

RUANG BARISAN SELISIH $\ell_3(\Delta_2)$

(Skripsi)

Oleh

AULIA RAHMAN



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRACT

RUANG BARISAN SELISIH $l_{3/2}(\Delta_2)$

by

Aulia Rahman

One of study fields in mathematics is the field of analysis. In this field, the concept of sequence space is included as often discussed. In sequence space as one of the concepts in the field of analysis, it discusses the sequence space where l_∞ is a collection of sequence spaces that $\sup_{k \geq 1} |x_k| < \infty$, c_0 is a collection of number sequence converges to 0, c is a collection of all convergent sequences and l_p is $\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^p < \infty$. The row space itself is a space that contains sequences while the joint sequence is a function whose domain is a real number that has a real value. In this research, a sequence space difference in sequence space $l_{3/2}$ will be constructed with certain norms. In this study will show the nature of the sequence space difference $l_{3/2}$, $l_{3/2}(\Delta)$, $l_{3/2}(\Delta_2)$ is a limited sequence space, covergen and is a Banach space. Furthermore, from this study itself will show that the sequence space difference $l_{3/2}(\Delta_2)$ is a banach space.

Key Words : *Bernorm Space, Difference Sequence, Banach Space.*

ABSTRAK

RUANG BARISAN SELISIH $l_{3/2}(\Delta_2)$

oleh

Aulia Rahman

Salah satu bidang kajian yang berada pada matematika adalah bidang analisis. Dalam bidang ini, konsep ruang barisan termasuk yang sering dibicarakan. Pada ruang barisan sebagai salah satu konsep yang ada di bidang analisis, membahas tentang ruang barisan yang dimana l_∞ adalah koleksi ruang barisan yang $\sup_{k \geq 1} |x_k| < \infty$, c_0 adalah koleksi barisan bilangan yang konvergen ke-0, c adalah koleksi semua barisan yang konvergen dan l_p adalah $\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^p < \infty$. Ruang barisan sendiri merupakan ruang yang isinya barisan sedangkan barisan sendiripun merupakan suatu fungsi yang domainnya bilangan asli yang bernilai real. Dalam Penelitian ini akan dikonstruksikan ruang barisan selisih pada ruang barisan $l_{3/2}$ dengan norma tertentu. Pada penelitian ini akan menunjukkan sifat ruang barisan selisih $l_{3/2}$, $l_{3/2}(\Delta)$, $l_{3/2}(\Delta_2)$ adalah ruang barisan terbatas, kovergen dan merupakan ruang banach. Selanjutnya dari penelitian ini sendiri akan menunjukkan bahwa ruang barisan selisih $l_{3/2}(\Delta_2)$ merupakan ruang banach.

Kata Kunci : *Ruang Bernorm, Ruang Barisan Selisih, Ruang Banach.*

RUANG BARISAN SELISIH $\ell_{\frac{3}{2}}(\Delta_2)$

Oleh

Aulia Rahman

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

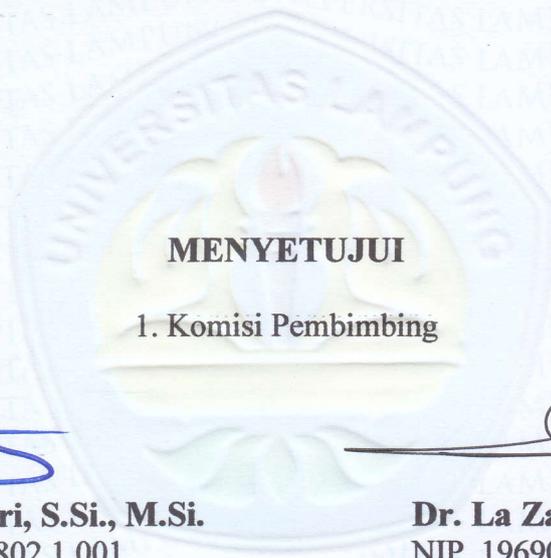
Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

Judul Skripsi : **RUANG BARISAN SELISIH $\ell_{3/2}(\Lambda_2)$**
Nama Mahasiswa : **Aulia Rahman**
No. Pokok Mahasiswa : 1517031012
Jurusan : **Matematika**
Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.
NIP 19720227 199802 1 001

Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP 19690213 199402 1 001

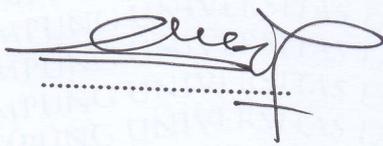
2. Ketua Jurusan Matematika

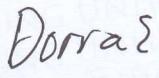
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

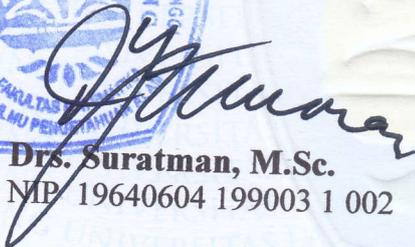
Ketua : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** 

Sekretaris : **Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.** 

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.** 



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam


Drs. Suratman, M.Sc.
NIP. 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **05 April 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Aulia Rahman**
Nomor Pokok Mahasiswa : **1517031012**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Ruang Barisan Selisih $\ell_{3/2}(\Delta_2)$**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Dan Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 05 April 2019

Yang Menyatakan,



Aulia Rahman

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Aulia Rahman, dilahirkan pada tanggal 20 Desember 1997 di Bandar Lampung. Penulis merupakan putra sulung dari Bapak Azwirda dan Ibu Eliza, dan adik dari Ainun Lativah.

Penulis menempuh pendidikan sekolah dasar di SD Negeri 2 Beringin Raya pada tahun 2003 sampai 2009. Kemudian melanjutkan ke sekolah menengah pertama di SMP Perintis 1 Bandar Lampung pada tahun 2009 sampai 2012. Dan belajar pada jenjang SMA di SMA Perintis 2 Bandar Lampung pada tahun 2012 sampai 2015.

Pada tahun 2015, melalui jalur SNMPTN, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Pada tahun 2017 - 2018 penulis terdaftar sebagai anggota Biro Dana dan Usaha Himatika Unila dan anggota Public Relation Aiesec in Unila. Dan di tahun-tahun terakhir menuntut ilmu di jurusan ini, penulis diamanahi sebagai Steering Committe Dinamika 19 Universitas Lampung.

Di awal tahun 2018 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Dinas Pendidikan dan Kebudayaan Provinsi Lampung. Di pertengahan tahun 2018, sebagai bentuk

aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 32 hari di Desa Peniangan, Kecamatan Marga Sekampung, Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

“Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?”

(QS. Ar-Rahman: 13)

“Hai orang-orang yang beriman, jika kamu (menolong) agama Allah, niscaya Dia akan menolongmu dan meneguhkan kedudukanmu.”

(Q.S. Muhammad: 7)

“Jika engkau mempunyai kedua mata, lalu mengapa engkau melihat orang lain dengan telinga?”

(Tareem L.)

“To everyone going through struggles or pain right now, keep your head up, and keep smiling. Allah heals all.”

(Jenna)

Do your best, Allah does the rest.

(Aulia Rahman)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin,

Puji dan syukur kita panjatkan kepada Allah Subhanahu Wata'ala karena atas berkah dan nikmat-Nya kepada kita, Shalawat serta salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi Wasallam yang telah memberikan kabar gembira kepada umat manusia.

Kupersembahkan karya yang sangat sederhana ini untuk:

Ayah dan Ibu

Tidak ada kata yang dapat aku sampaikan untuk kalian kecuali terimakasih yang sebesar-besarnya atas semua yang telah kalian berikan untukku. Cinta, kasih sayang, waktu, pengorbanan, dan keringat yang belum bisa aku balas. Terimakasih karena selalu mendoakan dan mendukung setiap langkah yang aku pilih. Karena ridho Allah berawal dari ridho kalian.

Kakakku

Terimakasih telah mengajarkan adik banyak hal, terutama arti kebahagiaan. Doakan adik agar bisa menjadi sosok adik yang lebih baik lagi.

Sahabat-sahabatku.

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena atas limpahan karunia serta ridho-Nya sehingga skripsi dengan judul “**Ruang Barisan Selisih $\ell_{3/2}(\Delta_2)$** ” dapat terselesaikan. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada suri tauladan kita Nabi Muhammad SAW. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis menyadari banyaknya bimbingan, bantuan, dan dukungan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku pembimbing I yang senantiasa membimbing dan memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. La Zakaria, S.Si., MSc., selaku pembimbing akademik dan pembimbing II yang selalu memberikan arahan kepada penulis.
3. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., selaku penguji yang telah memberikan saran dan semangat sehingga terselesainya skripsi ini.
4. Ibu Dra. Wamiliana, M.A, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

6. Seluruh Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Almarhum Ayahanda tersayangku yang selalu mencintaiku hingga akhir hayatnya.
8. Ibuku yang tidak pernah lelah mendo'akan, mendukung dan memberi perhatian kepada penulis.
9. Kakak ku Ainun Lativah, Zian Hayati dan abang ku Bang Dayat, Bang Aji
10. Orang-orang dibalik layar, Keluarga Besar Ayah Amiruddinku dan para teman terdekat seangkatanku untuk mendukung dan doa yang telah diberikan untuk penulis yang tidak bisa disebutkan satu persatu.
11. Yunda Yona dan Bang Raka yang selalu membantu dalam menyelesaikan skripsi penulis serta memberikan doa dan semangatnya.
12. Teman-teman seperjuanganku Fadila Cahya, Yulia, Tirai, Irma Wati, luthfi, Rini, Deby, Edwin, Dinda, Desun, Day, Ratri, Pipin, Dony, Lopes, Rima, Mira, Almira, Maharani, Amar, Nathan, Topan, Lut, Sandria, Bagus, Anisa, Purwanti, Salma, Ade, Aulia Putri yang tidak pernah lelah memberikan semangat kepada penulis.
13. My Support System Team Precious Aiesec Unila dan Biro Danus 2017.
14. Sahabat-sahabatku sedari SMP Ade Riyanti, Putri Checarina, Sheila Octaviani.
15. Sahabat-Sahabat Tersayangku Adriani Susanto, Yasminika Rahmadani, Soniati Isabella, Santi Ratnasari.
16. Adik-adikku Hanna, Mona, Anggi, Mine, Rody, Aulia Yolanda, yang selalu mendukung dan mendoakan.

17. Teman-teman satu bimbingan Nurlita , Rina Karina, Della , Vina, Atuy yang telah banyak sekali dalam mendengarkan keluh kesah, tak pernah lelah dalam mengajari, membimbing dan menguatkan satu sama lain.
18. Teman-teman Matematika 2015 yang telah memberikan pengalaman luar biasa selama ini.
19. Keluarga besar HIMATIKA FMIPA UNILA.
20. Dan semua pihak yang terlibat dalam menyelesaikan skripsi ini.

Bandar Lampung, 05 April 2019

Penulis

Aulia Rahman

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	i
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	2
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Barisan Bilangan Real	3
2.2 Ruang Bernorm	5
2.3 Ruang Banach	7
2.4 Ruang Barisan Selisih	8
III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	10
3.2 Metode Penelitian	10
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1. Ruang Barisan Selisih $l_{3/2}$	11
4.2. Ruang Barisan Selisih $l_{3/2}(\Delta_2)$	23
V. KESIMPULAN	
DAFTAR PUSTAKA	

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu pasti memiliki peranan penting dalam perkembangan maupun kemajuan sains dan teknologi. Beberapa teori pemikiran ahli matematika digunakan sebagai dasar pemikiran, perhitungan dalam pengambilan keputusan. Oleh karena itu, perkembangan ilmu matematika sangat dibutuhkan.

Salah satu bidang kajian matematika adalah bidang analisis. Bidang ini merupakan bagian dari matematika. Dalam bidang ini, konsep ruang barisan termasuk yang dibicarakan. Pada ruang barisan sebagai salah satu konsep yang ada di bidang analisis, membahas tentang ruang barisan yang dimana l_∞ adalah koleksi ruang barisan yang $\sup_{k \geq 1} |x_k| < \infty$, c_0 adalah koleksi barisan bilangan yang konvergen ke-0, c adalah koleksi semua barisan yang konvergen dan l_p adalah $\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^p < \infty$. Kemudian dari pemikiran dasar tersebut digunakan oleh Colak R. (1995), dengan menambahkan sebuah kondisi ke dalam ruang barisan tersebut sehingga menjadi ruang barisan $l_\infty(\Delta)$, $c(\Delta)$, $c_0(\Delta)$, dan $l_p(\Delta)$. Dari pemikiran tersebut penulis mencoba mempelajari lebih dalam tentang salah satu ruang barisan, yaitu barisan $l_{3/2}(\Delta_2)$.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk menunjukkan ruang barisan selisih $l_{3/2}$, $l_{3/2}(\Delta)$, dan $l_{3/2}(\Delta_2)$, adalah ruang barisan terbatas, konvergen dan merupakan ruang Banach.

1.3 Manfaat penelitian

Manfaat penelitian ini selain memahami sifat dan masalah pada ruang barisan $l_{3/2}$, ruang barisan selisih $l_{3/2}(\Delta)$, dan ruang barisan selisih $l_{3/2}(\Delta_2)$, juga dapat memberi ide bagi penulis lain untuk meneliti lebih lanjut ruang barisan selisih yang lebih umum.

II. Tinjauan Pustaka

2.1 Barisan Bilangan Real

Definisi 2.1.1

Barisan adalah suatu fungsi yang domainnya adalah himpunan bilangan bulat positif. Misal terdapat bilangan bulat positif $1, 2, 3, \dots, k, \dots$ yang bersesuaian dengan bilangan real x_n tertentu, maka $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots$ dikatakan barisan. (Mizrahi dan Sullivan, 1982)

Definisi 2.1.2

Bilangan-bilangan $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ disebut barisan bilangan tak hingga c_n disebut suku umum dari barisan. Bilangan $n, (n = 1, 2, 3, \dots)$ adalah nomor urut atau indeks yang menunjukkan letak bilangan tersebut dalam barisan. (Yahya, Suryadi, Agus, 1990)

Definisi 2.1.3

Setiap barisan bilangan real yang konvergen selalu terbatas. (Martono, K 1984)

Bukti :

Misalkan barisan bilangan real $\{a_n\}$ konvergen ke a , akan ditunjukkan terdapat suatu bilangan real $M > 0$ sehingga $|a_n| \leq M$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. Karena $\{a_n\}$

konvergen ke a , maka terapat suatu $n_0 \in \mathbb{N}$ sehingga $n > n_0 \Rightarrow |a_n - a| < 1$.

Akibatnya $|a_n| = |a_n - a + a| \leq |a_n - a| + |a| < 1 + |a|$ untuk setiap $n > n_0$.

Ambillah $M = \max(|a_1|, |a_2|, \dots, |a_{n_0}|, |a| + 1)$, maka setiap $n \in \mathbb{N}$ berlaku

$|a_n| \leq M$, yang berarti bahwa barisan bilangan real $\{a_n\}$ terbatas.

Definisi 2.1.4

Suatu barisan yang mempunyai limit dinamakan barisan konvergen dan barisan yang tak konvergen dinamakan barisan divergen. (Martono, K 1984)

Definisi 2.1.5

Diberikan ω yaitu koleksi semua barisan bilangan *real*. (Darmawijaya, 2007)

jadi :

$$\omega = \{\bar{x} = \{x_n\}; x_n \in \mathbb{R}\}$$

a. Untuk setiap bilangan *real* p dengan $1 \leq p < \infty$ didefinisikan

$$l^p = \left\{ x \in \{x_n\} \in \omega : \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^p < \infty \right\}$$

dan norm pada l^p yaitu

$$\|x\|_p = \left(\sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

b. Untuk $p = \infty$ didefinisikan

$$l_{\infty} = \left\{ \bar{x} = \{x_n\} \in \omega : \sup_{n \geq 1} |x_n| < \infty \right\}$$

dan norm pada l_{∞} yaitu

$$\|x\|_{\infty} = \sup_{n \geq 1} |x_n|.$$

2.2 Ruang Bernorm

Ruang Bernorm merupakan suatu fungsi dari vektor X ke \mathbb{R} $\|\cdot\| = X \rightarrow \mathbb{R}$ yang mempunyai sifat-sifat :

- i. $\|x\| \geq 0$ untuk setiap $x \in X$
- ii. $\|x\| = 0$, jika dan hanya jika $x = 0$, (0 vektor nol)
- iii. $\|\alpha x\| = |\alpha| \cdot \|x\|$ untuk setiap skalar α dan $x \in X$.
- iv. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ untuk setiap $x, y \in X$

disebut norma(*norm*) pada X dan bilangan nonnegatif $\|x\|$ disebut norma vektor x .

Ruang linear X yang dilengkapi dengan suatu norma $\|\cdot\|$ disebut ruang bernorma (*norm space*) dan dituliskan singkat dengan $X, \|\cdot\|$ atau X saja asalkan normanya telah diketahui. (Darmawijaya, 2007)

Definisi 2.2.1

Dalam ruang linear bernorma X berlaku $\|x\| - \|y\| \leq \|x - y\|$ untuk setiap $x, y \in X$. (Maddox, 1970)

Bukti :

untuk setiap $x, y \in X$ diperoleh :

$$\|x\| - \|y\| = \|x - y + y\| - \|y\| \leq \|x - y\| + \|y\| - \|y\| = \|x - y\|.$$

Definisi 2.2.2 Barisan $\{x_n\}$ di dalam ruang bernorma X dikatakan **konvergen** (*convergent*) jika ada $x \in X$ sehingga untuk setiap bilangan asli $\varepsilon > 0$ terdapat

bilangan asli n_0 (bergantung pada ε), sehingga untuk setiap bilangan asli $n \geq n_0$ berlaku.

$$\|x_n - x\| < \varepsilon$$

Jika demikian halnya, dikatakan barisan $\{x_n\}$ konvergen ke x atau barisan $\{x_n\}$ mempunyai limit x untuk $n \rightarrow \infty$ dan ditulis dengan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - x\| < \varepsilon$$

atau dapat ditulis dengan $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$. Sedangkan titik x disebut titik limit barisan $\{x_n\}$. (Darmawijaya, 2007).

Definisi 2.2.3 Barisan $\{x_n\}$ di dalam ruang bernorma $(X, \|\cdot\|)$ disebut barisan Cauchy atau **barisan fundamental** jika untuk setiap bilangan $\varepsilon > 0$ terdapat bilangan asli n_0 , sehingga untuk setiap dua bilangan asli $m, n \geq n_0$ berlaku $\|x_m - x_n\| < \varepsilon$. (Robert and Ronald, 2000)

Teorema 2.2.4 Setiap barisan yang konvergen di dalam ruang bernorma X , merupakan barisan Cauchy. (Robert and Ronald, 2000)

Definisi 2.2.5 Ruang bernorma dikatakan lengkap (*complete*) jika setiap barisan Cauchy di dalamnya konvergen. (Robert and Ronald, 2000)

Definisi 2.2.6

Misal $p, q \in (1, \infty)$ dengan $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ (q konjugat p), untuk $x \in l_p$ dan $y \in l_p$

$(x_n y_n)_{n \in \mathbb{N}} \in l^\infty$ dan $\sum_{n=1}^{\infty} |x_n y_n| \leq \|x\|^p \|y\|^q$. (Darmawijaya, 2007)

Teorema 2.2.7

l^p ($1 \leq p \leq \infty$) merupakan ruang bernorma terhadap norm $\|\cdot\|_p$. (Darmawijaya, 2007)

2.3 Ruang Banach

Ruang Banach (*Banach space*) adalah ruang bernorma yang lengkap (sebagai ruang metrik yang lengkap) jika dalam suatu ruang bernorma X berlaku kondisi bahwa setiap barisan Cauchy di X adalah konvergen. (Darmawijaya, 2007)

Teorema 2.3.1 (Ketaksamaan Ho'lder)

i. untuk setiap $\tilde{x} = \{x_n\} \in \ell_1$ dan $\tilde{y} = \{y_n\} \in \ell_\infty$ benar bahwa

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n \bar{y}_n \right\| \leq \sum_{n=1}^{\infty} |x_n \bar{y}_n| \leq \|\tilde{x}\|_1 \cdot \|\tilde{y}\|_\infty$$

$$\text{dengan } \|\tilde{x}\|_1 = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n| \text{ dan } \|\tilde{y}\| = \sup_{n \geq 1} |y_n|$$

ii. jika $1 < p, q < \infty$ dan $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, maka untuk setiap $\tilde{x} = \{x_n\} \in$

ℓ_p , dan $\tilde{y} = \{y_n\} \in \ell_q$ benar bahwa

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} x_n \bar{y}_n \right\| \leq \sum_{n=1}^{\infty} |x_n \bar{y}_n| \leq \|\tilde{x}\|_p \cdot \|\tilde{y}\|_q$$

$$\text{dengan } \|\tilde{x}\|_p = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^p \right\}^{\frac{1}{p}} \text{ dan } \|\tilde{y}\|_q = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} |y_n|^q \right\}^{\frac{1}{q}}$$

(Robert and Ronald, 2000).

Teorema 2.3.2 (Ketaksamaan Minkowski)

Jika $1 \leq p \leq \infty$ maka untuk setiap $\tilde{x} = \{x_n\}, \tilde{y} = \{y_n\} \in \ell_p$ benar bahwa

$$\|\tilde{x} + \tilde{y}\|_p \leq \|\tilde{x}\|_p + \|\tilde{y}\|_p$$

(Robert and Ronald, 2000).

Teorema 2.3.3

Jika bilangan *real* p dengan $1 \leq p \leq \infty$, maka $(\ell_p, \|\cdot\|_p)$ merupakan Ruang Banach. (Darmawijaya, 2007)

Definisi 2.3.4

Ruang barisan, himpunan dari barisan bilangan yang memiliki syarat

$$l_p = \left\{ x = (x_n) \in X : \sum_{k=1}^{\infty} |x_k| < \infty \right\}$$

l_p koleksi barisan bilangan yang $\sum_{k=1}^{\infty} |x_k| < \infty$.

$$l_p(\Delta) = \{x = (x_n) : \Delta x \in l_p\}$$

$l_p(\Delta)$ koleksi barisan bilangan yang $\Delta x \in l_p$

$$l_p(\Delta_m) = \{x = (x_n) : \Delta_m x \in l_p\}$$

$l_p(\Delta)$ koleksi barisan bilangan yang $\Delta_m x \in l_p$

(H.Kizmaz, 1981)

2.4 Ruang Barisan Selisih**Definisi 2.4.1**

Ruang barisan selisih merupakan barisan yang dibentuk dari selisih antar komponen. Diperlihatkan barisan selisih bilangan sebagai berikut :

Jika $\tilde{x} = \{x_k\}$ suatu barisan bilangan dan

$$\Delta\tilde{x} = \{x_{k+1} - x_k\} \text{ untuk setiap } k \in \mathbb{N}$$

$\Delta\tilde{x}$ disebut barisan selisih pertama terhadap barisan $\tilde{x} = \{x_k\}$

⋮

$$\Delta_m\tilde{x} = \{\Delta_m\tilde{x}_k = \sum_{i=0}^m (-1)^i \binom{m}{i} x_{k+m-i}\}, \text{ untuk setiap } k \in \mathbb{N}$$

$\Delta_m\tilde{x}$ disebut barisan selisih ke-m terhadap barisan $\tilde{x} = \{x_k\}$

Berdasarkan gambaran di atas maka dibentuklah barisan bilangan

$$\Delta\tilde{x} = \{\Delta x_k\}, \Delta_2\tilde{x} = \{\Delta_2 x_k\}, \dots, \Delta_m\tilde{x} = \{\Delta_m x_k\} \text{ yang disebut dengan barisan}$$

selisih pertama, barisan selisih kedua, dan seterusnya sampai barisan selisih ke-m.

(H.Kizmaz, 1981)

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2018/2019 di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi literatur. Dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Diawali dengan studi sejumlah konsep tentang barisan, ruang barisan, ruang Bernorm, dan ruang Banach. Selanjutnya dikonstruksikan langkah-langkah untuk menunjukkan bahwa ruang $l_{3/2}$, $l_{3/2}(\Delta)$, $l_{3/2}(\Delta_2)$, merupakan ruang Bernorm yang konvergen, sehingga menjadi ruang Banach.

V. KESIMPULAN

Hasil dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa Ruang barisan $(l_{3/2}, \|\cdot\|_{3/2})$, $(l_{3/2}(\Delta), \|\cdot\|_{(\Delta,3/2)})$ dan $(l_{3/2}(\Delta_2), \|\cdot\|_{(\Delta_2,3/2)})$ yang normanya masing – masing adalah $\|x\|_{3/2} = \{\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^{3/2}\}^{\frac{1}{3/2}}$, $\|x\|_{(\Delta,3/2)} = |x_1| + \|\Delta\tilde{x}\|_{3/2}$ dan $\|x\|_{(\Delta_2,3/2)} = |x_1| + |x_2| + \|\Delta_2\tilde{x}\|_{3/2}$ merupakan ruang Banach.

DAFTAR PUSTAKA

- Darmawijaya, S. 2007. *Pengantar Analisis Abstrak*. Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.
- Gozali, M. 2009. *Ruang Norm dan Ruang Banach*. Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung
- Kizmaz, H. 1981. *On Certain Sequence Spaces*. Karadeniz Teknik Universities, Turkey.
- Maddox, I.J. 1970. *Element of Functional Analysis*. Cambridge University Press, London.
- Martono, K. 1984. *Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik 2*. Angkasa, Bandung.
- Mizrahi, A. dan Sullivan, M. 1982. *Calculus and Analytic Geometry*. Wadsworth Publishing Company Belmont, California.
- Robert, G. Ronald R. 2000. *Introduction to Real Analysis*. John Wiley & Sons, inc, New York
- Yahya, dkk. 1990. *Matematika Dasar Untuk Perguruan Tinggi*. Ghalia Indonesia, Jakarta.