

**ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* (VECM)  
TERHADAP DATA HARGA INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN  
TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013 - NOVEMBER 2018**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**YOKO SAN**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2019**

## ABSTRAK

### ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* (VECM) TERHADAP DATA HARGA INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013 - NOVEMBER 2018

Oleh

YOKO SAN

Pada umumnya model ekonometrika *time series* merupakan model struktural karena didasarkan atas teori ekonomi yang telah ada. Vector Error Correction Model digunakan pada data deret waktu yang tidak memiliki kestabilan statistik sepanjang periode data tersebut, namun memiliki hubungan jangka panjang antar variabelnya. Vector Error Correction Model berbeda dengan VAR, dimana VECM dapat digunakan untuk memodelkan data *time series* yang terkointegrasi dan tidak stasioner. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis data *time series* dengan menggunakan VECM pada data harga internasional emas, perak, dan tembaga pada bulan November 2013 – November 2018. Model yang diperoleh untuk data tersebut adalah model VEC(11,3).

**Kata Kunci** : Stasioner, Kointegrasi, VAR, VECM

## **ABSTRACT**

### **VECTOR ERROR CORRECTION MODEL (VECM) ANALYSIS OF DATA ON INTERNATIONAL GOLD, SILVER, AND COPPER PRICES ON NOVEMBER 2013 - NOVEMBER 2018**

**By**

**YOKO SAN**

In general, econometrics model time series is a structural model because it based on previous theory. Vector Error Correction Model is used on time series data which has statistical instability throughout the period of data, but has a long-term relationship between variables. Vector Error Correction Model is different from VAR, where VECM can be used to model time series data that is co-integrated and not stationary. This research for analyze time series data using VECM on international gold, silver, and copper prices in November 2013 – November 2018. Result of model for the data is VEC(11,3).

***Keywords*** : Stationary, Co-integration, VAR, VECM

**ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* (VECM)  
TERHADAP DATA HARGA INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN  
TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013 - NOVEMBER 2018**

Oleh

**Yoko San**

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar

**SARJANA SAINS**

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2019**

Judul Skripsi : **ANALISIS VECTOR ERROR CORRECTION MODEL (VECM) TERHADAP DATA HARGA INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013 - NOVEMBER 2018**

Nama Mahasiswa : **Yoko San**

NPM : 1517031142

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



1. Komisi Pembimbing

**Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.**  
NIP. 19570101 198404 1 020

**Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**  
NIP. 19690305 199603 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

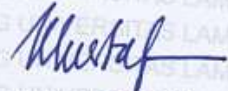
**Prof. Dra. Wamilliana, M.A., Ph.D.**  
NIP. 19631108 198902 2 001

**MENGESAHKAN**

**1. Tim Penguji**

**Ketua**

**: Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.**



**Sekretaris**

**: Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**



**Penguji**

**Bukan Pembimbing: Ir. Warsono, M.S., Ph.D.**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Drs. Suratman, M.Sc.**

**NIP. 19640604 199003 1 002**

**Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 02 Juli 2019**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Yoko San**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1517031142**

Judul : **ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION*  
MODEL (VECM) TERHADAP DATA HARGA  
INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN  
TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013  
– NOVEMBER 2018**

Jurusan : **Matematika**

dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 30 Juli 2019

Penulis,



**Yoko San**  
**NPM. 1517031142**

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Yoko San, anak kedua dari dua bersaudara yang dilahirkan di Jakarta, pada tanggal 27 Maret 1996 oleh pasangan Bapak Daniel Minggu dan Ibu Yosephine Lis Satyaningrum.

Menempuh Pendidikan di Taman Kanak-kanak (TK) Tarakanita Gading Serpong pada tahun 2001-2002, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD Tarakanita Gading Serpong pada tahun 2002-2008, kemudian bersekolah di SMP Negeri 19 Tangerang pada tahun 2008-2011, dan bersekolah di SMA Negeri 8 Tangerang pada tahun 2011-2014.

Pada tahun 2015, penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah aktif di beberapa organisasi kampus, seperti Unit Kegiatan Mahasiswa (UKM) Kristen Universitas Lampung pada tahun 2016-2017.

Pada tahun 2018, penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Kantor Pelayanan Pajak (KPP) Pratama Grogol Petamburan dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sumber Marga, Kecamatan Way Jepara, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung.



## *PERSEMBAHAN*

*Dengan mengucap puji dan syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa kupersembahkan karya  
kecil dan sederhana ini untuk;*

*Bapak, Ibu, dan Kakak yang selalu mendoakan, memberi semangat, dan telah menjadi  
teladan terbaik selama ini.*

*Teman-teman terkasih yang selalu mengikhlaskan hatinya, membantu dengan baik, dan  
memotivasi penulis agar tetap semangat.*

*Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa, selalu memberikan masukan dan  
motivasi kepada penulis.*

*Almamater Universitas Lampung.*

## *KATA INSPIRASI*

*“For God so loved the world that He gave His only begotten Son, that whoever believes in Him should not perish but have everlasting life.”*

*John 3:16 (NKJV)*

*“He who speaks from himself seeks his own glory; but He who seeks the glory of the One who sent Him is true, and no unrighteousness is in Him.”*

*John 7:18 (NKJV)*

## SANWACANA

Dengan mengucapkan puji dan syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, akhirnya penulis berhasil menyelesaikan skripsi berjudul “ANALISIS *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL* (VECM) TERHADAP DATA HARGA INTERNASIONAL EMAS, PERAK, DAN TEMBAGA PADA BULAN NOVEMBER 2013 – NOVEMBER 2018”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dari lubuk hati yang terdalam, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I, terima kasih untuk bimbingan dan kesediaan waktunya selama penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II, terima kasih untuk segala bantuan dan masukannya selama penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku Dosen Penguji, terima kasih atas kesediannya untuk menguji, memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penyelesaian skripsi ini.

4. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing Akademik, terima kasih untuk setiap bimbingan dan pembelajarannya selama masa perkuliahan.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak dan Ibu tersayang yang selalu mengerti, menyemangati, dan mengingatkan penulis untuk tetap semangat dalam menyelesaikan tugas akhir serta doa yang selalu melimpah untuk keberhasilan penulis.
9. Kakak yang telah ikhlas memberikan doa dan perhatian kepada penulis.
10. Sahabat-sahabat seperjuangan Matematika 2015.
11. Teman-teman HIMATIKA FMIPA Universitas Lampung atas kebersamaannya selama ini.
12. Rekan-rekan seiman di UKM Kristen Universitas Lampung, yang selalu terbuka untuk diajak bekerja sama dan saling mendoakan serta saling mendukung satu sama lain.
13. Almamater tercinta Universitas Lampung.
14. Seluruh pihak yang telah membantu yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandar Lampung, 24 Mei 2019

Penulis

**Yoko San**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xv</b>
<b>I. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	3
1.3 Manfaat Penelitian .....	3
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Bahan Tambang .....	4
2.1.1 Logam Mulia .....	4
2.1.1.1 Emas .....	5
2.1.1.2 Perak .....	5
2.1.1.3 Tembaga .....	5
2.1.2 Pasar Komoditi .....	6
2.1.3 Perdagangan Internasional .....	6
2.2 Model <i>Vector Autoregressive</i> (VAR).....	7
2.2.1 <i>Vector Error Correction Model</i> (VECM) .....	8
2.2.1.1 Uji Stasioneritas.....	9
2.2.1.2 Uji Stabilitas Model.....	10
2.2.1.3 Penentuan Panjang <i>Lag</i> .....	12

2.2.1.4 <i>Maximum Likelihood Estimation (MLE)</i> ...	13
2.2.1.5 Uji Kointegrasi Johansen.....	22
2.2.1.6 Uji Kausalitas Granger .....	23
2.2.1.7 <i>Impulse Response Function (IRF)</i> .....	25
2.2.1.8 <i>Variance Decomposition (VD)</i> .....	27

### III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	30
3.2 Data Penelitian .....	30
3.3 Metode Penelitian .....	31

### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Uji Stasioneritas .....	33
4.2 Penentuan Panjang <i>Lag</i> .....	36
4.3 Uji Kointegrasi .....	37
4.4 Uji Kausalitas Granger.....	38
4.5 Estimasi Model .....	41
4.5.1 Uji Stabilitas Model .....	47
4.6 Analisis <i>Impulse Response Function (IRF)</i> .....	48
4.7 Analisis <i>Variance Decomposition (VD)</i> .....	53

### V. KESIMPULAN

#### DAFTAR PUSTAKA

#### LAMPIRAN

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Grafik Analisis <i>Impulse Response Function</i> of GOLD .....	49
2. Grafik Analisis <i>Impulse Response Function</i> of SILVER .....	50
3. Grafik Analisis <i>Impulse Response Function</i> of COPPER .....	52
4. Grafik Analisis <i>Variance Decomposition</i> of GOLD .....	54
5. Grafik Analisis <i>Variance Decomposition</i> of SILVER .....	56
6. Grafik Analisis <i>Variance Decomposition</i> of COPPER .....	57
7. Grafik <i>Granger Causality</i> Antar Variabel .....	60

## DAFTAR TABEL

Tabel		Halaman
1.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga emas .....	33
2.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga perak.....	33
3.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga tembaga.....	34
4.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga emas setelah transformasi dan <i>differencing</i> .....	35
5.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga perak setelah transformasi dan <i>differencing</i> .....	35
6.	<i>Output</i> untuk uji akar unit harga tembaga setelah transformasi dan <i>differencing</i> .....	35
7.	<i>VAR Lag Order Selection Criteria</i> .....	36
8.	<i>Output</i> uji kointegrasi menggunakan uji kointegrasi Johansen ...	37
9.	<i>Output</i> uji kausalitas Granger .....	38
10.	Pendugaan parameter <i>Long-Run</i> ( $\beta$ ) .....	41
11.	Pendugaan koefisien <i>adjustment</i> ( $\alpha$ ) .....	42
12.	Pendugaan parameter $\Pi$ .....	42



13.	Pendugaan koefisien AR pada lag terdiferensi ( $\Gamma \Delta Y_{t-1}$ ).....	43
14.	Akar-akar karakteristik polinomial AR.....	47
15.	<i>Analisis Impulse Response Function of GOLD</i> .....	49
16.	<i>Analisis Impulse Response Function of SILVER</i> .....	51
17.	<i>Analisis Impulse Response Function of COPPER</i> .....	53
18.	<i>Analisis Variance Decomposition of GOLD</i> .....	55
19.	<i>Analisis Variance Decomposition of SILVER</i> .....	56
20.	<i>Analisis Variance Decomposition of COPPER</i> .....	57

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Vector Error Correction Model (VECM) adalah metode yang berfungsi sebagai pendekatan untuk memperkirakan hubungan jangka panjang dan jangka pendek pada satu data deret waktu. Vector Error Correction Model digunakan pada data deret waktu yang tidak memiliki kestabilan statistik sepanjang periode data tersebut, namun memiliki hubungan jangka panjang antar variabelnya. Vector Error Correction Model dapat digunakan pada data yang tidak stasioner dan memiliki fluktuasi yang cukup ekstrim (Enders, 2015).

Pada awalnya, model VECM adalah hasil pengembangan dari model Vector Autoregression (VAR). Model VAR memiliki struktur model yang lebih sederhana dengan jumlah variabel yang minimalis dan hanya memaksimalkan informasi yang ada dari data itu sendiri. Model VECM sendiri muncul pada tahun 1990 oleh Johansen dan Juselius, setelah sebelumnya Granger berhasil mengembangkan konsep kointegrasi yang digunakan untuk melihat pengaruh jangka panjang antar variabel suatu data pada tahun 1981.

Pada penelitian ini, penulis akan melakukan analisis VECM terhadap data harga internasional emas, perak, dan tembaga. Pendekatan VECM dilakukan karena data yang digunakan merupakan data deret waktu, memiliki periode data yang cukup panjang, dan belum diketahui variabel bebas atau yang memengaruhi maupun variabel terikat atau yang dipengaruhi. Ketiga variabel ini memiliki kelebihan dan karakteristik masing-masing yang membuat pendekatan VECM tepat untuk dilakukan.

Adapun alasan penulis untuk menggunakan data harga emas, perak, dan tembaga adalah karena ketiga variabel ini merupakan komoditi yang paling banyak dicari dan bernilai tinggi. Selain karena ketersediaannya yang terbatas, ketiga komoditi ini dapat digunakan untuk keperluan tertentu, dimana emas biasanya sering ditempa untuk dijadikan perhiasan, perak sering digunakan dalam pembuatan cinderamata, dan tembaga banyak digunakan dalam pembuatan berbagai peranti elektronik. Hal tersebut membuat emas, perak, dan tembaga memiliki nilai jual yang menarik di pasaran.

Berdasarkan uraian tersebut, penulis tertarik untuk membuat analisis dengan judul “Analisis Vector Error Correction Model (VECM) Terhadap Data Harga Emas, Perak, dan Tembaga Dunia pada Bulan November 2013 - November 2018”.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis pergerakan harga emas, perak, dan tembaga dunia bulan November 2013 - November 2018 dan menganalisis apakah terdapat hubungan yang saling memengaruhi antara data dari harga ketiga logam.

## **1.3 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui pemodelan dari pendekatan VECM harga emas, perak, dan tembaga dunia bulan November 2013-November 2018.
2. Mengetahui apakah harga emas, perak, dan tembaga dunia saling memengaruhi atau tidak.

## **II. TINJAUAN PUSTAKA**

### **2.1 Bahan Tambang**

Bahan tambang adalah Sumber Daya Alam (SDA) yang tidak dapat diperbaharui, hal ini lantaran proses pembentukannya memerlukan waktu yang sangat lama. Bahan tambang sendiri diperoleh dari proses tambang yang melalui berbagai tahap, dan biasanya memiliki nilai jual tinggi dalam perdagangan internasional karena keberadaan bahan tambang yang tidak dapat diperbaharui, terutama komoditi logam mulia seperti emas, perak, dan tembaga, dimana selain merupakan bahan hasil tambang ketiga komoditi ini memiliki keindahan dan fungsi masing-masing di berbagai bidang. Adapun bahan tambang sendiri biasanya diperjual-belikan di pasar komoditi, dimana jenis pasar ini khusus menjual berbagai macam komoditi dalam berbagai bentuk (Latest, 1962).

#### **2.1.1 Logam Mulia**

Logam mulia adalah jenis logam yang tahan terhadap oksidasi dan korosi. Sifat logam mulia adalah tahan banting, tidak berkarat, langka, dan tidak berubah fisik menjadi busuk. Adapun contoh dari logam mulia yang termasuk dalam komoditi bernilai jual tinggi dalam perdagangan internasional adalah emas, perak, dan tembaga (Syafputri, 2012).

### **2.1.1.1 Emas**

Emas merupakan jenis logam yang berwarna kuning berkilauan dan resistan terhadap air dan karat. Emas mudah dicampur dengan logam lain, terutama perak dan tembaga supaya emas menjadi keras dan tidak mahal. Emas sendiri dapat dihitung kadar kemurniannya berdasarkan satuan karat. Emas sendiri merupakan salah satu komoditi bahan tambang yang memiliki nilai jual tinggi di pasar komoditi, dan menjadi komoditi yang memiliki banyak peminat (Ferlianto, 2006).

### **2.1.1.2 Perak**

Perak merupakan jenis logam yang berwarna kehitaman sebagai akibat dari reaksi perak dengan belerang akibat pencampuran dengan sulfur dioksida di udara. Perak bersifat fleksibel, memiliki berbagai variasi pengolahan dan mudah dibentuk hampir seperti emas. Perak murni merupakan jenis logam yang memiliki titik lebur yang tepat, titik lebur tersebut juga yang dijadikan standar temperatur di dalam industri dan proses kimia. Di pasar komoditi, perak juga merupakan salah satu komoditi bahan tambang yang memiliki nilai jual tinggi dan banyak diminati karena keindahannya yang tidak kalah baik dengan emas (Ferlianto, 2006).

### **2.1.1.3 Tembaga**

Tembaga adalah jenis logam yang mudah ditempa, berwarna kemerahan dan mudah regang. Tembaga sendiri bersifat racun bagi makhluk hidup. Dalam aktivitas manusia, tembaga banyak dimanfaatkan dalam berbagai kegiatan industri, pertambangan, dan industri galangan kapal. Di pasar komoditi, tembaga memiliki banyak peminat yang menggunakannya untuk kepentingan industri dibanding untuk

dijadikan perhiasan, walaupun tembaga juga cukup baik jika dijadikan bahan baku untuk perhiasan. Tembaga juga menjadi salah satu komoditi yang banyak diperjual-belikan dalam proses perdagangan internasional (Palar, 1994).

### **2.1.2 Pasar Komoditi**

Pasar barang atau komoditi adalah suatu pasar yang kegiatannya mempertemukan antara penjual dan pembeli untuk melakukan transaksi jual-beli komoditi tertentu. Dalam pasar komoditi, barang yang diperjual-belikan adalah barang atau komoditi yang laku dijual di pasar dunia/internasional, misalnya kopi, kedelai, kakao, gula, jagung, tembakau, karet, CPO (*Crude Palm Oil*), emas, perak, tembaga, dan lainnya. Khusus bahan tambang logam mulia emas, perak, dan tembaga, biasanya para konsumen melakukan pembelian ketiga jenis logam mulia tersebut untuk digunakan dalam kepentingan tertentu, misalnya emas dan perak untuk dijadikan perhiasan dan tembaga untuk digunakan dalam berbagai kepentingan industri. Emas, perak, dan tembaga memiliki nilai jual yang tinggi dan banyak peminat dari berbagai kalangan (Adwinta, 2012).

### **2.1.3 Perdagangan Internasional**

Perdagangan internasional adalah aktivitas perdagangan yang melibatkan banyak negara. Amerika Serikat, China, Inggris dan beberapa negara Eropa yang tergabung dalam zona Euro adalah contoh negara besar yang terlibat dalam perdagangan internasional, dalam hal ini mereka memiliki aktivitas dan pengaruh yang lebih besar dibanding negara lainnya. Tidak jarang, aktivitas perdagangan komoditi logam mulia seperti emas, perak, dan tembaga banyak dipengaruhi oleh kondisi internal

dari negara-negara besar tersebut. Selain itu, proses perdagangan internasional banyak dipengaruhi oleh kondisi harga emas, perak, dan tembaga karena banyaknya peminat dari berbagai negara terutama negara-negara besar yang ikut serta dalam proses perdagangan internasional (Samuelson, 2010).

## 2.2 Model *Vector Autoregressive* (VAR)

Analisis data menggunakan metode *Vector Autoregressive* (VAR) sangat cocok untuk data *time series* yang melibatkan lebih dari satu variabel (*multivariate time series*). Adapun model VAR(p) dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

dimana

- $Y_t$  = elemen vektor observasi pada waktu  $t$  berukuran  $n \times 1$
- $\Phi_i$  = matriks berukuran  $n \times n$  yang merupakan koefisien dari vektor  $Y_{t-1}$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, p$
- $p$  = panjang lag
- $\varepsilon_t$  = vektor dari *shock* terhadap masing-masing variabel berukuran  $n \times 1$ .

Jika data yang digunakan stasioner pada tingkat *differencing* yang sama dan terdapat kointegrasi, maka model VAR akan dikombinasikan dengan model *error correction* menjadi *Vector Error Correction Model* (VECM) (Asteriou and Hall, 2007).



### 2.2.1 Vector Error Correction Model (VECM)

*Vector Error Correction Model* (VECM) adalah analisis yang digunakan untuk mengestimasi data yang tidak stasioner pada tingkat level, namun memiliki hubungan kointegrasi. Model ini pada dasarnya menggunakan bentuk VAR yang terestriksi, sehingga VECM juga sering disebut sebagai model VAR bagi data deret waktu yang bersifat non stasioner dan memiliki hubungan kointegrasi sehingga disebut sebagai VAR yang terestriksi. Adapun pendekatan dengan model VECM harus melalui berbagai tahap, yaitu uji stasioneritas, penentuan panjang *lag*, uji kointegrasi Johansen, dan uji kausalitas sebelum mengestimasi model VECM, serta melakukan pendekatan Impulse Response Function (IRF) dan Variance Decomposition (VD) untuk melihat karakteristik model dinamis VECM yang telah dihasilkan (Prakoso, 2009).

Adapun bentuk umum dari VECM(p) dengan rank kointegrasi  $r \leq k$  adalah

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

dimana

- $\Delta$  = operator *differencing*
- $Y_{t-1}$  = vektor peubah endogen dengan *lag* ke-1 berukuran  $n \times 1$
- $\varepsilon_t$  = vektor residual berukuran  $n \times 1$
- $\Pi$  = matriks koefisien kointegrasi ( $\Pi = \alpha\beta'$  ;  $\alpha$  = vektor *adjustment*, matriks ukuran  $(n \times 1)$  dan  $\beta$  = vektor kointegrasi (*long-run parameter*) matriks  $(n \times 1)$ )
- $\Gamma_i$  = matriks berukuran  $(n \times n)$  koefisien variabel endogen ke-i.

### 2.2.1.1 Uji Stasioneritas

Suatu deret pengamatan dikatakan stasioner apabila proses tidak berubah seiring dengan perubahan waktu, serta memiliki nilai tengah (*mean*) dan keragaman yang bersifat konstan. Secara visual pengecekan stasioneritas dapat dilakukan dengan melihat grafik atau plot, data dapat dikatakan stasioner bila plot menyebar dalam satu garis lurus atau dapat juga dilihat dari *correlogram*. Jika pada pengujian secara visual kesimpulan yang didapat kurang meyakinkan, maka dari itu perlu dilakukan uji secara formal menggunakan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF). Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui adanya akar unit pada data

$$\begin{aligned}
 y_t - y_{t-1} &= \Phi y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t \\
 \Delta y_t &= (\Phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \\
 \Delta y_t &= \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

jika  $\gamma = 0$  berarti  $\phi=1$ , maka  $y_t$  mempunyai akar unit atau  $y_t$  tidak stasioner. Jadi dibentuk sistematika uji hipotesis untuk mengetahui keberadaan akar unit sebagai berikut:

$H_0: \gamma = 0$  (terdapat akar unit sehingga data tidak stasioner)

$H_1: \gamma < 0$  (tidak terdapat akar unit sehingga data stasioner).

Pengujian ini dilakukan dengan membandingkan nilai statistik ADF dengan nilai kritis pada selang kepercayaan  $\alpha = 5\%$  (Makridakis dkk., 1999).

Jika datanya nonstasioner, maka perlu dimodifikasi data dengan metode tertentu untuk menjadikannya stasioner. Proses modifikasi data ini dilakukan sebelum memulai menganalisis data. Adapun proses yang dapat dilakukan untuk

memodifikasi data adalah dengan transformasi dilanjutkan dengan *differencing*. Proses transformasi dilakukan dengan melakukan operasi matematika pada setiap data agar diperoleh nilai yang lebih merata atau stasioner (Pankartz, 1983).

Selanjutnya, apabila data hasil transformasi belum stasioner maka kita dapat melakukan proses *differencing* data. Proses ini dilakukan untuk mendapatkan selisih dari satu data dengan data lainnya, tergantung berapa *lag* yang ditentukan dalam proses *differencing*, dimana persamaan yang dibentuk untuk semua  $t$  adalah

$$w_t = Z_t - Z_{t-1} \quad (2.4)$$

untuk *first difference*, dengan  $w_t$  adalah hasil dari proses *differencing*  $d=1$ . Sementara itu, jika data masih belum stasioner maka dapat dilakukan proses *differencing* kedua dengan persamaan

$$w_t = w_t - w_{t-1} = (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) \quad (2.5)$$

dimana  $w_t$  adalah hasil dari *second difference*,  $w_t$  adalah hasil dari *differencing* data  $Z_t$  dan  $Z_{t-1}$ , dan  $w_{t-1}$  adalah hasil dari *differencing* data  $Z_{t-1}$  dan  $Z_{t-2}$ . Biasanya proses *differencing* data hanya sampai pada  $d=2$ , dengan proses *differencing*  $d>2$  seringkali tidak dibutuhkan (Pankartz, 1983).

### 2.2.1.2 Uji Stabilitas Model

Uji stabilitas model dilakukan untuk melihat kestabilan model VAR yang telah didapat. Model VAR dikatakan stabil jika seluruh *root*-nya memiliki modulus dengan nilai lebih kecil dari satu. Berikut ini merupakan uraian dari Lütkepohl (2005) dimana model VAR(p) dapat dituliskan:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (2.6)$$

Jika mekanisme dimulai misalnya saat  $t=1$ , maka kita akan mendapatkan:

$$\begin{aligned} Y_1 &= c + \phi_1 Y_0 + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= c + \phi_1 Y_1 + \varepsilon_2 \\ &= c + \phi_1(c + \phi_1 Y_0 + \varepsilon_1) + \varepsilon_2 \\ &= (I_K + \phi_1)c + \phi_1^2 Y_0 + \phi_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ &\quad \vdots \\ Y_t &= (I_K + \phi_1 + \dots + \phi_1^{t-1})c + \phi_1^t Y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \phi_1^i \varepsilon_{t-i} \\ &\quad \vdots \end{aligned} \quad (2.7)$$

Oleh karenanya, vektor  $(Y_1, \dots, Y_t)$  ditentukan oleh  $(Y_0, Y, \dots, Y_t)$  dan distribusi bersama dari  $(Y_1, \dots, Y_t)$  ditentukan oleh distribusi bersama dari  $(Y_0, Y, \dots, Y_t)$ . Dari persamaan VAR(1) maka didapatkan:

$$\begin{aligned} Y_t &= c + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= (I_K + \phi_1 + \dots + \phi_1^j)c + \phi_1^{j+1} Y_{t-j-1} + \sum_{i=0}^j \phi_1^i \varepsilon_{t-i}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Apabila semua nilai eigen dari  $\phi_1$  memiliki modulus  $< 1$ , maka model  $Y_t$  merupakan proses stokastik yang didefinisikan dengan:

$$Y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i \varepsilon_{t-i}, \quad t = \dots - 1, 0, 1, \dots \quad (2.9)$$

dimana

$Y_t$  = elemen vektor  $y$  pada waktu  $t$  berukuran  $n \times 1$

$\Phi_i$  = matriks berukuran  $n \times n$  yang merupakan koefisien dari vektor  $y_{t-i}$ ,  
untuk  $i = 1, 2, \dots, p$

$\mu$  =  $(I_K + \Phi_1)^{-1}v$ .

Berdasarkan Rule (7) Appendix A.6 menurut Lütkepohl (2005), dikatakan “*semua nilai eigen pada matriks  $A$  berukuran  $(m \times m)$  mempunyai modulus kurang dari satu jika dan hanya jika  $\det(I_m - A_z) \neq 0$  untuk  $|z| \leq 1$ , maka polinomial dari  $\det(I_m - A_z)$  tidak memiliki roots yang berada pada unit circle*”.

Oleh karena itu, persamaan  $Y_t$  stabil jika:

$$\det(I_{Kp} - \Phi_z) \neq 0 \text{ untuk } |z| \leq 1.$$

Adapun definisi dari karakteristik polinomial pada matriks dapat disebut sebagai karakteristik polinomial dari proses VAR(p), sehingga persamaan (2.9) dikatakan stabil jika:

$$\det(I_{Kp} - \Phi_z) = \det(I_K - \Phi_1 z - \dots - \Phi_p z^p). \quad (2.10)$$

### 2.2.1.3 Penentuan Panjang Lag

Penetapan *lag* optimal sangat penting karena variabel independen yang digunakan tidak lain adalah *lag* dari variabel dependennya. Pemilihan orde *lag* dapat

menggunakan informasi kriteria Akaike Information Criterion (AIC) dengan persamaan

$$AIC = T \ln|\Sigma| + 2N \quad (2.11)$$

dan Schwarz Criterion (SC) dengan persamaan

$$SC = T \ln|\Sigma| + N \ln T \quad (2.12)$$

dimana  $|\Sigma|$  adalah determinan dari residual varian atau kovarian matriks, N adalah jumlah parameter yang diestimasi, dan T adalah jumlah observasi. Adapun dari hasil yang didapat, semakin banyak jumlah *lag* yang dipergunakan maka semakin banyak jumlah parameter yang harus diestimasi dan semakin kecil derajat kebebasannya, sedangkan semakin sedikit jumlah *lag* yang dipergunakan maka semakin sedikit jumlah parameter yang harus diestimasi dan semakin besar derajat kebebasannya yang dapat mengakibatkan model mengalami *miss spesification* (Enders, 2004).

#### **2.2.1.4 Maximum Likelihood Estimation (MLE)**

*Maximum Likelihood Estimation* (MLE) merupakan metode pendugaan parameter dengan menggunakan pendekatan distribusi dari data yang dimiliki dan asumsi distribusi yang diberlakukan oleh data tersebut. MLE menyediakan metode umum, dimana suatu kondisi dalam suatu sampel acak terdapat penduga yang bersifat konsisten.

Dalam menggunakan metode MLE, pertama diasumsikan bahwa peubah acak dari suatu populasi adalah X, dimana X mempunyai fungsi peluang yang mewakili

beberapa parameter  $\theta : \Pr \{x = x\} = f(x; \theta)$ . Lalu dimisalkan bahwa fungsi  $f$  diketahui tetapi nilai  $\theta$  tidak diketahui.

Fungsi peluang bersama dari peubah acak  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta). \quad (2.13)$$

Fungsi tersebut lebih dikenal dengan sebutan *likelihood function* dari suatu sampel. Sifat dari MLE ini diperlukan untuk memilih penduga dari parameter yang tidak diketahui. Jika suatu kelompok distribusi ingin menentukan dua atau lebih dari parameter yang tidak diketahui, yaitu  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ , maka fungsi *likelihood* dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned} \quad (2.14)$$

(Brunk, 1975).

Untuk menguji karakteristik penduga dengan menggunakan metode MLE, maka sifat-sifat penduga yang baik harus dipenuhi, diantaranya adalah:

1) Tak Bias

Tak bias merupakan salah satu karakteristik yang diinginkan bagi suatu parameter. Penduga  $U(X) = 'J(X_1, X_2, \dots, X_n)$  dikatakan penduga tak bias bagi  $g(\theta)$  jika  $E(U(X)) = g(\theta)$ .

Contoh:

$X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$ .  $X_1, \dots, X_n$  sampel acak.  $\hat{\theta}_L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,  $\hat{\theta}_L$  penduga tak bias bagi  $\theta$  jika  $E(\hat{\theta}_L) = \theta$ .

Bukti:

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\theta}_L) &= E\left[\frac{1}{n} \sum X_i\right] \\
 &= \frac{1}{n} E[\sum X_i] \\
 &= \frac{1}{n} [\sum E(X_i)] \\
 &= \frac{1}{n} [E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)] \\
 &= \frac{1}{n} [\theta + \theta + \dots + \theta] \\
 &= \frac{1}{n} (n \theta) \\
 &= \theta.
 \end{aligned}$$

Kesimpulan:

Karena  $E(\hat{\theta}_L) = \theta$ , maka  $\hat{\theta}_L$  merupakan penduga tak bias bagi  $\theta$ .

## 2) Ragam Minimum

Salah satu sifat yang baik dalam pendugaan parameter adalah memiliki ragam minimum. Bila  $U(X)$  merupakan penduga bagi  $g(\theta)$ , maka  $U_1(X)$  dikatakan sebagai penduga yang memiliki ragam terkecil jika:

$$\sigma_{u_1(x)}^2 \leq \sigma_{U(X)}^2$$

dimana  $U(X)$  merupakan sembarang penduga bagi  $g(\theta)$  (Hogg and Craig, 1995).



Contoh:

$X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$ ,  $0 < \theta < 1$ .  $X_1, \dots, X_n$  sampel acak. Penduga kemungkinan maksimum bagi  $\theta$  adalah  $\hat{\theta}_L = \frac{1}{n} \sum X_i$ , penduga Bayes [ $\theta \sim \text{Uniform}(0,1)$ ] bagi  $\theta$  adalah  $\hat{\theta}_B = \frac{(\sum X_i) + 1}{n+2}$ . Bandingkan mana yang memiliki variansi lebih kecil.

Bukti:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(\hat{\theta}_L) &= \text{Var}\left(\frac{1}{n} \sum X_i\right) \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 \text{Var}(\sum X_i) \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 \text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 [\text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n)] \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 [\theta(1-\theta) + \theta(1-\theta) + \dots + \theta(1-\theta)] \\
 &= \left(\frac{1}{n}\right)^2 n \theta(1-\theta) \\
 &= \frac{\theta(1-\theta)}{n}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(\hat{\theta}_B) &= \text{Var}\left(\frac{(\sum X_i) + 1}{n+2}\right) \\
 &= \left(\frac{1}{n+2}\right)^2 \text{Var}(\sum X_i) + 0 \\
 &= \left(\frac{1}{n+2}\right)^2 \text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) \\
 &= \left(\frac{1}{n+2}\right)^2 [\text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n)] \\
 &= \left(\frac{1}{n+2}\right)^2 [\theta(1-\theta) + \theta(1-\theta) + \dots + \theta(1-\theta)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{n+2}\right)^2 n \theta(1-\theta) \\
&= \frac{n\theta(1-\theta)}{n+2}.
\end{aligned}$$

Kesimpulan:

Karena  $\frac{\theta(1-\theta)}{n} < \frac{n\theta(1-\theta)}{n+2}$ , maka  $Var(\hat{\theta}_L) < Var(\hat{\theta}_B)$ .  $Var(\hat{\theta}_L)$  sebagai ragam terkecil.

Tahapan pendugaan parameter dari VECM dilakukan menggunakan metode *maximum likelihood*. Secara matematis, pendugaan parameter VECM dengan metode MLE adalah sebagai berikut:

Fungsi *log likelihood* untuk sampel berukuran T:

$$\begin{aligned}
\ln l &= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \Gamma\Delta X)' \Sigma_u^{-1} (\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \Gamma\Delta X)] \quad (2.15)
\end{aligned}$$

dengan menggantikan  $\Gamma$  pada persamaan (2.15) dengan  $\tilde{\Gamma}(\alpha\beta')$  dengan

$$\tilde{\Gamma}(\alpha\beta') = (\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1})\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}, \quad (2.16)$$

maka

$$\begin{aligned}
\ln l &= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \tilde{\Gamma}(\alpha\beta')\Delta X)' \Sigma_u^{-1} (\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \tilde{\Gamma}(\alpha\beta')\Delta X)] \\
&= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \tilde{\Gamma}(\alpha\beta')\Delta X)' \Sigma_u^{-1} (\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \tilde{\Gamma}(\alpha\beta')\Delta X)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - ((\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1})\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)' \Sigma_u^{-1}(\Delta Y - \\
&\quad \alpha\beta'Y_{-1} - ((\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1})\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)] \\
&= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - (\Delta Y(\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}))\Delta X)' - \\
&\quad \alpha\beta'Y_{-1}((\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)' \Sigma_u^{-1}(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \\
&\quad (\Delta Y(\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}))\Delta X)' - \alpha\beta'Y_{-1}((\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)] \\
&= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - (\Delta Y(\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}))\Delta X)' - \alpha\beta'Y_{-1} - \\
&\quad \alpha\beta'Y_{-1}((\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)' \Sigma_u^{-1}(\Delta Y - (\Delta Y(\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}))\Delta X)' - \\
&\quad \alpha\beta'Y_{-1} - \alpha\beta'Y_{-1}((\Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)] \\
&= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y((I - \Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1}))\Delta X) - \alpha\beta'Y_{-1}((I - \\
&\quad \Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X)' \Sigma_u^{-1}(\Delta Y((I - \Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X) - \\
&\quad \alpha\beta'Y_{-1}((I - \Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X))].
\end{aligned}$$

Misal  $M = (I - \Delta X'(\Delta X\Delta X')^{-1})\Delta X$ , maka

$$\begin{aligned}
\ln l &= -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta YM - \alpha\beta'Y_{-1}M)' \Sigma_u^{-1}(\Delta YM - \alpha\beta'Y_{-1}M)]. \tag{2.17}
\end{aligned}$$

Setelah itu, turunkan terhadap  $\beta$ ,  $\alpha$ , dan  $\Gamma$ .

Untuk metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), tidak diasumsikan bahwa  $\beta$  adalah normal, melainkan hanya dibuat asumsi  $rk(\Pi)=r$  yang mana menyatakan bahwa matriks tersebut dapat direpresentasikan sebagai  $\Pi = \alpha\beta'$ , dimana  $\alpha$  dan  $\beta$  berukuran  $(K \times r)$  dengan  $rk(\alpha) = rk(\beta) = r$ . Untuk penurunan terhadap  $\alpha$  dan  $\beta$  merupakan kasus khusus dengan menggunakan fungsi *log likelihood* sebagai berikut:

$$\ln l = -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\Delta y_t - \Pi_{y_{t-1}})' \Sigma_u^{-1} (\Delta y_t - \Pi_{y_{t-1}}). \quad (2.18)$$

Memaksimalkan persamaan (4.4) sama dengan meminimalkan nilai determinannya

$$\begin{aligned} & |T^{-1} \sum_{t=1}^T (\Delta y_t - \Pi_{y_{t-1}})(\Delta y_t - \Pi_{y_{t-1}})'| \\ & |T^{-1} \sum_{t=1}^T (\Delta y_t - \alpha\beta'_{y_{t-1}})(\Delta y_t - \alpha\beta'_{y_{t-1}})'| \end{aligned}$$

untuk kasus khusus ini, penyelesaian ada di proposisi A.1 dan solusi diperoleh dengan mempertimbangkan *eigen values*  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K$  dan dihubungkan dengan *orthonormal eigen vector*  $v_1, \dots, v_K$  matriksnya

$$\begin{aligned} & ((\sum_{t=1}^T y_{t-1}y'_{t-1})^{-\frac{1}{2}} (\sum_{t=1}^T y_{t-1}\Delta y'_t) (\sum_{t=1}^T \Delta y_t \Delta y'_t) X \\ & (\sum_{t=1}^T \Delta y_t y'_{t-1}) (\sum_{t=1}^T y_{t-1}y'_{t-1})^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

**Proposisi A.1**

Diberikan  $Y$  dan  $X$  ( $K \times T$ ) matriks dengan *rank*  $K$  dan diberikan  $B$  dan  $C$  adalah *rank*  $r$  dengan dimensi masing-masing ( $K \times r$ ) dan ( $r \times K$ ). Selanjutnya, diberikan  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K$  adalah *eigen value* dari

$$(X X')^{-\frac{1}{2}} X Y' (Y Y') Y X' (X X')^{-\frac{1}{2}},$$

dan dihubungkan dengan *orthonormal eigen vector*  $v_1, \dots, v_K$ . Disini

$$(X X')^{-\frac{1}{2}}$$

adalah beberapa matriks memenuhi

$$(X X')^{-\frac{1}{2}} (X X) (X X')^{-\frac{1}{2}} = I_K.$$

Lalu,

$$\min_{B,C} |T^{-1} (Y - BCX)(Y - BCX)'| = |T^{-1} Y Y'| (1 - \lambda_1) \dots (1 - \lambda_r)$$

dan diperoleh minimum untuk

$$C = \tilde{C} = [v_1, \dots, v_K]' (X X')^{-\frac{1}{2}}$$

dan

$$B = \hat{B} = Y X' \hat{C}' (\hat{C} X X' \hat{C}')^{-1}.$$

Sehingga

$$\tilde{\beta} = [v_1, \dots, v_K]' (\sum_{t=1}^T y_{t-1} y'_{t-1})^{-1/2}$$

dan

$$\tilde{\alpha} = (\sum_{t=1}^T \Delta y_t y'_{t-1} \tilde{\beta}) (\sum_{t=1}^T \tilde{\beta}' y_{t-1} y'_{t-1} \tilde{\beta})^{-1}.$$

Selanjutnya,  $\frac{\partial \ln l}{\partial \Gamma} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln l}{\partial \Gamma} &= \frac{\partial}{\partial \Gamma} \left\{ -\frac{KT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \text{tr} [(\Delta Y - \alpha \beta' Y_{-1} - \Gamma \Delta X)' \Sigma_u^{-1} (\Delta Y - \alpha \beta' Y_{-1} - \Gamma \Delta X)] \right\} \\ &= -\frac{1}{2} (\Delta Y - \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} - \tilde{\Gamma} \Delta X)^2 \\ &= -(\Delta Y - \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} - \tilde{\Gamma} \Delta X) \\ &= -(\Delta Y - \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} - \tilde{\Gamma} \Delta X) \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X \\ &= -(\Delta Y \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X - \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X - \Delta X^2) \\ &= -\Delta Y \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X + \Delta X^2 \\ -\Delta X^2 &= -\Delta Y \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \tilde{\Gamma}^{-1} \Delta X \\ -\Delta X^2 &= \tilde{\Gamma}^{-1} (-\Delta Y \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \Delta X) \\ -\Delta X^2 \tilde{\Gamma} &= -\Delta Y \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \Delta X \\ \tilde{\Gamma} &= \frac{-\Delta Y \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \Delta X}{-\Delta X^2} \\ &= \frac{\Delta Y \Delta X + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1} \Delta X}{\Delta X^2} \\ &= \frac{\Delta Y + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1}}{\Delta X} \\ &= (\Delta Y + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1}) \frac{\Delta X' (\Delta X \Delta X')^{-1} \Delta X}{\Delta X} \\ &= (\Delta Y + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}' Y_{-1}) \Delta X' (\Delta X \Delta X')^{-1} \end{aligned}$$

(Lütkepohl, 2005).

### 2.2.1.5 Uji Kointegrasi Johansen

Kemudian, untuk uji kointegrasi digunakan uji kointegrasi Johansen. Jika dua variabel  $I(1)$  dapat dibentuk kombinasi linier, maka kombinasi liniernya juga  $I(1)$ . Jika  $X_{i,t} \sim I(d_i)$  untuk  $i = 1, 2, \dots, k$ , maka ada variabel sebanyak  $k$  masing-masing memiliki integrasi dengan order  $d_i$ . Misalkan

$$Y = \sum_{i=1}^k \alpha_i X_{i,t} \quad (2.19)$$

maka  $Y_t = I(\max d_i)$ , dimana  $Y_t$  adalah kombinasi linier dari variabel  $X_i$  sebanyak  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Misalkan  $W_t$  adalah  $k \times 1$  vektor dari variabel-variabel, maka komponen-komponen dari  $W_t$  terintegrasi dengan order  $(d,b)$  jika semua komponen  $W_t$  adalah  $I(d)$  dan terdapat sedikitnya satu vektor dari koefisien-koefisien  $\alpha$  sehingga  $\alpha'W_t \sim I(d,b)$ . Dalam hal ini, suatu himpunan variabel didefinisikan terkointegrasi jika kombinasi linier dari mereka stasioner.

Adapun banyaknya *rank* yang terbentuk dapat ditentukan menggunakan dua uji statistik, yaitu uji *trace* dan uji *maximum eigen value*.

a. Uji *trace*

$H_0$  : Terdapat paling banyak  $r$  *eigen value* positif

$H_1$  : Terdapat lebih dari  $r$  *eigen value* positif

$$Tr(r) = -T \sum_{i=r+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i). \quad (2.20)$$

b. Uji *maximum Eigen value*

$H_0$  : Terdapat  $r$  *eigen value* positif

$H_1$  : Terdapat  $r + 1$  *eigen value* positif

$$\lambda_{max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (2.21)$$

dimana

$\hat{\lambda}_i$  = estimasi dari *eigen value*

$T$  = jumlah observasi

$k$  = jumlah variabel endogen.

$H_0$  ditolak jika statistik uji *trace* dan *eigen value* lebih kecil dari nilai kritis pada saat  $\alpha$ , atau *p-value* lebih besar dari nilai signifikansi  $\alpha$  (Kirchgassner and Wolters, 2007).

Adapun suatu hubungan kointegrasi dapat dipandang sebagai hubungan jangka panjang atau fenomena titik keseimbangan (Brooks, 2008).

### 2.2.1.6 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas digunakan untuk melihat pengaruh masing-masing variabel terhadap variabel lainnya satu per satu. Uji kausalitas dilakukan untuk mengetahui apakah suatu variabel endogen dapat diperlakukan sebagai variabel eksogen. Jika ada dua variabel  $y$  dan  $z$ , maka apakah  $y$  menyebabkan  $z$  atau  $z$  menyebabkan  $y$  atau berlaku keduanya atau tidak ada hubungan keduanya. Variabel  $y$  menyebabkan variabel  $z$



artinya berapa banyak nilai  $z$  pada periode sekarang dapat dijelaskan oleh nilai  $z$  pada periode sebelumnya dan nilai  $y$  pada periode sebelumnya (Subagyo, 2013).

Uji kausalitas yang paling populer untuk digunakan dalam berbagai penelitian adalah *Granger Causality Test*. Uji ini didasarkan pada uji F yang berusaha untuk menemukan jika ada perubahan dalam satu variabel yang disebabkan adanya perubahan variabel lainnya. Adapun model VAR dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (2.22)$$

Jika semua koefisien  $\phi$  pada *lag* nilai dari  $y$  signifikan pada persamaan (2.22), maka '*X Granger Causal Y*'. Jika *X Granger Causal Y* dan tidak sebaliknya disebut dengan *causality* tidak langsung, sedangkan jika terdapat *causality* secara timbal balik baik dari  $X$  ke  $Y$  maupun dari  $Y$  ke  $X$  disebut dengan *causality* dua arah (Brooks, 2008).

Adapun hipotesis yang dibentuk pada *Granger Causality Test* adalah sebagai berikut:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0 \text{ ("X bukan Granger Causal Y")}$$

$$H_A: \text{at least one of } \alpha\text{-coefficients} \neq 0 \text{ ("X Granger Causal Y").}$$

Statistik uji mengikuti distribusi  $X^2$ , dengan  $p$  adalah derajat bebas di bawah hipotesis nol, dan  $P$  adalah jumlah *lag* optimal. Nantinya, kita akan mengetahui seperti apa hubungan saling mempengaruhi antar variabel. Adapun uji kausalitas ini

juga dapat mengetahui seberapa besar pengaruh yang diberikan dari satu variabel dengan variabel lainnya dalam deret waktu (Lütkepohl, 2005).

### 2.2.1.7 Impulse Response Function (IRF)

Perilaku dinamis dari model VECM dapat dilihat melalui respon dari setiap variabel terhadap *shock* dari variabel tersebut maupun terhadap variabel endogen lainnya. *Impulse Response Function* (IRF) berfungsi untuk mengukur besaran (perubahan dalam persen), orientasi (meningkat atau menurun), dan panjang (seberapa lama *shock* memengaruhi variabel-variabel terikat) dari suatu respon dan mengevaluasi kecepatan dari mekanisme transmisi dalam beroperasi. Nantinya, masing-masing variabel akan diberikan shock untuk melihat respon dari salah satu variabel ketika terjadi *shock* terhadap semua variabel (Prakoso, 2009).

Metode IRF berawal dari model VAR. Misal digunakan tiga variabel dalam bentuk persamaan VAR sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Menggunakan persamaan model VAR, bentuk umum di atas diasumsikan mencapai kestabilan saat  $b_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$ , dimana:

$$Y_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix}, \text{ dan } A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Persamaan (2.25) menyatakan  $x_t$ ,  $y_t$ , dan  $z_t$  dalam istilah berurutan  $\{e_{11}\}$ ,  $\{e_{21}\}$ , dan  $\{e_{31}\}$  yang kemudian dituliskan sebagai  $\{\Sigma_{xt}\}$ ,  $\{\Sigma_{yt}\}$ , dan  $\{\Sigma_{zt}\}$ . Menggunakan perkalian dengan  $B^{-1}$  memungkinkan kita untuk mendapatkan model VAR dalam bentuk:

$$Y_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t, \quad (2.26)$$

dimana  $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$ ,  $A_1 = B^{-1}\Gamma_1$ , dan  $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ .

Sementara itu, vektor dari *error* tersebut dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(A_1)} \times \text{adj}(A_1) \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{xt} \\ \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

dengan  $\det(A_1)$  adalah nilai determinan dari matriks  $A_1$  dan  $\text{adj}(A_1)$  adalah matriks *adjoint* dari matriks  $A_1$ , sehingga persamaan (2.24) dan (2.25) dapat dikombinasikan ke dalam bentuk:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \frac{1}{\det(A_1)} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^i \times \text{adj}(A_1) \times \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \\ e_{3t-i} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

dimana dapat disederhanakan dengan mendefinisikan ke dalam bentuk matriks  $\Phi$  ukuran  $3 \times 3$ . Maka dari itu, persamaan (2.25) dan (2.26) dapat dituliskan ke dalam bentuk urutan  $\{\varepsilon_{xt}\}$ ,  $\{\varepsilon_{yt}\}$ , dan  $\{\varepsilon_{zt}\}$  sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \Phi_{11}(i) & \Phi_{12}(i) & \Phi_{13}(i) \\ \Phi_{21}(i) & \Phi_{22}(i) & \Phi_{23}(i) \\ \Phi_{31}(i) & \Phi_{32}(i) & \Phi_{33}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xt-i} \\ \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

dengan elemen  $\Phi_{jk}(i)$ :

$$\Phi_i = \frac{1}{\det(A_1)} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^i \times \text{adj}(A_1). \quad (2.30)$$

Persamaan (2.26) dapat ditulis kembali dalam bentuk  $Z_t$  sebagai berikut:

$$Z_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i \varepsilon_{t-i}. \quad (2.31)$$

Kesembilan koefisien  $\Phi_{11}(i)$ ,  $\Phi_{12}(i)$ ,  $\Phi_{13}(i)$ ,  $\Phi_{21}(i)$ ,  $\Phi_{22}(i)$ ,  $\Phi_{23}(i)$ ,  $\Phi_{31}(i)$ ,  $\Phi_{32}(i)$ , dan  $\Phi_{33}(i)$  disebut sebagai *Impulse Response Function* (IRF). Membuat plot fungsi impuls dari koefisien  $\Phi_{jk}(i)$  adalah cara terbaik untuk menggambarkan perilaku  $\{x_t\}$ ,  $\{y_t\}$ , dan  $\{z_t\}$  dalam memberi respon terhadap guncangan (Enders, 2015).

### 2.2.1.8 Variance Decomposition (VD)

Adapun *Variance Decomposition* (VD) berguna untuk mengukur perkiraan varians error suatu variabel yaitu seberapa besar kemampuan suatu variabel dalam memberikan penjelasan pada variabel lainnya atau pada variabel itu sendiri. *Variance Decomposition* digunakan untuk menyusun *forecast error variance* suatu variabel, yaitu seberapa besar perbedaan antara *variance* sebelum dan sesudah

*shock*, baik *shock* yang berasal dari dirinya sendiri maupun *shock* dari variabel lain untuk melihat pengaruh relatif variabel-variabel penelitian terhadap variabel lainnya. Adapun prosedur *Variance Decomposition* adalah dengan mengukur persentase kejutan-kejutan atas masing-masing variabel (Prakoso, 2009).

Metode ini sendiri berawal dari model VAR(p), dimana:

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \omega_{t-i} \quad (2.32)$$

dengan  $\Sigma_{\omega} = I_K$ , maka kesalahan perkiraan *h-step* optimal adalah:

$$\begin{aligned} y_{t+h} - y_t(h) &= \sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i u_{t+h-i} = \sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i P P^{-1} u_{t+h-i} \\ &= \sum_{i=0}^{h-1} \Theta_i \omega_{t+h-i}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Mendenotasikan elemen  $mn$  dari  $\Theta_i$  dengan  $\Theta_{mn,i}$  seperti sebelumnya, maka kesalahan perkiraan *h-step* komponen  $j$  dari  $y_t$  adalah:

$$\begin{aligned} y_{j,t+h} - y_{j,t}(h) &= \sum_{i=0}^{h-1} (\theta_{j1,i} \omega_{1,t+h-i} + \dots + \theta_{jK,i} \omega_{K,t+h-i}) \\ &= \sum_{k=1}^K (\theta_{jK,0} \omega_{K,t+h} + \dots + \theta_{jk,h-1} \omega_{K,t+1}). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Dengan demikian, kesalahan perkiraan dari komponen  $j$  berpotensi terdiri dari  $\omega_{1t}, \dots, \omega_{Kt}$ . Tentunya, beberapa  $\Theta_{mn,i}$  bisa sama dengan nol sehingga beberapa komponen tidak muncul dalam persamaan (2.32). Karena  $\omega_{K,t}$  tidak memiliki hubungan dan memiliki unit varian, maka *Mean Square Error* (MSE) dari  $y_{j,t}(h)$  adalah:

$$E(y_{j,t+h} - y_{j,t}(h))^2 = \sum_{k=1}^K (\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2). \quad (2.35)$$

Karena itu,

$$\theta_{jk,0}^2 + \theta_{jk,1}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2 = \sum_{i=0}^{h-1} (e'_j \Theta_i e_k)^2 \quad (2.36)$$

terkadang diinterpretasikan sebagai kontribusi inovasi dalam variabel  $k$  terhadap varians kesalahan perkiraan atau MSE dari perkiraan  $h$ -step dari variabel  $j$ . Dari persamaan (2.31), perkiraan  $h$ -step matriks MSE adalah sebagai berikut:

$$\Sigma_y(h) = MSE[y_t(h)] = \sum_{i=0}^{h-1} (\Theta_i \Theta'_i) = \sum_{i=0}^{h-1} (\Phi_i \Sigma_y \Phi'_i). \quad (2.37)$$

Elemen-elemen diagonal dari matriks ini adalah MSE dari variabel  $y_{j,t}$  seperti pada persamaan (2.31) (Lütkepohl, 2007).

Oleh karenanya, setiap faktor memiliki pengaruh masing-masing terhadap hasil *Variance Decomposition*. Perubahan dan *shock* yang diberikan tentunya dapat menguji kedinamisan model VECM terhadap situasi-situasi tertentu.

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

#### **3.2 Data Penelitian**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data deret waktu yang berasal dari <https://www.exchangerates.org.uk/commodities/XAU-USD-history.html> yang merupakan data harian harga internasional komoditi emas, <https://www.exchangerates.org.uk/commodities/XAG-USD-history.html> yang merupakan data harian harga internasional komoditi perak, dan <https://m.investing.com/commodities/copper-historical-data> yang merupakan data harian harga internasional komoditi tembaga periode bulan November 2013 sampai dengan November 2018.

### 3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan dengan studi pustaka yaitu dengan pengkajian secara teoritis dan praktik komputasi. Adapun langkah-langkah yang harus dilalui untuk melakukan penelitian dengan pendekatan VECM adalah sebagai berikut:

1. Melakukan uji stasioneritas data

Kestasioneran data dapat dilihat dengan menggunakan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF). Jika data tidak stasioner maka dilakukan transformasi, selanjutnya dilakukan *differencing data*. Uji stasioneritas dilakukan pada data tingkat level dan *differencing*. Jika nilai ADF lebih kecil dibanding nilai *test critical value* pada level  $\alpha = 5\%$ , maka dapat disimpulkan data stasioner.

2. Menentukan panjang *lag* optimal

Penentuan panjang *lag* optimal dapat dilakukan dengan menggunakan informasi kriteria Akaike Information Criterion (AIC) dan Schwarz Information Criterion (SIC) dengan melihat nilai minimum setiap *lag* dari kriteria informasi yang digunakan. Berdasarkan perhitungan dari masing-masing kriteria, *lag* optimal ditandai dengan tanda bintang (\*).

3. Melakukan uji kointegrasi

Uji kointegrasi dilakukan dengan menggunakan *Johansen's Co-integration Test*. Jika nilai *trace statistic* lebih besar daripada *critical value* maka diambil kesimpulan bahwa terdapat kointegrasi antar variabel ekonomi sehingga model VECM dapat digunakan.



4. Melakukan uji kausalitas

Adapun uji kausalitas dilakukan dengan menggunakan *Granger's Causality Test*, yang bertujuan untuk mengetahui hubungan kausalitas atau timbal balik antar variabel endogen.

5. Mengestimasi model VECM

Pendugaan model VECM dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan membentuk matriks koefisien kointegrasi ( $\Pi$ ) dan selanjutnya membentuk matriks koefisien variabel *differencing* ( $\Gamma$ ) dan matriks koefisien ( $c$ ).

6. Melakukan uji stabilitas model

Uji stabilitas dilakukan untuk melihat apakah model yang digunakan stabil atau tidak. Sebuah model dikatakan stabil jika akar unit karakteristik polinomialnya mempunyai modulus  $\leq 1$ .

7. Melakukan analisis *Impulse Response Function* (IRF)

Analisis *Impulse Response Function* (IRF) bertujuan untuk melihat respon satu variabel terhadap *shock* yang diberikan oleh variabel lain. Analisis dapat dilakukan dengan melihat grafik IRF dan data tabel yang tersaji.

8. Melakukan analisis *Variance Decomposition* (VD)

Analisis *Variance Decomposition* (VD) bertujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh yang diberikan variabel lain ketika terjadi *shock* pada salah satu variabel. Analisis dapat dilakukan dengan melihat grafik VD dan data tabel yang tersaji.

## V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal, diantaranya:

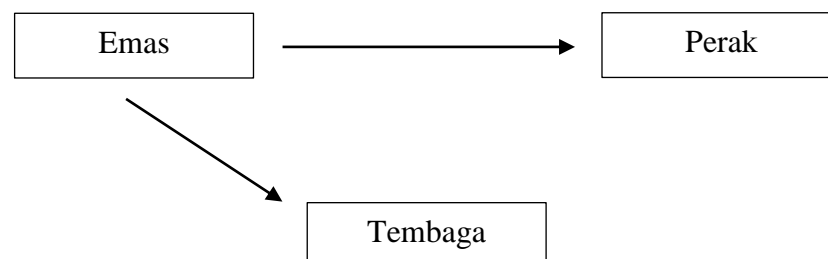
1. VECM(11) yang terbentuk untuk data harga internasional emas, perak, dan tembaga pada bulan November 2013-November 2018 yaitu:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Y_{t1} \\ Y_{t2} \\ Y_{t3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1.26323 & 0.62814 & -0.07911 \\ -0.22306 & -0.86734 & -0.03279 \\ -0.17292 & 0.00412 & -0.97336 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t1-1} \\ Y_{t2-1} \\ Y_{t3-1} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0.17709 & -0.61200 & 0.08578 \\ 0.22116 & -0.16656 & 0.06199 \\ 0.17771 & 0.02841 & -0.04392 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-1} \\ Y_{t2-1} \\ Y_{t3-1} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0.12101 & -0.58146 & 0.10015 \\ 0.14691 & -0.15076 & 0.04909 \\ 0.06123 & 0.00835 & -0.03111 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-2} \\ Y_{t2-2} \\ Y_{t3-2} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0.05302 & -0.48285 & 0.08573 \\ 0.14280 & -0.17075 & 0.01705 \\ 0.08255 & -0.01634 & -0.01600 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-3} \\ Y_{t2-3} \\ Y_{t3-3} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.04088 & -0.41654 & 0.09326 \\ 0.11087 & -0.18655 & -0.01726 \\ 0.11113 & -0.00773 & -0.06492 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-4} \\ Y_{t2-4} \\ Y_{t3-4} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.07374 & -0.36517 & 0.08908 \\ 0.18512 & -0.16752 & -0.02941 \\ 0.06412 & 0.01967 & -0.06335 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-5} \\ Y_{t2-5} \\ Y_{t3-5} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.05845 & -0.32880 & 0.08551 \\ 0.11918 & -0.13556 & 0.00358 \\ 0.07463 & 0.03345 & 0.00738 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-6} \\ Y_{t2-6} \\ Y_{t3-6} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} -0.04566 & -0.23905 & 0.05057 \\ 0.10010 & -0.08672 & 0.00223 \\ 0.08981 & 0.04070 & 0.03801 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-7} \\ Y_{t2-7} \\ Y_{t3-7} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -0.05370 & -0.20545 & 0.02094 \\ 0.12390 & -0.06551 & 0.01198 \\ 0.08289 & 0.03644 & -0.00695 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-8} \\ Y_{t2-8} \\ Y_{t3-8} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -0.04994 & -0.13525 & 0.00521 \\ 0.04728 & -0.04937 & 0.00354 \\ 0.07476 & 0.00233 & -0.00551 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-9} \\ Y_{t2-9} \\ Y_{t3-9} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0.00407 & -0.06190 & 0.00416 \\ 0.01592 & -0.01361 & 0.03851 \\ -0.00843 & 0.02336 & -0.04297 \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} Y_{t1-10} \\ Y_{t2-10} \\ Y_{t3-10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan model tersebut diketahui bahwa antara harga internasional emas, perak, dan tembaga memiliki hubungan kointegrasi (jangka Panjang) pada  $rank = 3$ .

2. Berdasarkan analisis kausalitas Granger, dapat disimpulkan bahwa harga emas memengaruhi harga perak dan tembaga. Selain itu, tidak ada lagi hubungan kausalitas yang terjadi antar ketiga variabel. Oleh karenanya, dapat disimpulkan bahwa fluktuasi harga perak dunia banyak dipengaruhi oleh keberadaan harga emas dunia, seperti dilihat pada grafik berikut:



Gambar 7. Grafik *Granger Causality* Antar Variabel

3. Berdasarkan analisis *Impulse Response Function* (IRF), dapat disimpulkan bahwa harga emas, perak, dan tembaga memberikan respon ketika terjadi guncangan terhadap masing-masing variabel. Akan tetapi, respon yang signifikan hanya terlihat pada periode awal dan kembali normal saat memasuki periode-periode selanjutnya.
  
4. Berdasarkan analisis *Variance Decomposition* (VD), dapat disimpulkan bahwa harga emas, perak, dan tembaga memberikan pengaruh yang signifikan terhadap dirinya sendiri ketika terjadi guncangan atau *shock*. Sedangkan, ketiga variabel ini tidak saling memberikan pengaruh yang signifikan satu sama lain ketika terjadi *shock* pada masing-masing variabel.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adwinta. 2012. *Pengertian Pasar Barang/Komoditi*. Diakses pada November 2018 [adwintaactivity.blogspot.com](http://adwintaactivity.blogspot.com).
- Asteriou, D. and Hall, S.G. 2007. *Applied Econometrics: A Modern Approach*. Revised Edition. Palgrave Macmillian, New York.
- Brooks, C. 2008. *Introductory: Econometrics for Finance, 2<sup>nd</sup> ed.* Cambridge University Press, New York.
- Brunk, H.D. 1975. *An Introduction to Mathematical Statistic*. John Wiley and Sons Interscience Publication, New York.
- Diakses tanggal 29 Desember 2018 pukul 16.30 WIB pada laman resmi <https://www.exchangerates.org.uk/commodities/XAU-USD-history.html>
- Diakses tanggal 29 Desember 2018 pukul 16.35 WIB pada laman resmi <https://www.exchangerates.org.uk/commodities/XAG-USD-history.html>
- Diakses tanggal 29 Desember 2018 pukul 16.55 WIB pada laman resmi <https://m.investing.com/commodities/copper-historical-data>
- Enders, W. 2015. *Applied Econometric Time Series*. John Wiley and Sons Interscience Publication, New York.
- Enders, W. 2004. *Applied Econometric Time Series*. John Wiley and Sons Interscience Publication, New York.
- Ferlianto, L.R., Gondomulio, E.L., dan Laloan, T.R. 2006. *Komoditi Investasi Paling Prospektif*. PT Elex Media Komputindo, Jakarta.
- Hogg, R. V. dan Craig, A. T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics. 5<sup>th</sup> edition*. Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Kirchgassner, G. and Wolters, J. 2007. *Introduction to Modern Time Series Analysis*. Springer, Berlin.
- Latest. 1962. *Pengertian Bahan Tambang dan Jenis-jenisnya Menurut Para Ahli Lengkap*. Diakses pada November 2018 [indonesiastudents.com](http://indonesiastudents.com).

- Lütkepohl, H. 2007. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer Verlag, Berlin.
- Lütkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer Verlag, Berlin.
- Makridakis, S, Wheelwright, S.C, McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Erlangga, Jakarta.
- Palar, H. 1994. *Pencemaran dan Toksikologi Logam Berat*. Rineka Cipta, Jakarta.
- Pankartz, A. 1983. *Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models: Concepts and Cases*. John Willey and Sons, New York.
- Prakoso, A.T. 2009. *Analisis Hubungan Perdagangan Internasional dan FDI Terhadap Pertumbuhan Ekonomi Indonesia*. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Depok.
- Samuelson, P.A. dan Nordhaus, W.D. 2010. *Economics*. The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
- Subagyo, A. 2013. Analisis ECM dan VECM pada Variabel Makroekonomi di Indonesia. *Wawasan Tridharma: Majalah Ilmiah Kopertis IV Nomor 01 Tahun XXVI*, Jakarta.
- Syafputri, Ella. 2012. *Investasi Emas, Dinar, & Dirham*. Penebar PLUS+, Jakarta.