# PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) DENGAN DATA HILANG MELALUI METODE INTERPOLASI

**(Skripsi)**

**Oleh**

**SANDRIA FEBRIANTI**

**JURUSAN MATEMATIKA**
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2019**

## ABSTRACT

**MODELING OF AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARIMA) WITH MISSING DATA THROUGH INTERPOLATION METHOD**

**By**

**Sandria Febrianti**

In this study, we will examine how to overcome missing data in a data analysis. In this case, it uses time series data and it is assumed that there are some missing data and the model will be searched using ARIMA. Data that is lost or incomplete will affect the results of the analysis so that an estimate is made to find the missing data with one method, the interpolation method. Where interpolation is an estimate of an intermediate value of a set of known values. Based on the degree of polynomials, interpolation is divided into several types, but in this study only uses degrees 2, 3 and 4 and compares which degree is best in this case.



**Kata kunci :** Missing Data, Polinomial Interpolation, ARIMA

## ABSTRAK

**PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) DENGAN DATA HILANG MELALUI METODE INTERPOLASI**

**Oleh**

**Sandria Febrianti**

Pada penelitian ini akan diteliti bagaimana mengatasi data hilang pada suatu analisis data. Dalam kasus ini menggunakan data deret waktu dan diasumsikan terdapat beberapa data yang hilang dan akan dicari modelnya dengan menggunakan ARIMA. Data yang hilang atau tidak lengkap akan mempengaruhi hasil analisis sehingga dilakukan pendugaan untuk mencari data yang hilang dengan salah satu metode yaitu metode interpolasi. Dimana interpolasi merupakan perkiraan suatu nilai tengah dari suatu set nilai yang diketahui. Berdasarkan derajat polinomial, interpolasi dibagi menjadi beberapa macam, tetapi pada penelitian ini hanya menggunakan derajat 2, 3 dan 4 dan membandingkan derajat mana yang terbaik dalam kasus ini.

**Kata kunci :** Data Hilang, Interpolasi Polinomial, ARIMA

# PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) DENGAN DATA HILANG MELALUI METODE INTERPOLASI

**Oleh**

**SANDRIA FEBRIANTI**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
**SARJANA MATEMATIKA**

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2019**

Judul Skripsi : **PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) DENGAN DATA HILANG MELALUI METODE INTERPOLASI**

Nama Mahasiswa : Sandria Febrianti

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031049

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

| | |
|---|---|
| **Dr. Khoirin Nisa, M.Si.** | **Dr. Notiragayu, M.Si.** |
| NIP 19740726 200003 2 001 | NIP 19731109 200012 2 001 |

2. Ketua Jurusan Matematika

**Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**
NIP 19631108 198902 2 001

## MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Khoirin Nisa, M.Si.** ......................

Sekretaris : **Dr. Notiragayu, M.Si.** ......................

Penguji
Bukan Pembimbing : **Widiarti, M.Si.** ......................

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**Drs. Suratman, M.Sc.**
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **23 Mei 2019**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

| | |
|---|---|
| Nama | : **Sandria Febrianti** |
| Nomor Pokok Mahasiswa | : **1517031049** |
| Judul | : **Pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Average* (Arima) Dengan Data Hilang Melalui Metode Interpolasi** |
| Jurusan | : **Matematika** |

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 23 Mei 2019
Penulis,

**Sandria Febrianti**
**NPM: 1517031049**

## RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Palembang pada tanggal 06 Februari 1998. Sebagai anak pertama Bapak Muhammad Ikhsan dan Ibu Laila Adhariah.

Penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar Negeri (SDN) 1 Sukarame pada tahun 2003-2009, Sekolah Menengah Pertama Negeri (SMPN) 4 Bandar Lampung pada tahun 2009-2012, Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) 5 Bandar Lampung pada tahun 2012-2015.

Pada tahun 2018 Penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Beteng Sari, Kecamatan Jabung, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung. Pada tahun 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di PT. Penerbit Erlangga. Pengalaman organisasi penuis yaitu menjadi staf ahli bidang Eksternal Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) Universitas Lampung tahun 2016-2017, Anggota Bidang Minat dan Bakat Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) periode 2016 dan 2017.

## *PERSEMBAHAN*

Puji Sykur kepada Allah SWT, Karena atas limpahan berkah, rahmad, dan karunia-Nya skripsi ini dapat diselesaikan.

Ku persembahkan karya sederhana penuh perjuangan dan kesabaran ini kepada :

**Ayahanda Muhammad Ikhsan dan Ibu Laila Adhariah**

Terimakasih atas limpahan kasih sayang, pengorbanan, semangat, motivasi, serta doa dan sujud yang selalu menantikan keberhasilanku dengan sabar dan penuh pengertian. Karena atas doa dan ridho kalian, Allah memudahkan setiap perjalanan hidup ini.

Terimalah bukti kecil ini sebagai kado keseriusanku untuk membalas semua pengorbanan, keikhlasan, dan jerih payah yang selama ini kalian lakukan.

**Almamater yang kucintai, Universitas Lampung**

## KATA INSPIRASI

*"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."*
*(Q.S. Al-Insyirah : 5-6)*

*"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya."*
*(Q.S. Al-Baqarah : 286)*

*"Tetap sabar, semangat, dan tersenyum, karena kamu sedang menimba ilmu di Universitas kehidupan. Allah menaruhmu di tempatmu yang sekarang bukan karena kebetulan."*
*(Dahlan Iskan)*

*"Setiap manusia adalah pemeran utama di kehidupannya. Jadi dirimulah yang menentukan bagaimana warna kehidupanmu."*

*"Karena sebuah hasil tidak akan menghianati usaha"*

## SANWACANA

Penulis mengucapkan puji syukur kehadirat Allah SWT, karena dengan ridho dan karunia-Nya serta atas berkah dan rahmat-Nya sehinga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Aver*age (ARIMA) dengan Data Hilang Melalui Metode Interpolasi”. Selesainya penulisan skripsi ini adalah berkat motivasi, pengarahan serta bimbingan dari berbagai pihak. Dengan segala kerendahan dan ketulusan hati penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si, selaku pembimbing pertama sekaligus pembimbing akademik atas saran, bimbingan, arahan, motivasi, dan kesabaran dalam membimbing penulis selama penelitian hingga penyelesaian skripsi dan memberi arahan kepada penulis selama menuntut ilmu di Universitas Lampung.
2. Ibu Dr. Notiragayu, M.Si., selaku pembimbing kedua yang telah memberihan arahan, saran, serta dukungan bagi penulis.
3. Ibu Widiarti, M.Si selaku Pembahas yang telah memberikan ide, kritik dan saran sehingga terselesaikannya skripsi ini.
4. Ibu Prof.Dra.Wamiliana,MA,Ph.D. selaku Kepala Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
5. Bapak Drs. Suratman,M.Sc. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung

6. Para Dosen dan Staff Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Ibu, Ayah, Ayuk, Adik-adik dan keluarga tercinta yang selalu memberikan motivasi, semangat, dan doa yang tak terhingga kepada penulis.
8. Sahabat-sahabat penulis Mira, Almira, Caroline, Patricia, Dony, Ario, Siska, Azam, Rahmad, Anis yang telah membantu, memberikan semangat dan kecerian pada penulis.
9. Teman-temanku Aulia, Topan, Amar, Lut, Nathan, Bagus, Putra, Atuy, Loves, Rima, Fadilah, Anisa, Purwanti, Maysita, Dinda, Desun, Ajeng, Jinggan, Nadia, Endah, Ibnu, yang telah memberikan keceriaan dan semangat bagi penulis.
10. Teman-teman Matematika 2015 yang selalu menjadi semangat bagi penulis.
11. Maulana Iqbal yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis selama ini.
12. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dari skripsi ini, akan tetapi besar harapan semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, 23 Mei 2019
Penulis

**Sandria Febrianti**

## DAFTAR ISI

**Halaman**

## DAFTAR TABEL

## DAFTAR GAMBAR

# I. PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang dan Masalah

Data merupakan suatu elemen penting pada suatu organisasi, lembaga, instansi ataupun perusahaan yang digunakan untuk memberikan informasi dan keterangan yang diperlukan oleh suatu organisasi ataupun lembaga itu sendiri. Informasi-informasi tersebut dapat digunakan sebagai pedoman dalam memutuskan kebijakan, melakukan strategi, atau mengambil keputusan. Tetapi terkadang terdapat data yang tidak lengkap atau data hilang. Ketidaklengkapan suatu data menyebabkan data hasil percobaan tidak dapat dianalisis dengan baik. Menurut Gomez dan Gomez (2005) hilangnya data dapat disebabkan oleh berbagai hal, diantaranya perlakuan yang tidak tepat, kerusakan pada obyek percobaan, data yang tidak logis.

Dalam mengatasi data yang hilang atau tak lengkap dapat melalui penelitian kembali atau dengan pendugaan data yang hilang. Akan tetapi jika melakukan penelitian kembali akan memakan waktu yang cukup lama dan mengeluarkan biaya tambahan. Oleh sebab itu untuk mengatasi data yang hilang lebih efisien dengan melakukan pendugaan.

Salah satu pendugaan untuk mengatasi data hilang adalah metode imputasi. Menurut Aida dkk (2015), metode imputasi adalah mengisi data hilang dengan nilai yang diperkirakan cukup layak dan kemudian dianalisis dengan metode baku untuk data lengkap. Terdapat beberapa metode imputasi antara lain mengganti data hilang dengan suatu nilai konstan, metode *hot deck*, dan metode interpolasi.

Menurut Hendrawati (2015), menduga data hilang dengan mengganti suatu nilai konstan merupakan imputasi yang mengubah data hilang dengan nilai rata-rata atau dengan modus tergantung dari jenis datanya, tetapi ragam yang diperoleh dengan metode ini tidak sesuai dengan data yang sebenarnya dan korelasi antar peubah dapat memberikan informasi yang menyesatkan. Adapun metode *hot deck* merupakan merupakan penyempuranaan dari metode mengganti data hilang dengan nilai rata-rata khususnya pada pendugaan standar eror yang *underestimate*, tetapi jika *missing* data banyak mengakibatkan dalam pengisian nilainya akan berulang-ulang sehingga pendugaannya akan berbias. Sedangkan metode interpolasi adalah perkiraan suatu nilai tengah dari suatu set nilai yang diketahui (Nasution dan Zakaria, 2001). Interpolasi yang biasa digunakan sebagai fungsi pendekatan dalam masalah analisis numeric adalah interpolasi polinomial. Dimana polinomial hampiran ini adalah untuk menggantikan suatu fungsi yang rumit dengan fungsi yang lebih sederhana bentuknya, mudah dimanipulasi, mudah dihitung nilainya, diturunkan, diintegralkan, perilakunya baik dan lebih efektif (Sahid, 2005).

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data penerimaan batubara, dimana berdasarkan waktu pengumpulannya, data ini termasuk data deret waktu. Data deret waktu adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk melihat perkembangan suatu kejadian selama periode tertentu.. Dalam data deret waktu, untuk mencari model terbaik dapat dilakukan dengan berbagai metode salah satunya dengan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Berbagai penelitian yang berkaitan dengan pendugaan data hilang pada data deret waktu yaitu analisis data curah hujan yang hilang dengan menggunakan metode *normal ratio, inversed squared distance*, dan rata-rata aljabar (Prawaka, dkk, 2016), perbandingan teknik interpolasi berbasis R dalam estimasi curah hujan bulanan yang hilang di Sulawesi (Muflihah dan Pahlawan, 2017), dan pendugaan data tidak lengkap curah hujan di kabupaten Indramayu dengan krigin dan rata-rata bergerak (*moving average*) (Saputro, dkk, 2011).

Berdasarkan uraian tersebut, penulis ingin melakukan pendugaan data hilang dan mencari model terbaiknya ditinjau dari *Mean Square Error* (MSE) yang terkecil. Metode yang dapat dilakukan untuk menduga data yang hilang adalah dengan interpolasi polinomial dengan pendekatan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dan memilih model terbaiknya dengan model ARIMA yang dapat pula digunakan untuk melakukan peramalan.

## 1.2. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan penelitian ini adalah:

1. Menduga data yang hilang pada data *time series* menggunakan metode interpolasi polinomial.

2. Menduga model ARIMA terhadap data yang sudah lengkap.

## 1.3. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan pengetahuan kepada penulis.
2. Sebagai salah satu bahan dalam menambah referensi tentang mengatasi data hilang dengan interpolasi polinomial.
3. Sebagai bahan tinjauan pustaka yang berguna bagi setiap pihak yang memerlukan.

# II. TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Interpolasi

Interpolasi adalah perkiraan suatu nilai tengah dari suatu set nilai yang diketahui. Interpolasi dengan pengertian yang lebih luas merupakan upaya mendefinisikan suatu fungsi pendekatan suatu fungsi analitik yang tidak diketahui atau pengganti fungnsi rumit yang tak mungkin diperoleh persamaan analitiknya (Nasution dan Zakaria, 2001).

Menurut Munir (2006), fungsi interpolasi dapat dipakai dari sekelompok fugnsi tertentu, diantaranya adalah fungsi polinomial. Jika yang digunakan untuk melakukan interpolasi adalah fungsi polinomial maka polinomial tersebut dinamakan interpolasi polinomial. Polinomial biasa digunakan sebagai fungsi pendekatan pada kebanyakan masalah-masalah analisa numerik karena strukturnya yang sederhana, sehingga menyebabkan polinomial dapat digunakan secara efektif. Harga-harga fungsi di titik yang diketahui membentuk polinomial berderajat lebih kecil atau sama dengan n, polinomial ini disebut polinomial interpolasi. Titik x yang ingin diketahui harga fungsinya dimasukkan ke dalam polinomial tersebut.

Menurut Fatimah (2015), berdasarkan derajat polinomial, interpolasi dibagi menjadi empat macam, yaitu:

1. Interpolasi Linear

   Untuk polinomial berderajat satu. Persamaan umum polinomial derajat satu:

$$P(x) = a_0 + a_1 x$$

2. Interpolasi Kuadrat

   Untuk polinomial berderajat dua. Persamaan umum polinomial derajat dua:

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

3. Interpolasi Lagrange

   Untuk polinomial berderajat m-1 jika deberikan n titik, yaitu $x_1, x_2, \dots, x_n$. Persamaan umum polinomial berderajat m-1:

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{m-2} x^{m-2} + a_{m-1} x^{m-1}$$

4. Interpolasi Newton

   Untuk polinomial berderajat m jika diberikan n+1 titik, yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$. Persamaan umum polinomial Newton:

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{m-1} x^{m-1} + a_m x^m$$

Sedangkan interpolasi polinomial secara umum adalah:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^m \tag{2.1}$$

Dan dapat dihasilkan perkalian matriks :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ : \\ : \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & x_1^2 & \ldots & x_1^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^m \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \ldots & x_3^m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ : \\ : \\ a_m \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \quad \mathbf{a}$$

dimana,

$y_{(n\times 1)}$ = data pengamatan

$X_{(n\times m)}$ = periode waktu

$a_{(m\times 1)}$ = koefisien polinomial.

## 2.2 Interpolasi Polinomial dengan Pendekatan Kuadrat Terkecil

Pencocokan data pada umumnya dapat dilakukan dengan metode kuadrat terkecil (*least squares fitting method*). Tujuannya untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat untuk polinomial derajat tertentu dengan prinsip *least square* menggunakan fungsi berikut :

$$J = \sum_{i=1}^{n}(e_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \cdots - a_mx_i^m)^2 \tag{2.3}$$

Untuk meminimumkan Persamaan (2.3), dicari turunan $J$ secara parsial terhadap $a_j$ dengan j = 1, 2,…..,*n* dan menyamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial J}{\partial a_0} = -2\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\left(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \cdots - a_mx_i^m\right) = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \mathrm{J}}{\partial a_1} = -2\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\left(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \cdots - a_mx_i^m\right) \mathrm{x_i} = 0 \tag{2.5}$$

$\vdots$

$$\frac{\partial J}{\partial a_m} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \cdots - a_mx_i^m\right)x_i^m = 0 \tag{2.6}$$

Sehingga persamaan tersebut dapat disederhanakan menjadi:

$$na_0 + a_1\sum_{i=1}^{n}x_i + a_2\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + \cdots + a_m\sum_{i=1}^{n}x_i^m = \sum_{i=1}^{n}y_i \tag{2.7}$$

$$a_0\sum_{i=1}^{n}x_i + a_1\sum_{i=1}^{n}x_ix_i + a_2\sum_{i=1}^{n}x_i\,x_i^2 + \cdots + a_m\sum_{i=1}^{n}x_i\,x_i^m = \sum_{i=1}^{n}x_iy_i \tag{2.8}$$

$\vdots$

$$a_0\sum_{i=1}^{n}x_i + a_1\sum_{i=1}^{n}x_i\,x_i^m + a_2\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2x_i^m + \cdots + a_m\sum_{i=1}^{n}x_i^m\,x_i^m = \sum_{i=1}^{n}x_i^m y_i \tag{2.9}$$

Apabila dinyatakan dalam bentuk matriks, Persamaan (2.6), (2.7), dan (2.8) menjadi $\boldsymbol{X^t y = X^t X a}$ Sembiring (1995)**.** Pada persamaan tersebut kedua ruasnya dikalikan invers dari matriks $(\boldsymbol{X}^t\boldsymbol{X})^{-1}$, sehingga diperoleh:

$$\boldsymbol{X^t y = X^t X a}$$

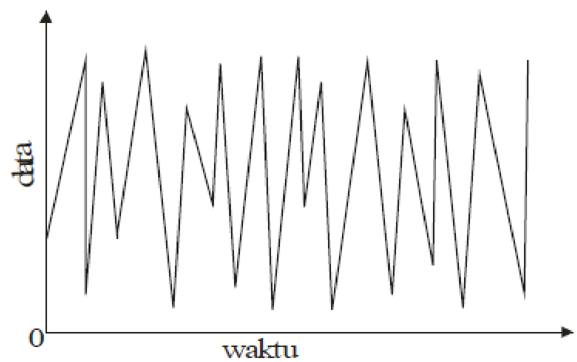
$$(\boldsymbol{X^t X})^{-1}\boldsymbol{X^t y} = (\boldsymbol{X^t X})^{-1}(\boldsymbol{X^t X})\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{\hat{a}} = (\boldsymbol{X^t X})^{-1}\boldsymbol{X^t y} \tag{2.10}$$

Jadi nilai $\boldsymbol{\hat{a}}$ merupakan nilai taksiran dari koefisien polinomial yang akan ditaksir. Berdasarkan nilai taksiran ini maka nilai data hilang sudah dapat ditaksir.

## 2.3 Stasioneritas

Stasioneritas berarti bahwa tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Data *time series* dikatakan stasioner dalam rata-rata jika rata-ratanya tetap (tidak terdapat pola *trend*). Data *time series* dikatakan stasioner dalam varians jika fluktuasi datanya tetap atau konstan (horizontal sepanjang sumbu waktu).




**Gambar 1**. Plot data stasioner dalam rata-rata dan varians.

Sebelum melakukan analisis data, jika data tidak stasioner maka data harus distasionerkan terlebih dahulu menggunakan metode yang sesuai. Apabila data yang digunakan dalam model ada yang tidak stasioner, maka data tersebut dipertimbangkan kembali validitas dan kestabilannya. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam varian dapat dilakukan transformasi. Banyak transformasi yang dapat digunakan, tetapi transformasi log dan transformsi akar yang seringkali digunakan dalam berbagai praktek. Transformasi log dan transformasi akar adalah bagian dari anggota Transformasi *Box-Cox*. Dimana transformasi *Box-Cox* definisikan rumus $Z_t'$ sebagai berikut :

$$Z_t = \frac{Z_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \tag{2.11}$$

dimana λ adalah bilangan real. Perlu diingat $Z_t$ tidak boleh negatif. Jika beberapa nilai dari $Z_t$ negatif, maka tambahkan $Z_t$ konstan positif sehingga dipastikan bahwa semua nilai menjadi positif.

Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses *differencing* (pembedaan). Operator shift mundur *(backward shift)* sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis dkk, 1999). Penggunaan *backward shift* adalah sebagai berikut :

$$BZ_t = Z_{t-1} \tag{2.12}$$

Dengan :

$Z_t$ = nilai variable Z pada waktu t

$Z_{t-1}$ = nilai variable Z pada waktu t-1

B = *backward shift*

Notasi B yang dipasang pada Z mempunyai pengaruh menggeser data satu waktu belakang. Sebagai contoh, jika suatu data *time series* nonstasioner maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* orde pertama dari data. Rumus untuk *differencing* orde pertama yaitu :

$$Z_t' = Z_t - Z_{t-1} \tag{2.13}$$

dimana,

$Z_t$ = nilai variable Z pada waktu t setelah *differencing*.

Dengan menggunakan *backward shift*, persamaan (2.13) dapat ditulis menjadi

$$Z_t' = Z_t - BZ_t \qquad (2.14)$$

atau

$$Z_t' = (1 - B)Z_t \ . \qquad (2.15)$$

*Differencing* pertama pada persamaan (2.15) dinyatakan dalam (1-B). *Differencing* orde kedua, yaitu *differencing* pertama dari *differencing* pertama sebelumnya. Jika *differencing* orde kedua harus dihitung, maka:

$$\begin{aligned} Z_t' &= Z_t' - Z_{t-1}' \\ &= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) \\ &= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \\ &= (1 - 2B + B^2)Z_t \\ &= (1 - B)^2 Z_t \qquad (2.16) \end{aligned}$$

*Differencing* orde kedua pada persamaan (2.16) dinotasikan oleh $(1 - B)^2$. Secara umum jika terdapat *differencing* orde ke-*d* untuk mencapai stasioneritas, maka dapat dinotasikan dengan

$$(1 - B)^d, \qquad d \geq 1. \qquad (2.17)$$

## 2.4 Uji Akar Unit

Uji akar unit sering kali digunakan dalam melakukan pengecekan kestasioneran data. Langkah pertama dalam proses uji akar unit yaitu menghitung nilai dari model persamaan berikut.

$$Y_{\boldsymbol{t}} = \rho Y_{\boldsymbol{t-1}} + e_{\boldsymbol{t}} \qquad (-1 < \rho < 1) \qquad (2.18)$$

Dengan,

$e_{\boldsymbol{t}}$ = nilai galat.

Dapat kita ketahui jika $\rho = 1$, maka deret tersebut mengandung akar unit (tidak stasioner). Sedangkan apabila $\rho < 1$, maka deret tersebut tidak mengandung akar unit (stasioner).

Namun, kita tidak bisa memperkirakan persamaan (2.18) oleh *Ordinary Least Square* (OLS) dan menguji hipotesis bahwa $\rho$ = 1 dengan uji t biasanya karena uji tersebut sangat bias dalam kasus akar unit. Oleh karena itu kita memanipulasi persamaan (2.18) dengan mengurangkan setiap sisi persamaan dengan $Y_{\boldsymbol{t-1}}$, sehingga persamaan menjadi:

$$Y_{\boldsymbol{t}} - Y_{\boldsymbol{t-1}} = \rho Y_{\boldsymbol{t-1}} - Y_{\boldsymbol{t-1}} + e_{\boldsymbol{t}} \qquad (2.19)$$

$$\Delta Y_{t'} = (\rho - 1)\, Y_{\boldsymbol{t-1}} + e_{\boldsymbol{t}} \qquad (2.20)$$

$$\Delta Y_{t'} = \delta Y_{\boldsymbol{t-1}} + e_{\boldsymbol{t}} \qquad (2.21)$$

Dimana, $\Delta$ adalah selisih antara Yt dan $\Delta Y_{t'} = Y_t - Y_{t-1}$ serta $\delta = \rho - 1$. Dalam menguji kestasioneran dapat dilakukan dengan mengestimasi persamaaan (2.18) sebelumnya dan menguji apakah $\rho$ = 1 atau sama dengan mengestimasi persamaan (2.20) dan menguji apakah $\delta$= 0. Dickey fuller menujukkan bahwa nilai koefisien $\delta$ akan mengikuti distribusi statistik τ (tau) dan menyusun statistik τ sebagai titik kritis pengujian. Hal ini menyebabkan pengujian dengan estimasi persamaan (2.20) dikenal sebagai uji *Dickey Fuller*. Distribusi statistik τ kemudian dikembangkan lebih jauh oleh Mackinnon dan dikenal sebagai distribusi statistik Mackinnon.

Selanjutnya, *Dickey Fuller* membuat pengujian baru yang disebut uji *Augmented Dickey Fuller* (*ADF*). *ADF* dapat diterapkan dengan mengestimasi model berikut:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} a_i \Delta Y_{t-i} + e_t \qquad (2.22)$$

Dimana $e_t$ adalah nilai galat dan $\Delta Y_{t-1} = (Y_{t-1} - Y_{t-2}),\ \Delta Y_{t-2} = (Y_{t-2} - Y_{t-3})$, dst. Dalam pengujian *Augmented Dickey Fuller* kita tetap menguji apakah $\delta$=0 dan juga mengikuti distribusi statistik τ (tau). Hipotesis yang digunakan untuk menentukan apakah data deret mengandung akar unit, yaitu:

$H_0$: $\delta$ = 0 (Mengandung akar unit atau tidak stasioner)

$H_1$ : $\delta \neq$ 0 (tidak mengandung akar unit atau stasioner)

Apabila | $\tau_{statistik}$ | < | $\tau_{tabel}$ |, maka $H_0$ diterima, yang artinya data deret tidak stasioner (Gujarati dan Porter, 2009).

## 2.5 *Time Series*

*Time series* adalah data yang disusun berdasarkan urutan waktu atau data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu. Waktu yang digunakan bisa berupa minggu, bulan, tahun, dan sebagainya. Dengan demikian data *time series* berhubungan dengan data statistik yang dicatat dan diselidiki dalam batas – batas (interval) waktu tertentu, seperti penjualan, harga, persediaan produksi, dan tenaga kerja (Arsyad, 2001).

### 2.5.1 Autoregressive (AR)

Suatu persamaan linier dikatakan sebagai *autoregressive model* jika model tersebut menunjukkan $Z_t$ sebagai fungsi linier dari sejumlah $Z_t$ actual kurun waktu sebelumnya bersama dengan kesalahan sekarang. Bentuk model ini dengan orde p atau AR (*p*) atau model ARIMA (*p*,*d*,*0*) secara umum adalah (Wei, 1989) :

$$Zt = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + \beta_2 Z_{t-2} + \cdots + \beta_p Z_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.23)$$

dimana :

$Z_t$ = data time series sebagai variabel dependen pada waktu ke-t

$Z_{t-p}$ = data time series pada kurun waktu ke-(t-p)

$\beta_0$ = konstanta

$\beta_p$ = parameter *autoregressive* ke-p

$\varepsilon_t$ = nilai kesalahan pada kurun waktu ke-t

Persamaan (2.23) dapat diartikan bahwa nilai saat ini dari suatu proses ditunjukkan sebagai jumlah tertimbang dari nilai lalu ditambah *error* saat ini. Persamaan (2.23) dapat ditulis menggunakan operator *B* atau operator *backshift* sehingga menjadi persamaan berikut:

$$Z_t = \beta_1 B Z_t + \beta_2 B^2 Z_t + \cdots + \beta_p B^p Z_t + \varepsilon_t$$
$$\left(1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \cdots - \beta_p B^p\right) Z_t = \varepsilon_t$$

atau

$$\beta_p(B) Z_t = \varepsilon_t \qquad (2.24)$$

dan $\beta_p(B) = 1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \cdots - \beta_P B^p$ disebut operator AR(*p*) (Wei, 2006).

Untuk model AR(2) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Zt = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + \beta_2 Z_{t-2} + \varepsilon_t$$

### 2.5.2 Moving Average (MA)

Berbeda dengan *autoregressive* model yang menunjukkan $Z_t$ sebagai fungsi linier dari sejumlah $Z_t$aktual kurun waktu sebelumnya, *moving average model* menunjukkan nilai $Z_t$ berdasarkan kombinasi kesalahan linier masa lalu (lag). Bentuk model ini dengan orde q atau MA (q) atau model ARIMA (0,d,q) secara umum adalah:

$$Zt = \beta_0 + \varepsilon_t - \lambda_1 \varepsilon_{t-1} - \lambda_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \lambda_q \varepsilon_{t-q} \qquad (2.25)$$

dimana :

$Z_t$ = data *time series* sebagai variabel dependen pada waktu ke-t
$\lambda_q$ = parameter *moving average* ke-q
$\varepsilon_{t-q}$ = nilai kesalahan pada kurun waktu ke- (t-q)

Persamaan (2.25) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_t = \left(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \cdots - \lambda_q B^p\right)\varepsilon_t$$

atau

$$Z_t = \lambda_q(B)\varepsilon_t, \qquad (2.26)$$

dengan $\lambda_q(B) = 1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \cdots - \lambda_q B^q$. Proses MA berhingga selalu stasioner karena $1 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \cdots + \lambda_q^2 < \infty$.

Terlihat dari model bahwa $Z_t$ merupakan rata-rata tertimbang kesalahan sebanyak q periode lalu yang digunakan untuk *moving average* model. Jika pada suatu model digunakan dua kesalahan masa lalu maka dinamakan *moving average* model tingkat 2 atau MA (2). Model untuk MA(2) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Zt = \beta_0 + \varepsilon_t - \lambda_1\varepsilon_{t-1} - \lambda_2\varepsilon_{t-2}$$

### 2.5.3 *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model ARMA (*p*,*q*) merupakan kombinasi dari model AR (*p*) dan MA(*q*) yang memiliki asumsi bahwa data periode sekarang dipengaruhi oleh data pada periode sebelumnya dan nilai residual pada periode sebelumnya (Assauri, 1984). Model ARMA (*p*,*q*) dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_t = \beta_1 Z_{t-1} + \cdots + \beta_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \lambda_1\alpha_{t-1} - \cdots - \lambda_q\varepsilon_{t-q}. \qquad (2.27)$$

Persamaan (2.27) dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$(1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \cdots - \beta_P B^P)Z_t = \left(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \cdots - \lambda_q B^q\right)\varepsilon_t \qquad (2.28)$$

atau

$$\beta_p(B)Z_t = \beta_q(B)\varepsilon_t. \qquad (2.29)$$

### 2.5.4 Integrated (I)

Bentuk umum dari model *integrated* dengan ordo d (I(d)) atau model ARIMA(0,d,0). *Integreted* disini adalah menyatakan *difference* dari data. Maksudnya bahwa dalam membuat model ARIMA syarat keharusan yang harus dipenuhi adalah stasioneritas data. Apabila data stasioner terhadap mean maka ordonya sama dengan 0, namun apabila stasioner pada *difference* pertama maka ordonya 1, dan seterusnya.

### 2.5.5 Model ARIMA

ARIMA sering juga disebut metode runtun waktu Box-Jenkins. ARIMA sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Biasanya akan cenderung flat (mendatar/konstan) untuk periode yang cukup panjang. Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah model yang secara penuh mengabaikan variabel independen dalam membuat peramalan. ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan sekarang dari variabel dependen untuk menghasilkan peramalan jangka pendek yang akurat. ARIMA cocok jika observasi dari deret waktu (*time series*) secara statistik berhubungan satu sama lain (*dependent*).

Model ARIMA dibagi dalam tiga unsur, yaitu model *autoregressive* (AR), *moving average* (MA), dan *integrated* (I). Ketiga unsur ini bisa dimodifikasi sehingga membentuk model baru. misalnya model *autoregressive moving average* (ARMA). Namun, apabila ingin dibuat dalam bentuk umumnya menjadi ARIMA (p,d,q) dimana p menyatakan ordo AR, d menyatakan ordo *integrated* dan q menyatakan ordo MA.

Pada model campuran ini series stasioner merupakan fungsi linier dari nilai lampau beserta nilai sekarang dan kesalahan lampaunya. Bentuk umum model ini adalah:

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + \cdots + \beta_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \lambda_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \lambda_q \varepsilon_{t-q} \qquad (2.30)$$

dengan :

$Z_t$ = data *time series* sebagai variabel dependen pada waktu ke-t

$Z_{t-p}$ = data *time series* pada kurun waktu ke- (t-p)

$\beta_i, \lambda_i$ = parameter-parameter model

$\varepsilon_{t-q}$ = nilai kesalahan pada kurun waktu ke- (t-q)

Persamaan (2.25) dapat ditulis dalam bentuk

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + \cdots + \beta_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \lambda_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \lambda_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\beta_0 - \beta_1 Z_{t-1} - \cdots - \beta_p Z_{t-p} + Z_t = \varepsilon_t - \lambda_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \lambda_q \varepsilon_{t-q}$$

$$(1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \cdots - \beta_p B^p) Z_t = (1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \cdots - \lambda_q B^q) \varepsilon_t$$

$$\beta_p(B)(1-B)^d Z_t = \lambda_0 + \lambda_q(B)\varepsilon_t\ , \qquad (2.31)$$

dengan,

$$\beta_p(B) = 1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \cdots - \beta_p B^p$$

$$\lambda_q(B) = 1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \cdots - \lambda_q B^p$$

Proses *autoregressive integrated moving average* secara umum dilambangkan dengan ARIMA (p,d,q), dimana:

$Z_t$ = data observasi ke-*t*

$B$ =operator *backshift*

$(1-B)^d Z_t$ = deret waktu yang stasioner pada pembedaan ke-$d$

p = menunjukkan orde/derajat *autoregressive* (AR)

d = adalah tingkat proses *differencing*

q = menunjukkan orde/derajat *moving average* (MA)

Model ARIMA mengasumsikan bahwa data masukan harus stasioner. Stasioner berarti bahwa tidak terdapat pertumbuhan atau penurunan pada data. Data secara kasarnya harus horisontal sepanjang sumbu waktu. Dengan kata lain, fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata dan varians yang konstan terhadap waktu. Apabila data masukan tidak stasioner perlu dilakukan penyesuaian untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode pembedaan (*differencing*). Metode ini dilakukan dengan cara mengurangi nilai data pada suatu periode dengan nilai data periode sebelumnya.

Metode ARIMA menggunakan pendekatan iteratif dalam mengidentifikasi suatu model yang paling tepat dari berbagai model yang ada. Model sementara yang telah dipilih diuji lagi dengan data historis untuk melihat apakah model sementara yang terbentuk tersebut sudah memadai atau belum. Model sudah dianggap memadai apabila residual (selisih hasil peramalan dengan data historis) terdistribusi secara acak, kecil dan independen satu sama lain.

Menurut Cyrer and Chan (2008), salah satu metode yang dapat digunakan untuk menaksir parameter model adalah Least *Squares (Conditional Least Squares)*. Metode *least squares* ini dilakukan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat eror.

Adapun langkah-langkah penerapan metode ARIMA secara berturut-turut adalah identifikasi model, estimasi parameter model, evaluasi model.

## 2.6 Proses *White Noise*

Menurut Wei (2006), suatu proses $\{\varepsilon_t\}$ disebut proses *white noise* jika barisan $\{\varepsilon_t\}$ merupakan barisan peubah acak – peubah acak yang tidak saling berkorelasi dari suatu distribusi tertentu dengan rata-rata konstan $E\{\varepsilon_t\} = \mu_t$, biasanya diasumsikan 0, varians konstan $Var(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$ dan $\gamma_k = Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$ untuk semua $k \neq 0$. Oleh karena itu, suatu proses *white noise* $\{\varepsilon_t\}$ adalah stasioner dengan fungsi autokovariansi.

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_t^2, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dengan fungsi autokorelasi sebagai berikut :

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Sedangkan, proses *white noise* dengan fungsi autokorelasi parsial sebagai berikut :

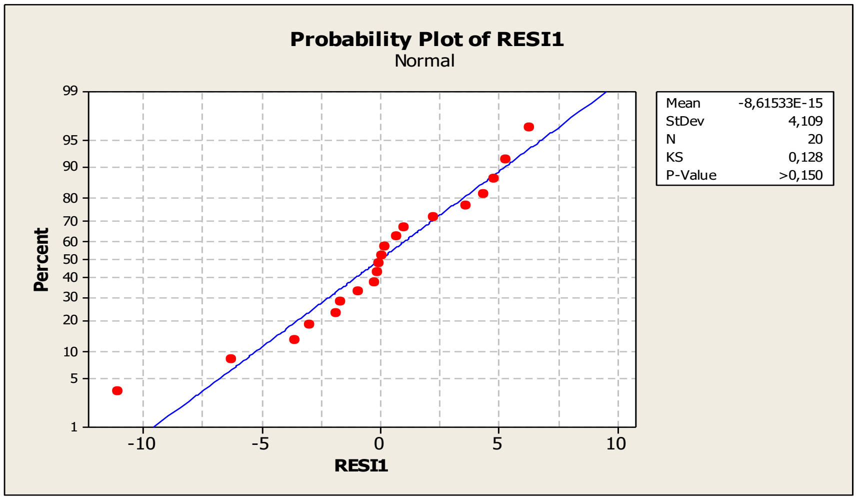
$$\Phi_{kk} = \begin{cases} 1, & jika\ k = 0 \\ 0, & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Sehingga dalam melakukan uji *white noise*, kita melihat apakah uji normalitas terpenuhi, varian dari eror konstan, dan saling bebas (non autokorelasi). Dimana uji normalitas residu dilakukan untuk mengetahui apakah galat berdistribusi normal atau tidak. Pengujian dapat dilakukan dengan analisis grafik normal *probability plot*. Jika residu berada disekitar garis penduga, maka galat berdistribusi normal atau dapat melihat nilai p-value dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 = \text{residual berdistribusi normal}$$

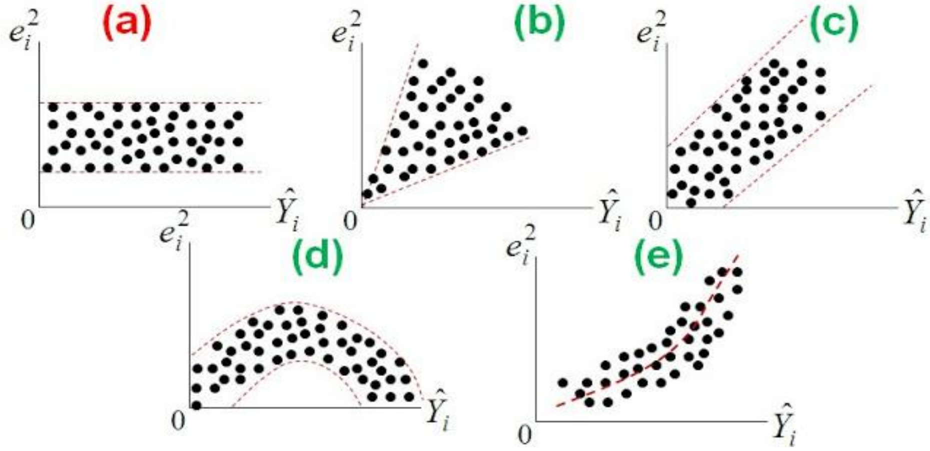
$$H_1 = \text{residual tidak berdistribusi normal}$$

Kriteria uji : $H_0$ ditolak jika $p - value < a(0{,}05)$.




**Gambar 2**. Grafik normal *probability plot.*

Selanjutnya dalam pengujian homoskedastisitas pendugaan parameter diaggap efisien karena memilika ragam yang minimum, sehingga ragam galat konstan atau disebut juga homoskedastisitas terpenuhi. Pengujian ini dilakukan dengan melihat grafik plot residual dimana jika titik-titik data letaknya menyebar dan tidak membentuk suatu pola tertentu, diasumsikan ragam galat konstan.




**Gambar 3**. Grafik homoskedastisitas (a) dan grafik heteroskedastisitas (b, c, d, e).

Pada Gambar 3(a). terlihat bahwa errornya relatif konstan sehingga tidak menunjukkan pola pada varians. Artinya Gambar 3(a). homoskedastis sedangkan Gambar 3(b), 3(c), 3(d), dan 3(e) menunjukkan pola masing-masing yaitu fluktuasi, trend,dan logaritma sehingga gambar tersebut heteroskedastis.

Selanjutnya untuk pengujian non autokorelasi dilakukan dengan langkah-langkah :

$$H_0 :\ \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \cdots = \rho_k = 0$$

$$H_1 :\ \exists\rho_k \neq 0,\ \ k = 1,2,\ldots,K$$

Statistik uji yang digunakan yaitu uji *Ljung Box-pierce*. Rumus uji *Ljung-Box* atau *Box-pierce* :

$$Q_k = n(n+2)\sum_{k=1}^{k}\frac{{}_{k}^{2}}{n-k}$$

dengan :

n = banyaknya obeservasi dalam runtun waktu

k = banyaknya lag yang diuji

$r_k$ = nilai koefisien autokorelasi pada lag-k

Kriteria uji : $H_0$ ditolak jika $Q > \mathcal{X}^2_{tabel}$ dengan derajat bebas $(db) = k - p$ atau $p - value < \alpha$ dengan $p$ adalah banyaknya parameter.

## 2.7 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Kriteria pemilihan model yang dapat digunakan sebagai acuan untuk memilih model terbaik. Adapun kriteria pemilihan model yang dapat digunakan dalam analisis ini adalah *Mean Square Error* (MSE). Semakin kecil nilail *mean squared error* (MSE) maka semakin baik model itu untuk dipilih yaitu :

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(X_t - \hat{X}_t)^2$$

dengan :

n = jumlah data

$X_t$ = Nilai aktual

$\hat{X}_t$ = Nilai prediksi

Pada pemilihan model terbaik (model yang paling sesuai) yang dapat dipertimbangkan dengan meminimumkan kesalahan (*error*) yang mempunyai ukuran kesalahan model terkecil (Azriati dkk, 2014).

# III. METODOLOGI PENELITIAN

## 3.1 Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2018/2019 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

## 3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penulisan ini adalah data penerimaan batu bara yang diperoleh dari PT. Pacific Global Utama.

## 3.3 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menduga data yang hilang dengan metode interpolasi.
    a. Mencari matriks $\boldsymbol{X}$ berdasarkan persamaan (2.2) dengan menetapkan ordo polinomial m = 2,3,4.
    b. Menghitung persamaan (2.10) dengan ordo polinomial yang sudah ditetapkan dan mendapatkan nilai koefisien polinomialnya, lalu dari koefisien polinomial didapatkan model sehingga akan didapatkan nilai taksiran data hilang.

2. Mencari model terbaik dari data yang sudah diimputasi oleh dugaan data hilang menggunakan model ARIMA.
   a. Identifikasi model untuk melihat apakah data stasioner, menentukan nilai p dan q.
   b. Estimasi parameter dengan cara mencoba berbagai model ARIMA pada setiap tingkatan masing-masing ordo yang berkemungkinan untuk menjadi parameter ARIMA.
   c. Evaluasi model untuk mencari model terbaik dengan melihat parameter yang diestimasi signifikan, keacakan residual (*white noise*), dan memiliki nilai MSE yang kecil.

# V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dipaparkan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pendugaan nilai-nilai data hilang dengan menerapkan metode interpolasi dapat diperoleh dengan menggunakan rumus $\hat{a} = (T^T T)^{-1} T^T y$ yang diterapkan pada masing-masing ordo.
2. Untuk data yang digunakan pada penelitian ini, untuk 1 data hilang, 2 data hilang, dan 3 data hilang, pendugaan yang paling baik menggunakan ordo 2.
3. Pada penelitian ini untuk contoh tiga data hilang dengan ordo 2, model ARIMA yang paling layak digunakan yaitu model ARIMA (0,1,1) dengan nilai MSE = 267026. Model ARIMA (0,1,1) dapat ditulis sebagai berikut.

$$Z_t = Z_{t-1} - (0{,}9743)\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dan model tersebut dapat digunakan untuk melakukan peramalan.

## DAFTAR PUSTAKA


Aida, A.N., Saleh, M., Herdiani, E.T. 2015. Pemodelan Moving Average dengan Data Hilang Melalui Metode Interpolasi. *Jurnal FMIPA Universitas Hasanuddin*. 12(3):1-10.

Arsyad, L. 2001. *Peramalan Bisnis Edisis Pertama*. BPFE, Yogyakarta.

Assauri, S. 1984. Teknik dan Metode Peramalan Penerapannya dalam Ekonomi dan Dunia Usaha. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Azriati, K., Hoyyi, A., dan Mukid, M. 2014. Verifikasi Model Arima Musiman Menggunakan Peta Kendali Moving Average. *Jurnal Gaussian*. 3(4):701-710.

Cyrer, J.D., dan Chan, K.S. 2008. *Time Series Analysis: With Aplication in R*. Second Edition. Springer Science dan Businiess Media, USA

Fatimah, M. 2015. Aplikasi Interpolasi Newton Menggunakan Borland Delphi 5.0. *Jurnal Teknologi dan Rekayasa*. 20(1):36-46

Gujarati, D.N. dan Porter, D.C. 2009. *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Terjemahan Mangunsong. Salemba Empat, Jakarta.

Gomez, K.A. dan Gomez, A.A. 2005. *Prosedur Statistik untuk Penelitian Pertanian*. Terjemahan Bambang Sumanti. Edisi Kedua. UI Press, Jakarta.

Hendrawati, T. 2015. kajian metode imputasi dalam menangani missing data. hlm. 637-642. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Surakarta.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan Mc Gee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jilid 1. Edisi ke 2. Terjemahan Untung Sus Andriyanto. Erlangga, Jakarta.

Muflihah dan Pahlawan, R.Y. 2017. Perbandingan Teknik Interpolasi Berbasis R dalam Estimasi Curah Hujan Bulanan yang Hilang di Sulawesi. *Jurnal Meteorologi dan Geofisika.* (18)3:107-111.

Munir, R. 2006. *Metode Numerik*. Informatika Bandung, Bandung.

Nasution, A. dan Zakaria, H. 2001. *Metode Numerik dalam Ilmu Rekayasa Sipil*. ITB, Bandung.

Prawaka, A., Zakaria, dan Tugiono, S. 2016. Analisis Data Curah Hujan yang Hilang Menggunakan Metode Normal Ratio, Inversed Squared Distance, dan Rata-rata Aljabar. *JRSDD*. 4(3):397-406.

Sahid. 2005. Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB. Andi, Yogyakarta

Saputro, D.R.S., Mattjik, A.A., Boer, R., Wigena, A.H., dan Djuraidah,A. 2011. Pendugaan Data Tidak Lengkap Curah Hujan di Kabupaten Indramayu dengan Krigin dan Rata-rata Bergerak (Moving Average). hlm 171-182. Prosiding Seminar Nasioanal Statistika.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Ed. ke-2. ITB, Bandung.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods.* $2^{nd}$ *edition*. Pearson Education Inc, Boston.