PEMBANDINGAN *PROFIT TESTING* MODEL LOGNORMAL DAN RSLN-2 PADA ASURANSI *UNIT LINK*

(Skripsi)

Oleh

Putri Isnaini Cahyaning Baiti

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

THE COMPARISON OF PROFIT TESTING WITH LOGNORMAL AND RSLN-2 MODELS ON UNIT LINK INSURANCE

By

Putri Isnaini Cahyaning Baiti

Profit testing is a method to find out the insurance cash flow at the end of each period from an insurance policy contract that is unit link insurance. Unit link insurance is a life insurance product which is linked with investment unit. The aim of this research is to determine the potential benefits or losses obtained from unit link life insurance by using return lognormal and RSLN-2 model estimation. The calculation results from insurance policy contract to a life age 25 and 35 years old with benefits paid until age 99 years old shows that RSLN-2 model is better used for calculating a long term return estimation

Keywords **:** Unit linked Insurance, Lognormal, Profit Testing, Return, RSLN-2

ABSTRAK

PEMBANDINGAN *PROFIT TESTING* MODEL LOGNORMAL DAN RSLN-2 PADA ASURANSI *UNIT LINK*

Oleh

Putri Isnaini Cahyaning Baiti

Profit testing adalah salah satu metode untuk mencari aliran kas perusahaan asuransi pada tiap akhir periode dari satu kontrak polis asuransi dan pada penelitian ini adalah *unit link*. Asuransi *unit link* merupakan produk asuransi jiwa yang dikaitkan (*linked*) dengan unit investasi. Tujuan penelitian ini adalah membandingkan potensi keuntungan atau kerugian yang diperoleh dari produk asuransi jiwa *unit link* menggunakan model dugaan *return* lognormal dan RSLN-2. Hasil perhitungan menggunakan kontrak polis asuransi pada usia 25 dan 35 tahun dan benefit dibayarkan hingga usia 99 tahun menunjukkan bahwa model RSLN-2 lebih baik digunakan untuk perhitungan dugaan *return* jangka panjang.

Kata kunci **:** Asuransi *Unit Link,* Lognormal, *Profit Testing, Return,* RSLN-2

PEMBANDINGAN *PROFIT TESTING* MODEL LOGNORMAL DAN RSLN-2 PADA ASURANSI *UNIT LINK*

Oleh

PUTRI ISNAINI CAHYANING BAITI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	:	**PEMBANDINGAN *PROFIT TESTING* MODEL LOGNORMAL DAN RSLN-2 PADA ASURANSI *UNIT LINK***
Nama Mahasiswa	:	Putri Isnaini Cahyaning Baiti
No. Pokok Mahasiswa	:	1517031032
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.
NIP 19560208 198902 1 001

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199205 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.** ....

Sekretaris : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Ir. Warsono, M.S., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **20 November 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama	: Putri Isnaini Cahyaning Baiti
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031032
Jurusan	: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang berjudul **"Pembandingan *Profit Testing* Model Lognormal dan RSLN-2 pada Asuransi *Unit Link* "** adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya ilmiah Universitas Lampung. . Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 20 November 2019
Penulis

Putri Isnaini Cahyaning Baiti
NPM. 1517031032

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Putri Isnaini Cahyaning Baiti, dilahirkan di Lampung Tengah, 02 Agustus 1997. Penulis adalah anak kedua dari tiga bersaudara dengan ayah bernama Sulani dan ibu bernama Husnul Mar ati.

Penulis memulai pendidikan taman kanak-kanak di RA Miftahul Huda Nambah Dadi tahun 2002. Kemudian melanjutkan pendidikan sekolah dasar di SDIT Insan Kamil Bandar Jaya tahun 2003-2009. Pada saat memulai pendidikan sekolah menengah pertama, penulis merantau ke Bandar Lampung dan menempuh pendidikan di MTsN 2 Bandar Lampung tahun 2009-2012. Lalu melanjutkan pendidikan sekolah menengah atas di MAN 1 Bandar Lampung tahun 2012-2015. Selanjutnya penulis diterima sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif di Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas (UKMF) Natural. Salah satu pers mahasiswa yang bergerak di bidang sains. Penulis menjadi sekertaris Biro Usaha pada periode kepengurusan 2016 dan menjadi Pemimpin Usaha pada periode kepengurusan selanjutnya yaitu tahun 2017. Pada awal tahun 2018 penulis melaksanakan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di Bank Syariah Mandiri Kantor Cabang Bandar Jaya sebagai salah satu bentuk aplikasi bidang ilmu Matematika di dunia kerja. Pada tahun yang sama, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata Kebangsaan (KKN-K) yang saat itu Lampung menjadi tuan rumah. Penulis mendapat tempat KKN di desa Rajabasa Lama 1 kecamatan Labuhan Ratu Kabupaten Lampung Timur sebagai salah satu bentuk pelaksanaan tri dharma perguruan tinggi yaitu pengabdian kepada masyarakat.

KATA INSPIRASI

"*Dan Kami pasti akan menguji kamu dengan sedikit ketakutan, kelaparan, kekurangan harta, jiwa, dan buah-buahan. Dan sampaikanlah kabar gembira bagi orang-orang yang sabar*,"

(QS Al-Baqarah:155)

"*Barang siapa yang menempuh jalan untuk mencari suatu ilmu, niscaya Allah memudahkannya ke jalan menuju syurga*"

(HR Turmudzi)

"*Angin tidak berhembus untuk menggoyangkan pepohonan, melainkan menguji kekuatan akarnya*"

(Ali bin Abi Thalib)

"*Live your life as exclamation rather than an explanation*"

(Isaac Newton)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahi rabbil ‘alamin, ucapan syukur selalu terucap kepada Allah SWT atas segala nikmat dan rahmad-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Dengan penuh rasa syukur dan kerendahan hati, skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Abi Sulani dan Umi Husnul Mar ati

terimakasih atas segala pengorbanan, kasih sayang, motivasi, dukungan, serta doa yang tidak pernah putus khusus untuk putri kedua kalian.

Mbak Lik dan Dek Am tersayang

yang selalu memberikan doa dan dukungan untuk keberhasilan penulis.

Teman-teman dan Sahabat-Sahabat Terbaik

yang selalu memberikan warna canda tawa dalam keseharian penulis.

Almamater Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillahirobil ‘alamin, puji dan syukur tak henti-hentinya tercurahkan kepada Allah SWT berkat segala nikmat, ridho, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam semoga selalu terlintaskan dalam hati untuk Nabi Muhammad SAW.

Terima kasih penulis ucapkan kepada semua pihak yang telah membantu dalam memberikan bimbingan, motivasi, semangat, serta saran yang telah membangun penulis selama proses penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si. selaku pembimbing pertama atas saran, bimbingan, arahan, motivasi, kesediaan waktu, dan kesabaran dalam membimbing penulis selama penyusunan skripsi.
2. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku pembimbing kedua yang telah memberikan arahan dan saran bagi penulis.
3. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku pembahas yang telah banyak membantu dalam mengevaluasi serta mengarahkan penulis dalam proses penyelesaian skripsi.
4. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan saran hingga selesainya skripsi ini.

5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D. selaku Kepala Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung.
6. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Staff Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
8. Keluarga tersayang abi, umi, mbak, dan adek yang selalu memberikan dukungan, doa, nasehat, semangat, serta sebagai motivasi terbesar bagi penulis.
9. Teman-teman seperjuangan Riswanti, Nurhayati, Tira, Neli, Azam, Windi, Dita, Irma, dan Suci yang selalu menemani dan mendukung penulis selama kuliah hingga sekarang.
10. Teman-teman seperjuangan skripsi May, Oline, Dony, Rahmad, dan Amar yang telah banyak membantu dan memberi dukungan penulis.
11. Teman-teman SMA Indah dan Dewi yang masih terus mendukung dan memberi semangat kepada penulis hingga sekarang.
12. Teman-teman jurusan Matematika angkatan 2015 dan seluruh keluarga besar Matematika FMIPA Unila.
13. Alamamater tercinta, Universitas Lampung dan semua pihak yang terlibat dalam penulisan skripsi ini.

Semoga Allah SWT senantiasa memberikan rahmad dan nikmat terbaik untuk semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini, oleh karenanya jika ada kritik dan saran yang dapat membangun sangat diharapkan. Besar harapan penulis agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca di kemudian hari.

Bandar Lampung,   November 2019
Penulis,

Putri Isnaini Cahyaning Baiti

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Perkembangan zaman saat ini mempengaruhi kebutuhan hidup manusia. Sehingga setiap kebutuhan hidup manusia menjadi tidak pasti dan dapat berubah. Ketika memenuhi kebutuhan yang tidak pasti itu, tentunya akan ada risiko yang menghampiri. Risiko merupakan bentuk ketidakpastian tentang keadaan yang akan terjadi di masa mendatang dengan keputusan yang diambil berdasarkan kejadian masa kini. Salah satu cara yang digunakan untuk menangani risiko tersebut adalah dengan menggunakan jasa perusahaan asuransi. Saat ini perusahaan asuransi sudah banyak mengembangkan produknya agar dapat mengikuti kebutuhan manusia yang semakin bertambah.

Termasuk perusahaan asuransi jiwa, perusahaan asuransi jiwa terus mengembangkan produknya agar masyarakat semakin tertarik dan sadar seberapa pentingnya asuransi untuk menanggulangi risiko di masa mendatang. Salah satu produk yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi jiwa adalah produk asuransi jiwa *unit link.* Produk asuransi jiwa *unit link* adalah produk asuransi jiwa modern yang dirancang dengan mengaitkan (*linked*) produk asuransi jiwa dengan unit investasi. Berbeda dengan produk asuransi jiwa tradisional, pada produk asuransi jiwa *unit link* klaim yang dibayarkan perusahaan asuransi unit link tidak akan hangus jika masa pertanggungan sudah habis dan tidak terjadi apapun pada nasabah asuransi. Nasabah asuransi juga diberi keleluasaan untuk mengakses secara langsung investasinya.

Nasabah asuransi membayar premi kepada perusahaan untuk mendapatkan manfaat atas risiko yang mungkin akan terjadi di masa mendatang. Pada penelitian ini ada dua jenis premi produk asuransi *unit link,* yaitu premi berkala dan premi *top up.* Perusahaan asuransi membagi lagi premi tersebut ke dalam jenis penempatan dana, yaitu untuk investasi dan biaya akuisisi. Biaya akuisisi merupakan biaya yang dibebankan perusahaan asuransi ke dalam premi yang dibayarkan nasabah ketika membeli polis asuransi jiwa untuk mendapatkan fasilitas polis pada umumnya. Besar dana nasabah sangat bergantung dari nilai *return* penempatan dana investasi. Nilai *return* merupakan tingkat keuntungan yang diperoleh nasabah atas investasi yang ditanamkan atau hasil dari investasi.

Sehingga perusahaan asuransi perlu melakukan *profit testing* yang merupakan salah satu cara menghitung aliran kas perusahaan asuransi pada tiap akhir periode dari satu kontrak polis asuransi. *Profit testing* bertujuan untuk melihat keuntungan yang di dapat perusahaan asuransi dari suatu produk asuransi. Umumnya pada penetapan premi menggunakan pendekatan *profit testing* bergantung pada produk yang dipasarkan, biaya operasional, kinerja investasi, dan risiko kematian nasabah asuransi. Perhitungan dalam *profit testing* dapat menggunakan pendekatan model stokastik yang merupakan model matematika dengan setiap variabel yang ada di dalamnya bersifat probabilistik.

Hal yang paling mempengaruhi perhitungan aliran kas dengan pendekatan stokastik adalah nilai *return* yang akan dihasilkan dari investasi setiap periodenya. Ada beberapa model yang dapat digunakan untuk *return* saham, yang paling umum digunakan adalah model lognormal selain itu ada model RSLN (*Regime Switching Lognormal Model*). Model lognormal simpel, mudah dikerjakan, dan menyediakan dugaan perkiraan yang baik jika rentang waktunya pendek, tapi model ini kurang baik untuk *return* saham jangka panjang. Model lognormal terkadang tidak konsisten terhadap nilai data historis *return*. Sedangkan model RSLN mempertahankan beberapa kesederhanaan yang dari model lognormal, khususnya dalam penelusuran matematis, tetapi model ini dapat lebih baik untuk *return* saham jangka panjang.

Biasanya *return* saham jangka panjang memiliki fase-fase saat nilai stabil dan saat tidak stabil. Semakin tinggi standar deviasi yang ditunjukkan indeks harga saham, semakin tidak stabil *return* saham pada saat itu. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan pembandingan *profit testing* model lognormal dan RSLN-2 pada asuransi jiwa *unit link*.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Menghitung *profit testing* dari *return* menggunakan model lognormal dan RSLN-2 pada asuransi *unit link*.

2. Membandingkan hasil penghitungan *profit testing* dengan indikator *net present value* (keuntungan yang di dapat perusahaan dari 1 kontrak polis asuransi) model lognormal dan RSLN-2.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah mengetahui perbedaan perhitungan *profit testing* pada produk asuransi *unit link* dengan model lognormal dan RSLN-2. Lalu menentukan model dugaan *return* yang lebih baik digunakan dalam melihat aliran kas perusahaan asuransi dari 1 produk yang dipasarkan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fungsi Kelangsungan Hidup (*Survival Function*)

Misalkan *x* adalah usia peserta asuransi pada saat polis ditanda tangani, sedangkan jarak waktu antara *x* sampai meninggal dunia X akan disebut sisa umur bagi *x*, sehingga terdapat peubah acak $T(x)$, yaitu $T(x) = X - x$ untuk $x \geq 0$. $T(x)$ menyatakan sisa umur bagi *x*.

Fungsi distribusi dari $T(x)$ dinyatakan dengan $F_{T(x)}(t)$ dan didefiniskan dengan

$$F_{T(x)}(t) = P(T(x) \leq t), t \geq 0 \qquad (2.1.1)$$

$F_{T(x)}(t)$ menyatakan peluang seseorang yang berusia *x* tahun akan meninggal sebelum $(x + t)$ tahun.

Secara umum fungsi kelangsungan hidup dapat dinyatakan dengan

$$s(x+t) = 1 - F_{T(x)}(t)$$

$$= 1 - [P(T(x) \leq t)]$$

$$s(x+t) = P(T(x) > t), t > 0 \qquad (2.1.2)$$

$s(x+t)$adalah peluang seseorang berusia *x* tahun akan hidup mencapai usia $(x + t)$ tahun (Bowers, *et al.*, 1997)

2.2 Peluang Waktu Sisa Hidup

Menurut Bowers, *et al.*, (1997) dalam *survival function* simbol $T(x)$ menyatakan peubah acak waktu sisa hidup (*future life time*) dari seseorang yang berusia *x*, atau $T(x) = X - x$, dengan fungsi distribusi didefiniskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} F_{T(x)}(t) &= P(T(x) \leq t | X > x) \\ &= P(X - x \leq t | X > x) \\ &= P(x \leq X \leq x + t | X > x) \\ &= \frac{F_X(x+t) - F_X(x)}{1 - F_X(x)} \\ &= \frac{\big(1 - s(x+t) - \big(1 - s(x)\big)\big)}{s(x)} \\ &= \frac{s(x)}{s(x)} - \frac{s(x+t)}{s(x)} \\ &= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} \end{aligned}$$

$$F_{T(x)}(t) = {}_tq_x \tag{2.2.1}$$

Pada ilmu aktuaria, ${}_tq_x$ menyatakan peluang seseorang yang berusia *x* tahun akan meninggal sebelum usia (*x*+*t*) tahun untuk $X > x$. Sedangkan fungsi hidupnya yaitu

$$\begin{aligned} P(T(x) > t) &= 1 - P(T(x) \leq t) \\ &= 1 - {}_tq_x \\ &= 1 - \left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}\right) \\ &= \frac{s(x+t)}{s(x)} \end{aligned}$$

$$P(T(x) > t) = {}_tp_x \tag{2.2.2}$$

Dapat diartikan ${}_{t}p_{x}$ adalah peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup sampai dengan usia $(x+t)$ tahun. Jika $x=0$ dan $t=x$, maka ${}_{t}p_{0}$ menyatakan peluang bayi yang baru lahir dapat mencapai usia x tahun dan dikenal sebagai fungsi *survival* dinyatakan dengan:

$$s(x) = {}_{x}p_{0} \tag{2.2.3}$$

Di dalam matematika aktuaria diberikan beberapa definisi peluang bersyarat, yaitu kondisi yang menyatakan bahwa x akan hidup hingga umur t tahun dan meninggal dalam u tahun, berarti x akan meninggal antara $(x+t)$ tahun dan $(x+t+u)$ tahun. Kondisi ini disebut sebagai peluang meninggal yang ditangguhkan dan didefinisikan sebagai berikut (Bowers, 1997):

$$\begin{aligned}
{}_{t|u}q_{x} &= P(t < T(x) \leq t+u | X > x) \\
&= P(x+t \leq X \leq x+t+u | X > x) \\
&= \frac{F_X(x+t+u) - F_X(x+t)}{1 - F_X(x)} \\
&= \frac{\big(1 - s(x+t+u)\big) - \big(1 - s(x+t)\big)}{s(x)} \\
&= \frac{s(x+t) - s(x+t+u)}{s(x)} \\
&= \left[\frac{s(x+t)}{s(x)} \frac{s(x+t)}{s(x+t)}\right] - \left[\frac{s(x+t)}{s(x+t)} \frac{s(x+t+u)}{s(x)}\right] \\
&= \frac{s(x+t)}{s(x)}\left[1 - \frac{s(x+t+u)}{s(x+t)}\right] \\
&= {}_{t}p_{x}(1 - {}_{u}p_{x+t}) \\
&= {}_{t}p_{x}\, {}_{u}q_{x+t}
\end{aligned} \tag{2.2.4}$$

Jika $u = 1$ maka peluang meninggal yang ditangguhkan dapat dinyatakan dengan ${}_{t|}q_x$, sehingga:

$$ {}_{t|}q_x = {}_{t}p_x q_{x+t} \tag{2.2.5}$$

${}_{t|}q_x$ berarti peluang seseorang akan meninggal

Dalam kasus diskrit, peluang meninggal sering disebut *Curtate Future Lifetime* dengan symbol K(x). Definisi dari perubah acak K(x) adalah $\mathrm{K(x)} = [\mathrm{T(x)}]$ dengan $[\mathrm{T(x)}]$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari atau sama dengan T(x). K(x) dapat dikatakan menyatakan berapa kali lagi ulang tahun yang dapat dinyatakan oleh (x) sebelum ia meninggal dunia atau peubah acak diskit yang menyatakan lamanya hidup (x). K(x) adalah variabel acak diskrit yang dinyatakan dengan (Bowers, 1997):

$$\begin{aligned} P(K(x) = k) &= P(K = k) \\ &= P\big([T_{(x)}] = k\big) \\ &= P\big(k \le T_{(x)} < k + 1\big) \\ &= P\big(k < T_{(x)} \le k + 1\big) \\ &= {}_{k+1}q_x - {}_{k}q_x \\ &= {}_{k}p_x(1 - {}_{k+1}p_x) \\ &= {}_{k}p_x q_{x+k} \\ &= {}_{k|}q_x \,;\; k = 0,1,2,3,\dots \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

2.3 Tabel Mortalita

Tabel mortalitas adalah cara ringkas untuk menunjukkan probabilitas dari anggota pada suatu populasi yang hidup atau mati pada usia tertentu. Tabel mortalitas (*life tables*) digunakan untuk memeriksa perubahan kematian dari populasi jaminan sosial dari waktu ke waktu (Bell & Miller, 2005).

Jika pada suatu kelompok/populasi bayi yang baru lahir dilambangkan dengan l_0 adalah sebanyak 100.000, maka masing-masing bayi yang baru lahir tersebut mempunyai fungsi survival yang sama dengan $s(x)$. Jika $\psi(x)$ menyatakan banyaknya bayi yang hidup sampai usia x dengan $j = 1,2,3, \dots , l_0$

$$\psi(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \qquad (2.3.1)$$

Dengan I_j adalah indikator untuk kelangsungan kehidupan j, maka:

$$I_j = \begin{cases} 1\ , \text{jika bayi i hidup sampai usia ke} - \text{x} \\ 0\ , \qquad\qquad\qquad\qquad \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Jika dihitung ekspetasi dari I_j, maka

$$E(I_j) = \sum_{I_j=0}^{1} I_j\ P(I_j)$$

$$= 1\ s(x) + 0\ (1 - s(x))$$

$$E(I_j) = s(x) \qquad (2.3.2)$$

Selanjutnya akan dihitung ekspetasi dari $\psi(x)$

$$E(\psi(x)) = E\left(\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{l_0} E(I_j)$$

$$= \underbrace{s(x) + s(x) + \cdots + s(x)}_{sebanyak\ l_0\ kali}$$

$$E(\psi(x)) = l_0\ s(x) \qquad (2.3.3)$$

Definisi lain dari $E(\psi(x))$ adalah l_x yaitu ekspetasi jumlah yang bertahan hidup pada saat usia ke-x dari jumlah l_0 yang baru lahir, maka

$$l_x = l_0\ s(x) \qquad (2.3.4)$$

Dengan cara yang sama, banyaknya yang meninggal di antara usia x sampai dengan $x + t$ dilambangkan dengan ${}_tD_x$ atau

$${}_tD_x = \sum_{j=0}^{l_0} I_j \qquad (2.3.5)$$

Dengan I_j adalah indikator kematian untuk j, maka

$$I_j = \begin{cases} 1\ \text{, jika j meninggal antara usia x sampai usia x + t tahun} \\ 0, \qquad \text{yang lainnya} \end{cases}$$

Peluang kematian diantara usia x sampai dengan usia $x + t$ adalah $s(x) - s(x + t)$, maka diperoleh ekspetasi dari I_j, yaitu

$$E(I_j) = 1\ (s(x) - s(x + t)) + 0\ \left(1 - (s(x) - s(x + t))\right)$$

$$E(I_j) = s(x) - s(x + t) \qquad (2.3.6)$$

Dapat disimpulkan nilai harapan dari ${}_tD_x$ yang disimbolkan dengan ${}_td_x$ sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
{}_td_x = E({}_tD_x) = E\left(\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right) \\
= \sum_{j=1}^{l_0} E(I_j) \\
= l_0\,\big(s(x) - s(x+t)\big) \\
= l_x - l_{x+t} \qquad (2.3.7)
\end{aligned}
$$

${}_td_x$ menyatakan banyaknya orang berusia x tahun meninggal sebelum mencapai usia x+t tahun (Bowers, *et al.*, 1997).

Peluang seseorang berusia x akan hidup (paling sedikit) t tahun dinyatakan dengan ${}_tp_x$ yaitu

$$ {}_tp_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \qquad (2.3.8) $$

${}_tp_x$ adalah jumlah orang (dari sebanyak l_x pada usia x) yang mencapai usia $(x+t)$ (l_{x+t}) dibagi jumlah orang pada usia x. Bila $t = 1$, imbuhan t disebelah kiri tidak perlu ditulis, maka ${}_1p_x = p_x$ jadi $p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$. ${}_tq_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam t tahun, atau sebelum mencapai usia $(x+t)$.

$$
\begin{aligned}
{}_tq_x &= 1 - {}_tp_x \\
&= 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} \\
&= \frac{(l_x - l_{x+t})}{l_x}
\end{aligned}
$$

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x \qquad (2.3.9)$$

Bila $t = 1$, imbuhan t sebelah kiri tidak perlu ditulis, ${}_1 q_x = q_x = 1 - p_x$. ${}_t d_x$ adalah jumlah orang yang meninggal antara usia x dan $(x + n)$.

$${}_t d_x = l_x - l_{x+n}$$

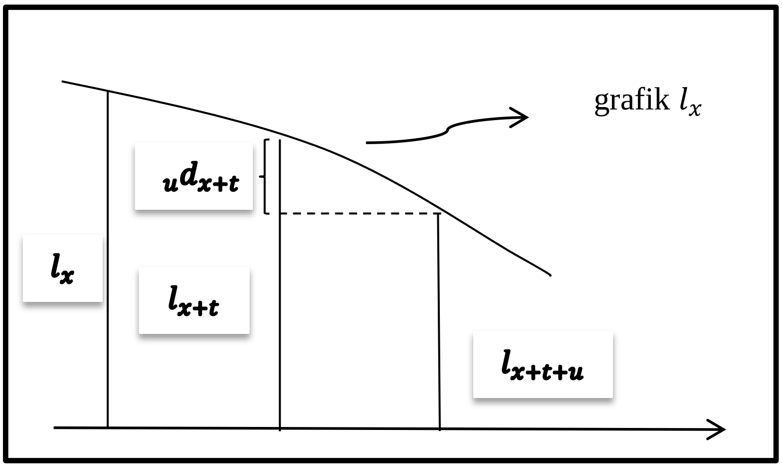
$${}_t q_x = \frac{{}_t d_x}{l_x} \qquad (2.3.10)$$

Seperti sebelumnyaa ${}_1 d_x = d_x = l_x - l_{x-1}$. ${}_{t|u} q_x$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x akan hidup t tahun, tetapi meninggal dalam u tahun kemudian, yaitu meninggal antara $(x + t)$ dan $(x + t + u)$ tahun.

$${}_{t|u} q_x = \frac{(l_{x+t} - l_{x+t+u})}{l_x}$$

$$= \frac{{}_u d_{x+t}}{l_x} \qquad (2.3.11)$$

Seperti yang digambarkan pada grafik



Gambar 1. Grafik jumlah orang yang hidup pada usia x

(Sembiring, 1986).

2.4 Tingkat Suku Bunga

Tingkat suku bunga adalah suatu pembayaran yang dilakukan karena seseorang meminjam uang sebagai balas jasa atas pemakaian uang yang telah dipinjam. Secara umum cara perhitungan bunga dibagi menjadi dua, yaitu tingkat suku bunga sederhana/tunggal (*simple interest*) dan tingkat suku bunga majemuk (*compound interest*).

Besarnya pendapatan bunga tergantung pada besar pokok, jangka waktu investasi, dan tingkat bunga. Cara perhitungan bunga yang hanya berdasarkan pada pembandingan pokok dan jangka investasinya dinamakan bunga sederhana atau bunga tunggal. Sedangkan yang dimaksud dengan bunga majemuk adalah suatu perhitungan bunga dimana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan besar bunga yang diperoleh. Total pokok beserta bunga (S) adalah

$$S = P(1+i)^n \tag{2.4.1}$$

Dimana :

P : besar pokok

i : tingkat bunga

n : jangka investasi

Dalam bunga majemuk didefiniskan suatu fungsi v sebagai berikut:

$$v = \frac{1}{1+i} \tag{2.4.2}$$

(Futami, 1993).

Tingkat bunga yang digunakan dalam investasi merupakan bunga majemuk. Nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 unit yang dilakukan t tahun kemudian didefinisikan sebagai berikut:

$$v^t = \frac{1}{(1+i)^t} \tag{2.4.3}$$

(Yunita, dkk., 2018).

2.5 Asuransi Jiwa

Asuransi Jiwa adalah usaha kerjasama atau koperasi dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah seseorang anggotanya (Sembiring, 1986).

Bilamana seseorang ditanggung oleh perusahaan asuransi jiwa, dia dan perusahaan itu menyetujui perjanjian tertulis yang disusun oleh perusahaan dan yang disahkan oleh instansi yang berwenang, perjanjian itu disebut polis. Polis itu mencakup pernyataan bahwa nasabah asuransi akan melakukan pembayaran-pembayaran tertentu yang disebut premi, dan perusahaan akan membayarkan sejumlah uang yang disebut uang pertanggungan, bila terjadi peristiwa-peristiwa tertentu. Orang yang akan menerima uang pertanggungan bila terjadi peristiwa kematian disebut ahli waris atau yang ditunjuk (Bumiputera, 1912).

2.6 Asuransi Jiwa yang Dibayarkan pada Akhir Tahun Kematian (Diskret)

Pada kenyataannya, sebagian besar santunan dianggap dibayar pada saat kematian nasabah dan kemudian bunga didapatkan setelah pembayaran benar-benar dilakukan. Model itu didapat berdasarkan jangka dari T, waktu sisa hidup (*future lifetime*) nasabah pada polis asuransi. Pada sebagian besar polis asuransi jiwa, informasi terbaik ada pada distribusi probabilitas dari T dalam bentuk *life table* diskret. Ini adalah distribusi probabilitas dari K, (*curtate future lifetime*) dari tertanggung pada kebijakan polis, sebuah fungsi T. Karenanya dibuatlah model untuk asuransi jiwa dimana ukuran dan waktu pembayaran manfaat kematian bergantung pada jumlah akhir periode yang ditanggung oleh perusahaan asuransi dari penandatanganan polis hingga waktu kematian, sering juga disebut pembayaran pada akhir tahun kematian.

Fungsi benefit (b_{k+1}), dan fungsi diskon (v_{k+1}), adalah jumlah pembayaran santunan dan jumlah faktor diskon diperlukan untuk periode dari waktu pembayaran kembali pada saat polis asuransi dikeluarkan ketika *curtate future lifetime* nasabah adalah k, ketika nasabah meninggal pada waktu $k+1$ tahun asuransi. Sehingga *present value* dari pembayaran santunan yang dilambangkan dengan z_{k+1} adalah

$$z_{k+1} = b_{k+1}v_{k+1} \qquad (2.6.1)$$

Diukur dari waktu dikeluarkannya polis, tahun asuransi dari kematian adalah 1 ditambah *curtate future lifetime* variabel acak *K*. Sehingga didefiniskan variabel peubah acak *present value* z_{K+1}, oleh *Z* (Bowers, 1997).

2.7 Asuransi Seumur Hidup

Asuransi seumur hidup pasti di bayar tanpa mempedulikan kapan maut datang menjemput. Premi yang dibayarkan sekaligus (premi tunggal) atau terbatas beberapa tahun, ataupun seumur hidup (Sembiring, 1986).

Gambar 2. Sistem Pembayaran Benefit Pada Asuransi Seumur Hidup

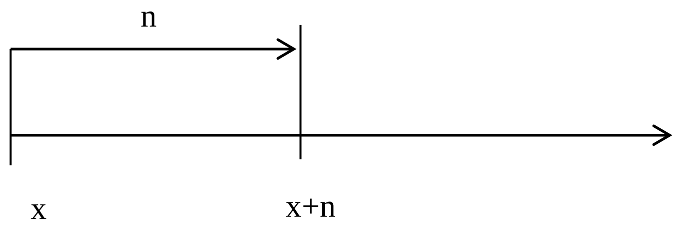
Untuk asuransi seumur hidup (*whole life insurance*), nilai $n \to \infty$ dalam asuransi berjangka. Nilai premi tunggal (*actuarial present value*) adalah

$$\begin{aligned} A_x &= E[Z] = E[v^{k+1}] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} v^{k+1} P(K = k) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{0} 0\, P(K = k) + \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} P(K = k) \\ &= \textstyle\sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1}\, {}_k p_x q_{x+k} \qquad (2.7.1) \end{aligned}$$

Persamaan (2.7.1) adalah nilai premi tunggal dari asuransi jiwa seumur hidup dengan santunan benefit sebesar 1 satuan (Bowers, 1997)

2.8 Asuransi Jiwa Berjangka n-Tahun

Asuransi berjangka adalah suatu asuransi apabila pemegang polis mulai dari disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu meninggal, maka akan dibayarkan uang pertanggungan. Pada pembahasan ini, uang pertanggungan dibayarkan pada akhir tahun polis, dimana yang dimaksud dengan tahun polis ini adalah tahun polis pada saat meninggal (Futami, 1993).



Gambar 3. Sistem Pembayaran Benefit Pada Asuransi Berjangka n-Tahun

Untuk asuransi berjangka n-tahun menyediakan sebuah jumlah pada akhir tahun kematian,

$$b_{k+1} = \begin{cases} 1 & k = 0,1,2,\dots,n-1 \\ 0 & selainnya \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^{k+1}$$

$$Z = \begin{cases} v^{K+1} & K = 0,1,2,\dots,n-1 \\ 0 & selainnya \end{cases}$$

Actuarial present value (premi tunggal) untuk asuransi berjangka n-tahun dengan manfaat sebesar 1 satuan adalah

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = E[Z] = E[v^{k+1}]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} v^{k+1} P(K = k)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{0} 0\, P(K=k) + \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\, {}_kp_x q_{x+k} + \sum_{k=n}^{\infty} 0\, P(K=k)$$

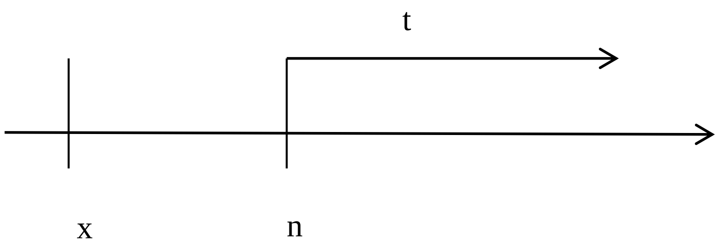
$$= 0 + \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\, {}_kp_x q_{x+k} + 0$$

$$= \textstyle\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\, {}_kp_x q_{x+k} \qquad (2.8.1)$$

Catatan: untuk simbol premi pembayaran santunan pada akhir tahun kematian tidak menggunakan garis di atas A (Bowers, 1997).

2.9 Asuransi Endowment Murni

Asuransi endowment murni (*pure endowment*) adalah suatu kontrak asuransi jiwa dimana pemegang polis, mulai dari saat kontrak dimulai sampai dengan jangka waktu tertentu tetap hidup, maka pemegang polis tersebut menerima sejumlah uang pertanggungan (Futami, 1993).



Gambar 4. Sistem Pembayaran Benefit Pada Asuransi Endowment Murni

$$b_{k+1} = \begin{cases} 1 & k > n \\ 0 & k \leq n \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^n$$

$$Z = \begin{cases} v^n & K > n \\ 0 & K \leq n \end{cases}$$

Premi tunggal (*actuarial present value*) untuk asuransi endowment murni dengan manfaat sebesar 1 satuan dapat dihitung dengan persamaan berikut (Bowers, 1997):

$$A_{x:\frac{1}{n|}} = E[Z] = E[v^{k+1}]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} v^n P(K = k)$$

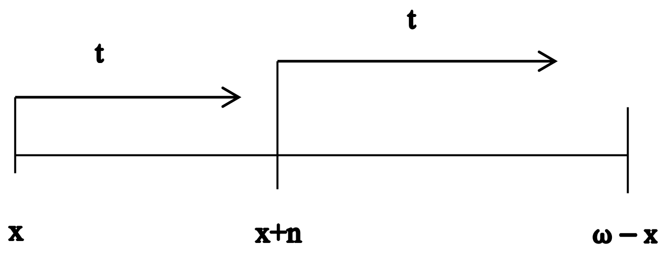
$$= \sum_{k=-\infty}^{0} 0\, P(K = k) + \sum_{k=0}^{n-1} 0\, P(K = k) \ + \sum_{k=n}^{\infty} v^n \ {}_np_x$$

$$= 0 + 0 + \sum_{k=n}^{\infty} v^n \ {}_np_x$$

$$= \textstyle\sum_{k=n}^{\infty} v^n \ {}_np_x \qquad (2.9.1)$$

2.10 Asuransi Dwiguna

Asuransi ini adalah kombinasi antara asuransi berjangka dengan endowment murni. Jika nasabah asuransi meninggal selama jangka waktu asuransi, misalnya n tahun, maka pewarisnya akan mendapat santunan sebesar 1, sedangkan jika nasabah umurnya mencapai $x + n$ tahun maka pada pewarisnya akan dibayarkan santunan sebesar 1 pada akhir tahun ke $x + n$ (Sembiring, 1986).



Gambar 5. Sistem Pembayaran Benefit Pada Asuransi Dwiguna

Asuransi endowment berjangka n-tahun dengan pembayaran pada akhir tahun kematian adalah kombinasi dari asuransi berjangka n-tahun dengan asuransi *pure endowment* n-tahun. Fungsi untuk ini adalah

$$b_{k+1} = 1 \qquad k = 0,1, \dots,$$

$$v^{k+1} \begin{cases} v^{k+1} & k = 0,1, \dots, n-1 \\ v^{n} & k = n, n+1, \dots, \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} v^{K+1} & K = 0,1, \dots, n-1 \\ v^{n} & K = n, n+1, \dots, \end{cases}$$

Premi tunggal (*actuarial present value*) sebagai berikut

$$A_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_k p_x q_{x+k} + \sum_{k=n}^{\infty}\ v^{n}\ {}_n p_x \qquad (2.10.1)$$

Persamaan (2.10.1) adalah nilai premi tunggal dari asuransi jiwa endowment (dwiguna) dengan santunan benefit sebesar 1 satuan (Bowers, 1997).

2.11 Anuitas Pasti

Anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan dalam jumlah tertentu, setiap selang waktu dan lama tertentu, secara berkelanjutan. Anuitas yang dibayarkan di awal jangka waktu pembayaran anuitas disebut anuitas awal sedangkan bila di akhir jangka waktu disebut anuitas akhir.

Total nilai sekarang dari anuitas akhir diberi notasi $a_{n|}$ adalah

$$PV = a_{n|} = v + v^2 + v^3 + \cdots + v^n \qquad (2.11.1)$$

Dengan menggunakan rumus geometri diperoleh

$$a_{n\rceil} = v(1 + v^2 + v^3 + \cdots + v^{n-1})$$

$$a_{n\rceil} = v\left(\frac{1 - v^n}{1 - v}\right)$$

$$= v\left(\frac{1 - v^n}{i\,v}\right)$$

$$= \frac{1 - v^n}{i} \qquad (2.11.2)$$

dengan $d = \frac{i}{1+i} = i\,v = 1 - v$

Sedangkan total nilai sekarang dari anuitas awal yang diberi notasi $\ddot{a}_{n\rceil}$adalah

$$PV = \ddot{a}_{n\rceil} = 1 + v + v^2 + v^3 + \cdots + v^n \qquad (2.11.3)$$

Dengan cara yang sama, diperoleh

$$\ddot{a}_{n\rceil} = \left(\frac{1 - v^n}{1 - v}\right)$$

$$= v\left(\frac{1 - v^n}{i\,v}\right)$$

$$= \frac{1 - v^n}{d} \qquad (2.11.4)$$

dengan $d = \frac{i}{1+i} = i\,v = 1 - v$ (Futami, 1993)

2.12 Anuitas Hidup Diskret

Pembayaran pensiun, pembayaran premi asuransi, dan lain-lain harga berlangsung selama nasabah asuransi masih hidup. Pembayaran akan dihentikan jika orang yang bersangkutan telah meninggal. Anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan hidup dan matinya seseorang disebut anuitas hidup. Jadi anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran (besarnya pembayaran berkala) yang dilakukan seseorang selama orang itu masih hidup untuk mendapatkan manfaat dari sebuah asuransi (Sembiring, 1986).

Nilai sekarang dari pembayaran anuitas dapat dihitung sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{\overline{K+1|}} = \frac{1-v^{K+1}}{\delta} \qquad (2.12.1)$$

Total nilai sekarang dari anuitas seumur hidup awal dilambangkan dengan $\ddot{a}_x$

$$\ddot{a}_x = E[X] = E\left[\ddot{a}_{\overline{K+1|}}\right]$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{K+1|}}\ {}_kp_x q_{x+k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} v^k\ {}_kp_x \qquad (2.12.2)$$

Dengan variabel acak *present value* X untuk sebuah anuitas dan $X = \ddot{a}_{\overline{K+1|}}$ dimana variabel K adalah *curtate-future-lifetime* dari *x*.

Persamaan (2.12.2) adalah pembayaran saat ini dari *actuarial present value* (APV) untuk anuitas seumur hidup awal dengan ${}_kp_x$ adalah peluang pembayaran sebesar 1 pada waktu ke-k.

Total nilai sekarang dari anuitas seumur hidup akhir dilambangkan dengan a_x

$$a_x = E[X] = \sum_{k=0}^{\infty} {}_kp_x q_{x+k} a_{\overline{k|}}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} v^k\ {}_kp_x \qquad (2.12.3)$$

(Bowers, 1997).

Besar anuitas berjangka n tahun juga dapat dihitung dengan persamaan

$$\ddot{a}^{1}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1|}}\ {}_{k}p_x$$
$$= \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1-v^{k+1}}{d}\right)\ {}_{k}p_x \tag{2.12.4}$$

Pada penelitian ini, premi yang digunakan adalah premi angsuran yang dibayarkan setiap tahun selama jangka waktu n tahun untuk mendapatkan santunan dengan masa penanggungan seumur hidup. Juga dapat dihitung dengan persamaan:

$$P(A_x) = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1}\ {}_{k}p_x q_{x+k}}{\sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{1-v^{k+1}}{d}\right) {}_{k}P_x}$$
$$= \frac{A_x}{\ddot{a}^{1}_{x:n]}} \tag{2.12.5}$$

2.13 Asuransi Jiwa *Unit Link*

Asuransi *unit link* masuk ke Indonesia sekitar tahun 1988. Asuransi *unit link* cukup diterima oleh masyarakat Indonesia karena menawarkan produk asuransi (proteksi) yang digabungkan dengan kegiatan investasi. Selain itu, asuransi *unit link* memberikan imbal hasil dimana jika sampai masa kontrak selesai dan konsumen masih sehat, maka yang bersangkutan akan mendapatkan pengembalian dana yang berasal dari porsi investasinya (Susetyo, 2017).

2.14 Pembagian Premi Asuransi Jiwa *Unit Link*

Pada produk asuransi *unit link,* premi yang dibayarkan akan dialokasikan ke dua bagian yaitu premi dasar untuk proteksi dan premi investasi. Premi yang dibayarkan nasabah berupa premi berkala dan premi *top up.* Perusahaan asuransi membagi lagi masing-masing premi tersebut ke dalam jenis penempatan dana, seperti untuk investasi dan biaya akuisisi. Pengelolaan dana investasi sesuai dengan pilihan unit investasi yang dipilih oleh konsumen yaitu pada pasar uang, pendapatan tetap, campuran, atau saham. Premi *top up* yang dialokasikan sebagai investasi ditujukan untuk menghasilkan nilai tunai yang nantinya akan digunakan untuk mendukung pembayaran biaya asuransi di masa mendatang.

Berkaitan dengan aktivitas investasi di *unit link* , konsumen harus memahami jika hasil investasi tersebut bersifat fluktuatif bergantung pada kondisi perekonomian. Hasil investasi tidak selalu menghasilkan keuntungan dan meningkatkan nilai tunai, tetapi justru dapat mengakibatkan kerugian dan justru menurunkan nilai tunai yang dimiliki konsumen (Susetyo, 2017).

Pada asuransi *unit link* terdapat biaya akuisisi, merupakan biaya yang dibebankan perusahaan asuransi ke dalam premi yang dibayarkan nasabah ketika membeli polis asuransi jiwa untuk mendapatkan fasilitas polis pada umumnya. Biaya ini digunakan untuk operasional perusahaan termasuk di dalamnya untuk membayar komisi agen. Pada premi berkala, biaya akuisisi biasanya berlaku selama 5 tahun pertama dengan persentase semakin kecil setiap tahunnya. Biasanya sangat besar pada tahun pertama dan kedua, berkisar antara (75-100)% dari premi berkala tahun pertama, (50-80)% dari premi berkala tahun kedua, (15-25)% dari premi berkala tahun ketiga, dan (5-10)% dari premi berkala tahun kelima. Sedangkan pada premi *top up*, biaya akuisisi biasanya dikenakan antara (0-5)% dari premi *top up* dan sama untuk tahun-tahun berikutnya.

Untuk penelitian ini, pembagian premi disajikan pada tabel berikut:

Tabel 1. Pembagian Premi Asuransi Jiwa *Unit Link*

<table>
<tr><th rowspan="2" colspan="2">Premi</th><th rowspan="2">Pembagian Premi</th><th colspan="5">Tahun ke-</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3,4,5</th><th>6,…,15</th><th>16 dst</th></tr>
<tr><td rowspan="4">$(\alpha + \beta)\%$</td><td rowspan="2">α%</td><td>γ%</td><td>0%</td><td>0.4α%</td><td>0.85α%</td><td>α%</td><td>0</td></tr>
<tr><td>(α-γ)%</td><td>α%</td><td>0.6α%</td><td>0.15α%</td><td>0%</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">β%</td><td>θ%</td><td>0.95β%</td><td>0.95β%</td><td>0.95β%</td><td>0.95β%</td><td>0</td></tr>
<tr><td>(β-θ)%</td><td>0.05β%</td><td>0.05β%</td><td>0.05β%</td><td>0.05β%</td><td>0</td></tr>
</table>

Keterangan:

$\alpha\%$: persentase premi berkala

$\beta\%$: persentase premi top up

$\gamma\%$: persentase premi berkala yang dialokasikan untuk investasi

$(\alpha - \gamma)\%$: persentase premi berkala selain untuk investasi

$\theta\%$: persentase premi top up yang dialokasikan untuk investasi

$(\beta - \theta)\%$: persentase premi top up selain untuk investasi

2.15 *Return*

Return merupakan hasil yang diperoleh sebagai akibat dari investasi yang dilakukan. Nilai *return* bisa positif maupun negatif tergantung kondisi riil dalam aset investasi. Nilai *return* saham yang positif pada suatu periode tertentu menggambarkan adanya kenaikan harga saham dari periode sebelumnya, sedangkan nilai *return* saham negatif menggambarkan adanya penurunan harga saham dari periode sebelumnya.

Jika G_t adalah harga saham pada watu t, maka *simple net return* saham didefinisikan sebagai

$$X_t = \frac{G_t - G_{t-1}}{G_{t-1}} \tag{2.15.1}$$

Jika G_0 adalah harga awal dari saham dan G_t adalah harga saham pada waktu t. Didefinisikan tingkat *return* pada interval waktu $\big(t-(t-1)\big) = {}^1\!/_n$ dengan X_t sehingga:

$$X_t = \frac{G_{\left({}^t/_n\right)} - G_{\left({}^{(t-1)}/_n\right)}}{G_{\left({}^{(t-1)}/_n\right)}} \tag{2.15.2}$$

Diasumsikan nilai n cukup besar sehingga interval dari tiap waktu cukup kecil

$$X_t \approx \ln\left(\frac{G_{\left({}^t/_n\right)}}{G_{\left(t-{}^1/_n\right)}}\right) \tag{2.15.3}$$

Symbol $a \approx b$ berarti bahwa nilai a kira-kira sama dengan b. dan $\ln(t) = \log_e(t)$, logaritma natural dari t. Untuk melihat ini, digunakan pendekatan sebagai berikut:

$$\ln(1+t) = t \;\; ; t\ kecil \tag{2.15.4}$$

Menggunakan persamaan (2.15.4) bisa diperoleh:

$$X_t = \frac{G_{\left({}^t/_n\right)} - G_{\left({}^{(t-1)}/_n\right)}}{G_{\left({}^{(t-1)}/_n\right)}}$$

$$\approx \ln\left(1 + \frac{G_{\left(t/_n\right)} - G_{\left((t-1)/_n\right)}}{G_{\left(t-1/_n\right)}}\right)$$

$$\approx \ln\left(\frac{G_{\left(t/_n\right)}}{G_{\left((t-1)/_n\right)}}\right)$$

CLT (*central limit theorem*) menyebutkan bahwa jika $X_{1,}X_2, \ldots, X_n$ adalah variabel acak dari sebuah distribusi dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ, maka untuk n cukup besar, distribusi dari X adalah mendekati normal dengan rata-rata $n\mu$ dan standar deviasi $\sigma\sqrt{n}$. Lebih tepatnya:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(a \leq \frac{X-n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq b\right) = P(a \leq Z \leq b) = \varphi(b) - \varphi(a) \qquad (2.15.5)$$

Sehingga distribusi dari $\ln\left({G_t}/{G_0}\right)$ adalah normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ, dengan kata lain ${G_t}/{G_0}$ memiliki distribusi lognormal. Karena G_0 konstan sehingga mengikuti distribusi dari G_t yaitu lognormal.

Persamaan (2.15.5) diterapkan pada persamaan:

$$\sum_1^n X_t \approx \ln\left(\frac{G_t}{G_0}\right)$$

Sehingga;

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_1^n X_t - n\mu}{n\left(\sigma\sqrt{n}\right)} \leq z\right) = \lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\sum_1^n X_t - t\mu}{\left(\sigma\sqrt{t}\right)} \leq z\right)$$

$$= P(Z \leq z)$$

Untuk n besar didapat:

$$\frac{\sum_1^n X_t - t\mu}{\left(\sigma\sqrt{t}\right)} \approx Z$$

Sebagai gantinya distribusi dari variabel acak pada ruas kiri diperkirakan sama dengan distribusi normal baku. Ini setara dengan pernyataan bahwa

$$\ln\left(\frac{G_t}{G_0}\right) \approx \sum_1^n X_t \approx t\mu + \sigma Z\sqrt{t} \qquad (2.15.6)$$

Ini membuktikan bahwa distribusi dari $\ln\left(\frac{G_t}{G_0}\right)$ adalah sama dengan $t\mu + \sigma Z\sqrt{t}$ (Rosenkrantz, 2003).

Return yang akan digunakan pada penelitian ini akan dihitung dengan dua pendekatan. Yaitu dengan pendekatan model lognormal dan model RSLN-2.

2.16 Simulasi *Monte Carlo*

Simulasi *monte carlo* biasa digunakan untuk menyelidiki distribusi dari *present value* untuk masalah yang sangat sulit, dengan cara membangkitkan sampel acak dari sebuah distribusi. Dapat juga digunakan untuk menyelesaikan suatu problem kompleks yang pada umumnya dalam penyelesaiannya membutuhkan asumsi, dalam simulasi *monte carlo* masalah tersebut dapat dipelajari tanpa asumsi tersebut. Misalnya jika mempertimbangkan antara waktu hidup dan tingkat bunga yang tidak pasti, jika menggunakan cara numerik akan sangat sulit. Jika sampel yang digunakan cukup besar, bisa didapat nilai harapan yang cukup baik dari distribusi yang dipilih, dan dapat diperkirakan juga kemungkinan kerugian dari distribusi tersebut (Dickson, *et al*., 2013).

Pada penelitian ini, simulasi *monte carlo* digunakan untuk menduga nilai *return* tiap periodenya, dengan cara membangkitkan sampel acak dari distribusi normal saat mencari nilai dugaan *return.*

2.17 Model Lognormal

Jika sebuah variabel acak X memiliki distribusi lognormal dengan parameter rata-rata μ dan varians σ^2, maka fungsi kepekatan peluangnya adalah:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{\frac{-(\log(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.17.1)$$

$$untuk\ x > 0, dimana - \infty < \mu < \infty\ dan\ \sigma > 0$$

Dapat dihitung peluangnya sebagai berikut:

$$P[X \leq x] = \int_0^x \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{\frac{-(\log x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \quad (2.17.2)$$

Dengan mensubtitusikan $x = \log x$, didapatkan jarak dari perubahan integral menjadi $(-\infty, \log x)$, dengan $dx = \frac{dt}{t}$. Kemudian,

$$P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{\log x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left\{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\frac{(\log x-\mu)}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left\{\frac{-t^2}{2}\right\} dt$$

$$= P\left[X \leq \frac{\log x - \mu}{\sigma}\right]$$

$$= \Phi\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.17.3)$$

Dengan $\Phi\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)$ adalah fungsi probabilitas distribusi normal baku (Dickson, dkk., 2013).

Asumsi yang digunakan adalah akumulasi dari *return* berdistribusi lognormal. Salah satu cara untuk membangkitkan akumulasi *return* yang berdistribusi lognormal adalah dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Misalkan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_t$ merupakan barisan dari bilangan acak, dengan X_t merupakan akumulasi pada saat t dari 1 unit yang diinvestasikan pada saat t-1. Sehingga $X_t - 1$ merupakan *return* dari aset dana pada tahun yang berkaitan. Nilai akumulasi X selalu bernilai positif dan diasumsikan kemungkinan bahwa $\{lnX_t\}$ merupakan barisan peubah acak (independen dan indentik) berdistirbusi normal dengan parameter rataan μ dan standar deviasi σ, sehingga $\{X_t\}$ merupakan barisan peubah acak yang berdistribusi lognormal dengan parameter rataan μ dan standar deviasi σ. Jika Z merupakan bilangan acak dari distribusi $N(0,1)$ maka model *return* saham untuk distribusi lognormal adalah sebagai berikut:

$$X_t = exp(\mu + \sigma Z_t) \quad (2.17.4)$$

Berdistirbusi lognormal (μ, σ^2).

Menggunakan fungsi pembangkit momen dari ln X_t

$$M_{lnX_t}(t) = E(exp(t\ lnX_t)) = exp\left\{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\right\} \quad (2.17.5)$$

Nilai ekspetasi dari X_t adalah

$$E(X_t) = E\left(exp(lnX_t)\right) = \ exp\left\{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right\} \tag{2.17.6}$$

Yang mana menjadi faktor akumulasi yang diharapkan tiap tahunnya.

Varians dari X_t adalah

$$VarX_t = Var\left(exp(lnX_t)\right) = E\left(exp(2lnX_t)\right)^2$$

$$= exp\left\{2\mu + \frac{4}{2}\sigma^2\right\} - \left(exp\left\{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right\}\right)^2$$

$$= exp(2\mu + 2\sigma^2) \ - exp\left(\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) 2\right)$$

$$= exp(2\mu + 2\sigma^2) - exp(2\mu + \sigma^2)$$

$$= exp(2\mu + \sigma^2)(exp(\sigma^2) - 1) \tag{2.17.7}$$

Definisi dan konsep tentang model jangka panjang *return* saham diterima dengan baik bahwa nilai *return* pada dana pemegang polis setiap periodenya bukan sebuah angka pasti (Satrajit, 2016).

Pada penelitian ini diasumsikan akumulasi *return* berdistribusi lognormal. Nilai parameter μ dan σ dapat dihitung dengan persamaan berikut (Yunita, dkk., 2018):

$$\mu = \frac{\sum_{t=1}^{n} \ln(1+R_t)}{n} \tag{2.17.8}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} (ln(1+R_t)-\mu)^2}{n-1}} \tag{2.17.9}$$

2.18 Model Regime Switching Lognormal (RSLN)

Model *regime-switching* mengansumsikan bahwa proses diskrit beralih antara *regimes* acak K. Setiap *regime* (aturan) dicirikan oleh sebuah parameter yang berbeda. Satu dari *regime-switching* yang paling sederhana adalah *regime-switching* LN (RSLN), dengan peralihan proses secara acak setiap step waktu antara proses-proses K lognormal. Pendekatan ini mempertahankan beberapa kesederhanaan dari model lognormal. Tapi lebih akurat dalam perilaku pengamatan yang lebih tidak stabil.

Pada RSLN, diasumsikan bahwa proses *return* saham terletak pada salah satu dari K *regimes*. Misalkan ρ_t mendefiniskan *state* yang digunakan pada interval $[t, t+1)$, $\rho_t = 1,2,\dots,k$ dan Y_t adalah total nilai *return* pada t, dan Y_t merupakan proses log-*return* kemudian $Y_t = \log\left(\frac{G_{t+1}}{G_t}\right)$

$$Y_t|\rho_t \sim N(\mu_{\rho_t}, {\sigma_{\rho_t}}^2) \qquad (2.18.1)$$

dengan,

$$Y_t = \begin{cases} {z_j}^{(1)} \sim N(\mu_1, {\sigma_1}^2) \\ {z_j}^{(2)} \sim N(\mu_2, {\sigma_2}^2) \end{cases}$$

Dimana μ_{ρ_t} dan ${\sigma_{\rho_t}}^2$ adalah parameter rata-rata dan varians dari *regime* pada K.

Pada penelitian ini, yang akan digunakan adalah RSLN dengan 2 *state*. Umumnya, model ini sudah cukup dapat mendekati nilai akumulasi *return* saham.

Proses RSLN-2 bisa diilustrasikan seperti gambar berikut,

$$\begin{tikzcd} LN(\mu_1, {\sigma_1}^2) \arrow[d, shift right=3ex, "p_{1,2}"'] \\ LN(\mu_2, {\sigma_2}^2) \arrow[u, shift right=3ex, "p_{2,1}"'] \end{tikzcd}$$

Gambar 6. RSLN, dengan 2 *State* (RSLN-2)

Peralihan matriks **P** menunjukkan peluang dari *regime switching*. *Regime switching* diasumsikan untuk berada pada akhir tiap unit waktu, jadi misalkan $p_{1,1}$ adalah peluang proses tetap di *state* 1, dengan itu dalam *state* 1 untuk periode waktu sebelumnya, dan secara umum;

$$p_{i,j} = Pr[\rho_{t+1} = j|\rho_t = i] \quad i = 1,2 \; j = 1,2 \;\; i \neq j \qquad (2.18.2)$$

Jadi untuk model RSLN dengan dua *state*, ada 6 parameter yang harus diduga,

$$\Theta_{K=2} = \{\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, p_{1,2}, p_{2,1}\} \qquad (2.18.3)$$

Struktur pada model RSLN-2 cukup simpel dan hasil analitiknya tersedia. Diperoleh fungsi distribusi untuk hasil akumulasi pada beberapa waktu *t* dari unit investasi pada waktu ke t=0. Jika Y_t menunjukkan hasil akumulasi *return*, Y_t selalu bernilai positif dan ekspetasi nilai Y_t didapatkan:

$$Y_t = exp\left(\sum_{j=1}^{t} Y_j\right) \qquad (2.18.4)$$

Jika *n* menunjukkan jumlah periode yang digunakan pada *state* 1, lalu *t-n* merupakan jumlah periode yang digunakan pada *state* 2. Kemudian jumlah bersayarat $\sum_{j=1}^{t} Y_j|n$ mengikuti;

1. n independent, variabel acak berdistribusi normal dengan rata-rata μ_1 dan varian ${\sigma_1}^2$
2. *t-n* independent, variabel acak berdistribusi normal dengan rata-rata μ_2 dan varian ${\sigma_2}^2$

Jumlah ini juga (bersyarat) berdistribusi normal, dengan rata-rata $n\mu_1 + (t - n)\mu_2$ dan varian $n{\sigma_1}^2 + (t-n){\sigma_2}^2$. Ini berarti bahwa variabel bersyarat $R_t|n$ berdistribusi lognormal.

Misalkan Y_n adalah angka total dari banyak periode pada *state* 1 untuk sebuah proses $\{Y_t\}_{t=0}^{n}, Y_n \in \{0,1,\dots,n\}$. Jika fungsi peluang $P_r[Y_n = r] = p_n(r)$, misalkan $Y_n(t)$ adalah total *sojourn* dalam *state* 1 pada interval $[t, n)$ dan

$$P_r[Y_n(t) = r|\rho_{t-1}] \tag{2.18.5}$$

Untuk $r = 0,1,\dots,n-t$ dan $t = 0,1,\dots,n-1$. Sehingga $P_r[Y_n(t) = r|\rho_{t-1}] = 0$ untuk $r > n-t \ atau \, r < 0$. Contohnya $P_r[Y_n(t) = 0|\rho_{t-1} = 1]$ adalah probabilitas yang pada akhir periode unit nya tidak berada di *state* 1, mengingat bahwa proses yang pada *state* 1 ada pada periode sebelumnya, untuk $t \in [n-2, n-1)$, sehingga $P_r[Y_n(n-1) = 0|\rho_{t-1} = 1] = p_{1,2}$. Seperti;

$$P_r[Y_n(n-1) = 1|\rho_{t-1} = 1] = p_{1,1} \tag{2.18.6}$$

$$P_r[Y_n(n-1) = 0|\rho_{t-1} = 2] = p_{2,2} \tag{2.18.7}$$

$$P_r[Y_n(n-1) = 1|\rho_{t-1} = 2] = p_{2,1} \tag{2.18.8}$$

Dari nilai-nilai ini, diperlukan peluang untuk $Y_n = Y_n(0)$ menggunakan hubungan

$$P_r[Y_n(t) = r|\rho_{t-1}] = p_{\rho_{t-1},1}P_r[Y_n(t+1) = r-1|\rho_t = 1] + p_{\rho_{t-1},2}P_r[Y_n(t+1) = r|\rho_t = 2] \quad (2.18.9)$$

Pembuktian untuk (2.18.9) adalah dalam satuan waktu $t \rightarrow t+1$, salah satu dari yang berikut ini benar

1. Proses dalam *state* 1 $((\rho_t = 1)$ dengan peluang $p_{\rho_{t-1},1}$, yang meninggalkan r-1 periode waktu untuk digunakan dalam *state* 1 selanjutnya
2. Proses dalam *state* 2 $((\rho_t = 2)$ dengan peluang $p_{\rho_{t-1},2}$, dimana kasus r periode waktu pasti digunakan pada *state* 2 pada interval $[t+1, n)$

Akhirnya, pengulangan ini akan menghasilkan fungsi probabilitas untuk Y_0 yang bersyarat pada *state* 1 sebagai titik awal, $P_r[Y_n(0) = r|\rho - 1 = 1]$ dan syarat pada *state* 2 sebagai titik awal, $P_r[Y_n(0) = r|\rho - 1 = 2]$.

Untuk distribusi peluang tidak bersyarat, digunakan distribusi invariant (distribusi tetap) dari *regime-switching* Marcov chain. Yaitu $\pi = (\pi_1, \pi_2)$, peluang bahwa proses di *state* 1 adalah π_1 dan peluang bahwa proses di *state* 2 adalah $\pi_2 = 1 - \pi_1$. Pada distribusi invariant jika setiap proses transisi *return* bergerak, nilai mean dan varian dari distribusi *return* yang digunakan tiap *state* akan tetap sama tiap periodenya.

Vektor Π adalah stasioner untuk rantai markov dengan matriks transisi **P**, jika $\pi\boldsymbol{P} = \pi$, sehingga

$$\pi_1 p_{1,1} + \pi_2 p_{2,1} = \pi_1 \quad (2.18.10)$$

$$\pi_1 p_{1,2} + \pi_2 p_{2,2} = \pi_2 \qquad (2.18.11)$$

$$p_{1,1} + p_{1,2} = 1 \qquad (2.18.12)$$

$$\begin{bmatrix}\pi_1\\\pi_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\p_{21} & p_{22}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\pi_1\\\pi_2\end{bmatrix} \qquad (2.18.13)$$

Matriks probabilitas transisinya adalah

$$P = \begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\p_{21} & p_{22}\end{bmatrix}, 0 < p_{ij} < 1 \qquad (2.18.14)$$

Sehingga,

$$\pi_1 = \frac{p_{2,1}}{p_{1,2}+p_{2,1}} \quad dan \quad \pi_2 = 1 - \pi_1 = \frac{p_{1,2}}{p_{1,2}+p_{2,1}} \qquad (2.18.15)$$

Menggunakan distribusi invariant untuk proses *regime-switching*, fungsi peluang dari $Y_n(0)$ adalah $Pr[Y_n(0) = r] = p_n(r)$ dengan

$$p_n(r) = \pi_1 Pr[Y_n(0) = r|\rho - 1 = 1] + \pi_2 Pr[Y_n(0) = r|\rho - 1 = 2] \quad (2.18.16)$$

Menggunakan fungsi peluang untuk Y_n, distribusi dari total *return* pada waktu n bisa dihitung secara analitik. Misalkan Y_t melambangkan total *return* pada t, diasumsikan $Y_0 = 1$, maka

$$Y_t|Y_n \sim Ln(\mu_{\rho_t}(Y_n), \sigma_{\rho_t}(Y_n)) \qquad (2.18.17)$$

dengan $\mu_{\rho_t}(Y_n) = Y_n\mu_1 + (t - Y_n)\mu_2$

dan $\sigma_{\rho_t}(Y_n) = \sqrt{Y_n{\sigma_1}^2 + (t - Y_n){\sigma_2}^2}$;$\rho_t = 1,2$

Kemudian, jika $p_n(r)$ adalah fungsi distribusi untuk R_n;

$$F_{R_t}(x) = \Pr(Y_t \leq x) = \sum_{r=0}^{t} \Pr(Y_t \leq x | Y_n = r) p_n(r)$$

$$= \sum_{r=0}^{t} \Phi\left(\frac{\log x - \mu_{\rho_t}(r)}{\sigma_{\rho_t}(r)}\right) p_n(r) \qquad (2.18.18)$$

Dengan Φ adalah fungsi distribusi peluang normal baku.

Atau bisa ditulis, fungsi kepekatan peluang untuk Y_t adalah:

$$f_{Y_t}(x) = \sum_{r=0}^{t} \frac{1}{\sigma_{\rho_t}(r)} \phi\left(\frac{\log x - \mu_{\rho_t}(r)}{\sigma_{\rho_t}(r)}\right) p_n(r) \qquad (2.18.19)$$

Dengan ϕ adalah fungsi kepekatan peluang distribusi normal (Hardy, 2003).

Model RSLN (*Regime Switching Lognormal*) didefiniskan sebagai berikut:

$$Y_t = \exp\left(\mu_{\rho_t} + \sigma_{\rho_t} Z_t\right) \qquad (2.18.20)$$

dengan Y_t adalah akumulasi nilai *return* pada saat t dari 1 unit yang diinvestasikan pada saat t-1, ρ_t merupakan *state* pada interval $[t, t+1)$, $\rho_t = 1{,}2$
dan Z_t adalah variabel acak normal baku yang IID dari waktu ke waktu.

2.19 *Profit Testing*

Profit testing merupakan salah satu cara menghitung aliran kas perusahaan asuransi pada tiap akhir periode dari satu kontrak polis asuransi. *Profit testing* bertujuan untuk melihat keuntungan yang di dapat perusahaan asuransi dari suatu produk asuransi dan pada penelitian ini, *profit testing* akan dihitung dengan pendekatan stokastik. Hal yang mempengaruhi perhitungan aliran kas dengan pendekatan stokastik adalah nilai *return* yang akan dihasilkan dari investasi setiap periodenya. Yang paling umum digunakan adalah model lognormal, dan selain itu ada model RSLN (*Regime Switching Lognormal Model*) (Hardy, 2003).

Pada kasus polis produk asuransi *unit link* membayar premi pada perusahaan asuransi dan sebagai gantinya akan mendapatkan benefit jika mendapat musibah ditambah dengan nilai *return* dari investasi. Sebagian dari premi yang dibayarkan nasabah digunakan untuk biaya-biaya yang diperlukan untuk kepentingan polis asuransi itu sendiri, lalu sebagian lagi dialokasikan untuk investasi atas nama pemegang polis dalam dana investasi yang disebut sebagai dana pemegang polis.

Langkah-langkah dalam *profit testing* adalah sebagai berikut:

1. Pada perhitungan *profit testing*, dana pemegang polis dengan model stokastik dapat dihitung dengan rumus:

$$F_t = (F_{t-1} + AP_t)(1 + R_t - 1) - MC_t \tag{2.19.1}$$

   dengan :

   F_t : Dana pemegang polis

   AP_t : Premi yang dialokasikan

   R_t : *return* dalam aset pemegang polis dengan pendekatan stokastik

   MC_t : biaya managemen

2. Jika ada premi yang dialokasikan untuk biaya investasi, maka ada premi yang dialokasikan selain untuk biaya investasi.

Dapat dihitung dengan rumus:

$$UAP_t = P_t - AP_t \tag{2.19.2}$$

dengan:

UAP_t : premi yang tidak dialokasikan untuk investasi

P_t : premi keseluruhan (premi kotor)

AP_t : premi yang dialokasikan untuk investasi

3. Jika terjadi musibah kepada pemegang polis pada saat masih dalam masa pertanggungan asuransi, maka perusahaan asuransi perlu memperhitungkan berapa besar biaya yang harus dikeluarkan perusahaan untuk seseorang yang mengikuti kontrak pada tahun ke t. dapat dirumuskan sebagai berikut (Satrajit, 2016):

$$EDB_t = q_{x+t-1}\,(DB_t - F_t) \tag{2.19.3}$$

dengan:

EDB_t : manfaat biaya kematian yang diharapkan pada saat t untuk sebuah polis asuransi yang berlaku pada saat t-1

q_{x+t-1} : peluang meninggal seseorang yang berusia x+t-1 pada 1 tahun berikutnya

DB_t : biaya yang dibayarkan untuk ahli waris pemegang polis jika terjadi musibah dan dibayarkan pada akhir tahun kematian

F_t : Dana pemegang polis

4. *Profit vector* dapat ditulis $\mathrm{Pr} = (Pr_1, \ldots, Pr_t)$. Elemen dari *profit vector* Pr_t untuk $t \geq 1$ melambangkan keuntungan yang diharapkan pada setiap akhir

periode 1 kontrak polis asuransi yang berlaku pada waktu t-1, dalam kata lain awal periode polis asuransi. Itu melambangkan nilai pada waktu t=0 dari arus kas pra-kontrak, termasuk biaya akusisi, E_0, dan biaya pengaturan cadangan awal, ${}_0V$, yang diwajibkan. Jadi,

$$Pr_0 = -E_0 - {}_0V \qquad (2.19.4)$$

untuk t=1,2,3,…,t

$$Pr_t = UAP_t + I_t - E_t + MC_t - EDB_t \qquad (2.19.5)$$

dengan:

Pr_t : *profit vector* pada saat t

UAP_t : dana yang tidak dialokasikan pada saat t

I_t : bunga pada aset perusahaan asuransi dari t-1 hingga t untuk sebuah polis yang berlaku pada waktu t-1

E_t : biaya yang dikeluarkan perusahaan pada 1 kontrak polis asuransi pada saat t-1 untuk sebuah polis yang berlaku pada saat t-1

MC_t : biaya managemen

EDB_t : manfaat biaya kematian yang diharapkan pada saat t untuk sebuah polis asuransi yang berlaku pada saat t-1 (Dickson, *et al*., 2013).

5. Keuntungan perusahaan yang diperoleh setiap tahunnya disebut *profit signature.* Perkalian *profit vector* dengan peluang hidup seseorang merupakan keuntungan yang diharapkan pada akhir periode pada 1 kontrak polis, dirumuskan dengan

$$\Pi_t = {}_{t-1}p_x \mathrm{Pr}_t \qquad (2.19.6)$$

Vector Π disebut *profit signature* untuk kontrak asuransi *unit link* t tahun dengan

$$\Pi = (\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_t)$$
$$= \mathrm{Pr}_0, \mathrm{Pr}_1, \ {}_1p_x\mathrm{Pr}_2, \dots, \ {}_{t-1}p_x\mathrm{Pr}_t \qquad (2.19.7)$$

(Yunita, dkk., 2018).

6. *Net present value* (NPV) atau nilai sekarang *profit signature* dari kontrak asuransi adalah *present value* nilai tunai dari keuntungan. Untuk menentukan *present value*, didiskonkan suku bunga yang sesuai, yang biasanya lebih tinggi dari asumsi pada pada aset yang mana ditentukan dalam dasar *profit testing*. Diasumsikan tingkat bunga diskonto risiko dari r per tahun efektif, *net present value* dari sebuah polis asuransi adalah:

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \Pi_t v_r^t \qquad (2.19.8)$$

dengan

NPV : *net present value* dari sebuah polis asuransi
Π_t : *profit vector* perusahaan pada saat t
v_r^t : tingkat bunga diskonto dari r per tahun

$$v_r^t = \frac{1}{(1+i)^t} \qquad (2.19.9)$$

i_t merupakan tingkat bungaa perusahaan pada saat t (Dickson, *et al*., 2013).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Waktu penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2019/2020.

3.2 Data Penelitian

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data simulasi dan data sekunder. Data simulasi digunakan pada pandugaan nilai *return* model lognormal dan model RSLN-2. Selanjutnya data sekunder berupa ilustrasi polis produk asuransi jiwa *unit link* yang meliputi umur peserta, premi yang dibayarkan, premi yang dialokasikan untuk investasi, biaya manajemen, biaya perusahaan asuransi, manfaat kematian, dan tabel mortalita.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan studi literature secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku penunjang maupun media lain seperti internet untuk mendapatkan informasi sebanyak-banyaknya. Untuk menganalisa data yang didapat, digunakan bantuan salah satu *software* matematika dan *microsoft excel* (proses perhitungan data).

Berikut tahapan yang dilakukan dalam analisis data pada penelitian ini:

1. Menentukan produk asuransi jiwa *unit link* sebagai objek yang akan diteliti.
   a. Mengalokasikan besar premi untuk investasi (AP_t)
   b. Mengalokasikan besar premi selain untuk investasi (UAP_t)
   c. Menyusun tabel perhitungan berdasarkan tabel mortalita pensiun (taspen), nilai yang akan dihitung adalah q_x dan ${}_kp_x$

2. Melakukan simulasi dugaan nilai *return* model lognormal dengan langkah-langkah:
   a. Melakukan simulasi data historis return dengan n=50
   b. Membangkitkan bilangan acak (z) normal baku (0,1)
   c. Menghitung parameter rata-rata μ dan standar deviasi σ untuk distribusi lognormal
   d. Menghitung akumulasi *return* untuk aset dana pemegang polis. Dengan $R_t = exp(\mu + \sigma z_t)$

3. Melakukan simulasi dugaan nilai *return* model RSLN-2 dengan langkah-langkah:
   a. Melakukan simulasi data historis return dengan n=50
   b. Membangkitkan bilangan acak uniform u~U (0,1)
   c. Jika $u < Pr[\rho_0 = 1]$, diasumsikan $\rho_0 = 1$; selainnya diasumsikan $\rho_0 = 2$
   d. Membangkitkan bilangan acak (z) normal baku (0,1)
   e. Menghitung parameter μ_1, μ_2 dan standar deviasi σ_1, σ_2 untuk model RSLN-2
   f. Menghitung akumulasi *return* untuk aset dana pemegang polis. Dengan $R_t = exp\left(\mu_{\rho_t} + \sigma_{\rho_t} z_t\right)$

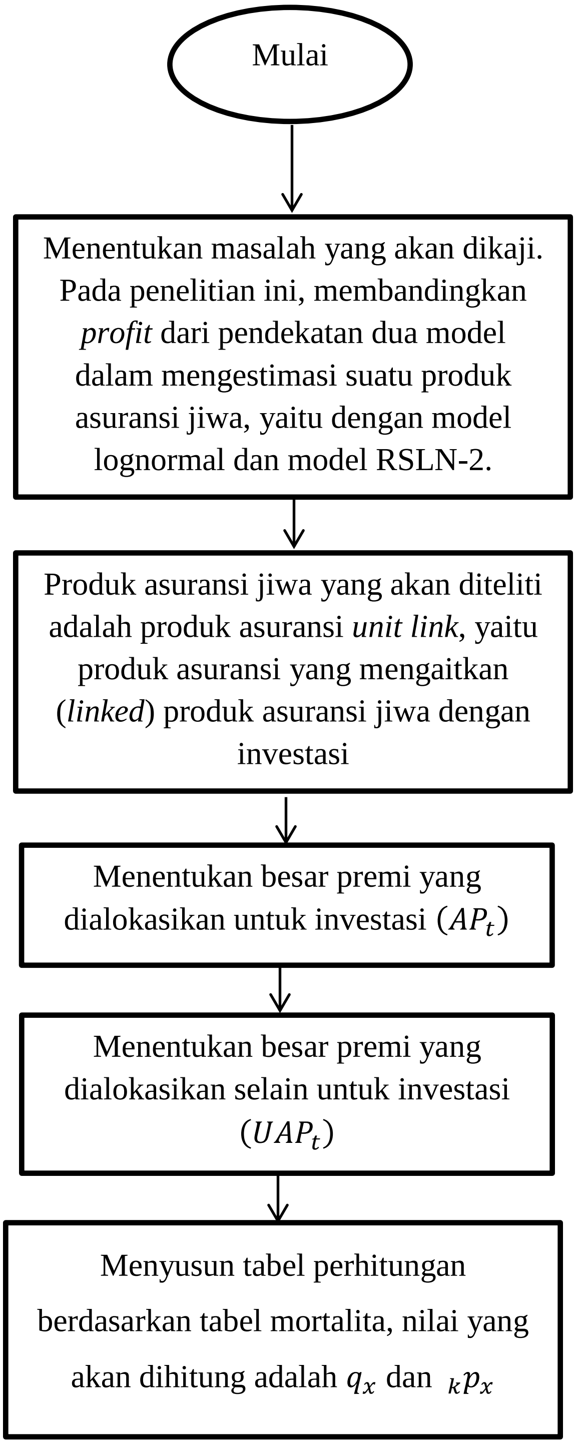
4. Menghitung *profit testing* untuk masing-masing model
   a. Menentukan besar biaya manajemen pada saat t (MC_t)
   b. Menghitung dana pemegang polis pada saat t (F_t)
   c. Mengitung biaya yang dikeluarkan perusahaan pada saat t (E_t)
   d. Menghitung besar bunga yang diperoleh perusahaan pada saat t (I_t)
   e. Menghitung manfaat kematian yang diharapkan pada saat t (EDB_t)
   f. Menghitung total keuntungan yang diperoleh perusahaan pada saat t (Pr_t)
   g. Menghitung *profit signature* (Π)
   h. Menghitung *net present value* (NPV) dari *profit signature*

5. Membandingkan hasil perhitungan *profit testing* asuransi *unit link* dengan dugaan nilai *return* model lognormal dan model RSLN-2.

6. Melakukan *profit testing* dengan jumlah data historis *return* yang berbeda kemudian membandingkannya.

3.4 Diagram Alir

Adapun diagram alir dari penelitian ini adalah sebagai berikut:



Simulasi nilai *return* model Lognormal pada tiap akhir periode

1. Membangkitkan bilangan acak (z) normal baku (0,1)
2. Menghitung parameter rata-rata μ dan standar deviasi σ untuk distribusi lognormal dari data historis *return*
3. Menghitung akumulasi *return* untuk aset dana pemegang polis
$$R_t = exp(\mu + \sigma z_t)$$

Simulasi nilai *return* model RSLN-2 pada tiap akhir periode

1. Membangkitkan bilangan acak uniform u~U (0,1)
2. Jika $u < Pr[\rho_0 = 1]$, maka $\rho_0 = 1$; selainnya $\rho_0 = 2$
3. Membangkitkan bilangan acak (z) normal baku (0,1))
4. Menghitung parameter rata-rata μ_1, μ_2 dan standar deviasi σ_1, σ_2 untuk model RSLN-2
5. Menghitung akumulasi *return* untuk aset dana pemegang polis. Dengan $R_t = exp\left(\mu_{\rho_t} + \sigma_{\rho_t} z_t\right)$

Untuk masing-masing model, dihitung:

Besar biaya manajemen pada saat t (MC_t), besar dana pemegang polis pada saat t (F_t), besar biaya yang dikeluarkan perusahaan pada saat t (E_t), besar bunga yang diperoleh perusahaan pada saat t (I_t), besar manfaat kematian yang diharapkan pada saat t (EDB_t), total keuntungan yang diperoleh perusahaan pada saat t (Pr_t), besar *profit signature* (Π), besar *net present value* (NPV) dari *profit signature*

Membandingkan hasil perhitungan *profit testing* asuransi *unit link* dengan dugaan nilai *return* model lognormal dan model RSLN-2 dari nilai NPV kedua model tersebut.

Gambar 7. Diagram Alir Pembandingan *Profit Testing* Model Lognormal dan RSLN-2 pada Asuransi *Unit Link*

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasi yang telah diperoleh, ada beberapa hal yang dapat diketahui yaitu sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil yang telah diperoleh, keuntungan perusahaan dari 1 kontrak polis menggunakan penghitungan model lognormal dari satu simulasi perusahaan harus menyiapkan dana lebih sebesar Rp2.185.777,13 dari 1 orang yang mengikuti asuransi dengan usia penandatanganan polis 35 tahun dengan masa penanggungan hingga usia 99 tahun.

2. Pada model RSLN-2 perhitungan *profit testing* dari satu simulasi untuk 1 kontrak polis asuransi perusahaan mendapat dana lebih sebesar Rp49.679,56 dengan usia penandatanganan polis 25 tahun dengan masa penanggungan hingga usia 99 tahun. Perusahaan juga mendapat dana lebih sebesar Rp6.887.542,07 dari 1 orang yang mengikuti asuransi dengan usia penandatanganan polis 35 tahun dengan masa penanggungan hingga usia 99 tahun.

3. Setelah dilakukan simulasi dengan jumlah n berbeda, pada model lognormal dapat dilihat bahwa besar NPV pada jumlah n=25 ke n=50 mengalami

peningkatan nilai, tetapi kembali menurun saat n=75. Berlaku untuk kedua usia penandatanganan polis. Hal itu dikarenakan sifat model lognormal yang terkadang kurang konsisten jika jumlah *return* yang dihitung dari data historis jangka panjang. Sedangkan untuk model RSLN-2, semakin besar jumlah n yang digunakan maka semakin meningkat nilai NPV yang didapatkan. Berlaku untuk kedua usia penandatanganan polis.

DAFTAR PUSTAKA

Bell, F.C. & Miller, M.L. 2005. *Life Tables for the United States Social Security Area, 1900-2010*. Actuarial Study No. 120. Office of the Chief Actuary Social Security Administrartion, Washington DC.

Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., Nesbitt, C.J. 1997. *Actuarial Mathematics.* Ed. ke-2. The Society of Actuaries. Schaumburg, Illinois P.

Bumiputera, A.J.B. 1912. *Komisi Pendidikan. 1084 Sejarah Asuransi Jiwa Bersama Bumiputera 1912.* Penerbit PT. Mardi Mulyo, Jakatra.

Dickson, C.M.D., Hardy, M.R., Waters, H.R. 2013. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks.* Second Edition. Cambridge University Press, United Kingdom.

Futami, F. 1988. *Matematika Asuransi Jiwa.* Bagian I. Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo.

Hardy,M. 2003. *The New Science of Modeling and Risk Management for Equity-Linked Life Insurance*. John Wiley & Sons Inc., Canada.

Rosenkrantz, A.W. 2003. *Why Stock Prices Have a Lognormal Distribution.* University of Massachusetts, Amherst.

Satrajit, M. 2016. *Unit Linked Insurance Plans and Their Applications in India*. Thesis. University of Tartu, Tartu.

Susetyo, R.K., Zam, A.F., Hudiyanto. 2017. *Kajian Perlindungan Konsumen Sektor Jasa Keuangan: Unit Link*. Departemen Perlindungan Konsumen, Jakarta.

Sembiring, R.K. 1986. *Asuransi I*. Penerbit Karunika, Jakarta.

Taylor, H.M. & Samuel, K., 1984. *An Introduction to Stochastic Modeling*. Academic Press Inc, United Kingdom.

Widana, I.N. & Ketut, J., 2019. Analisis Produk Asuransi *Unit Link* di Indonesia. *E-Jurnal Matematika.* **8**(1). 42-47

Yunita, V.T., Widana, I.N., Harini, L.P.I. 2018. Perbandingan Profit Testing Model Deterministik dan Stokastik pada Asuransi Unit Link. *E-Jurnal Matematika Universitas Udayana.* **7**(2): 194-202.