PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* BERJANGKA BERDASARKAN HUKUM MORTALITA GOMPERTZ DAN MAKEHAM

(Skripsi)

Oleh

RIZHARDI AMARGIE MUKTI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

PREMIUM PRICING OF THE ANNUAL JOINT LIFE FUTURES INSURANCE BASED ON GOMPERTZ AND MAKEHAM MORTALITY LAW

By

RIZHARDI AMARGIE MUKTI

Premium pricing is one of the functions that is prone to life insurance. In joint life insurance there are actuarial functions that can be calculated using mortality law approach. Gompertz and Makeham law of mortality can be used because they have similarities to the distribution of population mortality patterns in a region. This study aims to determine the annual joint life futures insurance premium based on Gompertz and Makeham mortality law, then analyze factors that affect the amount of joint life insurance premium and compare the results of the annual joint life futures insurance premium with the annual premium on individual term insurance. From the result of the study it is known that the factors are force of mortality, force of interest rate, the longer of period insurance, and the older age at time signing an insurance policy. The longer of insurance period and the greater age at time of signing contract, then the annual premium greater. Value of the annual joint life futures insurance smaller than the annual premium on individual term insurance.

Keywords : *Joint Life Insurance, Mortality Law, Gompertz, Makeham.*

ABSTRAK

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* BERJANGKA BERDASARKAN HUKUM MORTALITA GOMPERTZ DAN MAKEHAM

Oleh

RIZHARDI AMARGIE MUKTI

Penentuan harga premi merupakan salah satu fungsi yang rawan dalam asuransi jiwa. Pada asuransi *joint life* terdapat fungsi-fungsi aktuaria yang dapat dihitung dengan menggunakan pendekatan hukum mortalita. Hukum mortalita Gompertz dan Makeham dapat digunakan karena memiliki kemiripan dengan pola kematian penduduk di suatu daerah. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan hukum mortalita Makeham, selanjutnya menganalisis faktor – faktor yang memengaruhi besarnya premi asuransi *joint life* dan membandingkan hasil premi tahunan asuransi *joint life* berjangka dengan premi tahunan asuransi berjangka secara individu. Berdasarkan hasil penelitian diketahui faktor-faktor yang memengaruhi besarnya premi asuransi *joint life* yaitu laju tingkat kematian, laju tingkat suku bunga, jangka waktu periode asuransi, dan usia pada saat penandatanganan polis asuransi. Semakin lama jangka waktu periode asuransi dan semakin besar usia pada saat penandatanganan polis, maka nilai premi tahunan akan semakin besar. Nilai dari premi tahunan *joint life* berjangka memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan nilai premi tahunan asuransi berjangka secara individu.

Kata kunci : Asuransi *Joint Life*, Hukum Mortalita, Gompertz, Makeham.

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* BERJANGKA BERDASARKAN HUKUM MORTALITA GOMPERTZ DAN MAKEHAM

Oleh

RIZHARDI AMARGIE MUKTI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	:	**PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* BERJANGKA BERDASARKAN HUKUM MORTALIA GOMPERTZ DAN MAKEHAM**
Nama Mahasiswa	:	Rizhardi Amargie Mukti
No. Pokok Mahasiswa	:	1517031039
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.	**Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**
NIP 19560208 198902 1 001	NIP 19720227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.

NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.** ....

Sekretaris : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Drs. Eri Setiawan, M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP. 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **08 Juli 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama	: Rizhardi Amargie Mukti
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031039
Jurusan	: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang berjudul **"Penentuan Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Berjangka Berdasarkan Hukum Mortalita Gompertz dan Makeham"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 04 Juli 2019
Penulis

METERAI TEMPEL
TGL 20
0FFC9AFF891109421
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rizhardi Amargie Mukti
NPM. 1517031039

RIWAYAT HIDUP

Penulis adalah anak kedua dari tiga bersaudara yang dilahirkan di Natar, pada tanggal 28 Juni 1997 dari pasangan Bapak Harry Triyatno dan Ibu Kardianah.

Penulis memulai pendidikan taman kanak-kanak di TK Swadhipa Natar tahun 2002. Kemudian melanjutkan pendidikan sekolah dasar di SD Negeri 1 Tanjung Sari diselesaikan pada tahun 2009. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 1 Natar diselesaikan pada tahun 2012. Sekolah menengah atas di SMA Swadhipa Natar diselesaikan pada tahun 2015. Pada tahun 2015, penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri).

Selama menjadi mahasiswa penulis aktif di organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila periode 2016 dan 2017 sebagai anggota bidang minat dan bakat. Pada awal tahun 2018 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Srimenanti Kecamatan Sribawono Kabupaten Lampung Timur. Kemudian di pertengahan tahun 2018 penulis telah melaksanakan Kerja Praktik di Badan Pendapatan Daerah (BAPENDA) Sub Divisi Perencanaan Provinsi Lampung.

KATA INSPIRASI

"Maka nikmat Tuhanmu yang manakah yang kamu dustakan?"
(Q.S Ar-Rahman : 13)

"Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan"
(Q.S Al-Insyirah : 6)

"Sesuatu yang belum dikerjakan, seringkali tampak mustahil; kita baru yakin jika kita telah berhasil melakukannya dengan baik."

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Syukur Alhamdulillah atas Rahmat Allah SWT

Skripsi ini saya persembahkan kepada :

Kedua Orang Tua Tercinta Ayahanda Harry Triyatno dan Ibunda Kardianah
Orang tua yang telah selalu memberikan dukungan, arahan, motivasi serta doa yang tiada henti untuk keberhasilan anaknya.

Kakak (Ryan Ajie Nugroho) dan Adik (Diavinka Asty Harista) *yang selalu memberikan semangat.*

Seluruh Dosen Matematika ku *terutama dosen pembimbing dan pembahas yang telah memberikan bimbingan serta saran terbaiknya dalam penyelesaian penulisan skripsi ini.*

Seluruh Teman dan Sahabat Tersayang
Terima kasih yang selalu memberikan semangat, dukungan dan bantuan. Terima kasih untuk canda tawa, tangis, dan perjuangan yang kita lewati bersama.

Almamater Tercinta
Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur tak henti-hentinya tercurahkan kepada Allah SWT berkat segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam semoga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Tidak lupa pula ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam memberikan bimbingan, motivasi, semangat, serta saran yang telah membangun penulis selama proses penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., sebagai Dosen Pembimbing 1 sekaligus Dosen Pembimbing Akademik yang telah meluangkan waktu dan membimbing penulis selama menyusun skripsi serta pengarahan selama masa perkuliahan.
2. Bapak, Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., sebagai Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan saran serta arahan kepada penulis.
3. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan evaluasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Seluruh dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu serta bantuan kepada penulis.
7. Bapak (Ir. Harry Triyatno), Ibu (Kardianah, S.Pd.), Kakak (Ryan Ajie Nugroho, S.T.P), dan Adik (Diavinka Asty Harista) serta seluruh keluarga yang selalu memberikan doa, cinta, kasih sayang, mendukung dan memotivasi untuk dapat menjadi kebanggaan keluarga sehingga dapat meraih kesuksesan.
8. Yola Zima Utami yang telah banyak membantu dan memberikan dorongan serta semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Sahabat seperjuangan penulis Rahmad, Dony, Bagus, May, Debo, Putri dan Olin yang banyak memberikan masukan, serta semangat yang sangat besar kepada penulis.
10. Sahabatku Aul, Ario, Atuy, Edwin, Lut, Nathan, Putra, Topan, T&B Squad, dan Docin Fan serta teman-teman Jurusan Matematika Angkatan 15, terima kasih atas suka duka kebersamaan kita selama ini.
11. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah senantiasa melimpahkan karunia-Nya dan membalas segala kebaikan pihak-pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini. Penulis berharap semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Bandar Lampung, 04 Juli 2019
Penulis

Rizhardi Amargie Mukti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Era saat ini yang semakin maju membuat setiap individu maupun kelompok harus mampu memahami betapa pentingnya manajemen risiko. Asuransi merupakan bentuk perlindungan dalam menanggulangi risiko dalam hidup, terutama penanggulangan risiko kematian. Asuransi jiwa adalah jenis asuransi yang memberikan jaminan berupa santunan jika terjadi kematian pada pihak tertanggung kepada ahli waris.

Terdapat dua macam Asuransi jiwa yang berkembang di Indonesia, yaitu asuransi jiwa perorangan (*single life*) dan asuransi jiwa kelompok (*multiple life*). Pada asuransi jiwa perorangan, perusahaan asuransi memberikan perlindungan untuk satu orang (tunggal) tertanggung, sedangkan jumlah tertanggung pada asuransi jiwa kelompok lebih dari satu orang (Andiraja, 2015).

Salah satu produk asuransi jiwa kelompok adalah asuransi jiwa gabungan. Pengertian asuransi jiwa gabungan adalah asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan dimana aturan hidup dan matinya seseorang merupakan gabungan dua faktor atau lebih, misalnya suami dan istri, atau orang tua dan anak. Kemudian pada asuransi jiwa gabungan juga terdapat dua jenis, salah satunya adalah asuransi *joint life*. Asuransi *joint life* adalah asuransi jiwa gabungan dengan premi dibayarkan sampai terjadi kematian pertama dari salah seorang diantara kedua tertanggung dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung (perusahaan asuransi).

Berdasarkan jangka waktu perlindungannya asuransi jiwa dibagi menjadi tiga, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna. Asuransi *joint life* berjangka adalah asuransi jiwa gabungan yang jangka waktu perlindungannya ditentukan selama n tahun dengan uang pertanggungan akan dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dalam masa perlindungan tersebut.

Penentuan harga premi merupakan salah satu fungsi yang rawan dalam asuransi jiwa, harga premi harus cukup tinggi untuk membiayai pembayaran santunan dan operasional perusahaan, tetapi cukup rendah sehingga kompetitif di pasaran. Beberapa macam bentuk premi diantaranya, premi tunggal yaitu premi yang dibayarkan hanya sekali setelah penandatanganan polis dan premi tahunan yaitu premi yang dibayarkan setiap tahunnya. Premi tahunan membutuhkan perhitungan nilai premi tunggal dan nilai tunai anuitas yang dipengaruhi oleh peluang hidup, tingkat suku bunga, dan peluang meninggal pada suatu periode tertentu.

Karena itu, perusahaan asuransi perlu menganalisis beberapa faktor dalam menentukan besarnya nilai premi, salah satunya yaitu faktor mortalitas atau laju tingkat kematian. Laju tingkat kematian suatu penduduk dapat digambarkan secara mudah dalam bentuk hukum mortalita karena bentuknya berupa fungsi dengan beberapa parameter. Selain itu, dapat ditentukan juga fungsi-fungsi lainnya seperti fungsi survival, peluang hidup, peluang kematian melalui fungsi distribusinya.

Hukum mortalita Gompertz dan Makeham sering digunakan karena memiliki kemiripan dengan pola kematian penduduk di suatu daerah. Dalam penelitian ini, hukum mortalita tersebut akan digunakan untuk memberikan gambaran terhadap laju kematian pada Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2011 untuk laki – laki dan perempuan.

Oleh sebab itu, penulis akan melakukan penelitian mengenai penentuan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan Makeham.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan hukum mortalita Makeham dengan santunan dibayarkan segera setelah kematian (kontinu).
2. Menganalisis faktor – faktor yang memengaruhi besarnya premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan hukum mortalita Makeham.
3. Membandingkan besar premi tahunan asuransi jiwa *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan hukum mortalita Makeham dengan premi tahunan asuransi jiwa individu berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan hukum mortalita Makeham.

1.3 Manfaat Penelitian

1. Mengetahui premi tahunan asuransi *joint life* berjangka (kontinu) berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan Makeham.
2. Mengetahui faktor – faktor yang menyebabkan perbedaan nilai premi tahunan asuransi *joint life* berjangka (kontinu) berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan Makeham.
3. Menambah wawasan dan pengetahuan dalam menerapkan materi perkuliahan yang didapat kedalam perhitungan sebenarnya.
4. Hasil penelitian dapat digunakan untuk referensi dalam menetapkan premi tahunan asuransi *joint life*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fungsi Kelangsungan Hidup

Misalkan (x) adalah seseorang yang berusia x tahun pada saat polis asuransi ditandatangani dan sedangkan jarak waktu antara (x) sampai meninggal dunia (X) akan disebut sisa umur bagi (x), sehingga terdapat peubah acak $T(x)$, yaitu $T(x) = X - x$ untuk $x \geq 0$. $T(x)$ menyatakan sisa umur bagi (x).

Fungsi distribusi dari $T(x)$ dinyatakan dengan $F(t)$ dan didefinisikan (Bowers,dkk., 1997) dengan :

$$F_{T(x)} = P(T(x) \leq t) \qquad t \geq 0, \qquad (2.1)$$

$F_{T(x)}$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum berusia $x + t$ tahun.

Secara umum fungsi kelangsungan hidup dapat dinyatakan dengan

$$S_{T(x)}(t) = 1 - F_{T(x)} = P(T(x) > t) \qquad t > 0 \qquad (2.2)$$

$S_{T(x)}(t)$ adalah peluang orang berusia x tahun akan hidup hingga $x + t$ tahun.

Pada status *joint life*, peubah acak waktu sisa hidup menyatakan waktu saat ini sampai salah satu (x) dan (y) meninggal dan dinotasikan sebagai $T(xy)$. Waktu sisa hidup untuk status *joint life* secara matematika dinotasikan dengan (Sertdemir, 2013) :

$$T(xy) = \min\{T(x), T(y)\} = \begin{cases} T(x), & T(x) \le T(y) \\ T(y), & T(x) > T(y) \end{cases}$$

Fungsi distribusi dari $T(xy)$ dapat dinyatakan dengan $F_{T(xy)}$ dan didefinisikan dengan :

$$F_{T(xy)} = P(T(xy) \le t), \quad t \ge 0 \tag{2.3}$$

Fungsi kelangsungan hidup untuk status *joint life* dapat dinyatakan dengan :

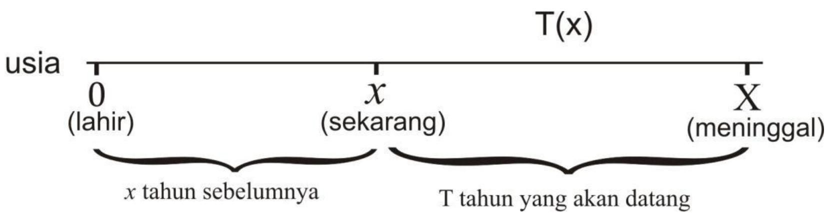
$$S_{T(xy)}(t) = 1 - F_{T(xy)} = P(T(xy) > t), \quad t > 0 \tag{2.4}$$

$S_{T(xy)}(t)$ adalah peluang seseorang berusia x dan y akan hidup hingga $x + t$ dan $y + t$ tahun.

2.2 Peluang Waktu Sisa Hidup

Fungsi waktu sisa hidup dilambangkan dengan peubah acak kontinu $T(x)$, yaitu dimana seseorang yang berusia *x* yang dilambangkan dengan (*x*) akan meninggal pada usia *X*. Dapat dinyatakan sebagai

$$T(x) = X - x \tag{2.5}$$



Gambar 1. Grafik Waktu Sisa Hidup *T*(*x*)

Dengan notasi peluangnya

$${}_tq_x = P(T(x) \le t) \qquad t \ge 0, \tag{2.6}$$

$$ {}_tp_x = 1 - {}_tq_x = P(T(x) > t) \qquad t \geq 0, \qquad (2.7)$$

Maka fungsi distribusi dari $T(x)$ yaitu

$$\begin{aligned}
F_{T(x)}(x) &= P(T(x) \leq t | X > x) \\
&= P(X - x \ \leq t | X > x) \\
&= P(x < X < x + t | X > x) \\
&= \frac{P(X \leq x + t) - P(X \leq x)}{P(X \leq x)} \\
&= \frac{F_x(x+t) - F_x(x)}{1 - F_x} \\
&= \frac{\big(1 - s(x+t)\big) - (1 - s(x))}{s(x)} \\
&= \frac{s(x) - s(x+t)}{s(x)} \\
&= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}
\end{aligned}$$

$$F_{T(x)}(x) = {}_tq_x \qquad (2.8)$$

maka,

$$\begin{aligned}
P(T(x) > t) &= 1 - P(T(x) \leq t) \\
&= 1 - \left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}\right) \\
&= \frac{s(x+t)}{s(x)} \\
&= {}_tp_x \qquad (2.9)
\end{aligned}$$

Dalam ilmu aktuaria, ${}_tq_x$ dapat dinyatakan sebagai peluang orang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum usia $x + t$ tahun. Sedangkan ${}_tp_x$ adalah peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup hingga $x + t$ tahun. Menurut Sertdemir (2013), fungsi distribusi $T(xy)$ pada *joint life* menyatakan peluang berakhirnya status *joint life* pada saat kematian pertama terjadi atau keduanya meninggal yang dinotasikan sebagai ${}_tq_{xy}$, dengan peubah acak dari waktu sisa hidup *joint life* $\{T(xy) \leq t\}$ merupakan gabungan dari $\{T(x) \leq t\}$ dan $\{T(y) \leq t\}$ sebagai dua kejadian yang tidak saling terpisah.

$$\{T(xy) \leq t\} = \{T(x) \leq t\} \cup \{T(y) \leq t\}$$

Sehingga fungsi distribusi $T(xy)$ adalah :

$$F_{T(xy)}(t) = P(T(xy) \leq t) = P(min\{T(x), T(y)\} \leq t)$$

$$= P(T(x) \leq t\ atau\ T(y) \leq t)$$

$$= P(T(x) \leq t + P(T(y) \leq t) - P(T(x) \leq t\ dan\ T(y) \leq t) \qquad (2.10)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (2.6), persamaan (2.7) dapat dituliskan dengan :

$${}_tq_{xy} = {}_tq_x + {}_tq_y - {}_tq_x \cdot {}_tq_y \qquad (2.11)$$

Kehidupan dari status *joint life* memerlukan kelangsungan hidup dari semua komponen kehidupan pada t tahun, $\{T(xy) > t\}$, dan berpotongan dari dua kejadian saling bebas, $\{T(x) > t\}$ dan $\{T(y) > t\}$.

$$\{T(xy) > t\} = \{T(x) > t\} \cap \{T(y) > t\}$$

Selanjutnya, fungsi kelangsungan hidup bersama $T(xy)$ juga dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ yang diperoleh dengan :

$$S_{T(xy)}(t) = P(T(xy) > t) = P(min\{T(x), T(y)\} > t)$$

$$= P(\{T(x) > t\}\ dan\ \{T(y) > t\} | X > x, Y > y)$$

$$= P(T(x) > t | X > x)\ P(T(y) > t | Y > y)$$

$$= \frac{P(\{X > x+t\} \cap \{X > x\})\ P(\{Y > y+n\} \cap \{Y > y\})}{P(X > x)\ P(Y > y)}$$

$$= \frac{P(X > x+t)}{P(X > x)} \cdot \frac{P(Y > y+t)}{P(Y > y)}$$

$$= \frac{S_x(x+t)}{S_x(x)} \cdot \frac{S_y(y+t)}{S_y(y)}$$

$$= {}_tp_x \cdot {}_tp_y \qquad (2.12)$$

2.3 Laju Tingkat Kematian (*Force of Mortality*)

Laju kematian seseorang yang baru lahir dan akan meninggal antara usia x dan $x + \Delta x$ dengan syarat hidup pada usia x dapat dinyatakan dengan

$$P(x < X < x + \Delta\text{x}) = \frac{F_x(x+\Delta\text{x}) - F_x(x)}{1 - F_x(x)} \qquad (2.13)$$

Jika (2.9) dinyatakan di dalam fungsi limit maka :

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F_x(x+\Delta x) - F_x(x)}{1 - F_x(x)} = \frac{\lim_{\Delta x \to 0} (F_x(x+\Delta x) - F_x(x))\frac{\Delta x}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \to 0} 1 - F_x(x)}$$

$$= \frac{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(F_x(x+\Delta x) - F_x(x))}{\Delta x}.\Delta x}{\lim_{\Delta x \to 0} 1 - F_x(x)}$$

$$\cong \frac{F_x'(x)\,.\Delta x}{1 - F_x(x)}$$

$$\cong \frac{f_x(x)\,.\,\Delta x}{1 - F_x(x)} \qquad (2.14)$$

$F_x'(x) = f_x(x)$ adalah pdf dari peubah acak kontinu usia meninggal. Fungsi tersebut didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{f_x(x)}{1 - F_x(x)}$$

Maka, dari fungsi peluang tersebut dapat dibentuk rumus survival yang dinotasikan dengan $\mu(x)$

$$\mu(x) = \frac{f_X(x)}{1-F_X(x)}$$

$$= \frac{-s\prime(x)}{s(x)} \qquad (2.15)$$

Selanjutnya, dapat ditentukan laju kematian pada usia x yaitu

$$\mu(x) = \frac{-s\prime(x)}{s(x)} = \frac{-1}{s(x)} . \frac{d(s(x))}{d(x)}$$

$$= \frac{-d \ln s(x)}{ds(x)} . \frac{d(s(x))}{d(x)}$$

$$= \frac{-d \ln s(x)}{d(x)}$$

$$\mu(x)dx = -d \ln s(x)$$

Dengan mengganti x menjadi y, maka diperoleh :

$$\mu(y)dy = -d \ln s(y) \qquad (2.16)$$

persamaan (2.16) diintegralkan pada batas x sampai $x + t$ maka diperoleh

$$\int_x^{x+t} \mu(y)dy = -\int_x^{x+t} d \ln s(y)$$

$$= -\ln s(y) \Big|_x^{x+t}$$

$$= -(\ln s(x+t) - \ln s(x))$$

$$= -\ln \left(\frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= -\ln {}_tp_x$$

$${}_tp_x = e^{-\int_0^x \mu(y)dy} \qquad (2.17)$$

Jika nilai laju kematiannya konstan $(\mu(x) = \mu)$ untuk semua $x \geq 0$, artinya besarnya nilai dari *force of mortality* (laju tingkat kematian) adalah sama untuk semua usia nasabah yang hidup, maka diperoleh

$$s(x) = \ _xp_0 = e^{-\int_0^x \mu(y)dy} = e^{-\mu x} \tag{2.18}$$

Diketahui dari (2.6) fungsi distribusi dari $T(x)$ adalah $F_{T(x)}(t) = \ _tq_x$ sehingga

$$f_{T(x)}(t) \qquad = \frac{d}{dt}\ _tq_x$$

$$= \frac{d}{dt}(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)})$$

$$= -\frac{s\prime(x+t)}{s(x)}$$

$$= \frac{s(x+t)}{s(x)} . -\frac{s\prime(x+t)}{s(x+t)}$$

$$f_{T(x)}(t) \qquad = \ _tp_x . \mu(x+t) \qquad ; t \geq 0 \tag{2.19}$$

(Bowers, dkk.,1997)

Sedangkan fungsi densitas $T(xy)$ untuk *joint life* adalah :

$$f_{T(xy)}(t) = \frac{d}{dt}F_{T(xy)}(t) = -\frac{d}{dt}S_{T(xy)}(t) = -\frac{d}{dt}\ _tp_{xy} = -\frac{d}{dt}\ _tp_x . -\frac{d}{dt}\ _tp_y$$

$$= -\left(\left(\frac{d}{dt}\ _tp_x\right)\ _tp_y + \left(\frac{d}{dt}\ _tp_y\right)\ _tp_x\right)$$

$$= -\left(-_tp_x\, \mu(x+t)\right)\ _tp_y + \left(-_tp_y\, \mu(y+t)\right)\ _tp_x$$

$$= \ _tp_x\, \mu(x+t)\ _tp_y + \ _tp_y\, \mu(y+t)\ _tp_x$$

$$= \ _tp_x\ _tp_y\left(\mu(x+t) + \mu(y+t)\right)$$

$$= \ _tp_{xy}\left(\mu(x+t) + \mu(y+t)\right)$$

$$= \underbrace{{}_tp_{xy}}_{survival\,function} \underbrace{\big(\mu(y+t)+\mu(y+t)\big)}_{force\,function} \tag{2.20}$$

Force of mortality dari $T(xy)$ dinotasikan sebagai $\mu_{T(xy)}(t)$ atau $\mu_{xt}(t)$ dan dapat diturunkan dengan cara yang sama pada *force of mortality* untuk hidup tunggal.

$$\mu_{T(xy)}(t) = \mu_{xy}(t) = \frac{f_{T(xy)}(t)}{1-F_{T(xy)}(t)} = \frac{f_{T(xy)}(t)}{S_{T(xy)}(t)}$$

$$= \frac{{}_tp_{xy}\,\big(\mu(y+t)+\mu(y+t)\big)}{{}_tp_{xy}}$$

$$= \mu(y+t) + \mu(y+t) \tag{2.21}$$

Sehingga, *force of mortality* untuk status *joint life* dengan asumsi saling bebas adalah $\mu_{x+t:y+t} = \mu(y+t) + \mu(y+t)$

2.4 Tabel Mortalitas

Tabel mortalitas adalah cara ringkas untuk menunjukkan probabilitas dari anggota pada suatu populasi yang hidup atau mati pada usia tertentu. Tabel mortalitas (*life tables*) digunakan untuk memeriksa perubahan kematian dari populasi jaminan sosial dari waktu ke waktu (Bell dan Miller, 2005).

Jika suatu kelompok/populasi bayi yang baru lahir yang dilambangkan dengan l_0 adalah sebanyak 100.000, maka masing-masing bayi yang baru lahir tersebut mempunyai fungsi survival yang sama dengan $s(x)$. Jika $\psi(x)$ menyataka banyaknya bayi yang hidup sampai usia x. dengan $j = 1,2,\dots,l_0$

$$\psi(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j$$

Dimana I_j adalah indikator untuk kelangsungan kehidupan j, maka

$$I_j = \begin{cases} 1 \text{ Jika bayi j hidup sampai ke} - \text{ x} \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Jika dihitung ekspektasi dari I_j, maka

$$E[I_j] \quad = \sum_{I_j=0}^{1} I_j . P(I_j)$$

$$= 1. s(x) + 0. \left(1 - s(x)\right)$$

$$E[I_j] \quad = s(x)$$

selanjutnya, akan dihitung ekspektasi dari $\psi(x)$

$$E[\psi(x)] = E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right]$$

$$= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j]$$

$$\underbrace{= s(x) + s(x) + \cdots + s(x)}_{\text{sebanyak } l_0 \text{ kali}}$$

$$E[\psi(x)] = l_0 . s(x)$$

Definisi lain dari $E[\psi(x)]$ adalah l_x yaitu ekspektasi jumlah yang bertahan hidup pada saat usia ke-x dari jumlah l_0 yang baru lahir, maka

$$l_x = l_0 . s(x) \tag{2.22}$$

Dengan cara yang sama, banyaknya yang meninggal di antara usia x sampai Dengan $x + t$ dilambangkan dengan ${}_n\mathfrak{D}_x$ atau

$${}_n\mathfrak{D}_x = \sum_{j=1}^{l_0} I_j$$

Dimana I_j adalah indikator untuk kematian j, maka

$$I_j = \begin{cases} 1 \text{ Jika j meninggal antara usia x sampai x} + \text{n} \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Peluang kematian diantara usia x sampai dengan usia $x + n$ adalah $s(x) - s(x + n)$, Maka dapat diperoleh ekspektasi dari I_j, yaitu

$$E[I_j] = 1. [s(x) - s(x + n)] + 0. [1 - (s(x) - s(x + n))]$$

$$E[I_j] = s(x) - s(x+n)$$

Oleh karena itu, dapat disimpulkan nilai harapan dari ${}_n\mathfrak{D}_x$ yang disimbolkan Dengan ${}_nd_x$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} {}_nd_x &= E[{}_n\mathfrak{D}_x] = E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right] \\ &= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] \\ &= l_0.[s(x) - s(x+n)] \\ &= l_x - l_{x+n} \end{aligned} \tag{2.23}$$

Dimana ${}_nd_x$ menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun meninggal sebelum mencapai usia $x+n$ tahun (Bowers, dkk.,1997).

Menurut Sembiring (1986), peluang seseorang berusia x akan hidup (paling sedikit) n tahun yang dinyatakan
dengan ${}_np_x$ yaitu

$${}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \tag{2.24}$$

Dengan kata lain, ${}_np_x$ adalah jumlah orang (dari sebanyak l_x pada usia x) yang mencapai usia $x+n(l_{x+n})$ dibagi jumlah orang pada usia x. Bila $n=1$, imbuhan n sebelah kiri tidak perlu ditulis, jadi ${}_1p_x = p_x$ atau $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$. ${}_nq_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam n tahun, atau sebelum mencapai usia $n+x$

$$\begin{aligned} {}_nq_x &= 1 - {}_np_x \\ &= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Bila $n = 1$, imbuhan n sebelah kiri tidak perlu ditulis, ${}_1q_x = q_x = 1 - p_x$. Selain itu, jumlah orang yang meninggal antara usia x dan $x + n$ dilambangkan dengan ${}_nd_x$ yaitu

$$ {}_nd_x = l_x - l_{x+n} \tag{2.26} $$

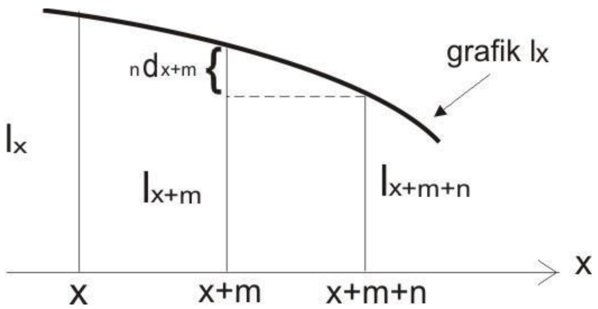
$$ {}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x} \tag{2.27} $$

${}_{m|n}q_x$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x akan hidup m tahun, tetapi meninggal dalam n tahun kemudian, yaitu meninggal antara usia $x + m$ dan $x + m + n$ tahun.

$$ {}_{m|n}q_x = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_x} $$

$$ = \frac{{}_nd_{x+m}}{l_x} \tag{2.28} $$

Seperti yang digambarkan pada grafik berikut ini



Gambar 2. Grafik l_X Tabel Mortalita

2.5 Hukum Mortalita

Terdapat tiga pembenaran utama untuk mendalilkan bentuk analitik mortalitas atau fungsi survival. Pertama adalah filosofis, banyak fenomena yang dipelajari di fisika dapat dinyatakan dengan rumus sederhana. Beberapa penulis menyarankan bahwa kelangsungan hidup manusia dapat diatur dengan menggunakan hukum persamaan sederhana. Pembenaran yang kedua, yaitu sesuatu yang praktis. Lebih mudah untuk menyatakan fungsi dengan beberapa parameter daripada harus menyatakan tabel mortalitas dengan kemungkinan 100 parameter atau peluang mortalitasnya. Pembenaran ketiga, untuk fungsi analitik sederhana survival adalah lebih mudah untuk mengestimasi beberapa parameter dari suatu fungsi data mortalitas (Bowers, dkk., 1997). Artinya, pendekatan dengan hukum mortalita digunakan karena hukum mortalita memiliki formula sederhana yang dapat menjelaskan fenomena yang terjadi secara efisien, praktis, dan cenderung lebih mudah untuk mengestimasi beberapa parameter fungsi dari data mortalita.

Terdapat beberapa hukum mortalita yang terkenal yaitu hukum mortalita De Moivre (1724), Gompertz (1825), Makeham (1860), dan Weibull (1939). Dari beberapa hukum mortalita tersebut, yang akan digunakan yaitu hukum mortalita Gompertz dan Makeham.

2.6 Distribusi Gompertz

Distribusi Gompertz sangat sering digunakan untuk mendeskripsikan suatu distribusi kematian. Pada tingkat terendah kematian pada bayi dan anak-anak, penggambaran percepatan mortalita Gompertz meluas sampai rentang seumur hidup pada suatu populasi tanpa mengamati perlambatan pola kematian. Maka, percepatan mortalita dari distribusi Gompertz yaitu

$$\mu_x = Bc^x \tag{2.29}$$

Dimana $B > 0, c > 1, x \geq 0$ (Jordan, 1991)

Dari (2.16) fungsi survival distribusi Gompertz dapat didefinisikan

$$s(x) = \exp\left(-\int_0^x \mu(x)\,dx\right)$$

$$= \exp\left(-\int_0^x Bc^x\,dx\right)$$

$$= \exp(-B.\left(\frac{1}{\ln c}c^x\right))\Big|_0^x$$

$$s(x) = \exp(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)) \quad (2.30)$$

Dari fungsi survivalnya, dapat ditentukan fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function*) dari distribusi Gompertz yaitu :

$$F(x) = 1 - s(x) = \left(1 - \exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \quad (2.31)$$

selanjutnya, fungsi densitas (*probability density function*) dari distribusi Gompertz sebagai berikut :

$$f(x) = F'(x) = \frac{d}{dx}\left(1 - \exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dx}\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\left(-\exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right)$$

$$= \left(-\frac{B}{\ln c}(\ln c.\, c^x)\right)\left(-\exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right)$$

$$f(x) = (Bc^x)\left(\exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \quad (2.32)$$

Selain itu, dapat ditentukan fungsi peluang ${}_tp_x$ sebagai berikut

$${}_tp_x = \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu(x)\,dx\right)$$

$$= \exp\left(-\int_x^{x+t} Bc^x\,dx\right)$$

$$= \exp\left(-B.\frac{1}{\ln c}.\,c^x\right)\Big|_x^{x+t}$$

$$= \exp\left(-\frac{B}{\ln c}\left(c^{x+t} - c^{x}\right)\right)$$

$$_{t}p_{x} = \exp\left(-\frac{Bc^{x}}{\ln c}\left(c^{t} - 1\right)\right) \qquad (2.33)$$

2.7 Hukum Mortalita Gompertz

Benjamin Gompertz (1825), menjalani penelitian seraya menghitung nilai anuitas hidup, menyadari bahwa jika nilai percepatan mortalita bernilai konstan, maka tanpa memperhatikan usia nilai anuitas hidup akan sama walaupun pada usia 20 atau pada usia 65. Namun, pada kenyataannya tidak ada kasus seperti itu. Harga anuitas akan jauh lebih mahal untuk seseorang yang berusia 65 daripada seseorang yang berusia 20. Gompertz (1825) menduga kematian mungkin terjadi karena dua penyebab umum; satu, peluang tanpa kecenderungan sebelumnya untuk meninggal atau rusak; penyebab yang lain, yaitu memburuknya kondisi/keadaan, atau peningkatan ketidakmampuan untuk menahan kerusakan (Kunimura, 1997).

Di dalam penelitian Bejamin Gompertz (1825) mengenai daya tahan kekuatan pria dalam kerentanan kematiannya, Gompertz menyatakan kebalikan/perlawanan dari kerentanan pria untuk kematiannya dengan $\frac{1}{\mu_x}$. Lalu, Gompertz mengasumsikannya dalam persamaan

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\mu_x}\right) = -h$$

dengan h adalah konstanta proporsionalitas.

Dalam hal ini berarti kekuatan untuk menghindarkan dari kematian (*Escaping Power from Death*) bertolak secara proporsional dari kekuatan itu sendiri (Futami, 1993). Dengan mengintegralkan persamaan tersebut, maka

$$\frac{1}{\mu_x} = -hx$$

dapat diperoleh bentuk

$$\log\left(\frac{1}{\mu_x}\right) = -hx - \log B$$

dimana $-\log B$ adalah konstanta. Kemudian,

$$\frac{1}{\mu_x} = e^{-hx}.e^{-\log B}$$

$$\mu_x = Bc^x$$

Dimana $B > 0, c > 1, x \geq 0$ (Jordan, 1991).

Dimana dapat didefinisikan, parameter B dikaitkan dengan peluang atau kemungkinan, dan parameter c adalah peningkatan ketidakmampuan menahan kerusakan. Dari uraian tersebut, dapat dilihat bahwa distribusi Gompertz memiliki ciri khas yaitu memiliki pola tingkat kegagalan (*failure rate*) yang meningkat. Jika c =1, tingkat kematian akan menjadi konstan, dan untuk c < 0 maka distribusi Gompertz akan memiliki pola laju tingkat kematian yang menurun. Hal ini sesuai dengan filosofinya yang menyatakan bahwa seiring berjalannya waktu, maka tingkat ketidakampuan menahan kerusakan akan meningkat. Sama halnya, dengan memberikan B dengan nilai yang positif akan menjamin bahwa pada setiap waktunya, pasti akan terdapat kemungkinan/peluang kematian yang positif (Kunimura, 1997).

2.8 Distribusi Makeham

Distribusi Makeham memberikan aproksimasi yang lebih baik untuk suatu distribusi data mortalita. Distribusi Makeham merupakan suatu fungsi perluasan dari distribusi Gompertz. Perbedaan antara keduanya, yaitu fungsi distribusi Makeham menggunakan parameter tambahan dari fungsi distribusi Gompertz. Berikut adalah percepatan mortalita distribusi Makeham

$$\mu_x = A + Bc^x \tag{2.34}$$

Dengan $B > 0, A \geq -B, c > 1, x \geq 0$

Maka, fungsi fungsi survival model hukum mortalita Makeham adalah :

$$\begin{aligned} s(x) &= \exp\left(-\int_0^x \mu(x)\, dx\right) \\ &= \exp\left(-\int_0^x A + Bc^x\, dx\right) \\ &= \exp(-\text{Ax} - B.\left(\frac{1}{\ln c} c^x\right)) \Big|_0^x \\ s(x) &= \exp(-\text{Ax} - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)) \end{aligned} \tag{2.35}$$

Dari fungsi survivalnya, dapat ditentukan fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function*) dari distribusi Makeham yaitu :

$$F(x) = 1 - s(x) = \left(1 - \exp\left(-\text{Ax} - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \tag{2.36}$$

Dari (2.32), dapat ditentukan fungsi densitas (*probability density function*) dari distribusi Makeham sebagai berikut :

$$\begin{aligned} f(x) &= F'(x) = \frac{d}{dx}\left(1 - \exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \\ &= \frac{d}{dx}\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\left(-\exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \end{aligned}$$

$$= \left(-A - \frac{B}{\ln c}(\ln c . c^x)\right)\left(-\exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right)$$

$$f(x) = (A + Bc^x)\left(\exp\left(-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right)\right) \tag{2.37}$$

fungsi peluang ${}_tp_x$ dari hukum mortalita Makeham sebagai berikut :

$${}_tp_x = \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu(x)\, dx\right)$$

$$= \exp\left(-\int_x^{x+t} A + Bc^x\, dx\right)$$

$$= \exp\left(-Ax - B.\frac{1}{\ln c}.c^x\right)\Big|_{x}^{x+t}$$

$$= \exp\left(-At - \frac{B}{\ln c}(c^{x+t} - c^x)\right)$$

$${}_tp_x = \exp\left(-At - \frac{Bc^x}{\ln c}(c^t - 1)\right) \tag{2.38}$$

2.9 Hukum Mortalita Makeham

Hukum mortalita Makeham merupakan modifikasi dari hukum mortalita Gompertz. Dalam pernyataan sebelumnya mengenai penyebab umum terjadinya kematian, Gompertz hanya menggunakan penyebab kedua dalam menentukan hukum mortalitanya. Hal tersebut membuat Makeham (1860) menggabungkan dua penyebab tersebut. Dengan pengaruh dari penyebab pertama yaitu kesempatan akan menjadi tambahan konstanta pada percepatan mortalita Gompertz (Jordan, 1991).

$$\mu_x = A + Bc^x$$

Dengan $B > 0, A \geq -B, c > 1, x \geq 0$

Konstanta A dapat mewakili faktor terjadinya kecelakaan, dan Bc^x dapat mewakili faktor usia. Oleh karena itu, masing-masing hukum melibatkan sejumlah parameter yang tidak ditentukan, karenanya masing-masing dapat berupa bilangan tak terbatas dari fungsi survival yang berbeda. Hukum mortalita ini hanya membentuk fungsi matematika yang diasumsikan dan tidak menghasilkan pengukuran numerik mortalitas sampai terpilihnya nilai yang sesuai untuk parameter tersebut. Hal ini akan ditemukan bahwa nilai dari masing-masing parameter terletak didalam kisaran batas tertentu ketika fungsi survivalnya mengikuti pola mortalitas pada umumnya. Misalnya untuk hukum mortalita Makeham, kisaran batas parameternya berada di

$$0.001 < A < 0.003$$

$$10^{-6} < B < 10^{-3}$$

$$1.08 < c < 1.12$$

(Jordan, 1991)

Pada kasus tertentu, jika nilai A = 0 pada hukum mortalita Makeham, maka dapat menjadi hukum mortalita Gompertz. Dan jika nilai $c = 1$ pada hukum mortalita Gompertz dan Makeham, maka dapat menghasilkan distribusi eksponensial (laju tingkat kematian konstan).

2.10 Metode Kuadrat Terkecil *Nonlinear*

Hukum mortalita merupakan bentuk pendekatan terhadap percepatan mortalita dari suatu tabel mortalita. Dalam menentukan nilai premi yang didekati berdasarkan hukum mortalita Gompertz dan Makeham, terdapat modifikasi perhitungan pada percepatan mortalita *force of mortality* $\mu(x+t)$ yang melibatkan sejumlah parameter-parameter tertentu. Terdapat beberapa cara dalam menentukan nilai parameter pada hukum mortalita, yakni dengan metode kuadrat terkecil, metode *maximum likelihood estimation*, *trial and error*, dsb. Pada penelitian ini, akan digunakan metode kuadrat terkecil *nonlinear* (*nonlinear least squares)*. Pengestimasian nilai parameter dilakukan dengan menggunakan bantuan perangkat lunak *software* MATLAB.

Model *nonlinear* merupakan bentuk hubungan antara peubah respon dengan peubah penjelas yang tidak linear dalam parameter. Secara umum model *nonlinear* ditulis sebagai berikut :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{2.39}$$

dengan

y_i = peubah respon ke-*i*

$f(x_i)$ = fungsi $nonlinear$

x_i = peubah penjelas respon ke-*i*

ε_i = galat ke-*i*

Misalkan model *nonlinear* yang dipostulat dengan bentuk :

$$y_i = f\left(x_1, x_2, \dots, x_p\right) + \varepsilon_i \tag{2.40}$$

Misalkan $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ dan $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ maka

$$Y = f(X, \theta) + \varepsilon_i \tag{2.41}$$

maka jumlah kuadrat galat untuk model *nonlinear* di atas didefinisikan sebagai berikut :

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - f(X,\theta)\right)^2 \tag{2.42}$$

Nilai dugaan kuadrat terkecil bagi θ akan dilambangkan dengan $\hat{\theta}$. Nilai dugaan ini adalah nilai θ yang meminimumkan nilai S. Untuk mendapatkan nilai dugaan kuadrat terkecil θ yaitu dengan mendiferensialkan S terhadap θ kemudian disamadenganakan nol (Mustari, 2013).

Diketahui dari (2.29) persamaan *nonlinear* percepatan mortalita Gompertz adalah

$$\mu_{xt} = Bc^{(x+t)}$$

Misalkan $\mu_{xt} = Y$ dan $t = 1$, maka jumlah kuadrat galat untuk persamaan *nonlinear* percepatan mortalita Gompertz yaitu

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - B_1 {c_1}^{(x_i+1)}\right)^2$$

dengan

Y_i = Variabel terikat yang menyatakan percepatan mortalita tabel pada tahun ke-i

B_1 = Parameter 1 pada fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Gompertz

c_1 = Parameter 2 pada fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Gompertz

x_i = usia (tahun) ke-i

Maka berlaku :

$$\frac{dS}{dB_1} = 0 \qquad dan \qquad \frac{dS}{dc_1} = 0$$

Selanjutnya, diketahui fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Makeham (2.34) yaitu:

$$\mu_{xt} = A + Bc^{(x+t)}$$

Misalkan $\mu_{xt} = Y$ dan $t = 1$ maka jumlah kuadrat galat untuk persamaan *nonlinear* percepatan mortalita Makeham yaitu

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - A_2 - B_2 c_2{}^{(x_i+1)}\right)^2$$

dengan

Y_i = Variabel terikat yang menyatakan percepatan mortalita tabel pada tahun ke-i

A_2 = parameter 1 pada fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Makeham

B_2 = parameter 2 pada fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Makeham

c_2 = parameter 3 pada fungsi *nonlinear* percepatan mortalita Makeham

x_i = usia (tahun) ke-i

Maka berlaku :

$$\frac{dS}{dA_2} = 0 \quad , \quad \frac{dS}{dB_2} = 0 \quad dan \quad \frac{dS}{dc_2} = 0$$

2.11 Bunga

Bunga adalah pembayaran yang dilakukan oleh peminjam sebagai balas jasa atas pemakaian uang yang dipinjam. Sejumlah uang yang menghasilkan bunga itu disebut pokok. Tingkat bunga adalah hasil pembungaan dalam 1 tahun atas pokok sebesar 1. Tingkat bunga ini biasanya dinyatakan dalam bentuk persentasi (Bumiputera,1971)

2.11.1 Bunga Sederhana

Besarnya pendapatan bunga tergantung pada besar pokok, jangka waktu investasi, dan tingkat bunga. Cara perhitungan bunga yang hanya berdasarkan pada perbandingan pokok dan jangka investasinya dinamakan bunga sederhana atau bunga tunggal. Misal besar pokok P, tingkat bunga tunggal i, jangka investasi n tahun maka besarnya bunga adalah

$$I = Pni \tag{2.43}$$

Setelah beberapa waktu kemudian total pokok berikut bunganya menjadi sebesar

$$S = P + I = P(1 + ni) \tag{2.44}$$

2.11.2 Bunga Majemuk

Bunga majemuk adalah suatu perhitungan bunga dimana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan besar bunga yang diperoleh. Misal besar pokok P, tingkat bunga i, jangka investasi n tahun, maka total pokok beserta bunga adalah

$$S = P(1 + i)^n \tag{2.45}$$

didalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi v sebagai berikut

$$v = \frac{1}{1+i} \tag{2.46}$$

dengan v adalah nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan 1 tahun kemudian. Karena itu, apabila pembayarannya dilakukan 1 tahun lebih cepat maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$ yang disebut dengan tingkat diskonto.

2.12 Laju Tingkat Suku Bunga

Tingkat suku bunga selalu dinyatakan pertahun atau per *annum* (p.a). Simbol untuk tingkat suku bunga nominal adalah $i^{(k)}$. Untuk suku bunga nominal dengan k kali pembayaran dalam satu tahun dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^k}{k}\right)^k$$

$$i^{(k)} = k\ \left[(1+i)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \qquad (2.47)$$

Dan tingkat diskon nominal (d^m) dinyatakan sebagai berikut:

$$1 - d\ = \left(1 + \frac{d^{(k)}}{k}\right)^k$$

$$d^{(k)}\ = k\ \left[1 - (1-d)^{\frac{1}{k}}\right] = k\left[1 - v^{\frac{1}{k}}\right] \qquad (2.48)$$

Dengan k adalah banyaknya pembayaran yang dilakukan dalam 1 tahun.

Laju tingkat suku bunga (*force of interest*) yang disimbolkan dengan δ adalah tingkat suku bunga atas h periode yang dapat dinyatakan dengan:

$$\delta = \lim_{h \to 0} \frac{a(t+h) - a(t)}{a(t).h}$$

$$= \frac{1}{a(t)} \lim_{h \to 0} \frac{a(t+h) - a(t)}{h}$$

$$= \frac{1}{a(t)} \left(\frac{d}{dt} a(t)\right) \qquad (2.49)$$

dengan $a(t)$ adalah fungsi akumulasi. Fungsi akumulasi dengan bunga majemuk dapat dinyatakan dengan sebagai $a(t) = (1+i)^t$. δ dalam bunga majemuk adalah konstan.

Dari persamaan (2.7.1) dapat dinyatakan kedalam bentuk δ sebagai berikut:

$$\delta = \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}(1+i)^t\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}\ln e^{\ln(1+i)^t}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}e^{t.\ln(1+i)}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\ln(1+i)\,.\,e^{t.(1+i)}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}(\ln(1+i)\,(1+i)^t)$$

$$= \ln(1+i) \tag{2.50}$$

Maka $\delta = \ln(1+i)$ adalah laju tingkat suku bunga (*force of interest*) untuk bunga majemuk. Adapun selanjutnya

$$e^{-\delta t} \;= (1+i)^{-t} = v^t \tag{2.51}$$

2.13 Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa adalah usaha kerja sama atau koperasi dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah seorang anggotanya (Sembiring, 1986).

2.13.1 Asuransi Jiwa yang Dibayarkan Pada Saat Kematian (Kontinu)

Pada Asuransi dengan perhitungan kontinu, pembayaran santunan kepada ahli waris nasabah dilakukan sesaat setelah nasabah meninggal dunia. Jumlah dan waktu pembayaran benefit pada asuransi jiwa tergantung pada panjang interval dari dikeluarkannya polis sampai pihak tertanggung meninggal dunia.

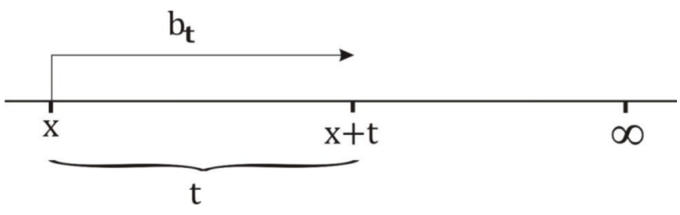
Berdasarkan uraian tersebut, asuransi jiwa terdiri dari fungsi manfaat didefinisikan sebagai b_t, fungsi v_t yaitu nilai sekarang dari pembayaran b_t, dan t adalah panjang interval dari penandatanganan kontrak hingga waktu kematian. Waktu penandatanganan polis sampai waktu kematian pihak tertanggung adalah waktu sisa hidup dengan peubah acak $T = T(x)$, Maka definisi dari fungsi nilai sekarang Z_t adalah

$$Z_t = b_t v_t$$

dengan Z_t merupakan fungsi peubah acak nilai sekarang (*Actuarial present value)* dari klaim / pembayaran santunan pada saat polis asuransi diterbitkan (Bowers, dkk., 1997).

2.14 Asuransi Jiwa Berjangka

Dalam asuransi jiwa berjangka, santunan akan dibayarkan bila tertanggung meninggal selama jangka waktu polis asuransi yang telah ditentukan. Jadi, misalkan usia pada saat penandatanganan kontrak adalah x, jika pihak tertanggung meninggal sebelum usia $x + t$ maka kepada pewarisnya akan dibayarkan benefit/santunan yang telah disepakati. Tetapi, bila dia hidup mencapai usia $x + t$ maka tidak akan ada pembayaran santunan (Sembiring, 1986). Jika digambarkan dalam bentuk grafik sebagai berikut



Gambar 3. Pembayaran benefit asuransi jiwa berjangka

Jika santunan sebesar 1 satuan dibayarkan sesaat setelah meninggal, maka fungsi-fungsi yang digunakan untuk asuransi jiwa berjangka n-tahun adalah

$$b_t = \begin{cases} 1 & t \leq n \\ 0 & t > n \end{cases}$$

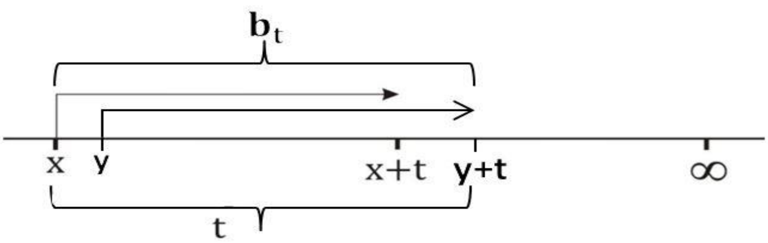
$$v_t = v^t \quad t \geq 0$$

$$Z_t = \begin{cases} v^t & T \leq n \\ 0 & t > n \end{cases}$$

Dari fungsi terlihat bahwa fungsi santunan (b_t) dan fungsi diskon (v_t) bergantung pada panjang interval pada saat polis ditandatangani sampai dengan meninggal (t). Keduanya membentuk peubah acak Z_t (nilai tunai atau premi pada saat polis dikeluarkan).

Pada asuransi *joint life,* jika kematian pertama terjadi dari (x) dan (y) dalam n tahun, pembayaran sebesar satu satuan akan dibayarkan sesaat setelah kematian.

$$Z_{xy} = \begin{cases} v^t & T \leq n \\ 0 & t > n \end{cases}$$



Gambar 4. Pembayaran benefit asuransi *joint life* berjangka

2.15 Premi Asuransi Jiwa

Premi adalah uang yang harus dibayarkan oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi sebagai imbalan persetujuan untuk membayar benefit atau santunan yang telah disepakati dalam polis asuransi jika orang yang ditanggung meninggal dunia. Ada tiga unsur utama yang menentukan perhitungan premi asuransi jiwa, yaitu :

a. Mortalitas (harapan hidup)

b. Suku bunga

c. *Loading*, yaitu biaya yang dikeluarkan untuk operasional perusahaan asuransi (Sembiring, 1986)

Premi yang dibayarkan sekaligus disebut premi tunggal (*Net Single Premium*), sedangkan premi tetap berkala dapat dibayarkan per tahun, per tri wulan, per bulan dan lain sebagainya, serta dilakukan pada permulaan tiap selang waktu.

2.16 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka

Nilai premi tunggal (*Actuarial Present Value*) untuk asuransi jiwa berjangka n-tahun dengan santunan dibayarkan sesaat setelah kematian pihak tertanggung (kontinu) adalah

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^n v^t\, f(t)\, dt$$

Berdasarkan (2.19), maka

$$= \int_0^n v^t\, {}_tp_x\ \mu(x+t)\, dt \qquad (2.52)$$

(Bowers dkk., 1997).

Jika premi tunggal dikaitkan dengan hukum mortalita dapat dinyatakan sebagai berikut:

a. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka n-tahun berdasarkan hukum mortalita Gompertz

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^n v^t \, f(t)\, dt$$

$$= \int_0^n v^t \; {}_tP_x \, \mu(x+t)\, dt$$

Berdasarkan (2.29), (2.33), dan (2.51), maka

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} . e^{\left(-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)} . (Bc^{x+t})\, dt \qquad (2.53)$$

b. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka n-tahun berdasarkan hukum mortalita Makeham

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z_t] = E[v^t] = \int_0^n v^t \, f(t)\, dt$$

$$= \int_0^n v^t \; {}_tP_x \, \mu(x+t)\, dt$$

Berdasarkan (2.34), (2.38), dan (2.51), maka

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} . e^{\left(-At-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)} . (A + Bc^{x+t})\, dt \qquad (2.54)$$

2.17 Anuitas Hidup

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran (besarnya pembayaran berkala boleh berubah) yang dilakukan selama seseorang tertentu masih hidup (Sembiring, 1986). Anuitas hidup dengan pembayaran sebesar P_t satuan yang pembayarannya diakukan secara terus-menerus (kontinu) disebut dengan anuitas hidup kontinu. Dengan Y adalah peubah acak dari pembayaran anuitas hidup kontinu yang dilambangkan dengan $Y = \bar{a}_{\overline{T}|}$ untuk setiap $T \geq 0$ dimana T menyatakan waktu sisa hidup (x).

$$Y = \int_0^T v^t . P_t \, dt$$

Dengan P_t sebesar 1 satuan, maka

$$Y = \int_0^T v^t . P_t \, dt = \int_0^T e^{-\delta t} \, dt = \frac{1-e^{-\delta t}}{\delta}$$

$$= \frac{1-v^t}{\delta} = Y = \bar{a}_{\overline{T|}} \qquad (2.55)$$

Nilai sekarang (*Actuarial Present Value*) dari anuitas kontinu yaitu

$$\bar{a}_x = E[Y] = E\left[\bar{a}_{\overline{T|}}\right] = \int_0^\infty \bar{a}_{\overline{T|}} \, . f(t) dt$$

$$= \int_0^\infty \bar{a}_{\overline{T|}} \, . \, {}_tp_x \, \mu_x(t) dt \qquad (2.56)$$

Dengan menggunakan integral parsial,

$$u = \bar{a}_{\overline{T|}} = \frac{1-e^{-\delta t}}{\delta}$$

$$du = \frac{\delta e^{-\delta t}}{\delta} dt = e^{-\delta t} \, dt = v^t \, dt$$

$$dv = \, {}_tp_x \, \mu_x(t) dt = e^{-\mu_x(t)t} . \mu_x(t) dt$$

$$v = \int e^{-\mu_x(t)t} . \mu_x(t) dt = -\frac{1}{\mu_x(t)} \, e^{-\mu_x(t)t} . \mu_x(t)$$

$$= e^{-\mu_x(t)t}$$

$$= - \, {}_tp_x$$

Maka,

$$\bar{a}_x = \int_0^\infty \bar{a}_{\overline{T|}} \, . \, {}_tp_x \, \mu_x(t) dt$$

$$= (\bar{a}_{\overline{T|}}) . (- \, {}_tp_x) \Big|_0^\infty (- \, {}_tp_x) . v^t dt$$

Anuitas hidup kontinu dapat dinyatakan

$$\bar{a}_x = \int_0^\infty v^t . \, {}_tp_x \, dt \qquad (2.57)$$

Kemudian nilai sekarang anuitas hidup berjangka yaitu

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t .\ {}_tp_x \, dt \qquad (2.58)$$

Jika dikaitkan dengan hukum mortalita, anuitas berjangka untuk hukum mortalita Gompertz adalah

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t .\ {}_tp_x \, dt$$

Berdasarkan (2.33) dan (2.51), maka

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} . e^{\left(-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)} dt \qquad (2.59)$$

Sedangkan anuitas berjangka untuk hukum mortalita Makeham adalah

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t .\ {}_tp_x \, dt$$

Berdasarkan (2.38) dan (2.51), maka

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n e^{-\delta t} . e^{\left(-At-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)} dt \qquad (2.60)$$

(Bowers, dkk., 1997).

2.18 Premi Tahunan Asuransi Jiwa

Premi adalah besarnya pembayaran tertentu yang dilakukan oleh pihak tertanggung kepada perusahaan asuransi yang disetujui dalam suatu perjanjian dalam kontrak tertulis yang disebut dengan polis asuransi. Besarnya premi tergantung atas tiga hal, yaitu peluang meninggal, tingkat bunga, dan biaya. Peluang meninggal tergantung atas umur, jenis kelamin, pekerjaan, kebiasaan seseorang, dan berbagai hal lain. Dana yang terkumpul pada perusahaan asuransi akan diinvestasikan dengan tingkat bunga tertentu, dan sebagian dari bunga tersebut seharusnyalah menjadi milik pemegang polis. Perusahaan asuransi tidak dapat bekerja tanpa biaya, biaya pegawainya untuk mengeluarkan polis, mengadministrasikan polis dan membayarkan santunan, pajak, komisi, dan sebagainya. Premi yang dihitung tanpa memperhatikan faktor biaya disebut premi bersih. Premi dapat dibayarkan sekaligus, disebut premi tunggal. atau dalam jangka waktu tertentu misalnya per tahun, per bulan, per minggu, dsb. (Sembiring, 1986).

Premi tahunan kontinu dilambangkan dengan $P(\bar{A}_x)$. Dengan menggunakan *loss function*, maka

$$0 = e = E[L] = E\left[1 - v^T - P(\bar{A}_x).\bar{a}_{\overline{T|}}\right]$$

$$= E[v^T] - P(\bar{A}_x).E\left[\bar{a}_{\overline{T|}}\right]$$

$$= \bar{A}_x - P(\bar{A}_x)\bar{a}_x$$

$$P(\bar{A}_x) = \frac{\bar{A}_x}{\bar{a}_x} \tag{2.61}$$

Persamaan tersebut merupakan premi tahunan dengan asuransi seumur hidup.

Premi tahunan untuk asuransi jiwa berjangka yaitu

$$P(\bar{A}^1_{x:n\rceil}) = \frac{\bar{A}^1_{x:n\rceil}}{\bar{a}_{x:n\rceil}} \tag{2.62}$$

(Gauger,1997).

Kemudian jika dikaitkan dengan hukum mortalita, bentuk premi tahunan berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz adalah

$$P(\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}) = \frac{\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}}{\bar{a}_{x:\overline{n|}}}$$

Berdasarkan (2.53) dan (2.59), maka

$$P(\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}) = \frac{\left(\int_0^n e^{-\delta t}.e^{\left(-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)}.(Bc^{x+t})dt\right)}{\left(\int_0^n e^{-\delta t}.e^{\left(-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)}dt\right)} \tag{2.63}$$

Sedangkan bentuk premi tahunan berjangka berdasarkan hukum mortalita Makeham adalah

$$P(\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}) = \frac{\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}}{\bar{a}_{x:\overline{n|}}}$$

Berdasarkan (2.54) dan (2.60), maka

$$P(\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}) = \frac{\left(\int_0^n e^{-\delta t}.e^{\left(-At-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)}.(A+Bc^{x+t})dt\right)}{\left(\int_0^n e^{-\delta t}.e^{\left(-At-\frac{Bc^x}{\ln c}(c^t-1)\right)}dt\right)} \tag{2.64}$$

2.19 Premi Tahunan Asuransi *Joint Life (*Kontinu)

Pada premi tahunan asuransi *joint life* dengan santunan akan dibayarkan segera setelah kematian (kontinu), digunakan premi tunggal gabungan dan anuitas hidup gabungan, yaitu premi tunggal dan anuitas hidup untuk dua orang tertanggung yang berumur x dan y tahun yang dalam perhitungannya digunakan peluang hidup untuk status gabungan.

Berdasarkan (2.19), (2.20), (2.21), dan (2.52), bentuk premi tunggal untuk asuransi *joint life* berjangka dari seseorang yang berusia x dan y tahun dalam jangka waktu perlindungan selama n tahun adalah

$$\bar{A}^{1}_{xy:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \, {}_tp_x \, {}_tp_y \; \mu(x+t),(y+t) \, dt$$

$$= \int_0^n v^t \, {}_tp_{xy} \, . \, \big(\mu(x+t) + (y+t)\big) \, dt \qquad (2.64)$$

Sedangkan anuitas gabungan berjangka seseorang yang berusia x dan y tahun adalah

$$\bar{a}_{xy:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \, {}_tp_{xy} \, dt \qquad (2.65)$$

Sehingga premi tahunan asuransi jiwa gabungan berjangka dari seseorang yang berusia x dan y tahun

$$\mathrm{P}\big(\bar{A}^{1}_{xy:\overline{n}|}\big) = \frac{\big(\bar{A}^{1}_{xy:\overline{n}|}\big)}{\big(\bar{a}_{xy:\overline{n}|}\big)} \qquad (2.66)$$

(Futami, 1993).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada semester genap tahun ajaran 2018/2019.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data yang diambil dari Tabel Mortalita Indonesia (TMI 3) Tahun 2011 untuk laki – laki dan perempuan.

3.3 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, akan ditentutkan besarnya nilai premi tahunan asuransi *joint life* berjangka dengan pembayaran santunan dilakukan segera setalah pihak tertanggung meninggal dunia (kontinu). Asumsi-asumsi yang digunakan dalam menentukan nilai premi tahunan yaitu tingkat suku bunga (i) sebesar 7% maka *force of interest rate* (δ)

sebesar 0.0676586, dengan benefit sebesar 1 satuan. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai estimasi parameter dari hukum mortalita Gompertz dan Makeham untuk Tabel Mortalita Indonesia (TMI 3) Tahun 2011 untuk laki-laki maupun perempuan dengan metode kuadrat terkecil *non linear* (*non linear least square*).
2. Menentukan bentuk peluang hidup gabungan hukum Mortalita Gompertz .
3. Menentukan bentuk peluang hidup gabungan hukum Mortalita Makeham.
4. Menentukan bentuk serta menghitung premi tunggal asuransi *joint life* berjangka berdasarakan hukum Mortalita Gompertz.
5. Menentukan bentuk serta menghitung premi tunggal asuransi *joint life* berjangka berdasarakan hukum Mortalita Makeham.
6. Menentukan bentuk serta menghitung anuitas hidup berjangka *joint life* berdasarkan hukum Mortalita Gompertz.
7. Menentukan bentuk serta menghitung anuitas hidup berjangka *joint life* berdasarkan hukum Mortalita Makeham.
8. Menghitung premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum Mortalita Gompertz.
9. Menghitung premi tahunan asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum Mortalita Makeham.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan pada penelitian ini, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Semakin lama jangka waktu periode asuransi *joint life* berjangka berdasarkan hukum mortalita Gompertz, maupun berdasarkan hukum mortalita Makeham, menghasilkan nilai premi tunggal, nilai anuitas hidup, dan nilai premi tahunan yang semakin akan besar.

2. Semakin besar usia pada saat penandatanganan polis asuransi *joint life* berjangka, menghasilkan nilai premi tunggal, nilai anuitas hidup, dan nilai premi tahunan yang semakin besar pada hukum mortalita Gompertz, maupun pada hukum mortalita Makeham.

3. Nilai premi tahunan pada kedua hukum mortalita menghasilkan nilai yang berbeda karena karakteristik percepatan mortalita dari kedua hukum mortalita yang berbeda.

4. Premi tahunan *joint life* menghasilkan nilai premi yang lebih kecil dibandingkan premi tahunan secara individu.

DAFTAR PUSTAKA

AJB Bumiputera. 1971. *Dasar-Dasar Ilmu Pasti Asuransi Jiwa*. AJB BUMIPUTERA, Jakarta

Andiraja, N. 2015. *Nilai Akumulasi Anuitas Berjangka dengan Distribusi Makeham pada Status Hidup Gabungan*. **Vol 1**:1

Bell, F. C. & Miller, M. L. 2005. Life Tables. http://www.ssa.gov/oact/NOTES/as120/LifeTables_Body.html. Diakses pada 29 Januari 2019

Bowers, N. L., *et al*. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I.* Herliyanto, Gatot. Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Inc., Tokyo.

Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II.* Herliyanto, Gatot. Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Inc., Tokyo.

Gauger, M. A. 1997. *ACTEX Study Manual for the Course 150 Examination of the Society of Actuaries.* ACTEX Publications, Inc., United States of America.

Jordan, Jr. C.W. 1991. *Life Contingencies*. The Society of Actuaries, Chicago.

Kunimura, D. 1997. Actuarial Research Clearing House 1998. *The Gompertz Distribution-Estimation of Parameters*. **2** ;65-66

Mustari, N. S. 2013. Model Nonlinear. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung

Sembiring, R.K. 1986. *Asuransi I Modul 1-5*. Karunika Universitas Terbuka, Jakarta.

Sertdemir, B. H., 2013. *Multiple Life Insurance*. Dokuz Eylul University, Izmir.