

**PENGGUNAAN METODE ESTIMASI *WEIGHTED LEAST SQUARES*
(WLS) DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL
(Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)**

(Skripsi)

Oleh

WARDHANI UTAMI DEWI



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRACT

THE APPLICATION OF THE ESTIMATION OF WEIGHTED LEAST SQUARES (WLS) METHOD IN THE STRUCTURAL EQUATION MODELING

(Case Study: The Service Quality of Unila's Library)

By

WARDHANI UTAMI DEWI

The purpose of this research was to estimate the structural equation modeling by used the Weighted Least Squares (WLS) method and calculate the total effect. WLS was an unbiased estimation and sufficient statistics method which not depend on the data distribution. The results shown that the parameter estimation of structural equation modeling could not be done manually because the structural equation modeling were analyzed simultaneously so to obtain the population covariance ($\Sigma(\theta)$) which approach or equal to the sample covariance (S). Therefore the analysis of structural equation modeling could only be done by an iterative method, namely Newton-Rapshon through the output LISREL software. The employee's competency influenced indirectly to the quality of library facilities in Unila by the intermediary variable with a total effect of 0.8983.

Keywords: Structural Equation Modeling, Weighted Least Squares (WLS).

ABSTRAK

PENGGUNAAN METODE ESTIMASI *WEIGHTED LEAST SQUARES* (WLS) DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)

Oleh

WARDHANI UTAMI DEWI

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengestimasi model persamaan struktural menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS) dan menghitung pengaruh total. WLS merupakan metode penduga yang bersifat tak bias dan statistik cukup serta tidak bergantung pada distribusi data. Hasil penelitian menunjukkan estimasi parameter model persamaan struktural tidak dapat dilakukan secara perhitungan manual karena model persamaan struktural dianalisis secara simultan sehingga memperoleh kovarian populasi ($\Sigma(\theta)$) yang mendekati atau sama dengan kovarian sampel (S). Oleh karenanya analisis model persamaan struktural hanya dapat dilakukan dengan metode iteratif yaitu dengan *Newton-Rapshon* melalui *software* LISREL. Kompetensi pegawai mempengaruhi kualitas pelayan secara tidak langsung melalui variabel perantara fasilitas perpustakaan di Unila dengan pengaruh total sebesar 0,8983.

Kata Kunci: Model Persamaan Struktural, *Weighted Least Squares* (WLS).

**PENGGUNAAN METODE ESTIMASI *WEIGHTED LEAST SQUARES*
(WLS) DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL
(Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)**

Oleh

WARDHANI UTAMI DEWI

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

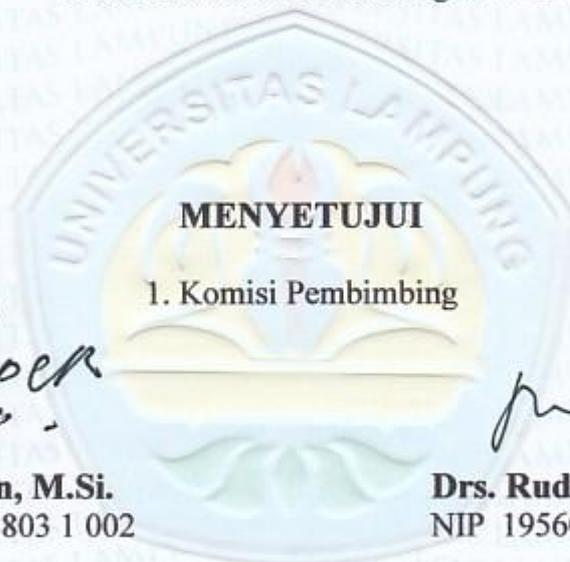
Judul Skripsi : **PENGGUNAAN METODE *ESTIMASI WEIGHTED LEAST SQUARES* (WLS) DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)**

Nama Mahasiswa : **Wardhani Utami Dewi**

No. Pokok Mahasiswa : 1517031098

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Eri Setiawan, M.Si.
NIP 19581101 198803 1 002

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.
NIP 19560208 198902 1 001

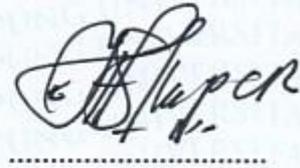
2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

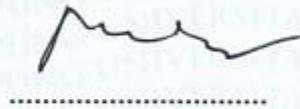
1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**



.....

Sekretaris : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.**



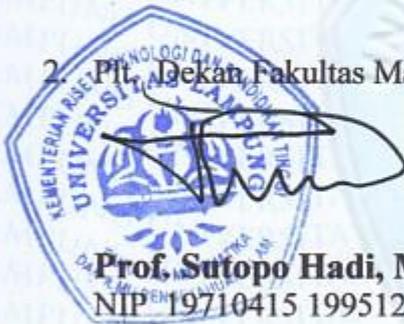
.....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.**



.....

2. Plt. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D.
NIP^{EN} 19710415 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **25 Februari 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Wardhani Utami Dewi**
No. Pokok Mahasiswa : 1517031098
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi : **PENGGUNAAN METODE ESTIMASI
WEIGHTED LEAST SQUARES (WLS) DALAM
MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (Studi
Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 25 Februari 2019
Yang Menyatakan,



Wardhani Utami Dewi

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Wardhani Utami Dewi, lahir pada 18 Maret 1997 di Pringsewu. Penulis merupakan anak ke tiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Drs. Untung dan Lelly Suswanti. Penulis memiliki kakak bernama Siswanto dan Rizky Dwi Kurniawan.

Penulis menempuh pendidikan di TK Fransiskus Pringsewu pada tahun 2001 sampai 2003, SD Fransiskus Pringsewu pada tahun 2003 sampai 2009. Kemudian melanjutkan ke sekolah menengah pertama di SMP Negeri 1 Pringsewu pada tahun 2009 sampai 2012. Dan belajar pada jenjang SMA di SMA Negeri 1 Pringsewu pada tahun 2012 sampai 2015.

Pada tahun 2015, melalui jalur PMPAP, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Pada periode tahun 2015/2016 penulis terdaftar sebagai anggota Bidang Kaderisasi HIMATIKA Unila dan sebagai anggota Garuda *Action* BEM FMIPA Unila. Pada periode tahun 2016/2017 penulis terdaftar sebagai Bendahara Panitia Khusus FMIPA Unila. Periode 2017/2018 terdaftar sebagai Sekretaris Bidang Keilmuan HIMATIKA Unila dan sebagai anggota Komisi I Dewan Perwakilan Mahasiswa (DPM). Pada periode tahun

2016/2017 penulis diterima menjadi Beswan Peningkatan Prestasi Akademik (PPA) Universitas Lampung.

Di awal tahun 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pendapatan Daerah Provinsi Lampung (BAPENDA). Di pertengahan tahun 2018, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 32 hari di Desa Mandala Sari Kecamatan Mataram Baru Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan”

(QS. Al-Insyirah: 5)

“Life is like riding a bicycle. To keep your balance, you must keep going”

(Albert Einstein)

“Dunia itu seluas langkah kaki. Jelajahilah dan jangan pernah takut melangkah”

(Soe Hok Gie)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirobbil'alamin,

Puji dan syukur tiada hentinya terpanjatkan kepada Allah SWT

*Tiada kata yang lebih mampu mewakili setiap rasa bahagia yang ingin tcurahkan
ku persembahkan karya kecil ini untuk:*

Ibu dan Bapak

*Terimakasih Ibu dan Bapak yang selalu tulus mendoakan setiap waktu, membimbing, dan selalu
memberikan semangat untuk keberhasilan penulis. Selalu mendengarkan keluh kesah, dan selalu
memberikan motivasi.*

Mamasku

*Terimakasih kepada Mas Iwan dan Mas Dwi yang telah memberikan waktu, doa, materi, dan dukungan
yang sangat memotivasi*

Serta Sahabat-Sahabatku

*Terimakasih kepada Ludia, Dea, Umi, Anita, Yola, Putri, Ani, Asih, dan Idun dalam memotivasi dan
membantu satu sama lain. Kalian telah memberi kenangan indah masa kuliah.*

Serta Adik-adikku

*Terimakasih kepada elly, irfan, yesi, cia, agung, azwar, alda, yuriza, desfan, dan nuurul yang selalu
menyenangkan hati yunda.*

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis haturkan kepada Allah SWT karena atas limpahan karunia serta ridho-Nya sehingga skripsi dengan judul **“Penggunaan Metode Estimasi *Weighted Least Square* (WLS) dalam Model Persamaan Struktural (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila)”** dapat terselesaikan. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis menyadari banyaknya bimbingan, bantuan, dan dukungan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku dosen pembimbing I sekaligus Pembimbing Akademik yang senantiasa membimbing dan memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang banyak memberikan masukan dan arahan kepada penulis.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan masukan dalam perbaikan skripsi ini.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Seluruh Dosen, Staf dan Karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Untuk kedua orangtuaku Bapak Drs. Untung dan Ibu Lelly Suswanti yang telah banyak memberikan kasih sayang dan do'a, mamasku Mas Iwan dan Mas Dwi yang telah memberikan semangat, motivasi, dan materi untuk membantu penulis.
8. Sahabat seperjuangan Dea, Ludia, Umi, Anita, Yola, Asih, Idun, Putri, Ani yang banyak membantu, mendoakan, dan memotivasi serta banyak memberikan kenangan di masa perkuliahan penulis.
9. Adik-adikku dari Keilmuan 2017 dan Keluarga Besar HIMATIKA yang selalu menyenangkan hati penulis.
10. Teman-teman Jurusan Matematika 2015 serta Abang Yunda Jurusan Matematika yang telah memberikan informasi, saran, dan dukungan dalam penyelesaian tugas akhir ini.

Bandar Lampung, 25 Februari 2019
Penulis

Wardhani Utami Dewi

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	viii
I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Manfaat Penelitian.....	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Skala Pengukuran	4
2.2 Uji Validitas dan Reliabilitas Instrumen.....	5
2.2.1 Uji Validitas.....	5
2.2.2 Uji Reliabilitas.....	6
2.3 Matriks	7
2.4 Metode <i>Ordinary Least Squares</i> (OLS).....	9
2.5 Model Persamaan Struktural	10
2.6 Variabel-variabel dalam Model Persamaan Struktural	11
2.6.1 Variabel Laten	11
2.6.2 Variabel Indikator.....	12
2.7 Model-model dalam Model Persamaan Struktural	12
2.7.1 Model Struktural.....	12
2.7.2 Model Pengukuran.....	14
2.8 Metode Estimasi.....	15
2.9 Sifat-sifat Estimator	16
2.10 Metode <i>Weighted Least Squares</i> (WLS).....	17
2.11 Metode <i>Newton-Raphson</i>	21

2.12	Indeks Kecocokan Model	22
2.12.1	Derajat Kecocokan Absolut.....	22
2.12.2	Derajat Kecocokan Inkremental	23
2.12.3	Derajat Kecocokan Parsimoni	24
2.13	Pengaruh Langsung dan Pengaruh Tidak Langsung.....	25
III.	METODOLOGI PENELITIAN.....	26
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian.....	26
3.2	Data Penelitian	26
3.3	Metode Penelitian	28
IV.	HASIL DAN PEMBAHASAN	31
4.1	Uji Validitas dan Reliabilitas	31
4.1.1	Uji Validitas	31
4.1.2	Uji Reliabilitas	32
4.2	Spesifikasi Model.....	33
4.2.1	Spesifikasi Model Struktural.....	33
4.2.2	Spesifikasi Model Pengukuran	35
4.3	Konstruksi Diagram Jalur	37
4.4	Estimasi Parameter <i>Weighted Least Squares</i> (WLS).....	37
4.4.1	Menduga Nilai Parameter	37
4.4.2	Algoritma <i>Newton-Rapshon</i> dalam Pendugaan Parameter	43
4.4.3	Estimasi Nilai Parameter menggunakan <i>Software Lisrel 9.30</i>	46
4.5	Indeks Kecocokan Model	49
4.6	Pengaruh Langsung, Tidak Langsung, dan Total	50
4.6.1	Pengaruh Langsung.....	51
4.6.2	Pengaruh Tidak Langsung	52
4.6.3	Pengaruh Total	53
V.	SIMPULAN DAN SARAN.....	55
5.1	Simpulan	55
5.2	Saran	57

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Variabel Penelitian.....	27
2. Uji Validitas 200 Sampel	31
3. Uji Reliabilitas	32
4. Indeks Kecocokan Model	50
5. <i>Path Coeffisient</i>	51

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Variabel Eksogen dan Endogen	11
2. Variabel Indikator	12
3. Model Persamaan Struktural	24
4. Model Konseptual Penelitian	27
5. Diagram Jalur Model Struktural	32
6. Diagram Jalur Model Pengukuran	33
7. Diagram Jalur.....	35
8. Diagram Jalur Hasil Estimasi.....	42
9. Pengaruh Langsung dari Kompetensi terhadap Fasilitas dan Kualitas	46
10. Pengaruh Tidak Langsung dari Kompetensi terhadap Kualitas Melalui Fasilitas	48

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Dalam penelitian bidang ilmu sosial dan perilaku sering kali peneliti dihadapkan pada suatu permasalahan yang melibatkan faktor yang tidak dapat diukur atau diamati secara langsung (*unobservable factor*). Salah satunya adalah mengenai tingkat kualitas pelayanan perpustakaan di Unila. Penelitian tersebut sering kali dihadapkan pada masalah pengukuran data. Jenis data yang dijumpai berupa data kualitatif, karena biasanya data dikumpulkan melalui kuisisioner dengan skala ordinal. Variabel yang nilainya diperoleh dari responden melalui pengumpulan data biasanya disebut variabel indikator. Variabel indikator merupakan pembentuk dari variabel yang tidak dapat diukur secara langsung. Untuk melihat hubungan kausal antara variabel-variabel yang tidak dapat diukur secara langsung dan menduga hubungan lebih dari satu persamaan maka digunakan model persamaan struktural.

Model persamaan struktural adalah suatu teknik statistik yang mampu menganalisis pola hubungan linier antara variabel indikator dan variabel laten dan juga dapat menguji indikator-indikatornya sehingga dapat menilai kualitas pengukuran (Wijanto, 2008). Dalam model persamaan struktural ada beberapa

metode estimasi, diantaranya adalah *Maximum Likelihood* (ML), *Weighted Least Squares* (WLS), *Unweighted Least Squares* (ULS), dan *Diagonal Weighted Least Squares* (DWLS).

Secara umum dalam mengestimasi model regresi, metode estimasi yang sering digunakan adalah metode estimasi *Ordinary Least Squares* (OLS). Sifat penduga yang baik yaitu harus memenuhi sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Apabila pada saat melakukan estimasi dengan *Ordinary Least Squares* (OLS) terdapat salah satu atau lebih asumsi yang tidak terpenuhi, maka hasil estimasi yang diperoleh tidak dapat memenuhi sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Sehingga diperlukan metode alternatif lain dalam melakukan estimasi parameter, yaitu *Weighted Least Squares* (WLS) dengan memberikan pembobot pada model regresi tersebut. Metode estimasi *Weighted Least Squares* (WLS) adalah *asymptotic distribution free*, metode estimasi yang tidak bergantung kepada jenis distribusi data.

Metode *Weighted Least Square* (WLS) juga merupakan fungsi tertentu yang berfungsi sebagai pembobot dari suatu model regresi linier (Wijanto, 2008). Pembobot yang digunakan adalah invers dari matriks diagonal yang elemennya adalah varians. Diperlukan suatu ukuran tertentu yang dapat menentukan model diterima atau model ditolak. Ukuran-ukuran kesesuaian ini antara lain adalah *Chi-Square* (χ^2), *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA), *Adjust Goodness of Fit Index* (AGFI), dan *Parsimonious Normed Fit Index* (PNFI) (Joreskog, 1996).

Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji tentang model persamaan struktural dengan metode *Weighted Least Squares* (WLS) menggunakan data hasil survei kuisisioner kualitas pelayanan perpustakaan Unila yang melibatkan 12 variabel teramati dengan ukuran sampel 200.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan estimasi *Weighted Least Squares* (WLS) pada Model Persamaan Struktural.
2. Menghitung pengaruh total dalam model persamaan struktural menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS).

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui hasil estimasi dari metode *Weighted Least Squares* (WLS) pada Model Persamaan Struktural.
2. Mengetahui pengaruh total dalam model persamaan struktural menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS).

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Skala Pengukuran

Menurut Irianto (2004), skala pengukuran merupakan kesepakatan yang digunakan sebagai acuan untuk menentukan panjang pendeknya interval yang ada dalam alat ukur, sehingga alat ukur tersebut bila digunakan dalam pengukuran akan menghasilkan data kuantitatif. Skala Pengukuran dapat dikategorikan menjadi menjadi empat, yaitu:

1. Skala Nominal

Pada skala nominal tidak mensyaratkan adanya pemeringkatan. Pendeskripsian data tidak berdasarkan peringkat atau peringkat tiap data.

2. Skala Ordinal

Pada skala ordinal, pendeskripsian data dilakukan pada tabel peringkat. Bentuk tabelnya adalah tabel tunggal, sedangkan deskripsi data ordinal pada tabel peringkat diisi berdasarkan peringkat tiap data dengan memberi nomor urut pada tiap data sesuai dengan posisinya masing-masing.

3. Skala Interval

Selain membedakan skala interval antarkelompok dan menunjukkan peringkat, skala ini juga dapat mengukur perbedaan tersebut. Namun, tidak dapat dilakukan perbandingan antarkelompok tersebut

4. Skala Rasio

Skala rasio merupakan skala tertinggi dalam pengukuran. Skala ini memiliki sifat dari ketiga skala sebelumnya dan memiliki nilai nol yang mutlak. Jadi, skala ini memiliki empat fungsi, yaitu sebagai pembeda, menunjukkan peringkat, menunjukkan jarak (interval), dan dapat membandingkan antarindividu atau kelompok data.

2.2 Uji Validitas dan Reliabilitas Instrumen

2.2.1 Uji Validitas

Menurut Arikunto (2010), validitas adalah suatu ukuran yang menunjukkan tingkat-tingkat kevalidan atau kesahihan sesuatu instrument dalam hal ini kuisioner. Suatu instrumen yang valid atau sah mempunyai validitas tinggi. Sebaliknya, instrumen yang kurang valid berarti memiliki validitas rendah. Pengujian validitas konstruksi dilakukan dengan analisis faktor, yaitu dengan mengkorelasikan antara skor item instrumen dengan rumus *Pearson Product Moment* adalah.

$$r_{hitung} = \frac{N \sum X - (\sum X) (\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X^2)\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y^2)\}}} \quad (2.1)$$

dengan:

r_{hitung} : Koefisien korelasi

N : Jumlah responden

$\sum X$: Jumlah skor item variabel X

$\sum Y$: Jumlah skor item variabel Y

Selanjutnya angka korelasi yang diperoleh dibandingkan dengan angka kritik tabel korelasi nilai r_{tabel} . Apabila r_{hitung} nilainya di atas angka taraf nyata 5% maka pernyataan tersebut valid, dan sebaliknya apabila r_{hitung} nilainya dibawah angka taraf nyata 5% maka pernyataan tersebut tidak valid.

2.2.2 Uji Reliabilitas

Menurut Arikunto (2010), reliabilitas menunjuk pada satu pengertian bahwa sesuatu instrumen cukup dapat dipercaya untuk digunakan sebagai alat pengumpul data karena instrumen tersebut sudah baik. Dalam pengujian untuk mencari reliabilitas instrumen yang skornya bukan 1 dan 0.

$$r_{11} = \left[\frac{k}{(k-1)} \right] \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \quad (2.2)$$

dengan :

r_{11} : Reliabilitas instrument

k : Banyaknya butir pertanyaan atau banyaknya soal

$\sum s_i^2$: Jumlah varians butir

s_t^2 : Varians total

Apabila nilai r_{11} ini dikonsultasikan dengan r_{pearson} , dapat diketahui bahwa lebih kecil dari yang ada. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa instrumen tersebut tidak reliabel. Dalam pengujian reliabilitas peneliti menggunakan *software* SPSS dengan melihat nilai *Cronbach's Alpha* lebih dari 0,6 maka butir atau pertanyaan dapat dikatakan reliabel.

2.3 Matriks

Menurut Anton dan Rorres (2004), matriks adalah kumpulan bilangan-bilangan yang disusun secara khusus dalam bentuk baris dan kolom sehingga membentuk persegi panjang atau persegi yang ditulis di antara dua tanda kurung, yaitu () atau []. Terdapat beberapa jenis matriks, diantaranya yaitu:

1. Matriks kuadrat atau persegi adalah matriks dimana jumlah baris sama dengan jumlah kolom

$$\text{Contoh: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

2. Matriks diagonal adalah matriks dimana semua elemen di luar diagonal utamanya adalah nol (0) dan minimal ada satu elemen pada diagonal utamanya bukan nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Matriks satuan atau identitas adalah matriks dimana semua elemen di luar diagonal utamanya bernilai satu (1) dan elemen di luar diagonal utama bernilai nol (0).

$$\text{Contoh: } \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Matriks skalar adalah matriks diagonal dimana elemen pada diagonal utamanya bernilai sama tetapi bukan satu atau nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

5. Matriks segitiga bawah adalah matriks diagonal dimana elemen di sebelah kiri diagonal utama ada yang bernilai tidak sama dengan nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

6. Matriks segitiga atas adalah matriks diagonal dimana elemen di sebelah kanan diagonal utama ada yang bernilai tidak sama dengan nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

7. Matriks *singular* adalah matriks yang determinannya bernilai nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Matriks *non singular* adalah matriks yang determinannya bernilai tidak sama dengan nol.

$$\text{Contoh: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Adapun determinan matriks adalah suatu skalar (angka) yang diturunkan dari suatu matriks kuadrat melalui operasi perkalian. Misalkan determinan dari matriks \mathbf{A} berukuran $n \times n$ adalah perkalian akar ciri \mathbf{A} , $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ dan dinotasikan $|\mathbf{A}|$, sehingga:

$$\det(\mathbf{A}) = |\mathbf{A}| = \lambda_1 \times \dots \times \lambda_n$$

Jadi $|\mathbf{A}| = 0$ jika dan hanya jika paling tidak ada satu akar ciri yang 0, yaitu terjadi jika dan hanya jika \mathbf{A} singular.

Sedangkan Transpose matriks adalah jika \mathbf{A} adalah matriks berukuran $m \times n$, maka transpose dari \mathbf{A} , dinyatakan oleh \mathbf{A}^T atau \mathbf{A}' , didefinisikan menjadi matriks

berukuran $n \times m$ yang merupakan pertukaran baris dan kolom dari matriks A .

Jika matriks A dinyatakan:

$$A_{m \times n} = (a_{ij})$$

Maka transpose dari matriks A dinyatakan:

$$A_{n \times m} = (a_{ji})$$

2.4 Metode *Ordinary Least Squares* (OLS)

Metode *Ordinary Least Squares* (OLS) merupakan salah satu metode penduga parameter terbaik karena bersifat tak bias dan konsisten. Metode kuadrat terkecil akan menghasilkan ragam (varian) minimum bagi parameter regresi. Prinsip dasar metode ini adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat. Dengan menggunakan persamaan linier untuk pendugaan garis regresi linier, *Ordinary Least Squares* (OLS) dapat diuraikan dengan notasi matematika, yaitu sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \quad (2.3)$$

Jarak vertikal antara titik observasi (x_i, y_i) dan titik (x_i, \hat{y}_i) pada garis dugaan dapat ditulis :

$$|y_i - \hat{y}_i| \text{ atau } |y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i|$$

Jumlah kuadrat dari semua jarak ini ditulis:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad (2.4)$$

Solusi dari metode kuadrat terkecil dapat dilakukan sebagai berikut:

$$S(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

$$\frac{\partial S(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)}{\partial \hat{\beta}_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) x_i = 0 \quad (2.6)$$

Dengan menyederhanakan persamaan (2.5) dan (2.6) maka diperoleh:

$$n \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.7)$$

dan

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad (2.8)$$

Persamaan garis kuadrat terkecil yang didapat adalah:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \text{ atau } \hat{y} = \bar{Y} + \hat{\beta}_1 (X - \bar{X}) \quad (2.9)$$

(Myers dan Milton, 1991).

2.5 Model Persamaan Struktural

Menurut Bollen (1989), model persamaan struktural (*Structural Equation Modeling*, SEM) adalah salah satu teknik peubah ganda yang dapat menganalisa secara simultan beberapa peubah laten endogen dan eksogen. Misalkan vektor acak $\boldsymbol{\eta}^T = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_m)$ dan $\boldsymbol{\xi}^T = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n)$, berturut-turut adalah variabel laten endogen dan eksogen, sehingga membentuk persamaan simultan dengan sistem hubungan persamaan linier:

$$\boldsymbol{\eta}_j = \mathbf{B}_{ji} \boldsymbol{\eta}_i + \boldsymbol{\Gamma}_{jb} \boldsymbol{\xi}_b + \boldsymbol{\zeta}_j \quad (2.10)$$

dengan:

$\boldsymbol{\beta}_{ji}$: matriks koefisien peubah laten endogen berukuran mxm

$\boldsymbol{\Gamma}_{jb}$: matriks koefisien peubah laten eksogen berukuran mxn

$\boldsymbol{\eta}_j$: vektor peubah laten endogen berukuran mx1

$\boldsymbol{\eta}_i$: vektor peubah laten endogen berukuran mx1

$\boldsymbol{\xi}_b$: vektor peubah laten endogen berukuran nx1

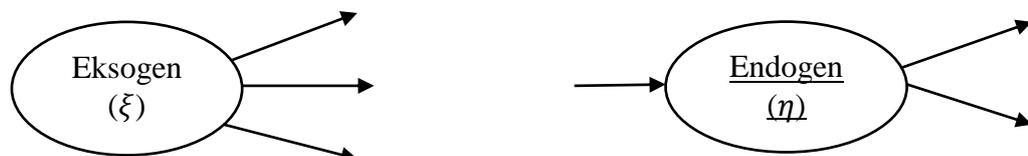
$\boldsymbol{\zeta}_j$: vektor sisaan acak hubungan antara $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ berukuran mx1,

bahwa $\boldsymbol{\xi}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\zeta}$.

2.6 Variabel-variabel dalam Model Persamaan Struktural

2.6.1 Variabel Laten

Menurut Wijanto (2008), variabel laten merupakan konsep abstrak, sebagai contoh: perilaku orang, sikap, perasaan, dan motivasi.. Terdapat dua jenis variabel laten, yaitu variabel laten endogen dan variabel laten eksogen. Variabel eksogen muncul sebagai variabel bebas dalam model, sedangkan variabel endogen merupakan variabel terikat pada paling sedikit satu persamaan model. Variabel laten eksogen dinotasikan dengan ξ (ksi) dan variabel laten endogen dinotasikan dengan η (etha).



Gambar 1. Variabel Eksogen dan Endogen

2.6.2 Variabel Indikator

Menurut Wijanto (2008), variabel teramati (*observed variable*) atau variabel terukur (*measured variable*) adalah variabel yang dapat diamati atau dapat diukur secara empiris dan sering disebut indikator. Variabel teramati merupakan efek atau ukuran dari variabel laten. Variabel teramati yang berkaitan atau merupakan efek dari variabel laten eksogen (ξ) diberi notasi matematik dengan label X, sedangkan yang berkaitan dengan variabel laten endogen (η) diberi label Y. Simbol diagram lintasan dari variabel teramati adalah bujur sangkar atau empat persegi panjang.



Gambar 2. Variabel Indikator

2.7 Model-model dalam Model Persamaan Struktural

2.7.1 Model Struktural

Menurut Wijanto (2008), model struktural menggambarkan hubungan-hubungan yang ada di antara variabel-variabel laten. Beberapa persamaan regresi linier tersebut membentuk sebuah *persamaan simultan* variabel-variabel laten. Parameter yang menunjukkan regresi variabel laten eksogen diberi label dengan huruf Yunani γ (“gamma”), sedangkan untuk regresi variabel laten endogen diberi label dengan huruf Yunani β (“beta”), dan matriks kovarians variabel-variabel laten eksogen diberi label dengan huruf Yunani Φ (“phi”).

Dalam bentuk umum model persamaan struktural didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan vektor acak $\boldsymbol{\eta}^T = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ dan $\boldsymbol{\xi}^T = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ berturut-turut adalah variabel laten endogen dan eksogen membentuk persamaan simultan dengan sistem hubungan persamaan linier:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (2.11)$$

\mathbf{B} dan $\boldsymbol{\Gamma}$ adalah matrik koefisien dan $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m)$ adalah vektor galat dalam persamaan struktural. Elemen \mathbf{B} menghadirkan pengaruh variabel $\boldsymbol{\eta}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$ lainnya, dan elemen $\boldsymbol{\Gamma}$ menghadirkan pengaruh langsung variabel $\boldsymbol{\xi}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$. Diasumsikan $\boldsymbol{\xi}$ bahwa tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\zeta}$ dan $(\mathbf{I} - \mathbf{B})$ adalah nonsingular (Joreskog, 1989).

Bentuk model struktural didapatkan dengan uraian sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \boldsymbol{\eta} - \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{B})\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \boldsymbol{\eta} &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

dengan:

\mathbf{B} : matriks koefisien variabel laten endogen berukuran $m \times m$

$\boldsymbol{\Gamma}$: matriks koefisien variabel laten eksogen berukuran $m \times n$

$\boldsymbol{\eta}$: vektor variabel laten endogen berukuran $m \times 1$

$\boldsymbol{\xi}$: vektor variabel laten eksogen berukuran $n \times 1$

$\boldsymbol{\zeta}$: vektor sisaan acak hubungan antara $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ berukuran $m \times 1$

dengan asumsi $E(\boldsymbol{\eta}) = 0$, $E(\boldsymbol{\xi}) = 0$, $E(\boldsymbol{\zeta}) = 0$; $\boldsymbol{\zeta}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\xi}$.

2.7.2 Model Pengukuran

Menurut Wijanto (2008), model pengukuran digunakan untuk menduga hubungan antar variabel laten dengan variabel-variabel teramatinya. Variabel laten dimodelkan sebagai sebuah faktor yang mendasari variabel-variabel teramati yang terkait. *Factor loadings* yang menghubungkan variabel laten dengan variabel-variabel teramati disimbolkan dengan huruf Yunani λ (lambda). Pada model variabel laten, hubungan kausal (sebab-akibat) terjadi di antara variabel-variabel tidak teramati atau variabel-variabel laten. Parameter-parameter dari persamaan pada model pengukuran merupakan *factor loadings* dari variabel laten terhadap indikator-indikator atau tentang hubungan kausal (sebab-akibat) simultan di antara variabel-variabelnya, memberikan informasi tentang muatan faktor dan galat-galat pengukuran.

Vektor acak $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ tidak diukur secara langsung tetapi melalui indikatornya yaitu variabel $\mathbf{Y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dan $\mathbf{X}^T = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ yang diukur dengan model pengukuran, dinyatakan sebagai berikut (Bollen, 1989):

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\Lambda}_X \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Lambda}_Y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.14)$$

dimana:

X : vektor variabel indikator dari variabel eksogen berukuran $q \times 1$

Y : vektor variabel indikator dari variabel endogen berukuran $p \times 1$

δ : vektor galat model pengukuran dari X berukuran $q \times 1$

ε : vektor galat model pengukuran dari Y berukuran $p \times 1$

Λ_X : matriks koefisien yang menunjukkan hubungan antara X dan ξ
berukuran $q \times n$

Λ_Y : matriks koefisien yang menunjukkan hubungan antara Y dan η
berukuran $p \times m$

dengan asumsi, $E(\eta) = 0$, $E(\xi) = 0$, $E(\varepsilon) = 0$, $E(\delta) = 0$; ε tidak berkorelasi

dengan η , ξ , dan δ ; δ tidak berkorelasi dengan η , ξ , dan ε .

2.8 Metode Estimasi

Estimasi terhadap model digunakan untuk memperoleh nilai dari parameter-parameter yang ada didalam model. Dalam model persamaan struktural estimasi parameter digunakan untuk memperoleh dugaan dari setiap parameter yang dispesifikasikan dalam model yang membentuk matriks $\Sigma(\theta)$ sedemikian sehingga nilai parameter sedekat mungkin dengan nilai yang ada dalam matriks S (matriks kovarian sampel dari peubah teramati). Matriks kovarian sampel (S) digunakan untuk mewakili matriks kovarian populasi (Σ) karena matriks kovarian populasi tidak diketahui (Wijanto, 2008).

Menurut Bollen (1989), beberapa karakteristik dari $F(\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta}))$ sebagai berikut:

1. $F(\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta}))$ adalah scalar
2. $F(\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta})) \geq 0$
3. $F(\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta})) = 0$, jika dan hanya jika $\Sigma(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{S}$
4. $F(\mathbf{S} - \Sigma(\boldsymbol{\theta}))$ adalah kontinu dalam \mathbf{S} dan $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$

2.9 Sifat-sifat Estimator

Menurut Yitnosumarto (1990), estimator parameter mempunyai sifat-sifat antara lain:

1. Tak Biasa (*Unbiased*)

Suatu hal yang menjadi tujuan dalam pendugaan adalah penduga haruslah “mendekati” nilai sebenarnya dari parameter yang diduga tersebut. Misalkan kita menyatakan $\hat{\theta}$ merupakan penduga yang tidak bias (*unbiased estimator*) dari parameter θ , maka $E(\hat{\theta}) = \theta$.

2. Efisien

Syarat kedua dalam pendugaan adalah penduga yang kita pilih harus merupakan penduga yang efisien. Untuk menjelaskan hal ini, misalkan kita mempunyai dua penduga untuk parameter θ , misalkan $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$. Untuk tiap-tiap penduga merupakan peubah acak yang memiliki ragam, misal \bar{X} mempunyai ragam sebesar $\frac{\sigma^2}{n}$. Jika \bar{X} tersebut merupakan nilai tengah yang diambil dari populasi yang diambil dari populasi dengan ragam σ^2 dan atas dasar sampel berukuran n .

Jika ragam $\hat{\theta}_1$ dan $\hat{\theta}_2$ masing-masing sebesar $V(\hat{\theta}_1)$ dan $V(\hat{\theta}_2)$, maka $\hat{\theta}_1$ dikatakan lebih efisien dari $\hat{\theta}_2$, apabila $\frac{V(\hat{\theta}_1)}{V(\hat{\theta}_2)} < 1$ atau dengan pernyataan lain, bila ragam untuk $\hat{\theta}_1$ lebih kecil dibanding dengan $\hat{\theta}_2$.

3. Konsistensi

Bila suatu penduga, \bar{X} misalnya semakin mendekati parameter yang diduga, maka penduga tersebut dinamakan penduga yang konsisten, karena:

$$\bar{X} \rightarrow \mu \text{ dengan } n \rightarrow \infty$$

Atau, dengan pernyataan peluang, jika:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) = 1, \text{ maka } \bar{X} \text{ merupakan penduga yang konsisten.}$$

2.10 Metode *Weighted Least Square* (WLS)

Metode *Weighted Least Square* (WLS) atau yang disebut dengan fungsi pembobot merupakan fungsi tertentu yang berfungsi sebagai pembobot dari suatu model regresi linier (Wijanto, 2008). Fungsi F_{WLS} meminimumkan jumlah kuadrat dari masing-masing unsur matriks sisaan ($\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}$). Hal ini hampir sama dengan *Ordinary Least Squares* (OLS). Prinsip dalam analisis regresi metode *Ordinary Least Squares* (OLS) meminimumkan jumlah kuadrat sisaan, yaitu galat antara nilai pengamatan perubah tak bebas dengan nilai dugaannya. Matriks sisaan ini memuat selisih antara ragam sampel dengan nilai dugaan dari model. Metode *Weighted Least Squares* (WLS) merupakan penduga yang tak bias dan statistik cukup. Sehingga pada ukuran sampel yang bertambah besar, maka umumnya konvergen ke $\boldsymbol{\theta}$.

Pada WLS, fungsi $F(\mathbf{S}, \Sigma(\boldsymbol{\theta}))$ adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{F}_{\text{WLS}}(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma})' \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}) \quad (2.15)$$

dengan \mathbf{s}' adalah vektor yang memuat unsur-unsur segitiga bawah serta diagonal matriks kovarian sampel \mathbf{S} yang diobservasi sebagai penduga parameter. Sedangkan $\boldsymbol{\sigma}'$ adalah vektor yang memuat unsur-unsur segitiga bawah serta diagonal matriks kovarian $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$ pada model. Matriks \mathbf{S} dan $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$ merupakan matriks simetris dan definit positif. \mathbf{W}^{-1} adalah invers dari matriks pembobot \mathbf{W} bagi matrik galat yang merupakan matriks varian asimtotik yang elemennya dituliskan $W_{ii,kk}$ (Joreskog, 1996).

Untuk memperoleh penduga kuadrat terkecil terboboti dari $\boldsymbol{\beta}$, mula-mula model regresi dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.16)$$

dimana, $\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, $\mathbf{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$

Pada saat melakukan estimasi dengan *Ordinary Least Squares* (OLS) dan terdapat salah satu atau lebih asumsi yang tidak terpenuhi, maka hasil estimasi yang diperoleh tidak dapat memenuhi sifat BLUE. Sehingga diperlukan metode alternatif lain dalam melakukan estimasi parameter. Metode alternatif tersebut yaitu *Weighted Least Squares* (WLS) dengan memberikan pembobot pada model regresi tersebut.

Misalkan bahwa

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Matriks \mathbf{V}^{-1} berupa matriks diagonal yang berelemenkan nilai-nilai pembobot, yaitu $\frac{1}{\sigma_i^2} = w_i$, matriks ini disebut matriks pembobot. Dari persamaan (2.15) diberikan pembobot persamaan (2.17) sehingga diperoleh model regresi terboboti yaitu:

$$\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}$$

dimisalkan,

$$\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y} = \mathbf{Z}$$

$$\mathbf{V}^{-1} \mathbf{X} = \mathbf{Q}$$

$$\mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{f}$$

sehingga diperoleh,

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Q} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}$$

Dari persamaan $\mathbf{Z} = \mathbf{Q} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{f}$ diperoleh bentuk persamaan

$$\mathbf{f} = \mathbf{Z} - \mathbf{Q} \boldsymbol{\beta}$$

dengan jumlah kuadrat sisanya adalah

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T \mathbf{f} &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y} - \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= (\mathbf{Y}^T - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T) (\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y} - \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= Y^T V^{-1} Y - Y^T V X \hat{\beta} - \hat{\beta}^T X^T V^{-1} Y + \hat{\beta}^T X^T V^{-1} X \hat{\beta} \\
&= Y^T V^{-1} Y - Y^T V^{-1} X \hat{\beta} - \hat{\beta}^T X^T V^{-1} Y + \hat{\beta}^T X^T V^{-1} X \hat{\beta} \\
&= Y^T V^{-1} Y - 2 \hat{\beta}^T X^T V^{-1} Y + \hat{\beta}^T X^T V^{-1} X \hat{\beta}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Karena $\hat{\beta}^T X^T V^{-1} Y$ adalah skalar, maka bentuk tersebut akan sama dengan transposenya $Y^T V^{-1} X \hat{\beta}$, sehingga untuk memperoleh penduga sehingga jumlah kuadrat sisa sekecil mungkin, kita diferensialkan $f'f$ terhadap $\hat{\beta}$ maka kita peroleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial f'f}{\partial \hat{\beta}} = -2 X^T V^{-1} Y + 2 X^T V^{-1} X \hat{\beta}$$

dengan meminimumkan $\frac{\partial f'f}{\partial \hat{\beta}} = 0$, maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
2 X^T V^{-1} X \hat{\beta} &= 2 X^T V^{-1} Y \\
X^T V^{-1} X \hat{\beta} &= X^T V^{-1} Y \\
(X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} X \hat{\beta} &= (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y \\
\hat{\beta} &= (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Jadi, $\hat{\beta}$ memiliki sifat penduga statistik cukup. Dimana di dalam parameter penduga tidak terdapat parameter lainnya, yang ada hanya variabel X dan Y serta pembobotnya.

$\hat{\beta}$ adalah penduga tak bias dari β , dengan $E(\varepsilon) = 0$.

$$E(\hat{\beta}) = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y$$

$$E(\hat{\beta}) = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} (X\beta + \varepsilon)$$

$$E(\widehat{\beta}) = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} X \beta$$

$$E(\widehat{\beta}) = \beta.$$

2.11 Metode *Newton-Raphson*

Menurut Lee dan Wang (2003), Metode *Newton-Raphson* adalah metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan slope atau gradien pada titik tersebut. Misalkan terdapat bentuk implisit dari $\frac{\partial \log L(\theta; t)}{\partial \theta_k} = 0$ dengan $k = 1, 2, \dots, p$, maka iterasi *Newton-Raphson* adalah sebagai berikut:

$$\theta^{i+1} = \theta^i - (J(\theta^i))^{-1} f(\theta^i), \quad n = 0, 1, \dots, q. \quad (2.20)$$

dengan $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ maka,

$$g(\theta) = \left(\frac{\partial \log L(\theta; t)}{\partial \theta_1}, \frac{\partial \log L(\theta; t)}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial \log L(\theta; t)}{\partial \theta_p} \right)^T \quad (2.21)$$

$$J(\theta) = \left[\frac{\partial^2 \log L(\theta; t)}{\partial \theta_k \partial \theta_m} \right]; \quad k, m = 1, 2, \dots, p. \quad (2.22)$$

dimana,

θ^{n+1} : vektor berukuran $p \times 1$ pada iterasi ke $n + 1$.

(θ^n) : matriks jacobian pada saat θ^n

(θ^n) : vektor $p \times 1$ dari fungsi turunan pertama logaritma natural $L(\theta; t)$.

2.12 Indeks Kecocokan Model

Menurut Wijanto (2008), indeks kecocokan model merupakan tahap dalam menentukan derajat kecocokan diterima atau ditolakny model. Untuk menguji keseluruhan model dapat dilihat melalui *Goodness of fit* (derajat kecocokan) dan signifikansi koefisien pada model pengukuran dan model struktural. Derajat kecocokan ini diantaranya *Chi-Square* (χ^2), *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA), *Adjust Goodness of Fit Index* (AGFI), dan *Parsimonious Normed Fit Index* (PNFI) (Joreskog, 1996). Secara keseluruhan pengelompokan GOF terdapat 3 bagian, yaitu derajat kecocokan absolut, derajat kecocokan inkremental dan derajat kecocokan parsimoni.

2.12.1 Derajat Kecocokan Absolut

Menurut Wijanto (2008), derajat kecocokan absolut menentukan derajat prediksi model keseluruhan yaitu model pengukuran dan struktural, terhadap matriks korelasi dan kovarian, diantaranya :

a. Statistik *Chi-square* (χ^2)

Statistik χ^2 merupakan derajat kecocokan absolut yang membandingkan matriks kovarian terukur dengan matriks kovarian yang diduga dalam model.

Statistik *Chi-square* (χ^2) dihipotesiskan sebagai berikut:

$$H_0 : \mathbf{S} = \mathbf{\Sigma} (\theta) \text{ (model baik)}$$

$$H_1 : \mathbf{S} \neq \mathbf{\Sigma} (\theta) \text{ (model tidak baik)}$$

Nilai yang diharapkan adalah nilai yang relatif kecil terhadap derajat bebasnya atau *p-value* lebih besar dari 0,05 yang berarti H_0 tidak ditolak artinya matriks kovarian sampel (S) sama dengan matriks kovarian model ($\Sigma(\theta)$) maka model baik. Rumus uji statistik *chi square* (χ^2) adalah sebagai berikut :

$$\chi^2 = (n - 1)F(S, \Sigma(\theta)) \quad (2.23)$$

(Wijanto, 2008).

b. *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA)

RMSEA adalah derajat kecocokan yang mengukur kedekatan suatu model dengan populasinya (Wijanto, 2008). Nilai RMSEA $0.05 < RMSEA \leq 0.08$ menunjukkan *good fit* (model baik) (Browne dan Cudeck, 1993). Rumus perhitungan RMSEA adalah sebagai berikut:

$$RMSEA = \sqrt{\frac{\widehat{F}_0}{df}} \quad (2.24)$$

Dengan,

$$\widehat{F}_0 = \{F_{dfn-1}, 0\}$$

df = nilai derajat bebas dari model

2.12.2 Derajat Kecocokan Inkremental

Menurut Wijanto (2008), dari berbagai derajat kecocokan inkremental, derajat yang biasanya digunakan untuk mengevaluasi model persamaan struktural adalah: *Adjust Goodness of Fit Index* (AGFI). AGFI adalah perluasan dari GFI yang digunakan untuk membandingkan model yang diusulkan dengan model dasar.

Nilai AGFI berkisar antara 0 sampai 1 dan nilai $AGFI \geq 0.90$ menunjukkan *good fit* (model baik) (Browne dan Cudeck, 1993). AGFI dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} AGFI &= 1 - \frac{df_0}{df_h} (1 - GFI) \\ &= 1 - \frac{p}{df_h} (1 - GFI) \\ &= 1 - \frac{nx+ny}{2} \frac{(nx+ny+1)}{df_h} (1 - GFI) \end{aligned} \quad (2.25)$$

dengan:

df_h : derajat bebas untuk model yang dihipotesiskan

df_0 : derajat bebas ketika ada model yang dihipotesiskan = p

p : jumlah varian dan kovarian dari variabel indikator

nx : jumlah variabel indikator X

ny : jumlah variabel indikator Y

2.12.3 Derajat Kecocokan Parsimoni

Model dengan parameter relatif sedikit sering dikenal sebagai model yang mempunyai parsimoni tinggi. Sedangkan model dengan banyak parameter dapat dikatakan model yang kompleks dan kurang parsimoni. Parsimoni dapat didefinisikan sebagai memperoleh derajat kecocokan setinggi-tingginya untuk setiap derajat kebebasan. Dengan demikian parsimoni yang tinggi yang lebih baik (Wijanto, 2008).

PNFI didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{PNFI} = \frac{df_h}{df_i} \times \text{NFI} \quad (2.26)$$

dengan:

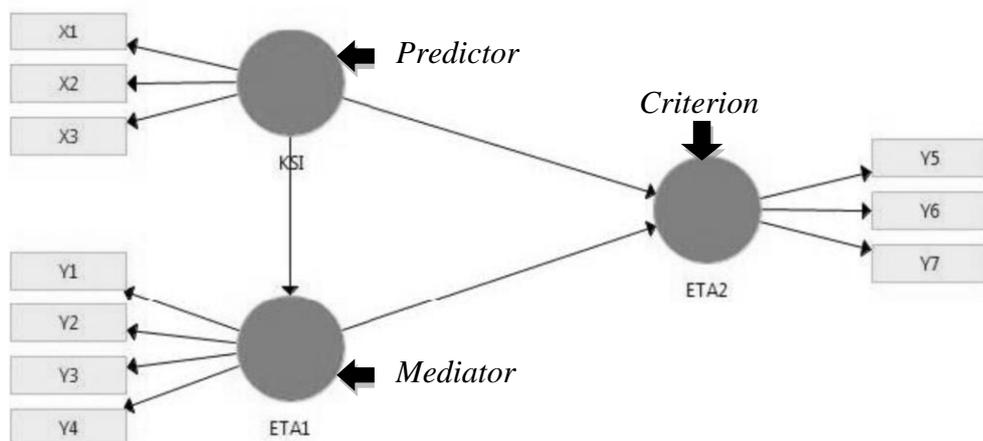
df_h : Derajat bebas dari model yang dihipotesiskan

df_i : Derajat bebas dari model awal

NFI : *Normed Fit Index*, $\text{NFI} = \frac{(\chi_i^2 - \chi_h^2)}{\chi_i^2}$

2.13 Pengaruh Langsung dan Pengaruh Tidak Langsung

Menurut Irianto (2004), pengaruh langsung adalah pengaruh yang dapat dilihat dari koefisien jalur dari satu variabel ke variabel lainnya. Pengaruh tidak langsung merupakan urutan jalur melalui satu atau lebih variabel perantara.



Gambar 3. Pengaruh Langsung dan Tidak Langsung

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

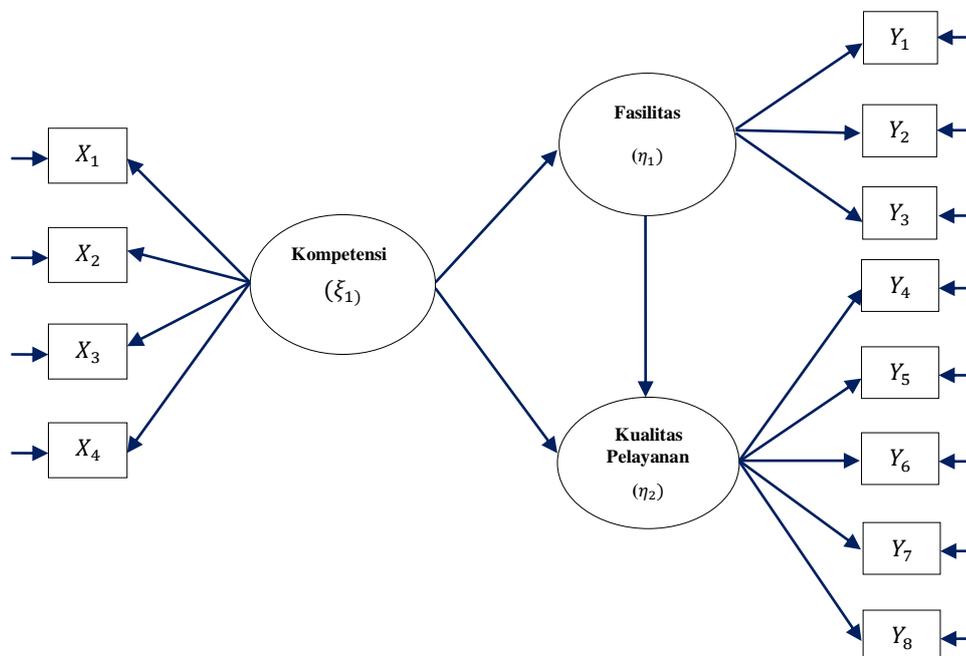
Penelitian ini menggunakan data primer dari hasil kuesioner mengenai kualitas pelayanan perpustakaan Unila. Sampel yang digunakan sebanyak 200. Variabel yang digunakan yaitu 3 variabel laten dan 12 variabel indikator, seperti tertera pada Tabel 1.

Tabel 1. Variabel Penelitian

Variabel Laten	Variabel Indikator	
Kompetensi Pegawai (ξ_1)	Pengetahuan (<i>Knowledge</i>)	
	Pegawai perpustakaan mengetahui jenis koleksi buku dari berbagai sumber.	X1
	Pegawai perpustakaan mengetahui sistem penataan buku yang ada di perpustakaan.	X2
	Pemahaman (<i>Understanding</i>)	
	Pegawai perpustakaan dapat menjelaskan dan menunjukkan letak koleksi buku berdasarkan jenisnya.	X3
	Pegawai perpustakaan menjawab pertanyaan pengunjung dalam waktu singkat dan menunjukkan tempat koleksi buku.	X4
Fasilitas Perpustakaan (η_1)	Ruang Perpustakaan	
	Ruang baca yang disediakan perpustakaan sudah cukup luas (dapat menampung semua perabotan dengan penataan yang menarik)	Y1
	Peralatan Perpustakaan	
	Perpustakaan dilengkapi <i>hotspot area</i>	Y2
	Koleksi Buku Bacaan	
Koleksi buku di Perpustakaan <i>up to date</i> atau selalu menyesuaikan perkembangan jaman.	Y3	
Kualitas Pelayanan (η_2)	Bentuk Fisik (<i>Tangible</i>)	
	Pegawai perpustakaan berpenampilan menarik dan menyenangkan.	Y4
	Keandalan (<i>Reability</i>)	
	Pegawai perpustakaan cukup handal dalam membantu menemukan informasi atau koleksi yang dibutuhkan pengunjung.	Y5
	Daya Tanggap (<i>Responsiveness</i>)	
	Petugas perpustakaan bersedia membantu pengunjung apabila kesulitan dalam pencarian buku.	Y6
	Jaminan (<i>Assurance</i>)	
	Perpustakaan menyediakan Layanan sesuai dengan layanan waktu yang menjanjikan.	Y7
Empati (<i>Empathy</i>)		
Para petugas Perpustakaan memahami kebutuhan pengunjung secara spesifik.	Y8	

Sumber: Pratiwi (2013)

Merujuk teori dan hasil penelitian yang relevan, terdapat hubungan langsung dan tidak langsung antarsesama variabel laten sehingga dapat dirancang kerangka pemikiran seperti terlihat dalam diagram jalur pada konseptual di bawah ini:



Gambar 4. Model Konseptual Penelitian

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Uji Validitas Kuisiner

Suatu indikator atau item pertanyaan dinyatakan valid apabila memiliki nilai r_{hitung} (koefisien korelasi pearson) $>$ r_{tabel} (Arikunto, 2010).

2. Uji Reliabilitas Kuisiner

Sebuah instrumen mempunyai reliabilitas yang baik jika nilai (*Alpha Cronbach*) ≥ 0.60 (Arikunto, 2010).

3. Spesifikasi Model

Menentukan model struktural dan pengukuran yang digunakan untuk melakukan pengujian. Dalam penelitian ini terdiri dari 3 variabel laten yaitu Fasilitas Perpustakaan (ξ_1), Kompetensi Pegawai (η_1), dan Kualitas Pelayanan (η_2) dan 12 variabel teramati yaitu $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7$, dan Y_8 seperti yang disajikan pada gambar 4.

a. Model struktural

$$\eta_1 = \gamma_{11}\xi_1 + \zeta_1$$

$$\eta_2 = \beta_{21}\eta_1 + \gamma_{21}\xi_1 + \zeta_2$$

a. Model pengukuran

$$X_1 = \lambda_{X_{11}}\xi_1 + \delta_1$$

$$X_2 = \lambda_{X_{21}}\xi_1 + \delta_2$$

$$X_3 = \lambda_{X_{31}}\xi_1 + \delta_3$$

$$X_4 = \lambda_{X_{41}}\xi_1 + \delta_4$$

$$Y_1 = \lambda_{Y_{11}}\eta_1 + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \lambda_{Y_{21}}\eta_1 + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \lambda_{Y_{31}}\eta_1 + \varepsilon_3$$

$$Y_4 = \lambda_{Y_{42}}\eta_2 + \varepsilon_4$$

$$Y_5 = \lambda_{Y_{52}}\eta_2 + \varepsilon_5$$

$$Y_6 = \lambda_{Y_{62}}\eta_2 + \varepsilon_6$$

$$Y_7 = \lambda_{Y_{72}}\eta_2 + \varepsilon_7$$

$$Y_8 = \lambda_{Y_{82}}\eta_2 + \varepsilon_8$$

4. Konstruksi diagram jalur

Mengkonstruksi diagram jalur adalah membangun hubungan-hubungan antara variabel laten yaitu ξ_1, η_1 , dan η_2 .

5. Estimasi Parameter

Penelitian ini menggunakan metode estimasi *Weighted Least Square* (WLS) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Mensubstitusikan galat dari model persamaan struktural dan model pengukuran ke dalam fungsi kesesuaian *Weighted Least Squares* (WLS), sehingga diperoleh jumlah kuadrat sisaan.
- b. Menentukan turunan jumlah kuadrat sisaan terhadap parameter yang diduga.
- c. Memaksimumkan fungsi kesesuaian *Weighted Least Squares* (WLS) dengan membuat hasil turunan dari jumlah kuadrat sisaan sama dengan nol

Mencari penduga dari hasil meminimumkan jumlah kuadrat sisaan yang masih dalam bentuk tidak unik menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Menentukan nilai dugaan awal untuk semua parameter
 - b. Mendefinisikan parameter sebanyak $p + q$ persamaan berdasarkan hipotesis $S = \Sigma(\theta)$.
 - c. Menghitung $\theta^{n+1} = \theta^n - J(\theta^n)^{-1}g(\theta^n)$ untuk mendapatkan nilai tebakan ke $n + 1$.
 - d. Menentukan kriteria iterasi berhenti.
6. Uji Kecocokan Keseluruhan Model
- Mengevaluasi hasil uji kecocokan untuk melihat kelayakan model pada setiap metode estimasi yang digunakan. Perbandingan ini dilakukan berdasarkan indeks kecocokan model. Indeks kecocokan yang digunakan adalah *Chi-Squares*, RMSEA, AGFI, dan PNFI.
7. Menghitung pengaruh langsung, tidak langsung, dan total antarvariabel laten.

V. SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Berdasarkan analisis pada penelitian yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Rumus nilai dugaan parameter dengan metode *Weighted Least Squares* (WLS)

a. $\hat{\gamma}_{11} = (\xi_1^T W^{-1} \xi_1)^T \xi_1^T W^{-1} \eta_1$

b. $\hat{\beta}_{21} = (\eta_1^T W^{-1} \eta_1)^{-1} (\eta_1^T W^{-1} \eta_2 - \xi_1^T \hat{\gamma}_{21}^T W^{-1} \eta_1)$

c. $\hat{\gamma}_{21} = (\xi_1^T W^{-1} \eta_1)^{-1} (\xi_1^T W^{-1} \eta_2 - \xi_1^T W^{-1} \hat{\beta}_{21} \eta_1)$

d. $\hat{\lambda}_X = (\xi^T W^{-1} \xi)^{-1} (\xi^T W^{-1} X)$

e. $\hat{\lambda}_Y = (\eta^T W^{-1} \eta)^{-1} (\eta^T W^{-1} Y)$

2. Hasil estimasi parameter dalam model persamaan struktural dengan metode *Weighted Least Squares* (WLS) pada kualitas pelayanan perpustakaan Unila dengan bantuan *software Lisrel 9.30* adalah sebagai berikut:

a. Model Struktural

$$\eta_1 = 0.63 \xi_1 + \zeta_1$$

$$\eta_2 = 0.64 \xi_1 + 0.41 \eta_1 + \zeta_2$$

b. Model Pengukuran

$$X_1 = 0.45 \xi_1 + 0.25$$

$$X_2 = 0.48 \xi_1 + 0.34$$

$$X_3 = 0.47 \xi_1 + 0.24$$

$$X_4 = 0.54 \xi_1 + 0.29$$

$$Y_1 = 0.61 \eta_1 + 0.28$$

$$Y_2 = 0.49 \eta_1 + 0.37$$

$$Y_3 = 0.39 \eta_1 + 0.40$$

$$Y_4 = 0.25 \eta_2 + 0.31$$

$$Y_5 = 0.48 \eta_2 + 0.19$$

$$Y_6 = 0.45 \eta_2 + 0.61$$

$$Y_7 = 0.40 \eta_2 + 0.32$$

$$Y_8 = 0.39 \eta_2 + 0.31$$

3. Estimasi parameter model persamaan struktural tidak dapat dilakukan secara numerik/perhitungan manual karena model persamaan struktural dianalisis secara simultan sehingga memperoleh kovarian populasi ($\Sigma(\theta)$) yang mendekati atau sama dengan kovarian sampel (S). Selain itu, model persamaan struktural juga melibatkan banyak persamaan dan melibatkan parameter yang banyak sehingga akan sulit untuk memperoleh nilai estimasi parameter tersebut. Oleh karenanya analisis model persamaan struktural hanya dapat dilakukan dengan metode iteratif yaitu dengan *Newton-Rapshon* melalui *software LISREL*.
4. Kompetensi pegawai (ξ_1) mempengaruhi secara signifikan terhadap kualitas pelayanan (η_2) dengan melalui variabel perantara fasilitas (η_1) sebesar 0.2583. Terdapat nilai pengaruh total yaitu dari variabel laten eksogen pada hal ini kompetensi pegawai (ξ_1) terhadap variabel laten endogen yaitu kualitas (η_2)

dengan perantara yaitu fasilitas (η_1). Hasil pengaruh total kompetensi (ξ_1) terhadap kualitas (η_2) adalah sebesar 0.8983. Variabilitas pada kualitas pelayanan perpustakaan unila (η_2) yang dapat dijelaskan oleh variabilitas kompetensi pegawai perpustakaan unila (ξ_1) dan fasilitas (η_1) sebesar 89.83%. Sedangkan sisanya sebesar 10.17% dijelaskan oleh variabel lain di luar yang diteliti.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian maka saran yang dapat disampaikan adalah sebagai berikut:

1. Estimasi parameter dalam model persamaan struktural dilakukan secara simultan, sehingga akan lebih baik menggunakan metode numerik yaitu metode *Newton-Rapshon* karena dilakukan secara iteratif.
2. Dalam mengatasi model dengan menggunakan metode WLS dengan menggunakan *Software Lisrel 9.30* menghasilkan model yang cukup baik, sehingga dapat dikembangkan lagi dengan menambah jumlah sampel.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. dan Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elemeneter*. Erlangga, Jakarta.
- Arikunto, S. 2010. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Rineka Citra, Jakarta.
- Bollen, K.A. 1989. *Structural Equations Model With Latent Variable*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Browne, M.W. dan Cudeck, R. 1993. *Alternative Ways of Assessing Model Fit, di dalam K.A.Bollen dan J.Scott Long (editors) Testing Structural Equation Model*. Sage Publication.
- Draper, N.R. dan Smith, H. 1992. *Applied Regression Analysis*. 2th Edition. John Wiley and Sons Inc., New York.
- Hair, J.F. Jr., Anderson, R.E., Tatham, R.L., dan Black, W.C. 1998. *Multivariate Data Analysis*. 5th Edition. Prentice Hall International Inc., New Jersey.
- Irianto, A. 2004. *Statistik Konsep Dasar & Aplikasinya*. Kencana, Jakarta.
- Joreskog, K.G. dan Sorbom, D. 1989. *Lisrel 7: User's Reference Guide*. Scientifict Software International, Chicago.

Joreskog, K.G. 1996. *Structural Equation Modelling With Ordinal Variables Using LISREL*. Scientifict Software International, Chicago.

Kasanah, A. 2015. *Penggunaan Model Structural Equation Modeling untuk Analisis Faktor yang Mempengaruhi Kualitas Pelayanan Perpustakaan dengan Program Lisrel 8.80*. Skripsi. Universitas Negeri Semarang, Semarang.

Lee, E. T. dan Wang, J. W. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. John Wiley & Son, Inc., Canada.

Myers, R.H. dan Milton, J.S. 1991. *A First Course In The Theory Of Linear Statistical Models*. PWS-Kent, Boston.

Pratiwi, M. 2013. *Pengaruh Kompetensi Pegawai dan Fasilitas Perpustakaan Terhadap Kualitas Pelayanan di Perpustakaan Daerah Provinsi Jawa Tengah*. Skripsi. Universitas Negeri Semarang, Semarang.

Suharjo, B. dan Suwarno. 2002. *LISREL (Linear Structural Relationships), Teori dan Aplikasinya*. IPB, Bogor.

Wijanto, S.H. 2008. *Structural Equation Modelling*. Graha Ilmu, Yogyakarta.

Yitnosumarto, S. 1990. *Dasar-dasar Statistika*. C.V Rajawali, Jakarta.