peluang untuk terjadinya kesalahan tipe II diberi simbol β yang juga dinyatakan dalam bentuk proporsi dan persentase, sedangkan harga $(1 - \beta)100\%$ disebut *power of the test*.

Tabel 1. Pendefinisian Jenis Kesalahan pada Pengujian Hipotesis

		Yang sesungguhnya	
		H_0 adalah benar	H_0 adalah salah
Yang dilakukan	Menolak H_0	Kesalahan tipe I α	<i>Power of the test</i> $1 - \beta$
	Menerima H_0	Taraf kepercayaan $1 - \alpha$	Kesalahan tipe II β

Menurut Lind, dkk (2007), dalam pengujian sebuah hipotesis akan membandingkan statistik pengujiannya dengan sebuah nilai kritis. Keputusan dibuat untuk menolak H_0 atau untuk tidak menolaknya. Seberapa besar untuk menolak H_0 tersebut memiliki probabilitas (dengan anggapan bahwa H_0 itu benar) yang digunakan untuk memperoleh sebuah nilai dari statistik pengujian yang setidaknya sama ekstremnya dengan nilai yang sebenarnya diperoleh. Proses membandingkan probabilitas disebut sebagai p_{value} , dengan tingkat signifikansi. Jika p_{value} lebih kecil dari tingkat signifikansi, hipotesis nol ditolak. Jika p_{value} lebih besar dari tingkat signifikansi, hipotesis nol tidak ditolak. Dengan kata lain, p_{value} adalah cara untuk menyatakan kemungkinan bahwa H_0 salah. Jika p_{value} sangat besar, maka kemungkinannya hipotesis nol benar. Jika p_{value} kecil, maka kemungkinannya hipotesis nol tidak benar

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung. Waktu penelitian dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder dari buku publikasi BPS (2018 b) berupa data tindak pidana menurut kepolisian di masing-masing kecamatan (berjumlah 28 kecamatan) di Kabupaten Lampung Tengah pada tahun 2015-2017, data populasi penduduk Lampung Tengah tahun 2015-2017, dan data koordinat kecamatan di Kabupaten Lampung Tengah yang diakses secara *online* melalui satelit Google Earth Pro.

3.3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan untuk mendeteksi pengelompokan daerah *hotspot* untuk suatu tindak pidana adalah dengan metode *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson. Langkah-langkah metode *Spatial Scan Statistics*, yaitu:

1. Menentukan daerah yang akan diteliti. Daerah yang akan diteliti adalah 28 kecamatan yang ada di Kabupaten Lampung Tengah.
2. Menguji data kasus tindak pidana :
 - (a) Mengikuti suatu proses Poisson non-homogen untuk setiap kecamatan di setiap tahun (t). Proses Poisson dapat dilihat dari jumlah terjadinya tindak pidana dari tahun ke tahun tidak mengalami *increment* yang konstan dan jumlah kasus tindak pidana pada waktu (t) tertentu saling bebas atau tidak saling mempengaruhi untuk setiap kecamatan.
 - (b) Mengikuti distribusi Poisson untuk jumlah kejadian pada setiap kecamatan selama kurun waktu tertentu . Pengujian data mengikuti distribusi Poisson diuji menggunakan statistik uji χ^2 atau p_{value} (dengan $\alpha = 0,05$) dengan aplikasi RStudio.
3. Membuat *scanning window* untuk masing-masing kecamatan. *Scanning window* dibuat dengan data spasial sebagai pendukung data kasus tindak pidana dalam pengukuran geografis, terkhususnya pada pengukuran jarak yang menggunakan jarak *Euclidean*. Jarak *Euclidean* digunakan untuk mempermudah menentukan daerah yang terdekat untuk masuk ke dalam *scanning window*.

4. Menentukan hipotesis H_0 dan H_1 untuk model yang digunakan, yaitu model Poisson.

$$H_0 : p = q$$

$$H_1 : p > q$$

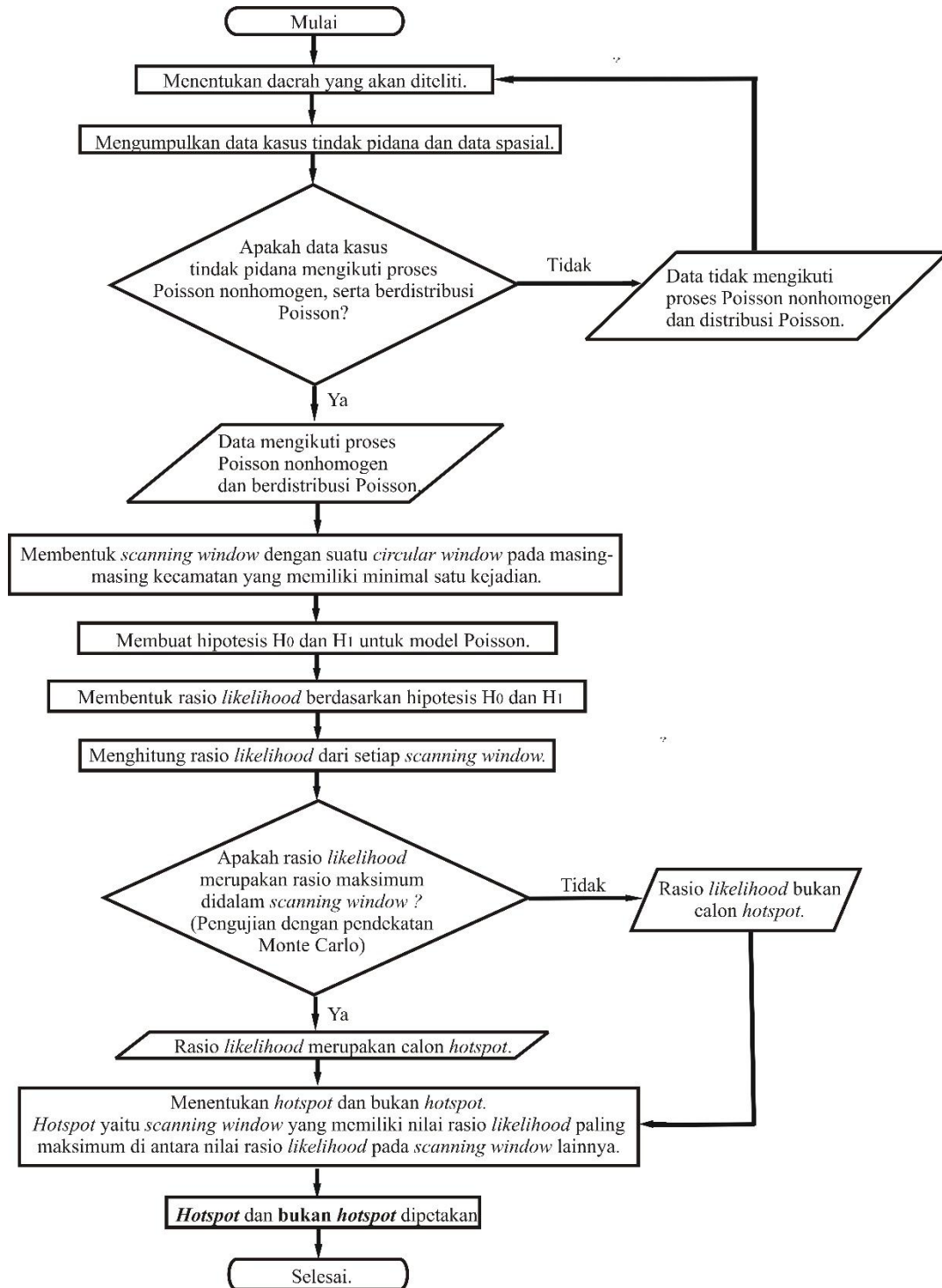
dengan p adalah *criminal rate* di dalam *scanning window* dan q adalah *criminal rate* di luar *scanning window*.

5. Membentuk rasio *likelihood* berdasarkan hipotesis H_0 dan H_1 .

$$\nabla = \sup_{z \in Z} \frac{\binom{n_Z}{\mu(Z)}^{n_Z} \left(\frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)} \right)^{n_G - n_Z}}{\binom{n(G)}{\mu(G)}^{n_G}}$$

6. Menghitung rasio *likelihood* dari masing-masing *scanning window* yang memiliki minimal satu kejadian pada pusat *circular window* dan *circular window* tidak melebihi 50% dari total populasi penduduk di daerah yang diteliti (G).
7. Menguji nilai rasio *likelihood* yang diperoleh dengan pendekatan Monte Carlo. Pengujian dilakukan untuk menguji rasio *likelihood* tersebut merupakan nilai rasio yang paling maksimum atau bukan di dalam setiap *scanning window* dengan melihat p_{value} pada $\alpha = 0,05$.
8. Menentukan *hotspot*. *Scanning window* yang akan menjadi *hotspot* adalah *scanning window* yang memiliki nilai rasio *likelihood* yang paling tinggi. Penentuan *hotspot* dideteksi dengan aplikasi SaTScan yang terhubung langsung dengan koneksi internet pada Google Earth Pro. Daerah *hotspot* yang diperoleh dapat dipetakan dengan aplikasi ArcView 3.3 dengan memberi warna pada daerah *hotspot*.

Berikut adalah diagram alir dari metode penelitian *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson.



Gambar 5. Diagram alir *Spatial Scan Statistics*.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Rasio *likelihood* dari metode *Spatial Scan Statistics* dengan model Poisson pada setiap *scanning window* adalah

$$\nabla = \begin{cases} \sup_{Z \in Z} \frac{\left(\frac{n_Z}{\mu(Z)}\right)^{n_Z} \left(\frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)}\right)^{n_G - n_Z}}{\left(\frac{n(G)}{\mu(G)}\right)^{n_G}} & , \text{jika } \frac{n_Z}{\mu(Z)} > \frac{n_G - n_Z}{\mu(G) - \mu(Z)} \\ 1 & , \text{lainnya} \end{cases}$$

2. *Scanning window* yang terbentuk memiliki nilai rasio log *likelihood* tertinggi sebesar 352,447029 dan signifikan secara statistik pada $\alpha = 0,05$. *Scanning window* yang berbentuk *circular window* memiliki radius jari-jari hingga 17,83 km yang berpusat pada koordinat 4,702166 S dan 105,242885 E.
3. *Hotspot* kasus tindak pidana di Kabupaten Lampung Tengah adalah kecamatan Terusan Nunyai, Seputih Mataram, dan Terbanggi Besar, dengan terdapat 687 kasus tindak pidana dari tahun 2015 hingga 2017 yang terjadi pada jumlah populasi penduduk 210.815 jiwa.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik. 2018 a. *Provinsi Lampung dalam Angka 2018*.
BPS Lampung, Lampung.
- Badan Pusat Statistik. 2018 b. *Kabupaten Lampung Tengah dalam Angka 2018*.
BPS Lampung Tengah, Lampung Tengah.
- Hogg, R.V. dan Craig, A.T. 1995. *Intoduction Mathematical Statistics*. 5th Edition.
Pearson Education, Hong Kong.
- Hogg, R.V., McKean, J.W., dan Craig, A.T. 2005. *Introduction Mathematical Statistics*. 6th Edition. Pearson Education, New Jersey.
- Kulldorff, M. dan Nagarwalla, N. 1995. Spatial Disease Clusters: Detection and Inference. *Statistics in Medicine*. **14**(1), 799-810.
- Kulldorff, M. 1997. A Spatial Scan Statistic. *Communication in Statistics: Theory and Methods*. **26**(6): 1481-1496.
- Kulldorf, M. 1999. *Spatial Scan Statistics: Models, Calculations, and Application*.
Springer Science, New York.

- Lind, D.A., Marchal, W.G., dan Wathen, S.A. 2007. *Statistical Techniques in Business and Economic with Global Data Sets*. 13rd Edition. The McGraw-Hill Companies, New York.
- Patill dan Taillie. 2004. Upper Level Set Scan Statistic for Detecting Arbitrarily Shaped Hotspots. *Environmental and Ecological Statistics*. **11**(1):183-197.
- Soesilo, R. 1981. *Kitab Undang-Undang Hukum Pidana Serta Komentar-Komentarnya Lengkap Pasal Demi Pasal*. Politeia, Bogor.
- Taylor, H.M. dan Karlin, S. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling*. 3rd Edition. Academic Press, California.
- Winer, B.J. 1962. *Statistical Principles in Experimental Design*. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Yousman, Y. 2004. *Sistem Informasi Geografis dengan ArcView 3.3 Profesional*. Andi Offset, Yogyakarta.