APLIKASI *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE* (VECMX) PADA DATA *TIME SERIES*

(Skripsi)

Oleh

RIMA NUGRAHIYA PUTRI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRAK

APLIKASI *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE* (VECMX) PADA DATA *TIME SERIES*

Oleh

Rima Nugrahiya Putri

Vector Error Correction Model (VECM) adalah model yang menjelaskan hubungan keseimbangan jangka panjang sekaligus jangka pendek variabel yang tidak stasioner dan mempunyai hubungan kointegrasi dimana variabel yang terlibat didalam model adalah variabel endogen. *Vector Error Correction Model* (VECM) mulai dikembangkan menjadi VECMX dimana pada model tersebut dimasukkan variabel eksogen yang stasioner sebagai regresor tambahan. Pada penelitian ini variabel industrialisasi dan investasi asing (FDI) adalah sebagai variabel eksogen, sedangkan variabel penggunaan energi dan emisi CO2 sebagai variabel endogen. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model, melihat hubungan kausal antar variabel endogen serta melihat respon variabel endogen terhadap *shock* yang diberikan variabel eksogen dari model VECMX. Parameter model diestimasi menggunakan Maksimum Likelihood Estimation (MLE) dan hasil menunjukkan bahwa VECMX(2,0) adalah model terbaik. Dari analisis kausalitas Granger diketahui bahwa hubungan kausal yang terbentuk yaitu Industri, FDI dan Penggunaan Energi mempengaruhi emisi CO2. Serta dari analisis *Impulse Response Function* (IRF) memperlihatkan variabel penggunaan energi merespon cenderung stabil dan variabel emisi CO2 selalu memberi respon yang fluktuatif.

Kata kunci: Kointegrasi, *Vector Error With Exogenous Variable* (VECMX), *Impulse Response Function* (IRF), Kausalitas Granger.

ABSTRACT

APPLICATION OF VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE (VECMX) IN TIME SERIES DATA

By

Rima Nugrahiya Putri

Vector Error Correction Model (VECM) is a model that explains the long-term balance relationship as well as short-term variables that are not stationary and have a cointegration relationship where the variables involved in the model are endogenous variables. *Vector Error Correction Model* (VECM) began to be developed into VECMX where the stationary exogenous variable was included as an additional regression. In this study, the industrialization variable and foreign direct investment (FDI) are exogenous variables, while the energy use variables and CO2 emissions are endogenous variables. This study aims to obtain a model, see the causal relationship between endogenous variables and see the response of endogenous variables to shock given exogenous variables from the VECMX model. The model parameters are estimated using Maximum Likelihood Estimation (MLE) and the results show that VECMX (2.0) is the best model. From the analysis of Granger causality it is known that the causal relationship that is formed namely Industry, FDI and Energy Use affects CO2 emissions. And from the Impulse Response Function (IRF) analysis shows the variable energy use responds tend to be stable and the CO2 emission variable always gives a fluctuating response.

Keywords: Cointegration, Vector Error With Exogenous Variable (VECMX), Impulse Response Function (IRF), Granger Causality.

APLIKASI *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE* (VECMX) PADA DATA *TIME SERIES*

Oleh

RIMA NUGRAHIYA PUTRI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
Sarjana Sains

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	: **APLIKASI *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE* (VECMX) PADA DATA *TIME SERIES***
Nama Mahasiswa	: Rima Nugrahiya Putri
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031028
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.	**Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**
NIP 19570101 198403 1 020	NIP 19690305 199603 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **26 Juni 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Rima Nugrahiya Putri**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1517031028**
Jurusan	: **Matematika**
Judul	: **APLIKASI *VECTOR ERROR CORRECTION MODEL WITH EXOGENOUS VARIABLE* (VECMX) PADA DATA *TIME SERIES***

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 26 Juni 2019
Yang Menyatakan,

METERAI TEMPEL
2A69DAFF751004351
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rima Nugrahiya Putri
NPM. 1517031028

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Krui pada tanggal 16 Januari 1998. Penulis merupakan anak keempat dari pasangan Bapak Herman Effendi dan Ibu Lili Yurni. Adik dari Yuli Astuti, Indah Wahana Sukma dan Roma Kirana.

Penulis menempuh Pendidikan awal di TK Aisyah pada tahun 2003. Pendidikan sekolah dasar di SD Negeri 1 Pasar Krui pada tahun 2009. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 2 Pesisir Tengah pada tahun 2012. Pendidikan sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Pesisir Tengah pada tahun 2015. Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Pada periode 2015/2016 penulis terdaftar sebagai Korps Muda BEM (KMB) XI KBM Unila 2015/2016 Kabinet Muda Bergerak, Anggota Magang Kementerian Aksi dan Propaganda pada Periode 2015/2016, Wakil Bendahara Umum Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) Periode 2016/2017, Staf Ahli Kementerian Pemberdayaan Wanita BEM U KBM Unila Periode 2016/2017, Bendahara Umum Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) Periode 2017, Dewan Pembina Ogranisasi (DPO) Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) Periode 2018.

Sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu di dunia kerja, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama empat puluh hari di Kantor Wilayah Direktorat Jenderal Pajak (DJP) Bengkulu dan Lampung pada tahun 2018 dan sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata Kebangsaan (KKN Kebangsaan) pada tahun 2018 di Desa Rajabasa Lama, Kecamatan Labuhan Ratu, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung.

KATA INSPIRASI

Man Jadda Wa Jadda

"Barang siapa yang bersungguh-sungguh, ia akan mendapatkan apa yang diinginkan/ dicita-citakan."

Apabila kamu tidak tahan lelahnya belajar, maka kamu akan menanggung perihnya kebodohan

(Imam Syafi'i)

Allah tidak menunda bahagiamu, hanya saja Ia ingin engkau tidak putus asa dalam berharap kepadanya, karena Allah Maha Mengetahui mana yang terbaik untukmu.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah Subhanahuwata'ala kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini untuk:

Ayah dan Ibu tercinta yang selalu mendoakan, memberi semangat, dan telah menjadi motivasi terbesar selama ini.

Kakak dan keluarga tersayang yang mendoakan serta menjadi penyemangat penulis.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi kepada penulis.

Sahabat-sahabat tersayang. Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda tawa, serta doa dan semangat yang diberikan.

Almamater Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji syukur penulis haturkan kepada Allah Subhanahuwata'ala yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "**Aplikasi *Vector Error Correction Model With Exogenous Variable* (VECMX) Pada Data *Time Series***".

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, motivasi, serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Orang tua, kakak-kakak dan keluarga tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, motivasi dan dukungan kepada penulis.
2. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing utama. Terima kasih telah membimbing penulis, menyumbangkan ilmu, memberikan motivasi dan pengarahan, serta kesedian waktu yang diberikan.
3. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing kedua. Terima kasih telah membimbing penulis, menyumbangkan ilmu, memberikan motivasi dan pengarahan, serta kesedian waktu yang diberikan.
4. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji. Terima kasih atas kesediaan waktu, semangat dan motivasi, serta kritik dan saran yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.

5. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan dan motivasi selama menjalani masa perkuliahan.
6. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
8. Seluruh dosen, staff, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Unila.
9. Perempuan-perempuan terbaik, tersayang, sahabat-sahabatku, Loves, Sekar, Dinda, Rahma, Resti dan Pipin yang selalu membantu, memberi semangat dan mengisi hari-hariku selama masa perkuliahan.
10. Teman-teman sepempimbingan skripsi Tirania, Almira, Yoko, Nathan yang telah saling membantu dan menyemangati dalam pengerjaan skripsi.
11. Teman-teman sepermainan, teman belajar Topan, Lut, Aul, Dony, Ario, Mira, Oline, Sandria, Anggun, Anisa yang telah banyak membantu selama kuliah ini.
12. Keluarga besar HIMATIKA Unila Periode 2016 dan 2017 yang telah banyak memberikan pelajaran serta pengalaman selama dimasa perkuliahan.
13. Keluarga KKN Kebangsaan 2018 di Desa Rajabasa Lama Induk yang telah memotivasi dan selalu memberikan semangat.
14. Teman-teman jurusan matematika angkatan 2015 serta seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu, atas peran dan dukungannya dalam menyusun skripsi ini.

Bandar Lampung 26 Juni 2019

Penulis,

Rima Nugrahiya Putri

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Tujuan Penelitian 3
1.3 Manfaat Penelitian 3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Deret Waktu..... 4
2.2 Analisis Deret Waktu Multivariat..... 4
2.3 Stasioneritas 5
2.4 *Differencing* 7
2.5 Transformasi *Box-Cox* 7
2.6 *Vector Autoregressive* (VAR) 8
2.6.1 Kestabilan Proses VAR(*p*)..... 9
2.6.2 Pendugaan Model VAR(*p*) 10
2.6.2.1 *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)..... 10
2.7 Panjang *Lag* Optimal 12
2.8 *Vector Error Correction Model* (VECM) 13
2.9 Uji Kointegrasi Multivariat : Johansen *Test* 16
2.10 *Vector Error Correction Model with Exogenous Variable* (VECMX) 17
2.11 Uji Stabilitas 18
2.12 Kausalitas Granger 19
2.13 *Impulse Response Function* (IRF) 21

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 24

3.2 Data Penelitian 24
3.3 Metode Penelitian 25

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Identifikasi 28
4.1.1 Uji Stasioneritas 28
4.1.2 Pengujian *Lag* Optimum 33
4.1.3 Uji Kointegrasi 34
4.2 Estimasi Parameter dan Pemilihan Model VECMX(p,s) Terbaik 34
4.3 Uji Kelayakan Model 37
4.4 Uji Stabilitas Model 37
4.5 Uji Kausalitas Granger 38
4.1 *Impulse Response Function* (IRF) 41

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. *Output* uji akar unit variabel Industri 29
2. *Output* uji akar unit variabel FDI 30
3. *Output* uji akar unit variabel Penggunaan Energi 30
4. *Output* uji akar unit variabel Emisi CO2.....30
5. *Output* uji akar unit semua variabel 32
6. *Lag* model VAR untuk semua variabel endogen 33
7. *Output* uji kointegrasi untuk semua variabel endogen..... 34
8. *Output* estimasi parameter VECMX(p,s) 35
9. Estimasi Parameter ($\alpha\beta'$) 35
10. Estimasi Koefisien Variabel Eksogen (Φ) 36
11. Estimasi model parameter koefisien AR pada *lag* terdiferensiasi ($\Gamma\Delta y_{t-1}$) 36
12. Diagnosis model univariat dengan ANOVA 37
13. Akar-akar karakteristik polinomial AR 38
14. Uji Kausalitas Granger 39

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Industri 28
2. Plot *Time Series* dan ACF Variabel FDI 28
3. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Penggunaan Energi 29
4. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Emisi CO2 29
5. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Industri *Differencing 1*.....31
6. Plot *Time Series* dan ACF Variabel FDI *Differencing 1* 31
7. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Penggunaan Energi *Differencing 1*.....31
8. Plot *Time Series* dan ACF Variabel Emisi CO2 *Differencing 1* 32
9. Grafik Granger Kausalitas antar Variabel.....41
10. IRF untuk Variabel Industri 41
11. IRF untuk Variabel FDI 42

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Pankratz,1991 analisis *time series* merupakan analisis yang mempelajari hubungan timbal balik antarwaktu. Tujuan dalam analisis time series adalah untuk menemukan model untuk mengekspresikan hubungan waktu yang terstruktur antara beberapa variabel yang selanjutnya dapat melakukan peramalan (*forecasting*) dari satu atau lebih variabel. Untuk menganalisa secara kuantitatif data *time series* dengan melibatkan lebih dari satu variabel atau *multivariate time series* digunakan metode *Vector Autoregressive* (VAR). Pada tahun 1980 Christopher A. Sims memperkenalkan model VAR sebagai alternatif dalam analisis ekonomi makro. Model VAR memiliki struktur model yang lebih sederhana dengan jumlah variabel yang minimalis dimana semua variabelnya adalah variabel endogen dengan variabel independennya adalah *lag*.

Model VAR didesain untuk variabel stasioner yang tidak mengandung *trend. Trend* stokastik dalam data mengindikasikan bahwa ada komponen *long-run* (jangka panjang) dan *short-run* (jangka pendek) dalam data *time series.* Penelitian tentang *trend* stokastik dalam variabel ekonomi terus berkembang, sehingga pada tahun 1981, Granger mengembangkan konsep kointegrasi. Pada tahun 1987,

Engle bersama Granger mengembangkan konsep kointegrasi dan koreksi error (*error correction*). Kemudian pada tahun 1990, Johansen dan Juselius mengembangkan konsep VECM (*Vector Error Correction Model*). VECM menawarkan suatu prosedur kerja yang mudah untuk memisahkan komponen jangka panjang dan komponen jangka pendek dari proses pembentukan data. Dengan demikian, VECM berbeda dengan VAR dimana VECM dapat digunakan untuk memodelkan data *time series* yang terkointegrasi dan tidak stasioner (Sinay, 2014).

Dalam model VECM semua variabel dapat dijadikan variabel endogen, dan variabel endogen juga dipengaruhi oleh variabel eksogen lain. Variabel eksogen adalah variabel yang dianggap memiliki pengaruh terhadap variabel lain namun tidak dipengaruhi oleh variabel lain dalam model. Sedangkan variabel endogen adalah variabel yang dianggap dipengaruhi oleh variabel lain dalam model. Apabila dalam model VECM ditambahkan variabel eksogen, maka model yang digunakan adalah *Vector Error Correction Model with Exogenous* (VECMX) .

Untuk membangun sebuah model VECMX, pada penelitian ini digunakan data Industrialisasi, FDI, Penggunaan Energi dan Emisi CO2. Hadirnya industrialisasi memberikan kontribusi bagi setiap negara untuk melakukan kerja sama dengan melakukan ekspor impor, penanaman modal asing, dan kegiatan ekonomi lainnya. Semakin bertambahnya jumlah industri guna memberikan daya jual sumber daya ternyata tidak hanya memberikan dampak positif namun juga memberikan dampak negatif terhadap lingkungan akibat adanya proses produksi dan dapat

menyebabkan degradesi lingkungan. Penggunaan bahan bakar fosil pada kegiatan industri untuk kegiatan ekonomi produksi memicu munculnya emisi karbondioksida yang mengakibatkan pemanasan global. Sehingga pada penelitian kali ini akan dilakukan aplikasi model VECMX pada data industrialisasi, FDI, penggunaan energi dan emisi co2 di Indonesia pada tahun 1971-2014, dengan variabel industrialisasi dan dampak investasi asing (FDI) adalah sebagai variabel eksogen, sedangkan variabel penggunaan energi dan emisi CO2 sebagai variabel endogen.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan model VECMX yang seduai pada data *time series* yang digunakan.
2. Melihat hubungan kausal antar variabel endogen dari model VECMX dengan analisis kausalitas Granger.
3. Melihat respon variabel endogen terhadap *shock* yang diberikan variabel eksogen dari model VECMX.

1.3 Manfaat Penelitian

Dengan adanya penelitian ini, peneliti bermaksud untuk:

1. Dapat memberikan referensi bagi akademisi untuk mengembangkan penelitian dan menjadi perbandingan untuk penelitian selanjutnya.

2. Dapat digunakan sebagai latihan dalam penulisan yang bersifat ilmiah dan sebagai acuan untuk melakukan penelitian selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Deret Waktu

Data deret waktu adalah sekumpulan pengamatan kuantitatif yang disusun dari satu objek yang terdiri dari beberapa waktu periode, seperti harian, bulanan, triwulanan, dan tahunan. Data deret waktu yang memiliki dua atau lebih variabel disebut multivariate deret waktu. Model multivariat deret waktu melibatkan beberapa variabel yang tidak hanya runtut namun juga saling berkorelasi (Montgomery, dkk., 2008).

2.2 Analisis Deret Waktu Multivariat

Analisis *time series* merupakan analisis yang mempelajari hubungan timbal balik antarwaktu. Tujuan dalam analisis time series adalah untuk menemukan cara yang berguna (model) untuk mengekspresikan hubungan waktu yang terstruktur antara beberapa variabel atau peristiwa untuk kemudian dapat dievaluasi hubungan ini atau melakukan peramalan (*forecasting*) dari satu atau lebih variabel (Pankratz,1991).

Data deret waktu yang memiliki dua atau lebih peubah disebut *multivariate time series*. Model *multivariate time series* melibatkan beberapa peubah yang tidak

hanya runtut namun juga saling berkorelasi (Montgomeri, dkk, 2008). Analisis deret waktu multivariat memperhitungkan secara bersama sejumlah data deret waktu. Umumnya, analisis deret waktu multivariat lebih rumit dibandingkan analisis deret waktu univariat apabila jumlah data yang dikaji besar. Dalam pembelajaran analisis deret waktu multivariat meliputi tentang hubungan dinamis antar variabel dan peningkatan akurasi prediksi data yang akan dianalisis. Misalkan pada data akan diprediksi y_{T+1}berdasarkan data $\{y_1, \dots, y_T\}$ maka model yang didapat adalah :

$$\hat{y}_{T+1} = g(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1)$$

dimana :

$\hat{y}_{T+1}$: prediksi dari y_T

$g(.)$: fungsi yang sesuai

Tujuan dari analisis deret waktu multivariat adalah untuk menentukan fungsi $g(.)$ berdasarkan data yang tersedia (Tsay, 2014).

2.3 Stasioneritas

Stasioner berarti tidak terdapat perubahan drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Suatu deret waktu (y_t) dikatakan stasioner jika memenuhi tiga kriteria sebagai berikut:

$E(Y_t) = \mu_t, t \in T$ (rata-rata konstan sepanjang waktu)

$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu_t)^2 = \sigma^2$ (varian konstan sepanjang waktu)

$\gamma^k = E[(Y_t - \mu_t)(Y_{t+k} - \mu_{t+k})]$

dimana γ^k adalah kovarian saat *lag* k antara Y_t dan Y_{t+k} (Gujarati, 2003).

Asumsi stasioneritas dalam analisis data deret waktu adalah fundamental dan harus diperiksa sebelum menganalisis data. Beberapa metode tersedia untuk memeriksa stasioneritas dari data deret waktu berdasarkan plot data atau melalui uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Proses uji ADF adalah sebagai berikut, misalkan $y_1, y_2, \ldots, y_n$ menjadi deret waktu, asumsikan bahwa $\{y_t\}$ mengikuti model AR(p) dengan μ yang diberikan:

$$y_t - \mu = \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \cdots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \qquad (2.1)$$

dimana:

ε_t adalah *white noise* dengan rata-rata 0 dan varians σ^2, dan $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Persamaan (2.1) dapat ditulis sebagai:

$$\nabla y_t = \phi_0{}^* + \phi_1{}^* y_{t-1} + \phi_2{}^* \nabla y_{t-1} + \cdots + \phi_p{}^* \nabla y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.2)$$

disini,

$$\phi_0{}^* = \mu(1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p)$$

$$\phi_1{}^* = \sum_{i=1}^{p} \phi_i - 1$$

$$\phi_j{}^* = \sum_{i=j}^{p} \phi_i, \qquad j = 2,3, \ldots p$$

dan $\nabla y_t = y_t - y_{t-1}$.

Pengujian data tidak stasioner pada persamaan (2.2) menggunakan uji ADF atau uji tau (τ) dilakukan sebagai berikut:

H_0 : $\phi_1{}^* = 0$ (terdapat *unit Root* atau deret waktu tidak stasioner)

H_1 : $\phi_1{}^* < 0$ (tidak terdapat *unit Root* atau deret waktu stasioner)

Statistik uji :

Uji ADF

$$(\tau) = \frac{\hat{\phi}_1^{\ *}}{\widehat{Se}_{\phi_1^{\ *}}}$$

untuk tingkat signifikansi ($\alpha = 0{,}05$), tolak H_0 jika $\tau < -2{,}57$ atau jika *p-value* < 0,05 (Brockwell and Davis, 2002; Tsay, 2005).

2.4 *Differencing*

Ketika data tidak mempunyai rata-rata yang konstan, kita dapat membuat data baru dengan rata-rata konstan dengan cara pembedaan data, artinya kita menghitung perubahan pada data secara berturut-turut. Pembedaan pertama atau d = 1 dirumuskan :

$$W_t = y_t - y_{t-1} \tag{2.3}$$

Jika pembedaan pertama d=1 belum membuat seri data memiliki rata-rata yang konstan, maka dilakukan pembedaan dua atau d = 2 yang berarti kita menghitung pembedaan pertama dari pembedaan pertama. Menurut Pankratz (1991), W_t^* didefinisikan sebagai pembedaan pertama dari y_t sehingga rumus untuk pembedaan kedua d = 2 sebagai berikut :

$$W_t^* = W_t - W_{t-1} \tag{2.4}$$

2.5 Transformasi *Box-Cox*

Menurut Pankratz (1991), untuk menstasionerkan varian dalam suatu data deret waktu digunakan transformasi *Box-Cox*. Transformasi log dan akar kuadrat

merupakan anggota dari keluarga *power transformation* yang disebut *Box-Cox Transformation* (Box and Cox, 1964).

Dengan transformasi ini didefinisikan deret baru y'_t sebagai

$$y'_t = \frac{y_t^{\lambda} - 1}{\lambda}$$

dimana $\lambda \in R, \lambda \neq 0$. Jika $\lambda = ½$ maka disebut transformasi akar kuadrat karena $y_t{}^{1/2}$ adalah akar kuadrat dari y_t.

2.6 *Vector Auotoregressive* (VAR)

Menurut Tsay (2014), untuk menganalisis secara kuantitatif data deret waktu dengan melibatkan lebih dari satu variabel bebas (*multivariate time* series) digunakan metode *Vector Autoregressive* (VAR). Metode *Vector Autoregressive* (VAR) memperlakukan semua variabel bebas dan pada sisi kanan terdapat nilai *lag (lagged value)* dari variabel tak bebas sebagai representasi dari sifat *autoregressive* dalam model. Model VAR(p) dapat ditulis dalam persamaan berikut :

$$y_t = \boldsymbol{\phi_0} + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\phi_i}\, \boldsymbol{y_{t-i}} + \boldsymbol{\varepsilon_t}, \quad p > 0 \qquad (2.5)$$

dimana:

$\boldsymbol{\phi_0}$= konstan vektor berdimensi n

y_t = elemen vektor dari y pada waktu t

$\boldsymbol{\phi_i}$ = matriks berukuran $n\ x\ n$ yang merupakan koefisien dari vektor y_{t-i}, untuk $i = 1,2, \dots, p$

p = panjang lag

$\boldsymbol{\varepsilon_t}$ = barisan dari vektor acak

Dengan menggunakan operator *back-shift* B (operator lag), model VAR(*p*) dapat ditulis sebagai:

$$\left(I - \sum_{i=1}^{p} \phi_i B^i\right) y_t = \phi_0 + \varepsilon_t, \quad p > 0$$

dimana I adalah matriks identitas $k\ x\ k$. Bentuk ini dapat ditulis yang lebih sederhana sebagai

$$\phi(B) y_t = \phi_0 + \varepsilon_t.$$

2.6.1 Kestabilan Proses VAR(*p*)

Jika y_t merupakan proses VAR(*p*), VAR(1) berdimensi K_p bersesuaian dengan:

$$\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{Y_{t-1}} + \boldsymbol{U_t}$$

dapat didefinisikan, dimana:

$$\boldsymbol{Y_t} = \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(K_p\, x\ 1) \qquad\qquad (K_p\, x\ 1)$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I_K & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_K & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_K & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{U_t} = \begin{bmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(K_p\, x\ K_p) \qquad\qquad (K_p\, x\ 1)$$

Y_t stabil jika:

$$\det\left(I_{Kp} - \boldsymbol{A}z\right) \neq 0 \text{ untuk } |z| \leq 1$$

dengan,

$$\det\left(I_{Kp} - \boldsymbol{A}z\right) = \det\left(I_{Kp} - A_1 z - \cdots - A_p z^p\right)$$

Berdasarkan definisi karakteristik polinomial suatu matriks, kita sebut polinomial ini sebagai karakteristik polinomial kebalikan dari proses VAR(*p*). Jadi, proses stabil jika karakteristik polinomial kebalikannya tidak memiliki akar-akar di dalam dan pada lingkaran unit kompleks. Maka y_t stabil jika:

$$\det\left(I_{Kp} - A_1 z - \cdots - A_p z^p\right) \neq 0 \text{ untuk } |z| \leq 1$$

Kondisi ini disebut kondisi kestabilan (Lutkepohl, 2005).

2.6.2 Pendugaan Model VAR(*p*)

2.6.2.1 *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Menurut Tsay (2014), misalkan a_t dari model VAR(*p*) mengikuti distribusi normal *multivariate*. Dengan $y_{h:q}$ melambangkan pengamatan *t*=*h* ke *t*=*q*. Maka, fungsi kondisional *likelihood* dari data dapat ditulis sebagai:

$$L\left(y_{(p+1):T} \middle| y_{1:p}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a}\right) = \prod_{t=p+1}^{T} p\left(y_{(p+1):T} \middle| y_{1:p}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a}\right)$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} p(\boldsymbol{a_t} | y_{1:p}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a})$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} p(\boldsymbol{a_t} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a})$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}} |\Sigma_a|^2} exp\left[\frac{-1}{2} \boldsymbol{a_t}' \textstyle\sum_{\boldsymbol{a}}^{-1} \boldsymbol{a_t}\right]$$

$$\boldsymbol{\alpha} |\boldsymbol{\Sigma_a}|^{-(T-p)/2} exp\left[\frac{-1}{2} \textstyle\sum_{t=p+1}^{T} tr\,(\boldsymbol{a_t}' \textstyle\sum_{\boldsymbol{a}}^{-1} \boldsymbol{a_t})\right]$$

Fungsi *log-likelihood* menjadi:

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a}) = c - \frac{T-p}{2} log(|\boldsymbol{\Sigma_a}|) - \frac{1}{2} \textstyle\sum_{t=p+1}^{T} tr\,(\boldsymbol{a_t}' \textstyle\sum_{\boldsymbol{a}}^{-1} \boldsymbol{a_t})$$

$$= c - \frac{T-p}{2} log(|\boldsymbol{\Sigma_a}|) - \frac{1}{2} \textstyle\sum_{t=p+1}^{T} tr\,(\textstyle\sum_{\boldsymbol{a}}^{-1} \textstyle\sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{a_t}\, \boldsymbol{a_t}')$$

dimana *c* adalah nilai konstan dan kita gunakan sifat bahwa $tr(\boldsymbol{CD})$ dan $tr(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{D}) = (\boldsymbol{C}) + tr(\boldsymbol{D})$.

Perlu diperhatikan bahwa $\sum_{t=p+1}^{T} \boldsymbol{a_t}\, \boldsymbol{a_t}' = \boldsymbol{A}'\boldsymbol{A}$ dimana $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X}\beta$ adalah matriks *error*, kita dapat menulis ulang fungsi *log-likelihood* VAR(*p*) sebagai berikut:

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a}) = c - \frac{T-p}{2} log(|\boldsymbol{\Sigma_a}|) - \frac{1}{2} S(\boldsymbol{\beta})$$

karena matriks parameter β hanya muncul pada bagian akhir $\ell(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Sigma_a})$, memaksimalkan fungsi *log-likelihood* terhadap β sama dengan meminimalisir $S(\beta)$. Konsekuensinya, estimasi *maximum likelihood* dari β sama dengan estimasi *least square* . Selanjutnya, pendugaan turunan parsial dari fungsi *log-likelihood* dengan pendekatan terhadap $\sum_a$.

Sehingga :

$$\frac{\partial \ell(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \sum_a)}{\partial \sum_a} = -\frac{T-p}{2} \sum_a^{-1} \widehat{\boldsymbol{A}}' \widehat{\boldsymbol{A}} \sum_a^{-1}$$

Penyamaan persamaan prior normal menjadi 0, didapatkan estimasi ML dari $\sum_a$ adalah :

$$\widehat{\sum_a} = \frac{1}{T-p} \widehat{\boldsymbol{A}}' \widehat{\boldsymbol{A}} = \frac{1}{T-p} \widehat{\boldsymbol{a_t}} \widehat{\boldsymbol{a_t}}'$$

Estimasi ML dari $\sum_a$ hanyalah secara asimtotik tidak bias. Akhirnya, matriks Hessian dari β dapat didapatkan dengan menerapkan turunan parsial, sebagai berikut :

$$-\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \sum_a)}{\partial vec(\boldsymbol{\beta}) \partial vec(\boldsymbol{\beta})'} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\beta})}{\partial vec(\boldsymbol{\beta}) \partial vec(\boldsymbol{\beta})'} = \sum_a^{-1} \otimes \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}$$

Invers dari matriks Hessian memberikan matriks kovarians asimtotik dari estimasi ML dari vec (β). Sehingga :

$$-\frac{\partial^2 \ell(\beta, \sum_a)}{\partial vec(\beta) \partial vec(\beta)'} = \frac{T-p}{2} (\sum_a^{-1} \otimes \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}) - \frac{1}{2} \left[(\sum_a^{-1} \otimes \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}) \widehat{\boldsymbol{A}}' \widehat{\boldsymbol{A}} \sum_a^{-1} \right] -$$

$$\frac{1}{2} \left[\widehat{\boldsymbol{A}}' \widehat{\boldsymbol{A}} \sum_a^{-1} (\sum_a^{-1} \otimes \sum_a^{-1}) \right]$$

Sebagai akibatnya, didapatkan :

$$-E\left(\frac{\partial^2 \ell(\beta,\Sigma_a)}{\partial vec(\Sigma_a)\partial vec(\Sigma_a)'}\right) = \frac{T-p}{2}(\Sigma_a^{-1} \otimes \Sigma_a^{-1}).$$

Sehingga, jika diberikan kumpulan data $\{y_1, \ldots, y_T\}$, *likelihood* maksimum dari model VAR (p) adalah :

$$L(\hat{\beta}, \widehat{\Sigma_a} \mid y_{i:p}) = (2\pi)^{-k(T-p)/2} \left|\widehat{\Sigma_a}\right|^{-(T-p)/2} exp\left[-\frac{k(T-p)}{2}\right].$$

2.7 Panjang *Lag* Optimal

Lag merupakan suatu jarak atau selang waktu diantara dua kejadian yang saling berkaitan (Kirchgassner and Wolters, 2007). Panjang *lag* variabel yang optimal sangat diperlukan untuk menangkap pengaruh dari setiap variabel terhadap variabel lain di dalam sistem VAR. Panjang *lag* yang dipilih dapat dilihat melalui nilai paling minimum dari masing-masing kriteria. Beberapa informasi kriteria yang sering digunakan adalah sebagai berikut :

i) *Final Prediction error* (FPE)

$$FPE\ (p) = \left[\frac{T+kp+1}{T-kp-1}\right]^k |\Sigma_{\hat{u}\hat{u}}(p)|$$

ii) *Akaike Information Criteria* (AIC)

$$AIC(p) = ln|\Sigma_{\hat{u}\hat{u}}(p)| + (k + pk^2)\frac{2}{T}$$

iii) *Bayesian Criterion of Gideon Schwarz* (SC)

$$SC = ln|\Sigma_{\hat{u}\hat{u}}(p)| + (k + pk^2)\frac{2\ln(\ln(T))}{T}$$

iv) *Hannan-Quinn Criterion* (HQ)

$$HQ = ln|\Sigma_{\hat{u}\hat{u}}(p)| + (k + pk^2)\frac{\ln(T)}{T}$$

dimana $|\sum_{\hat{u}\hat{u}}(p)|$ adalah determinan matriks kovarian dari model VAR(p), dengan k adalah banyaknya variabel, T adalah banyaknya observasi dari p adalah panjang *lag* model VAR (Kirchgassner and Wolters, 2007).

2.8 *Vector Error Correction Model* (VECM)

Vector Autoregressive (VAR) merupakan salah satu bentuk khusus dari sistem persamaan simultan. Model VAR dapat diterapkan apabila semua variabel yang digunakan stasioner, akan tetapi apabila variabel di dalam vektor y_t tidak stasioner maka model yang digunakan adalah *Vector Error Correction Model* (VECM) dengan syarat terdapat satu atau lebih hubungan kointegrasi antar variabelnya. VECM adalah VAR yang telah dirancang untuk digunakan pada data yang tidak stasioner dan memiliki hubungan kointegrasi (Enders, 2015).

Untuk melihat hubungan yang dekat diantara ECM dan konsep kointegrasi, misal bahwa y_{1t} dan y_{2t} adalah kedua variabel $I(1)$. Di kasus itu semua elemen

$$\Delta y_{1t} = \alpha_1(y_{1,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1}) + \gamma_{11,1}\Delta y_{1,t-1} + \gamma_{12,1}\Delta y_{2,t-1} + u_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \alpha_2(y_{2,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1}) + \gamma_{21,1}\Delta y_{1,t-1} + \gamma_{22,1}\Delta y_{2,t-1} + u_{2t} \tag{2.6}$$

Melibatkan Δy_{it} adalah stabil. Dengan tambahan u_{1t} dan u_{2t} adalah kesalahan *white noise* yang juga stabil. Karena istilah yang tidak stabil tidak sama dengan proses yang stabil,

$$\alpha_i(y_{1,t-1} - \beta_1 y_{2,t-1}) = \Delta y_{it} - \gamma_{i1,1}\Delta y_{1,t-1} + \gamma_{i2,1}\Delta y_{2,t-1} + u_{it}$$

harus stabil juga. Karenanya, jika $\alpha_1 \neq 0$ atau $\alpha_2 \neq 0$, $y_{1t} - \beta_1 y_{2t}$ stabil dan dengan demikian merupakan hubungan kointegrasi. Dalam notasi vektor dan matriks, model (2.6) dapat ditulis sebagai

$$\Delta y_t = \alpha\beta' y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + u_t$$

atau

$$y_t - y_{t-1} = \alpha\beta' y_{t-1} + \Gamma_1 y_{t-1} - y_{t-2} + u_t \tag{2.7}$$

dimana:

$y_t := (y_{1t}, y_{2t})'$, $\quad u_t := (u_{1t}, u_{2t})'$,

$\alpha := \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$, $\quad \beta' := (1, -\beta_1)$, $\quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11,1} & \gamma_{12,1} \\ \gamma_{21,1} & \gamma_{22,1} \end{bmatrix}$.

Menyusun ulang dari persamaan (2.7) memberikasn representasi VAR(2)

$$y_t = (I_K + \Gamma_1 + \alpha\beta')y_{t-1} - \Gamma_1 y_{t-2} + u_t$$

karenanya, variabel yang terkointegrasi dapat dihasilkan dari proses VAR. Untuk melihat bagaimana kointegrasi bisa muncul secara umum pada model VAR dimensi-K, pertimbangkan proses VAR(2)

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + u_t \tag{2.8}$$

dengan $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$.

Mari kita asumsikan bahwa *differencing* sekali sudah cukup, kurangi y_{t-1} di kedua sisi dari persamaan (2.8) dan atur ulang syarat dengan:

$$y_t - y_{t-1} = -(I_K - A_1 - A_2)y_{t-1} - A_2 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + u_t$$

atau

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + u_t \tag{2.9}$$

dimana $\Gamma_1 := -A_1$ atau $\alpha\beta' y_{t-1} = \Delta y_t - \Gamma_1 \Delta y_{t-1} - u_t$.

Berikut ini, kita akan tarik pada kasus yang lebih spesifik dimana semua variabel individu adalah $I(1)$ atau $I(0)$. Proses VAR(p) dimensi-k

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + u_t \tag{2.10}$$

disebut terkointegrasi dari *rank r* jika $\Pi == -(I_K - A_1 - \cdots - A_p)$.

Menulis ulang persamaan (2.10) seperti pada (2.9) yang memiliki representasi dari *vector error correction model* (VECM)

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_p \Delta y_{t-p} + u_t \\ &= \alpha\beta' y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_p \Delta y_{t-p} + u_t \end{aligned} \tag{2.11}$$

dimana $\Gamma_1 := -\left(A_{i+1} + A_p\right), \quad i = 1, \ldots, p-1.$

Jika representasi dari proses terkointegrasi ini diberikan, mudah untuk memulihkan VAR yang sesuai dari persamaan (2.10) dengan memperhatikan hal berikut:

$A_1 = \Pi + I_K + \Gamma_1$

$A_i = \Gamma_i - \Gamma_{i-1}, \quad i = 2, \ldots, p-1,$

$A_p = -\Gamma_{p-1}.$

Mungkin perlu juga ditunjukkan bahwa kita juga dapat mengatur ulang persyaratan dengan cara yang berbeda dan mendapatkan representasi

$$\Delta y_t = D_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + D_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \Pi y_{t-p} + u_t \tag{2.12}$$

dimana istilah *error correction* muncul di *lag p* dan

$D_1 == -(I_K - A_1 - A_2), \quad i = 1, \ldots, p-1$ (Lutkepohl, 2005).

2.9 Uji Kointegrasi Multivariat : Johansen *Test*

Bentuk VECM mengandung informasi mengenai peubah-peubah jangka pendek dan jangka panjang seperti dinyatakan oleh parameter Γ_i dan Π. Misalkan komponen dari vektor Y_t merupakan integrasi berordo satu atau ditulis $I(1)$, Πy_{t-1} merupakan kombinasi linear dari Y_{t-1} yang menghasilkan korelasi yang erat dengan Δy_{t-1} yang merupakan elemen stasioner, Johansen menggunakan sifat-sifat dari matriks Π yaitu:

1. Jika $Rank(\Pi) = 0$, maka tidak ada peubah-peubah yang terkointegrasi satu sama lain.
2. Jika $Rank(\Pi) = m$, (m banyaknya peubah dalam model VAR) , maka semua peubah-peubahterkointegrasi satu sama lain.
3. Jika $0 < Rank(\Pi) < m$, maka $Rank(\Pi)$ menyatakan banyaknya peubah yang terkointegrasi diantara 0 dan m.

Matriks Π dapat didekomposisi menjadi $\Pi = \alpha\beta^T$ di mana α merupakan *speed of adjustment* dan β adalah matriks koefisien jangka panjang sedemikian rupa $\beta^T Y_{t-1}$ merupakan hubungan-hubungan kointegrasi yang menjamin bahwa Y_t mencapai keseimbangan jangka panjang. Selanjutnya *Rank* $(\alpha\beta^T)$ dapat ditentukan dengan menghitung nilai eigen dari matriks $\alpha\beta^T$. Misalnya nilai eigen dugaan dari matriks $\alpha\beta^T$ adalah $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_k$. Misalnya *rank* untuk matriks $\alpha\beta^T$ kita duga adalah r_0 maka untuk menguji hipotesis dilakukan secara berurutan dengan hipotesis dilakukan secara berurutan dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : r = r_0$

$H_1 : r_0 = r_{0+1}$

Pengujiannya dapat digunakan statistik uji *likelihood ratio* dari nilai eigen, yaitu:

$$\textit{Likelihood ratio } (r_0) = \lambda_{max}(r_0) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r_0+1})$$

Selanjutnya, statistik uji tersebut dibandingkan dengan titik kritis pada taraf nyata tertentu, misalnya 5%. Jika nilai *likelihood ratio* lebih besar dari titik kritis, maka tolak H_0 (Juanda dan Junaidi, 2012).

2.10 *Vector Error Correction Model with Exogenous Variable* (VECMX)

Dalam model VECM semua variabel dapat dijadikan variabel endogen dan variabel endogen juga dipengaruhi oleh variabel eksogen lain. Apabila dalam model VECM ditambahkan variabel eksogen, maka model yang digunakan adalah *Vector Error Correction Model with Exogenous* (VECMX). Menurut SAS Institute (2012), didalam model VECM dapat mempertimbangkan nilai deterministik. Nilai deterministik (D_t) dapat berupa konstanta, trend linear dan variabel *dummy* musiman. Beberapa variabel eksogen yang stasioner dapat dimasukkan sebagai regressor tambahan bersama beberapa *lag* nya dengan persamaan sebagai berikut :

$$\Delta \boldsymbol{y_t} = \prod \boldsymbol{y_{t-1}} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\Gamma}_i \, \Delta \boldsymbol{y_{t-i}} + \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\Phi}_i \, \boldsymbol{x_{t-i}} + \boldsymbol{D_t} + \boldsymbol{\varepsilon_t} \qquad (2.13)$$

dimana:

Δ = operator *differencing*, dengan $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$

$\boldsymbol{\Pi}$ = matriks koefisien kointegrasi dengan $\Pi = \alpha\beta^t$, α = vektor *adjustment* berukuran $n \; x \; r$ dan β = vektor kointegrasi berukuran $n \; x \; r$

$\boldsymbol{y_{t-1}}$ = vektor peubah endogen dengan *lag* ke-1 berukuran $n \; x \; 1$

$\boldsymbol{\Gamma_i}$ = matriks koefisien berukuran $n \; x \; n$ koefisien variabel endogen ke-i

$\boldsymbol{D_t}$ = vektor konstanta berukuran $n\ x\ 1$

$\boldsymbol{\varepsilon_t}$ = vektor galat berukuran $n\ x\ 1$

$\boldsymbol{\Phi_i}$ = vektor koefisien $1\ x\ n$ variabel eksogen ke-i

2.11 Uji Stabilitas

Untuk melihat stabilitas atau tidaknya estimasi VAR yang telah dibentuk maka dilakukan uji stabilitas VAR. Pengecekan kondisi stabilitas VAR berupa *roots of characteristic polinomial.* Suatu VAR dianggap stabil jika seluruh *roots* nya memiliki nilai modulus lebih kecil dari satu (Gujarati, 2003).

Berikut uraian menurut Lutkepohl (2005) bahwa model VAR(*p*) pada persamaan (2.2) dapat dituliskan:

$$y_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i\, y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.14}$$

Jika mekanisme ini dimulai pada $t = v$ dengan nilai y_v, dimana v adalah titik waktu yang tetap. Dengan mengulangi subtitusi,

$$\begin{aligned} y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t &= \phi_1(\phi_1 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t \\ &= {\phi_1}^2 y_{t-2} + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= {\phi_1}^3 y_{t-3} + {\phi_1}^2 y_{t-2} + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \vdots \\ &= {\phi_1}^{t-v} y_v + \sum_{i=1}^{t-1} {\phi_1}^i\, \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Jika semua nilai eigen dari ϕ_1 memiliki modulus kurang dari 1 maka y_t merupakan proses stokastik yang didefinisikan dengan :

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} {\phi_1}^i\, \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-1}$$

dengan $t = \cdots, -1, 0, 1, \ldots$

dimana :

y_t = elemen vektor dari **y** pada waktu t berukuran $n\ x\ 1$

ϕ_i = matriks berukuran $n\ x\ n$ yang merupakan koefisien dari vektor y_{t-i}, untuk

$i = 1,2, \dots, p$

p = panjang lag

μ = $(I_K - \phi_1)^{-1} v$

Menurut Lutkepohl (2005), semua nilai eigen pada matriks A berukuran (m x m) mempunyai modulus kurang dari satu jika dan hanya jika $\det(\mathrm{I_m} - \phi_z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1$, maka polinomial dari $\det(\mathrm{I_m} - \phi_z)$ tidak memiliki roots yang berada pada unit circle. Maka persamaan y_t dikatakan stabil jika :

$$|I_m - \phi_z| \neq 0 \text{ untuk } |z| \leq 1.$$

2.12 Kausalitas Granger

Uji kausalitas granger pada permodelan VAR maupun VECM bertujuan untuk melihat hubungan jangka pendek dalam bentuk timbal balik variabel di dalam vektor. Dalam melihat kausalitas jangka panjang dapat dilihat melalui nilai statistik uji t pada metode *Ordinary Least Square* (OLS). Dalam melihat kausalitas jangka pendek dapat menggunakan uji kausalitas granger (Sinay, 2014).

Adanya hubungan antara peubah tidak membuktikan adanya kausalitas atau pengaruh, sehingga untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh satu arah maupun dua arah perlu dilakukan uji kausalitas. Jika sebuah kejadian x terjadi sebelum y, maka terdapat kemungkinan bahwa x mempengaruhi y namun tidak mungkin

sebaliknya, inilah ide dalam penerapan Uji Kausalitas Granger (Gujarati, 2003). Jika peubah X menyebabkan peubah Y yang berarti nilai Y pada periode sekarang dapat dijelaskan oleh nilai Y pada periode sebelumnya dan nilai X pada periode sebelumnya. Kausalitas Granger hanya menguji hubungan antar peubah dan tidak melakukan estimasi terhadap model.

Model penuh kausalitas Granger:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_n Y_{t-1} + \cdots + \alpha_n Y_{t-n} + \beta_1 X_{t-1} + \cdots + \beta_n X_{t-n} + \varepsilon_1$$

Model *reduce* kausalitas Granger:

$$y_t = \alpha_0^* + \alpha_0^* Y_{t-1} + \cdots + \alpha_n^* Y_{t-n} + \varepsilon_1^*$$

dengan uji hipotesis :

$H_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_n = 0$

H_1 = paling sedikit satu β_i tidak nol

Statistik uji :

$$F = \frac{N-k}{q} \frac{SSE_{Terbatas} - SSE_{Penuh}}{SSE_{Penuh}}$$

dengan F berdistribusi F dengan derajat bebas q dan N-k, dimana

N = banyak pengamatan

k = banyak parameter model penuh

q = banyak parameter model terbatas

H_0 ditolak jika $F > F_{tabel}$ atau *p-value* < 0,05. Jika H_0 ditolak, maka paling sedikit satu β_i tidak nol.

Model penuh kausalitas Granger:

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_n X_{t-1} + \cdots + \alpha_n X_{t-n} + \beta_1 Y_{t-1} + \cdots + \beta_n Y_{t-n} + \varepsilon_1$$

Model *reduce* kausalitas Granger:

$$x_t = \alpha_0^* + \alpha_0^* X_{t-1} + \cdots + \alpha_n^* X_{t-n} + \varepsilon_1^*$$

dengan uji hipotesis :

$H_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_n = 0$

H_1 = paling sedikit satu β_i tidak nol

Statistik uji :

$$F = \frac{N-k}{q} \frac{SSE_{Terbatas} - SSE_{Penuh}}{SSE_{Penuh}}$$

dengan F berdistribusi F dengan derajat bebas q dan N-k, dimana

N = banyak pengamatan

k = banyak parameter model penuh

q = banyak parameter model terbatas

H_0 ditolak jika $F > F_{tabel}$ atau *p-value* < 0,05. Jika H_0 ditolak, maka paling sedikit satu β_i tidak nol.

2.13 *Impulse Response Function* (IRF)

IRF merupakan suatu metode yang digunakan untuk melihat respon suatu variabel endogen terhadap *shock* yang diberikan oleh variabel lain (Pindyck & Rubinfeld, 1998). IRF dapat membantu untuk menjelaskan struktur dinamis dari model VAR/VECM yaitu untuk mengetahui pengaruh *shock* antar variabel dependen-independen lainnya dan dengan sendirinya. Artinya IRF menggambarkan tingkat laju dari *shock* variabel satu terhadap variabel lainnya pada periode waktu tertentu

sehingga dapat dilihat lamanya pengaruh *shock* suatu variabel tersebut. IRF menggambarkan respon dari variabel dependen terhadap guncangan dalam kesalah pengganggu (*error* term) dengan nilai standart deviasi dalam sistem VAR/VECM (Gujarati, 2004). Dan analisis dapat dilakukan menggunakan grafik IRF dari representasi *Vector Moving Average* (VMA) yang memungkinkan kita untuk melihat berbagai respon dari variabel didalam sistem VAR. Misal digunakan dua variabel dalam bentuk persamaan VAR sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Menggunakan persamaan model VAR bentuk umum di atas dapat diasumsikan mencapai stabil saat : $x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i \, e_{t-1}$, dimana:

$$x_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \; dan \; A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

sehingga diperoleh: $\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-1} \\ e_{2t-1} \end{bmatrix}$ (2.17)

Persamaan (2.17) menyatakan y_t dan z_t dalam istilah berurutan $\{e_{1t}\}$ dan $\{e_{2t}\}$ yang kemudian dituliskan sebagai $\{e_{xt}\}$ dan $\{e_{yt}\}$. Menggunakan perkalian oleh B^{-1} memungkinkan kita untuk mendapatkan model VAR dalam bentuk :

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t \tag{2.18}$$

dimana $A_0 = B^{-1}\Gamma_0, A_1 = B^{-1}\Gamma_1$ dan $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$.

Dengan menggunakan persamaan $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$, maka $\{e_{1t}\}$ dan $\{e_{2t}\}$ pada persamaan (2.16) dapat dituliskan dalam matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xt} \\ e_{yt} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

Sehingga persamaan (2.15) dan (2.16) dapat dikombinasikan kedalam bentuk :

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} + \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1t-1} \\ e_{2t-1} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

notasi diatas dapat disederhanakan dengan mendefinisikan kedalam matriks ϕ ukuran $2\ x\ 2$. Maka representasi VMA pada persamaan (2.19) dan (2.20) dapat dituliskan kedalam bentuk urutan $\{e_{xt}\}$ dan $\{e_{yt}\}$:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i) & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xt-1} \\ e_{yt-1} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

dengan elemen $\phi_{jk}(i)$:

$$\phi_i = \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Persamaan (2.20) dapat dituliskan kembali dalam bentuk

$$z_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i e_{t-i} \tag{2.23}$$

Keempat set dari koefisien $\phi_{11}(i), \phi_{12}(i), \phi_{21}(i),$ dan $\phi_{22}(i)$ disebut sebagai *impulse response function* (IRF). Membuat plot fungsi impuls yaitu membuat plot dari koefisien $\phi_{jk}(i)$ adalah cara terbaik untuk memvisuialisasikan perilaku $\{x_t\}$ dan $\{y_t\}$ dalam merespon guncangan (Enders, 2015).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2018/2019, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Jenis data dalam penelitian ini menggunakan data sekunder, yaitu data yang diperoleh orang lain atau lembaga lain yang menyangkut data. Data diperoleh dari website https://data.worldbank.org dan http://unctadstat.unctad.org. Jenis data berupa data deret waktu (tahunan) yaitu *Industry*, *Foreign Direct Investment* (FDI), *Energy Use* dan *Emissi*on CO2 di Indonesia pada tahun 1971-2014 dengan deskripsi sebagai berikut:

1. *Industry* (*% annual growth*) itu perkembangan sektor industri yang ditandai dengan beberapa pertambahan perusahaan manufaktur dan industri yang sesuai dengan ISIC (klasifikasi industri standar internasional).
2. FDI (% *of* GDP) atau investasi asing langsung adalah arus masuk bersih investasi untuk memperoleh bunga manajemen (10% suara) dalam perusahaan yang beroperasi dalam ekonomi selain dari investor. Ini adalah jumlah modal

(*equity*), reinvestasi penghasilan, modal jangka panjang lainnya dan modal jangka pendek seperti yang ditunjukkan dalam neraca pembayaran. Seri ini menunjukkan arus masuk bersih (investasi inflow baru kurang disinvestasi) dalam pelaporan ekonomi dari investor asing, dan dibagi oleh PDB.

3. *Energy Use* (*ton of oil equivalent per capita*) mengacu pada penggunaan energi primer sebelum transformasi untuk memesan bahan bakar akhir penggunaan, yang sama dengan produksi asli ditambah import dan perubahan stok, minus ekspor dan bahan bakar kapal dan pesawat yang terlibat dalam transportasi internasional.
4. *Emission CO2* (*metric ton perkapita*) adalah berasal dari pembakaran bahan bakar fosil dan pembuatan semen. Ini termasuk karbondioksida yang dihasilkan selama konsumsi padat, cair, dan gas bahan bakar dan pembakaran gas.

3.3 Metode Penelitian

Berdasarkan bentuk data penelitian, maka model yang digunakan adalah model *time series* dengan metode *Vector Error Correction Model with Exogenous Variable* (VECMX). Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut :

1. Identifikasi
   a. Uji stasioneritas

      Stasioneritas data dapat dilihat melalui plot *time series*, grafik *Autocorrelation Function* (ACF) dan *unit root test* (uji akar unit). Kestasioneran dibagi menjadi 2 yaitu stasioner dalam ragam dan stasioner dalam rata-rata. Pengujian stasioner dalam ragam dapat dilakukan dengan uji Box-Cox, jika ragam terlalu besar dan tidak

stasioner maka harus dilakukan transformasi. Sedangkan pengujian stasioner dalam rata-rata dapat dilakukan dengan uji *unit root*, jika nilai ADF lebih besar dari nilai kritis atau *p-value* lebih besar dari α=5%, maka data tidak stasioner, dan jika tidak stasioner maka harus dilakukan *differencing* (pembeda).

b. Uji Optimum *Lag*

Uji ini digunakan untuk menentukan panjang *lag* optimum dalam model VAR serta untuk melihat perilaku dan hubungan variabel dalam jangka pendek. Dalam menentukan *lag* optimum terdapat beberapa kriteria yaitu AIC, SC, FPE, dan HQ, dimana lag optimum ditunjukan dengan tanda bintang (*).

c. Uji Kointegrasi

Untuk menguji adanya kointegrasi metode yang digunakan adalah uji Johansen. Jika nilai *p-value* lebih kecil dari α=0,05 maka diambil kesimpulan bahwa terdapat kointegrasi antar variabel, jika tidak terdapat kointegrasi maka model yang digunakan adalah VAR(p), namun jika terbukti terdapat kointegrasi maka model yang digunakan adalah VECMX(p,s).

2. Estimasi Parameter dan Pemilihan Model VECMX(p,s) Terbaik

Estimasi parameter VECMX(p,s) dengan p adalah *lag* variabel endogen dan s adalah *lag* variabel eksogen. Dipilih dengan menggunakan kriteria FPEC, AIC, SBC, dan HQC terkecil. Berdasarkan parameter VECMX(p,s) terbaik yang telah dipilih selanjutnya akan diperoleh estimasi model VECMX(p,s) dengan membentuk matriks koefisien kointegrasi (Π) kemudian membentuk matriks variabel *differencing* (Γ) dan koefisien variabel eksogen (Φ).

3. Uji Kelayakan Model

   Uji kelayakan model dapat dilihat dari kelayakan masing-masing variabel endogen yang dianalisis secara univariat menggunakan tabel anova, yang apabila nilai *p-value* lebih kecil dari taraf signifikan (α=0,05) maka artinya model layak digunakan.

4. Uji Stabilitas Model

   Untuk melihat stabilitas atau tidaknya model maka dilakukan uji stabilitas model. Karena jika modelnya tidak stabil, maka *Impulse Response Function* (IRF) menjadi tidak valid. Suatu model dianggap stabil jika seluruh akar unit karakteristik polinomial nya memiliki modulus $\leq$ 1 dan semuanya berada dalam *unit circle*.

5. Uji Kausalitas Granger

   Uji ini digunakan untuk menguji adanya hubungan kausalitas antar variabel endogen dengan cara menguji koefisien VAR menggunakan uji statistik Wald yang berdistribusi $\chi^2(chi\ square)$ dalam bentuk grup-grup. Variabel X dikatakan "*grangre-cause*" Y jika nilai *chi-square* < nilai signifikan (α=5%).

6. *Impulse Response Function* (IRF)

   IRF dapat membantu untuk menjelaskan struktur dinamis dari model VAR/VECM yaitu untuk mengetahui pengaruh *shock* antar variabel dependen-independen lainnya dan dengan sendirinya. Artinya IRF menggambarkan tingkat laju dari *shock* variabel satu terhadap variabel lainnya pada periode waktu tertentu sehingga dapat dilihat lamanya pengaruh *shock* suatu variabel tersebut. Dan analisis dapat dilakukan menggunakan grafik IRF dari representasi *Vector Moving Average* (VMA) (Gujarati,2004).

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal, diantaranya:

1. Model yang terbentuk adalah VECMX(2,0) dengan *rank* = 2, dimana variabel Industri dan FDI sebagai variabel eksogen dan variabel Penggunaan Energi dan Emisi CO2 sebagai variabel endogen, dengan model sebagai berikut:

$$\Delta y_t = \widehat{\Pi} y_{t-1} + \widehat{\Gamma}_1 \Delta y_{t-1} + \widehat{\Phi}_1 x_{1,0} + \widehat{\Phi}_2 x_{2,0}$$

2. Berdasarkan analisis kausalitas Granger diketahui bahwa hubungan kausal yang terbentuk yaitu Industri, FDI dan Penggunaan Energi mempengaruhi Emisi CO2.
3. Melalui analisis *Impulse Response Function* (IRF) dapat diketahui respon variabel endogen terhadap *shock* yang diberikan variabel eksogen. Didapat hasil bahwa respon variabel penggunaan energi ketika terjadi *shock* sebesar satu standar deviasi dari variabel industri yaitu positif diawal lalu mengalami penurunan dan mengalami kestabilan setelah 5 tahun. Sedangkan ketika terjadi *shock* dari variabel FDI yaitu cukup stabil karena selalu mengalami kestabilan dengan melihat grafiknya cenderung lurus dari awal sampai tahun-tahun selanjutnya. Dan respon variabel CO2 ketika terjadi *shock* sebesar satu standar deviasi dari variabel industri dan FDI mengalami fluktuasi untuk setiap variabelnya dan baru cenderung mengalami kestabilan setelah 10 tahun.

DAFTAR PUSTAKA

Box, G.E.P dan Cox, D.R. 1964. An Analysis of Transformations. *Journal of The Royal Statistical.* **26**(2):211-243.

Brockwell, P.J dan Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting.* Springer-Verlag, New York.

Enders, W. 2015. *Applied Econometric Time Series.* John Wiley and Sons Interscience Publication, New York.

Gujarati, D. N. 2004. Basic Econometrics. 4th Edition. McGraw-Hill, New York.

Juanda, B. dan Junaidi. 2012. Ekonometrika Deret Waktu. IPB Press, Bogor.

Kirchgassner, G dan Wolters, J. 2007. *Introduction to Modern Time Series Analysis.* Springer, Berlin.

Lutkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer, Berlin.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., dan Kulahci, M. 2008. *Introduction Time Series Analysis and Forecasting.* New Jersey. John Wiley & Sons, Inc.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression Models*. John Wiley & Sons, Inc, Indiana.

Pindyck, R.S. dan Rubinfeld, D.L. 1998. *Econometric Models and Economic Forecast*. 4th Edition. McGraw-Hill, Boston.

SAS Institute. 2012. *SAS/ETS 12.1 User's Guide*. SAS Institute Inc., USA.

Sinay, L.J. 2014. Pendekatan Vector Error Correction Model Untuk Analisis Hubungan Inflasi, BI Rate dan Kurs Dolar Amerika Serikat. *Jurnal Barekeng Vol. 8 No. 2,* 9-18.

Tsay, R.S. 2005. *Analysis of Financial Time Series.* A John Wiley & Sonc, Inc. Publication, New York.

Tsay, R.S. 2014. *Multivariate Time Series Analysis*. A John Wiley & Sonc, Inc Publication, New York.

UNCTAD STAT. *Foreign Direct Investment.* http://unctadstat.unctad.org/wds/TableViewer/tableView.aspx?ReportId=96740. Diakses pada 14 November 2018.

World Bank. *Industry*. https://data.worldbank.org/indicator/NV.IND.TOTL.KD.ZG?locations=ID. Diakses pada 12 November 2018.

World Bank. *Energy Use.* https://data.worldbank.org/indicator/EG.USE.PCAP.KG.OE. Diakses pada 12 November 2018.

World Bank. *Emmision CO2.* https://data.worldbank.org/indicator/EN.ATM.CO2E.PC?end=2014&locations=ID&start=1960&view=chart. Diakses pada 13 November 2018.