

**PENERAPAN SEM-PLS DAN ANALISIS MEDIASI DALAM  
MENENTUKAN FAKTOR YANG MEMPENGARUHI INDEKS  
PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI LAMPUNG  
TAHUN 2016**

**(Skripsi)**

Oleh  
**KURNIA DESSY ANGGRAINI**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2019**

## **ABSTRACT**

### **APPLICATION OF SEM-PLS AND MEDIATION ANALYSIS IN DETERMINING FACTORS OF HUMAN DEVELOPMENT INDEX IN LAMPUNG PROVINCE IN 2016**

**By**

**Kurnia Dessy Anggraini**

Structural Equation Modeling (SEM) is a class of multivariate techniques that combine aspects of factor analysis and regression, meanwhile partial least square is soft modeling approach to SEM without any assumptions about data distribution and minimal number of observation that often called as PLS SEM. The purpose of this study is to determine the factors affecting human development index in Lampung Province in 2016 and to determine the influence of each factors towards the human development index using SEM-PLS. The results of this research show that economy and education influence the human development index significantly.

Key words: partial least square, human development index, latent variable

## ABSTRAK

### **PENERAPAN SEM-PLS DAN ANALISIS MEDIASI DALAM MENENTUKAN FAKTOR YANG MEMPENGARUHI INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2016**

Oleh

**Kurnia Dessy Anggraini**

*Structural Equation Modeling* (SEM) adalah analisis multivariat yang menggabungkan analisis faktor dan regresi, sedangkan *Partial Least Square* adalah pendekatan *soft modeling* pada SEM yang tidak memiliki asumsi sebaran data dan jumlah minimal amatan yang sering disebut dengan PLS SEM. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Lampung tahun 2016 dan juga menghitung besarnya pengaruh dari masing-masing faktor terhadap indeks pembangunan manusia. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa ekonomi dan pendidikan mempunyai pengaruh langsung yang signifikan

Kata kunci: *partial least square*, indeks pembangunan manusia,  
variable laten

**PENERAPAN SEM-PLS DAN ANALISIS MEDIASI DALAM  
MENENTUKAN FAKTOR YANG MEMPENGARUHI INDEKS  
PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN  
2016**

Oleh

*Kurnia Dessy Anggraini*

**Skripsi**

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar  
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2019**

Judul Skripsi : **PENERAPAN SEM-PLS DAN ANALISIS MEDIASI  
DALAM MENENTUKAN FAKTOR YANG  
MEMPENGARUHI INDEKS PEMBANGUNAN  
MANUSIA DI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2016**

Nama Mahasiswa : **Kurnia Dessy Anggraini**

No. Pokok Mahasiswa : 1417031067

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**Drs. Eri Setiawan, M.Si.**  
NIP 19581101 198803 1 002

**Drs. Nusyirwan, M.Si.**  
NIP 19661010 199205 1 001

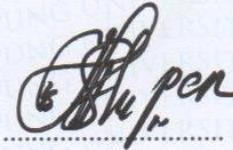
2. Ketua Jurusan Matematika

**Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**  
NIP 19631108 198902 2 001

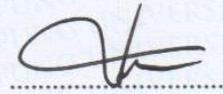
**MENGESAHKAN**

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**



Sekretaris : **Drs. Nusyirwan, M.Si.**



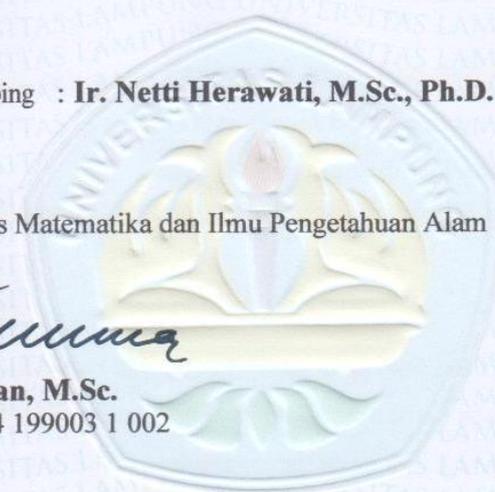
Penguji  
Bukan Pembimbing : **Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**Drs. Suratman, M.Sc.**  
NIP. 19640604 199003 1 002



Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **22 April 2019**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Kurnia Dessy Anggraini**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **1417031067**  
Jurusan : **Matematika**  
Judul Skripsi : **Penerapan SEM-PLS dan Analisa Mediasi  
Dalam Menentukan Faktor yang  
Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia  
di Provinsi Lampung Tahun 2016**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar Lampung, 22 Mei 2019

Yang Menyatakan,



**Kurnia Dessy Anggraini**

NPM. 1417031067

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Kurnia Dessy Anggraini, putri sulung Bapak Ngatijan dan Ibu Kentar Handayani serta kakak dari Gamma Aulia Damayanti. Penulis lahir di Kotabumi pada tanggal 13 Desember 1995.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SD Abadi Pekasa Kabupaten Tulang Bawang dari tahun 2002 – 2008. Kemudian melanjutkan pendidikan di SMP Abadi Perkasa Kabupaten Tulang Bawang dan lulus pada tahun 2011. Kemudian menempuh pendidikan di SMA Sugar Group Kabupaten Lampung Tengah dan lulus pada tahun 2014.

Pada tahun 2014 penulis diterima sebagai mahasiswi di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Pada tahun 2017 penulis melakukan Kerja Praktik di Kantor Pelayanan dan Perbendaharaan Negara Kotabumi dan melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Kuripan, Kecamatan Limau, Kabupaten Tanggamus. Selain di bidang akademik penulis juga aktif dalam organisasi, pada tahun 2016 penulis menjadi salah satu anggota dari organisasi AIESEC Universitas Lampung dan mengakhiri jabatannya di AIESEC pada tahun 2018 dengan menjabat sebagai *Vice President of Marketing* .

## **KATA INSPIRASI**

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan

(Q.S. Al Insyirah : 6)

*When you start to feel like things should have been better this year, remember the mountains and valleys that brought you here.*

(Morgan Harper Nichols)

*I can do this and even if I can't I have to*

(Kurnia Dessy Anggraini)

*Don't compare your life to others. There's no comparison between the sun and the moon, they shine when it's their time.*

(Unknwon)

## **PERSEMBAHAN**

Karyaku yang kecil dan sederhana ini aku persembahkan kepada:

### **Ayah dan Ibu**

Terima kasih kepada Ayah dan Ibu yang senantiasa sabar membimbing, memberikan semangat, dukungan moril dan materil serta do'a dan kasih sayang yang tiada henti.

### **Adikku Gamma Aulia Damayanti**

Terima kasih kepada adik Gamma yang selalu memberikan do'a, motivasi, semangat, dan candaan penghibur selama ini.

### **Sahabat-sahabatku Selvia, Mamal, Dea, Laely, Maria, Gilda, Shofi**

Terima kasih kepada para sahabatku yang tiada henti memberikan do'a, semangat, motivasi, dan saran padaku serta telah memberikan pengalaman yang berharga selama ini.

### **Almamater dan Negeriku**

## SANWACANA

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini, dengan judul Penerapan SEM-PLS dan Analisis Mediasi Dalam Menentukan Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Lampung Tahun 2016.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terwujud tanpa adanya dukungan bimbingan, bantuan, saran, serta do'a dari berbagai pihak sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku dosen pembimbing satu dan sekaligus pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, dan saran kepada penulis dalam mengerjakan skripsi.
2. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku pembimbing dua yang telah memberikan saran serta pembelajaran yang sangat bermanfaat dalam menyelesaikan skripsi.
3. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., selaku pembahas dan penguji skripsi yang telah memberikan evaluasi, arahan, dan saran demi perbaikan skripsi.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Seluruh dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Ayah dan Ibu tercinta yang selalu berjuang dan berdo'a demi kesuksesan penulis.
7. Adik Gamma Aulia terima kasih atas segala dukungan, motivasi, saran, semangat, dan candaan penghiburan.
8. Selvia, Mamal, Dea, Laely, Maria, Gilda, dan Shofi sahabat-sahabat tercinta terima kasih atas segala do'a, dukungan, dan bantuan kepada penulis agar tetap bersemangat selama proses pengerjaan penelitian ini berlangsung.
9. Teman-teman di AIESEC Universitas Lampung, khususnya EB 1718, Team Poison 1718, dan *Hometown Project* 2018 terima kasih atas segala pengalaman yang penulis dapat selama berproses dalam mengikuti kegiatan organisasi.
10. Kevin Sanjaya dan *Kim Seok-Jin* terimakasih atas semangat dan penghiburan yang penulis dapatkan selama proses pengerjaan skripsi.
11. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2014.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga informasi tambahan, saran, dan kritik untuk pengembangan lebih lanjut sangatlah penulis harapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan bagi kita semua.

Bandar Lampung, April 2019

Penulis

**Kurnia Dessy Anggraini**

## **PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA**

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Kurnia Dessy Anggraini**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **1417031067**  
Jurusan : **Matematika**  
Judul Skripsi : **Penerapan SEM-PLS dan Analisi Mediasi  
Dalam Menentukan Faktor yang  
Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia  
di Provinsi Lampung Tahun 2016**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar Lampung, 22 Mei 2019

Yang Menyatakan,

**Kurnia Dessy Anggraini**

NPM. 1417031067

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xvi
<b>I. PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang dan Masalah .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	3
1.3 Manfaat Penelitian .....	4
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
2.1 <i>Structural Equation Modeling (SEM-PLS)</i> .....	5
2.2 Algoritma PLS-SEM .....	23
2.3 Kriteria Kualitas Model .....	24
2.3.1 Model Pengukuran ( <i>Outer Model</i> ) .....	24
2.3.1 Model Struktural ( <i>Inner Model</i> ) .....	25
2.4 Analisis Mediasi .....	26
2.5 Indeks Pembangunan Manusia .....	28
2.6 Faktor-faktor yang Mempengaruhi IPM .....	30
<b>III. METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	36
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	36
3.2 Data Penelitian .....	36
3.3 Metode Penelitian .....	38
<b>IV. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	41
4.1 Diagram Jalur & Spesifikasi Model .....	41
4.2 Analisis Model Pengukuran .....	42
4.2.1 <i>Convergent Validity</i> .....	42

4.2.2	<i>Discriminant Validity</i> .....	43
4.2.3	<i>Reability</i> .....	45
4.3	Analisis Model Struktural.....	45
4.4	Pengujian Hipotesis.....	47
4.4.1	Pengujian Hipotesis Model Pengukuran.....	47
4.4.2	Pengujian Hipotesis Model Struktural.....	48
4.5	Pengujian Pengaruh Analisis Mediasi.....	50
<b>V.</b>	<b>KESIMPULAN</b> .....	<b>55</b>
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>56</b>
	<b>LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Deskripsi Variabel Penelitian.....	37
2. Nilai <i>Loading Factor</i> dan AVE.....	43
3. Nilai <i>Cross Loading</i> .....	44
4. Indikator <i>Reability</i> .....	45
5. <i>R Square</i> .....	46
6. <i>Outer Loadings</i> .....	48
7. <i>Path Coefficient</i> .....	49
8. <i>Specific Indirect Effect</i> PEN-EKO-IPM.....	51
9. <i>Specific Indirect Effect</i> PEN-EKO-IPM.....	53

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Model SEM.....	19
2. Model Pengukuran Reflektif & Formatif.....	20
3. Diagram Proses Mediasi.....	27
4. Diagram Jalur Persamaan Model.....	40
5. Diagram Jalur Pada Model.....	41
6. Diagram jalur PEN – EKO – IPM.....	51
7. Diagram Jalur PEN – KES – IPM.....	52

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

*Partial Least Square (PLS)* adalah model alternatif dari SEM yang tidak memerlukan asumsi data distribusi dan minimal jumlah data (Sharma and Kim, 2012). PLS menggunakan variabel laten endogen dan eksogen untuk menentukan pengaruh setiap variabel laten terhadap variabel laten endogenus akhir. Setiap variabel laten memiliki masing-masing indikator yang dapat menjelaskan variabel laten itu sendiri, baik secara refleksif maupun formatif.

Indikator pengukuran dari pembangunan manusia pertama kali dideklarasikan oleh *United Nations Development Programme (UNDP)* pada tahun 1990. UNDP memperkenalkan metode baru dalam mengukur pembangunan manusia yaitu Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Sejak saat diumumkan, IPM telah menjadi sebuah indikator penting yang digunakan untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia. IPM menjelaskan bagaimana penduduk dapat mengakses hasil pembangunan dalam memperoleh pendapatan, kesehatan, pendidikan, dan sebagainya (BPS, 2015). Indonesia sendiri sudah menerapkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sejak tahun 1996. IPM

dibentuk atas tiga dasar : umur panjang dan hidup sehat, kemampuan untuk memiliki pengetahuan, dan standar kehidupan yang layak. Ketiga indikator tersebut saling mempengaruhi satu sama lain, selain itu dapat dipengaruhi oleh faktor-faktor lain seperti ketersediaan kesempatan kerja yang ditentukan oleh pertumbuhan ekonomi, infrastruktur, dan kebijakan pemerintah sehingga IPM akan meningkat apabila ketiga unsur tersebut dapat ditingkatkan dan nilai IPM yang tinggi menandakan keberhasilan pembangunan ekonomi suatu negara (UNDP, 2015).

Provinsi Lampung secara administratif terbagi menjadi 15 wilayah kabupaten/kota, dengan banyaknya jumlah kabupate/kota tentunya akan memberikan gambaran mengenai gambaran pembangunan manusia yang bervariasi. Untuk Provinsi Lampung, Kota Metro menduduki peringkat pertama dengan nilai IPM mencapai 75,45 , diikuti dengan Kota Bandar Lampung dengan nilai IPM 75,34 , dan dua kabupaten terendah yaitu Pesisir Barat dengan nilai IPM 61,50 dan Kabupaten Mesuji dengan nilai IPM sebesar 60,15.

Berdasarkan keadaan di atas, penelitian ini akan menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Lampung dengan menggunakan beberapa indikator yang didapatkan dari penelitian sebelumnya yang berkaitan dan juga beberapa teori tentang pembangunan manusia itu sendiri. Jumlah kabupaten atau kota di Provinsi Lampung yang akan dijadikan objek penelitian berjumlah 15. Angka tersebut merupakan angka yang sangat kecil dan tentunya tidak dapat memenuhi asumsi distribusi normal. Untuk kriteria data

tersebut, maka penelitian ini akan menggunakan *Structural Equation Modeling-Partial Least Square* (SEM-PLS).

Kelebihan dari menggunakan SEM-PLS sebagai alat statistik dalam menentukan faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia adalah model yang dapat mengidentifikasi rantai pengaruh dari Indeks Pembangunan Manusia. Rantai pengaruh digambarkan dalam bentuk diagram jalur dan dapat menentukan pengaruh langsung dan tidak langsung dari variabel laten berdasarkan pada model di diagram jalur tersebut. Pengaruh tidak langsung pada model akan ditentukan oleh analisis mediasi yang ditambahkan dalam metode PLS. Kombinasi SEM-PLS dan analisis mediasi dapat mengidentifikasi rantai pengaruh yang terdapat pada model dan pengaruh total dari setiap faktor terhadap Indeks Pembangunan Manusia.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan dilakukan penelitian ini adalah untuk menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Lampung pada tahun 2016 dan juga menghitung besarnya pengaruh dari masing-masing faktor terhadap Indeks Pembangunan Manusia

### 1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah

1. Menambah wawasan serta ilmu untuk penulis tentang penerapan SEM-PLS dan analisis mediasi.
2. Menambah wawasan tentang penggunaan *software Smart PLS 3.0*
3. Memberikan masukan kepada pemerintah sector apa saja yang harus ditingkatkan oleh Pemerintah Daerah Provinsi Lampung agar IPM di seluruh Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung dapat terus meningkat.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### *2.1 Structural Equation Modelling-Partial Least Square (SEM-PLS)*

SEM merupakan suatu metode analisis yang digunakan untuk mengetahui hubungan kausal antara variabel-variabel laten dan variabel-variabel teramati (Bollen, 1989). SEM dikembangkan oleh Karl Jöreskog, Keesling, dan Willey. SEM menjadi salah satu metode paling populer dalam analisis multivariate, terutama dalam ilmu-ilmu sosial. SEM merupakan suatu teknik analisis multivariate yang memungkinkan untuk menguji hubungan antara variabel yang kompleks untuk memperoleh gambaran menyeluruh mengenai keseluruhan model (Mattjik, 2011). Konstruk atau variabel laten dalam SEM adalah variabel yang tidak dapat diukur secara langsung dan memerlukan beberapa indikator untuk mengukurnya.

Pada statistika varians merupakan ukuran penyebaran dari suatu data. Varians untuk data populasi diberi simbol  $\sigma^2$ , sedangkan varians untuk sampel diberi simbol S. Notasi lain dari varians untuk variabel acak X dapat ditulis  $\sigma_x^2$  atau  $\text{Var}(X)$ . Varians populasi terhingga  $x_1, x_2, \dots, x_n$  didefinisikan sebagai :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N} \quad (1)$$

dengan

$\mu$  = rata-rata populasi

$N$  = banyaknya data observasi

Varians sampel untuk sebuah sampel acak  $x_1, x_2, \dots, x_n$  didefinisikan sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2)$$

dengan

$\bar{x}$  = rata-rata populasi

$n$  = banyaknya data observasi

Varians dari variabel acak  $X$  dinotasikan dengan  $\text{Var}(X)$  dan didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E(X - \mu)^2 \\ &= E(X)^2 - \mu^2 \end{aligned} \quad (3)$$

dengan

$E(X) = \int x f(x) dx$ , jika  $x$  variabel acak kontinu

$E(X) = \sum x f(x)$ , jika  $x$  variabel acak diskret

Sedangkan kovarians adalah ukuran keterkaitan antara dua variabel, misal  $X$  dan  $Y$ .

kovarians dinotasikan  $\text{Cov}(X, Y)$  atau  $\sigma_{XY}$

Kovarians dari variabel acak  $X$  dan  $Y$  didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= (X - \mu_x)(Y - \mu_y) \\ &= E(X, Y) - E(X)E(Y) \end{aligned} \quad (4)$$

Matriks varians kovarians populasi dapat diperoleh berdasarkan penjabaran berikut:

$$\begin{aligned}
 E(\mathbf{Y}-\boldsymbol{\mu})(\mathbf{Y}-\boldsymbol{\mu})' &= E \left( \begin{bmatrix} Y_1 - \mu_1 \\ Y_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ Y_p - \mu_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 - \mu_1 & Y_2 - \mu_2 & \dots & Y_p - \mu_p \end{bmatrix} \right) \\
 &= E \begin{bmatrix} (Y_1 - \mu_1)^2 & (Y_1 - \mu_1)(Y_2 - \mu_2) & \dots & (Y_1 - \mu_1)(Y_p - \mu_p) \\ (Y_2 - \mu_2)(Y_1 - \mu_1) & (Y_2 - \mu_2)^2 & \dots & (Y_2 - \mu_2)(Y_p - \mu_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (Y_p - \mu_p)(Y_1 - \mu_1) & (Y_p - \mu_p)(Y_2 - \mu_2) & \dots & (Y_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} E(Y_1 - \mu_1)^2 & E(Y_1 - \mu_1)(Y_2 - \mu_2) & \dots & E(Y_1 - \mu_1)(Y_p - \mu_p) \\ E(Y_2 - \mu_2)(Y_1 - \mu_1) & E(Y_2 - \mu_2)^2 & \dots & E(Y_2 - \mu_2)(Y_p - \mu_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ E(Y_p - \mu_p)(Y_1 - \mu_1) & E(Y_p - \mu_p)(Y_2 - \mu_2) & \dots & E(Y_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Dari persamaan 3 dan 4 yaitu:

$$\text{Var}(\mathbf{X}) = E[(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^2] \text{ dan}$$

$$\text{Cov}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = [(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_x)(\mathbf{Y} - \boldsymbol{\mu}_y)']$$

matriks diatas dapat ditulis sebagai berikut:

$$E(\mathbf{Y} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Y} - \boldsymbol{\mu})' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Sigma} \quad (5)$$

Matriks  $\boldsymbol{\Sigma}$  pada persamaan di atas merupakan matriks kovarians dengan:

$\sigma_i^2 = \text{Var}(\mathbf{Y}_i)$  yang menyatakan varians populasi

$\sigma_{ij}^2 = \text{Cov}(\mathbf{Y}_i, \mathbf{Y}_j)$  yang menyatakan kovarians antara  $Y_i$  dan  $Y_j$ , untuk  $i, j = 1, 2, \dots, p$

Matriks kovarians sampel sebagai penduga untuk  $\boldsymbol{\Sigma}$  adalah sebagai berikut:

$$s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\mathbf{y}} - \boldsymbol{\mu})(\bar{\mathbf{y}} - \boldsymbol{\mu})' ; \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n$$

$$= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{ip} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ip} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \cdots & \bar{y}_p \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)^2 & \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)(y_{i2} - \bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)(y_{ip} - \bar{y}_p) \\ \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)(y_{i1} - \bar{y}_1) & \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)(y_{ip} - \bar{y}_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)(y_{i1} - \bar{y}_1) & \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)(y_{i2} - \bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)^2 \end{bmatrix}$$

Jadi

$$\mathbf{S} = (S_{jk}) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & \cdots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dengan elemen diagonal  $s_{jj}$  (dapat dinotasikan dengan  $S_j^2$ ) yang menyatakan varians sampel dari variabel ke- $j$  yang diperoleh dari:

$$S_{jj} = s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2 \quad (7)$$

Dan  $s_{jk}$  merupakan kovarians sampel dari variabel ke- $j$  dan ke- $k$

$$S_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{ik} - \bar{y}_k) \quad (8)$$

Suatu matriks acak  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  berderajat  $p$  dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah  $\boldsymbol{\mu}$  dan matriks kovarian  $\boldsymbol{\Sigma}$ , dituliskan

$$\mathbf{X} \sim \mathbf{N}_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (9)$$

Misalkan  $x_1, x_2, \dots, x_p$  variabel acak dari distribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah  $\underline{\mu}$  dan matriks kovarian  $\Sigma$  penduga  $\underline{\mu}$  diberikan oleh:

$$\underline{\mu} = E(x) = \begin{bmatrix} E(x_1) \\ E(x_2) \\ \vdots \\ E(x_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}$$

dengan

$$\underline{\mu} = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (10)$$

Sedangkan penduga  $\Sigma$  diberikan oleh:

$$\Sigma = \frac{1}{n} \left[ \sum_{r=i}^n (x_{ir} - \bar{x}_r)(x_{jr} - \bar{x}_j) \right] \quad (11)$$

Konsep kovarian dirangkum dalam suatu matriks yang memuat varian dan kovarian, sebagai berikut:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \mathit{var}(X_1) & \mathit{cov}(X_1, X_2) & \dots & \mathit{cov}(X_1, X_p) \\ \mathit{cov}(X_2, X_1) & \mathit{var}(X_2) & \dots & \mathit{cov}(X_2, X_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathit{cov}(X_p, X_1) & \mathit{cov}(X_p, X_2) & \dots & \mathit{var}(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

SEM merupakan gabungan dari dua metode statistik yang terpisah yaitu analisis faktor (*factor analysis*) yang dikembangkan di ilmu psikologi dan psikometri dan model persamaan simultan (*simultaneous equation modelling*) yang dikembangkan di ekonometrika.

Dalam bentuk umum model persamaan struktural didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan vektor acak  $\eta^T = \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$  dan  $\xi^T = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  berturut-turut

adalah variabel laten endogen dan eksogen membentuk persamaan simultan dengan sistem hubungan persamaan linier:

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (12)$$

Dimana  $\boldsymbol{\alpha}$  adalah vektor intersep,  $\mathbf{B}$  dan  $\boldsymbol{\Gamma}$  adalah matrik koefisien dan  $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m)$  adalah vektor galat dalam persamaan struktural. Elemen  $\mathbf{B}$  menghadirkan pengaruh variabel  $\boldsymbol{\eta}$  dalam variabel  $\boldsymbol{\eta}$  lainnya, dan elemen  $\boldsymbol{\Gamma}$  menghadirkan pengaruh langsung variabel  $\boldsymbol{\xi}$  dalam variabel  $\boldsymbol{\eta}$ . Diasumsikan bahwa  $\boldsymbol{\xi}$  tidak berkorelasi dengan  $\boldsymbol{\zeta}$  dan  $\mathbf{I} - \mathbf{B}$  adalah nonsingular. Bentuk persamaan struktural didapatkan dengan uraian sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \boldsymbol{\eta} - \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{B})\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\ \boldsymbol{\eta} &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \end{aligned} \quad (13)$$

Keterangan persamaan (13) sebagai berikut:

$\boldsymbol{\alpha}$  : vektor intersep  $m \times l$

$\mathbf{B}$  : matriks koefisien peubah laten endogenus berukuran  $m \times m$

$\boldsymbol{\Gamma}$  : matriks koefisien peubah laten eksogenus berukuran  $m \times n$

$\boldsymbol{\eta}$  : vektor peubah laten endogenus berukuran  $m \times l$

$\boldsymbol{\xi}$  : vektor peubah laten eksogenus berukuran  $n \times l$

$\boldsymbol{\zeta}$  : vektor sisaan acak hubungan antara  $\boldsymbol{\eta}$  dan  $\boldsymbol{\xi}$  berukuran  $m \times l$

Vektor acak  $\boldsymbol{\eta}$  dan  $\boldsymbol{\xi}$  tidak diukur secara langsung tetapi melalui indikatornya yaitu variabel  $\mathbf{Y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_p)$  dan  $\mathbf{X}^T = (x_1, x_2, \dots, x_q)$  yang diukur dengan model

pengukuran, dinyatakan sebagai berikut:

$$Y = A_Y \eta + \varepsilon$$

$$X = A_X \xi + \delta$$

Keterangan:

$Y$  : vektor variabel *independent*  $p \times l$

$A_Y$  : matriks koefisien regresi antara  $y$  dan  $\eta$  ukuran  $p \times m$

$\varepsilon$  : vektor galat model pengukuran terhadap  $y$  ukuran  $p \times l$

$X$  : vektor variable *dependent*  $q \times l$

$A_X$  : matriks koefisien regresi antara  $x$  dan  $\xi$  ukuran  $q \times n$

$\delta$  : vektor galat model pengukuran terhadap  $x$  ukuran  $q \times l$

$\varepsilon$  tidak berkorelasi dengan  $\eta$ ,  $\delta$  tidak berkorelasi dengan  $\xi$ , dan  $\zeta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\delta$  tidak saling berkorelasi dan mempunyai nilai tengah nol. Sedangkan  $A_Y$  dan  $A_X$  adalah matrik koefisien yang merupakan pengaruh variabel  $\eta$  dan  $\xi$  terhadap variabel indikator  $y$  dan  $x$ . Misalkan  $\kappa$  adalah vektor nilai tengah  $\xi$ ,  $\phi$ , dan  $\psi$  matrik kovarian pada  $\xi$  dan  $\zeta$ ,  $\theta_\delta$  dan  $\theta_\varepsilon$  matrik kovarian  $\delta$  dan  $\varepsilon$ . Bentuk persamaan 13 dan asumsinya mengikuti vektor nilai tengah  $\kappa^*$  dan matrik kovarian  $\phi^*$  pada  $\xi^* = (\eta^T, \xi^T)$  adalah:

$$\kappa^* = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\alpha + \Gamma\kappa) \\ \kappa \end{bmatrix}$$

$$\phi^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\Gamma(\Gamma^T + \Psi)\mathbf{A}^T & \mathbf{A}\Gamma\phi \\ \phi\Gamma^T\mathbf{A}^T & \phi \end{bmatrix} \quad (14)$$

dimana  $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}$

Vektor nilai tengah  $\boldsymbol{\kappa}^*$  dan dinyatakan:

$$\boldsymbol{\kappa}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dengan nilai tengah  $\boldsymbol{\zeta}$  adalah

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\kappa}$$

dan nilai tengah  $\boldsymbol{\eta}$  adalah

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}) &= \mathbf{E}((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha}) + \mathbf{E}(\Gamma\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\zeta})) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\kappa}) \end{aligned} \quad (16)$$

Matrik varian kovarian  $\boldsymbol{\phi}^*$  dari persamaan (14) dinyatakan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\phi}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\xi}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\eta}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Dengan unsur-unsurnya dinyatakan sebagai berikut:

$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}} = \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\phi}$  adalah kovarian diantara  $\boldsymbol{\xi}$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}}$  adalah kovarian diantara  $\boldsymbol{\eta}$  dinyatakan:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta}) &= \text{Cov}[(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}), (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})] \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\text{Cov}[(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}), (\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})](\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1\text{T}} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}[\text{Cov}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}) + \text{Cov}(\Gamma\boldsymbol{\xi}, \Gamma\boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\zeta}) + 2\text{Cov}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\zeta}) \\ &\quad + 2\text{Cov}(\Gamma\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\zeta}) + 2\text{Cov}(\Gamma\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\alpha})](\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1\text{T}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}[\mathbf{0} + \Gamma \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\Gamma^T + \text{Cov}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\zeta}) + \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{0}] \\
&\quad ((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\Gamma\boldsymbol{\Phi}\Gamma^T + \boldsymbol{\Psi})((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= \mathbf{A}((\Gamma\boldsymbol{\Phi}\Gamma^T + \boldsymbol{\Psi})\mathbf{A}^T) \tag{18}
\end{aligned}$$

$\Sigma_{\eta\xi}$  adalah kovarian diantara  $\boldsymbol{\eta}$  dan  $\boldsymbol{\xi}$  dinyatakan:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) &= \text{Cov}[(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}), \boldsymbol{\xi}] \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\text{Cov}[(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}), \boldsymbol{\xi}] \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}[\text{Cov}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\Gamma\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\xi})] \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}[\mathbf{0} + \Gamma \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{0}] \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Gamma\boldsymbol{\Phi} \\
&= \mathbf{A}\Gamma\boldsymbol{\Phi} \tag{19}
\end{aligned}$$

$\Sigma_{\xi\eta}$  adalah kovarian diantara  $\boldsymbol{\xi}$  dan  $\boldsymbol{\eta}$  dinyatakan:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) &= \text{Cov}[\boldsymbol{\xi}(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})] \\
&= \text{Cov}[\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\alpha} + \Gamma\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta})]((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= [\text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\alpha}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \Gamma\boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\zeta})]((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= [\mathbf{0} + \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\Gamma^T + \mathbf{0}]((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= \Gamma^T\boldsymbol{\Phi}((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})^T \\
&= \Gamma^T\boldsymbol{\Phi}\mathbf{A}^T \tag{20}
\end{aligned}$$

Variabel acak  $\mathbf{Z} = (\mathbf{X}^T, \mathbf{Y}^T)$  dengan vektor nilai tengah  $\boldsymbol{\mu}$  dan  $\boldsymbol{\Sigma}$  dinyatakan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{yy} & \boldsymbol{\Sigma}_{yx} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{xy} & \boldsymbol{\Sigma}_{xx} \end{pmatrix}$$

Dari masing-masing elemen pada vektor nilai tengah dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{y}) &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_y) + \mathbf{E}(\Lambda_y \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_y) + \Lambda_y \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{0} \\ &= \boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} (\boldsymbol{\alpha} + \Gamma \boldsymbol{\kappa}) \\ &= \boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y \mathbf{A} (\boldsymbol{\alpha} + \Gamma \boldsymbol{\kappa}) \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}) \\ &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x) + \mathbf{E}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\delta}) \\ &= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x) + \Lambda_x \mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{0} \\ &= \boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x \boldsymbol{\kappa} \end{aligned} \tag{22}$$

Sehingga diperoleh:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y \mathbf{A} (\boldsymbol{\alpha} + \Gamma \boldsymbol{\kappa}) \\ \boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} \tag{23}$$

Elemen pada matrik varian kovarian adalah sebagai berikut:

$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$  adalah kovarian diantara  $y$  dinyatakan:

$$\text{Cov}(\mathbf{y}, \mathbf{y}) = \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})]$$

$$\begin{aligned}
&= \text{Cov} [(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_y) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + 2(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) \\
&\quad + 2(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\varepsilon}) + 2(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + 2 \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) \\
&\quad + 2 \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\varepsilon}) + 2 \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y \text{Cov}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\theta}_\varepsilon + 2(0) + 2(0) + 2(0) \\
&= \boldsymbol{\Lambda}_y (\mathbf{A}(\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Gamma}^T + \boldsymbol{\Psi}) \mathbf{A}^T) \boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\theta}_\varepsilon \tag{24}
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{yx}$  adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) &= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})] \\
&= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\tau}_y \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + (\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\delta}) + (\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) \\
&\quad + (\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\delta}) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta})] \\
&= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\delta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\tau}_x) \\
&\quad + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\delta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) \\
&\quad + \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta}) \\
&= 0 + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y \text{Cov}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\Lambda}_x^T + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} \\
&= \boldsymbol{\Lambda}_y \mathbf{A} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} \tag{25}
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{xy}$  adalah kovarian diantara x dan y dinyatakan:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})] \\
&= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_y) + (\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + (\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}_y) + (\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) \\
&\quad + (\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_y) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\varepsilon})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \Lambda_y \boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}_y) \\
&+ \text{Cov}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \Lambda_y \boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \Lambda_y \boldsymbol{\eta}) \\
&+ \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\varepsilon}) \\
&= 0 + 0 + 0 + 0 + \Lambda_x \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \Lambda_y^T + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} \\
&= \Lambda_x \Gamma^T \boldsymbol{\phi} \mathbf{A}^T \Lambda_y^T + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} \tag{26}
\end{aligned}$$

$\Sigma_{xx}$  adalah kovarian diantara x dinyatakan:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) &= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})(\boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})] \\
&= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + (\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \Lambda_x \boldsymbol{\xi}) + 2(\boldsymbol{\tau}_x, \Lambda_x \boldsymbol{\xi}) \\
&\quad + 2(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) + 2(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta})] \\
&= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \Lambda_x \boldsymbol{\xi}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + 2 \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \Lambda_x \boldsymbol{\xi}) \\
&\quad + 2 \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) + 2 \text{Cov}(\Lambda_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta}) \\
&= 0 + \Lambda_x \text{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}) \Lambda_x^T + \boldsymbol{\theta}_{\delta} + 2(0) + 2(0) + 2(0) \\
&= \Lambda_x \boldsymbol{\phi} \Lambda_x^T + \boldsymbol{\theta}_{\delta} \tag{27}
\end{aligned}$$

Sehingga matrik varian kovarian yang didapat sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Lambda_y (\mathbf{A}(\Gamma \boldsymbol{\phi} \Gamma^T + \boldsymbol{\Psi}) \mathbf{A}^T) \Lambda_y^T + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon} & \Lambda_x \mathbf{A} \Gamma \boldsymbol{\phi} \Lambda_x^T + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} \\ \Lambda_x \Gamma^T \boldsymbol{\phi} \mathbf{A}^T \Lambda_y^T + \boldsymbol{\theta}_{\varepsilon\delta} & \Lambda_x \boldsymbol{\phi} \Lambda_x^T + \boldsymbol{\theta}_{\delta} \end{bmatrix} \tag{28}$$

PLS-SEM dikembangkan oleh Herman World sejak 1974. Karakteristik dari PLS-SEM dalam pendugaan koefisien dan pengujian kelayakan model tidak memerlukan

asumsi distribusi normal dari peubah laten (Vinzi, 2010). Ukuran sampel PLS-SEM tidak harus besar. Selanjutnya, PLS-SEM dapat mengatasi dengan mudah model pengukuran reflektif dan formatif dengan satu atau lebih item pengukuran. Metode ini memiliki beberapa keunggulan yang meliputi normalitas distribusi data yang tidak diasumsikan sehingga data dapat dilakukan dalam pemodelan persamaan struktural karena aplikasinya dilakukan dengan metode non-parametrik. Beberapa hal penting yang melandasi SEM menggunakan PLS menurut Monecke (2012) diantaranya :

1. SEM menggunakan PLS terdiri tiga komponen, yaitu model struktural, model pengukuran dan skema pembobotan. Bagian ketiga ini merupakan ciri khusus SEM dengan PLS dan tidak ada pada SEM yang berbasis kovarian.
2. SEM menggunakan PLS hanya mengijinkan model hubungan antar variabel yang *recursif* (searah) saja. Hal ini sama dengan model analisis jalur (*path analysis*) dan tidak sama dengan SEM yang berbasis kovarian yang mengijinkan juga terjadinya hubungan non-recursif (timbang-balik).
3. Pada model struktural, yang disebut juga sebagai model bagian dalam, semua variabel laten dihubungkan satu dengan yang lain dengan didasarkan pada teori substansi. Variabel laten dibagi menjadi dua, yaitu eksogen dan endogen. Variabel laten eksogen adalah variabel penyebab atau variabel tanpa didahului oleh variabel lainnya dengan tanda anak panah menuju ke variabel lainnya (variabel laten endogen). Model variable laten adalah :

$$\eta_1 = \gamma_1 \xi_1 + \zeta_1 \quad (29)$$

$$\eta_1 = \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{21} \xi_1 + \zeta_2 \quad (30)$$

Dari persamaan (1) dan (2) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Dapat ditulis menjadi

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \quad (32)$$

dimana:

- Variabel

$\boldsymbol{\eta}$  : (berukuran  $m \times 1$ ) variabel laten endogen

$\boldsymbol{\xi}$  : (berukuran  $n \times 1$ ) variabel laten eksogen

$\boldsymbol{\zeta}$  : (berukuran  $m \times 1$ ) galat struktural

- Koefisien

$\mathbf{B}$  : matriks (berukuran  $m \times m$ ) koefisien variabel laten endogen

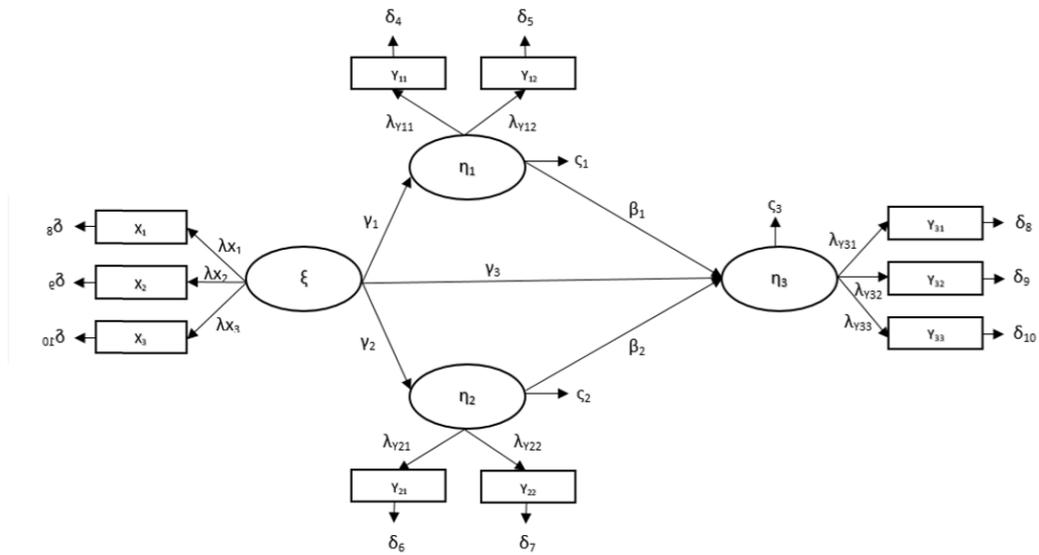
$\boldsymbol{\Gamma}$  : matriks (berukuran  $m \times n$ ) koefisien variabel laten eksogen

Dengan asumsi:

$$E(\boldsymbol{\eta}) = 0, E(\boldsymbol{\xi}) = 0, E(\boldsymbol{\zeta}) = 0$$

Z tidak berkorelasi dengan  $\boldsymbol{\xi}$

$(\mathbf{I}-\mathbf{B})$  nonsingular



Gambar 1. Model SEM

keterangan :

$\xi$  = Variabel Laten Eksogen

$\eta_i$  = Variabel Laten Endogen

$\lambda_{x_i}$  = Faktor Muatan dari variable laten eksogen,  $i=1,2,\dots,m$

$\lambda_{y_i}$  = Faktor Muatan dari variable laten endogen,  $i=1,2,\dots,m$

$\beta_i$  = Koefisien jalur dari variable endogen menuju variable endogen lain,

$i=1,2,\dots,m$

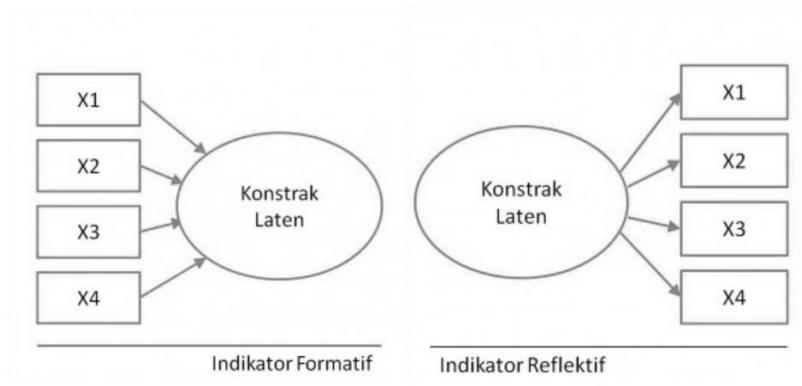
$\gamma_i$  = Koefisien jalur dari variable eksogen menuju variable endogen,  $i=1,2,\dots,m$

$\delta_i$  = Galat model pengukuran,  $i=1,2,\dots,m$

$c_i$  = Galat model structural,  $i=1,2,\dots,m$

4. Model pengukuran, yang disebut juga sebagai model bagian luar,

menghubungkan semua variabel manifest atau indikator dengan variabel latennya. Dalam kerangka PLS, satu variabel manifest hanya dapat dihubungkan dengan satu variabel laten. Semua variabel manifest yang dihubungkan dengan satu variabel laten disebut sebagai satu ‘blok’. Dengan demikian setiap variabel laten mempunyai blok variabel manifest. Suatu blok harus berisi setidaknya-tidaknya satu indikator. Cara suatu blok dihubungkan dengan variabel laten dapat reflektif (variabel-variabel manifest berperan sebagai indikator yang dipengaruhi oleh konsep yang sama dan yang melandasinya) atau formatif (indikator-indikator yang membentuk atau menyebabkan perubahan pada variabel laten) (Wijayanto, 2008).



Gambar 2. Model Pengukuran Reflektif & Formatif

Berdasarkan contoh dalam Bollen (1989) diberikan model pengukuran yaitu:

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_1 \xi_1 + \delta_1 \\ x_2 &= \lambda_2 \xi_1 + \delta_2 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
x_3 &= \lambda_3 \xi_1 + \delta_3 \\
y_1 &= \lambda_4 \eta_1 + \varepsilon_1 & y_5 &= \lambda_8 \eta_2 + \varepsilon_5 \\
y_2 &= \lambda_5 \eta_1 + \varepsilon_2 & y_6 &= \lambda_9 \eta_2 + \varepsilon_6 \\
y_3 &= \lambda_6 \eta_1 + \varepsilon_3 & y_7 &= \lambda_{10} \eta_2 + \varepsilon_7 \\
y_4 &= \lambda_7 \eta_1 + \varepsilon_4 & y_8 &= \lambda_{11} \eta_2 + \varepsilon_8
\end{aligned} \tag{34}$$

Persamaan model pengukuran dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \tag{35}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{36}$$

Dimana,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \mathbf{\Lambda}_x = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi} = [\xi_1], \boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix}, \mathbf{\Lambda}_y = \begin{bmatrix} \lambda_4 & 0 \\ \lambda_5 & 0 \\ \lambda_6 & 0 \\ \lambda_7 & 0 \\ 0 & \lambda_8 \\ 0 & \lambda_9 \\ 0 & \lambda_{10} \\ 0 & \lambda_{11} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \end{bmatrix} \tag{38}$$

Dimana,

- Variabel

$\mathbf{x}$  : (berukuran  $q \times 1$ ) indikator variabel laten endogen dari  $\boldsymbol{\xi}$

$\mathbf{y}$  : (berukuran  $p \times 1$ ) indikator variabel laten endogen dari  $\boldsymbol{\eta}$

$\delta$  : (berukuran  $q \times 1$ ) galat pengukuran dari  $x$

$\varepsilon$  : (berukuran  $p \times 1$ ) galat pengukuran dari  $y$

- Koefisien

$\Lambda_x$  : matriks (berukuran  $q \times n$ ) koefisien dengan  $x$  dan  $\xi$

$\Lambda_y$  : matriks (berukuran  $p \times m$ ) koefisien dengan  $y$  dan  $\eta$

Dengan asumsi:

$$E(\eta) = 0, E(\xi) = 0, E(\delta) = 0$$

$\varepsilon$  tidak berkorelasi dengan  $\eta$ ,  $\xi$ , dan  $\delta$

$\delta$  tidak berkorelasi dengan  $\eta$ ,  $\xi$ , dan  $\varepsilon$

5. Algoritma PLS bertujuan untuk melakukan estimasi nilai semua variabel laten (nilai-nilai faktor) dengan menggunakan prosedur iterasi.
6. Skema pembobotan digunakan untuk estimasi bobot bagian dalam pada langkah kedua pada algoritma PLS. Skema pembobotan awal menggunakan centroid (rata-rata aritmatik). Kemudian perkembangan selanjutnya skema pembobotan juga menggunakan pembobotan faktorial dan jalur.
7. Koefisien jalur diestimasi dengan menggunakan OLS (*Ordinary Least Square*) menurut model strukturalnya. Koefisien jalur dalam SEM-PLS ialah koefisien regresi baku ( $\beta$ ).

## 2.2 Algoritma PLS-SEM

Semua model regresi parsial diestimasi oleh prosedur iterasi algoritma PLS-SEM yang mencakup dua tahap. Tahap pertama, nilai dari variabel diestimasi. Pada tahap kedua, estimasi akhir dari bobot dan *loading* luar dihitung, begitu juga dengan koefisien jalur model struktural dan nilai  $R^2$  yang dihasilkan dari variabel laten endogen. Algoritma PLS-SEM menggunakan elemen yang diketahui untuk mengestimasi elemen yang tidak diketahui. Dalam hal ini, algoritma perlu menentukan nilai variabel laten yang digunakan sebagai input untuk model regresi parsial dalam model jalur. Setelah algoritma menghitung nilai konstruk, nilai tersebut akan digunakan untuk mengestimasi setiap model regresi parsial dalam model jalur. Sebagai hasilnya, akan diperoleh estimasi untuk semua hubungan dalam model pengukuran dan model struktural. Pengaturan model regresi parsial tergantung pada apakah konstruk yang sedang dipertimbangkan adalah model reflektif atau formatif. Ketika model pengukuran formatif diasumsikan sebagai konstruk, koefisien akan diestimasi oleh regresi parsial ganda dimana variabel laten endogen mewakili variabel independen.

Sebaliknya, jika model pengukuran reflektif diasumsikan sebagai sebuah konstruk, koefisien akan diestimasi dengan regresi tunggal dari setiap variabel indikator pada konstruk yang sesuai. Sementara itu, regresi parsial untuk setiap variabel laten endogen digunakan untuk mengestimasi semua koefisien pada model struktural (Hair, 2014).

## 2.3 Kriteria Kualitas Model

### 2.3.1 Model Pengukuran (*Outer Model*)

Menurut Hair (2014), model pengukuran harus memenuhi tiga kriteria agar dapat dikatakan valid dan memenuhi syarat, yaitu *convergent validity*, *discriminant validity*, dan *reability*.

- a) *Convergent validity*, merupakan derajat kesesuaian antara atribut hasil pengukuran alat ukur dan konsep-konsep teoritis yang menjelaskan keberadaan atribut-atribut dari variabel tersebut. Parameter yang digunakan untuk melihat *convergent validity* adalah *loading factor* dengan aturan nilainya harus lebih dari ( $>$ ) 0,7 dan nilai *Average Variance Extracted* (*AVE*)  $>$  0,5

$$AVE = \frac{\sum \lambda_i^2}{\sum \lambda_i^2 + \sum_i \text{var}(\varepsilon_i)}, i = 1, 2, \dots, m \quad (39)$$

- b) *Discriminant Validity*, merujuk kepada derajat ketidaksesuaian antara atribut-atribut yang seharusnya tidak diukur oleh alat ukur dan konsep-konsep teoritis tentang variabel tersebut. *Discriminant validity* dari model pengukuran reflektif dapat dihitung berdasarkan nilai cross loading dari variabel manifest terhadap masing-masing variabel laten. Jika korelasi antara variabel laten dengan setiap indikatornya (variabel manifest) lebih besar daripada korelasi dengan variabel laten lainnya, maka variabel laten tersebut dapat dikatakan memprediksi indikatornya lebih baik daripada

variabel laten lainnya. Selain itu, *discriminant validity* juga dapat dihitung dengan membandingkan nilai akar dari AVE (*Average Variance Extracted*). Apabila nilai dari akar AVE lebih tinggi daripada nilai korelasi di antara variabel laten, maka *discriminant validity* dapat dianggap tercapai.

- c) *Reability*, adalah ukuran konsistensi internal dari indikator-indikator sebuah variabel. Reabilitas konstruk dapat dinilai dari nilai *Crombachs Alpha*, nilai *Composite Reability*, dan AVE dari masing-masing konstruk. Konstruk dikatakan memiliki reabilitas yang tinggi jika nilai *crombachs alpha* > 0,7 , nilai *composite reability* > 0,7 dan nilai AVE > 0,5 .

$$\rho_c = \frac{(\sum \lambda_i)^2}{(\sum \lambda_i)^2 + \sum_i \text{var}(\varepsilon_i)} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (40)$$

### 2.3.2 Model Struktural

Pengujian hipotesis komparabilitas dari sebuah model struktural dapat diukur dari nilai  $R^2$  dan  $Q^2$ . Nilai R-squared ( $R^2$ ) digunakan untuk menilai seberapa besar pengaruh variabel laten independen tertentu terhadap variabel dependen. Adapun rumus dari  $R^2$  adalah sebagai berikut

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (41)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (42)$$

Semakin tinggi nilai  $R^2$  maka semakin baik model karena semakin besar keragaman peubah dependen yang dapat dijelaskan oleh peubah independen.

Relevansi Prediksi atau  $Q^2$  mengukur seberapa baik estimasi parameter yang diperoleh oleh model.

$$Q^2 = 1 - ((1 - R_1^2) \times (1 - R_2^2) \times \dots \times (1 - R_i^2)) \quad (43)$$

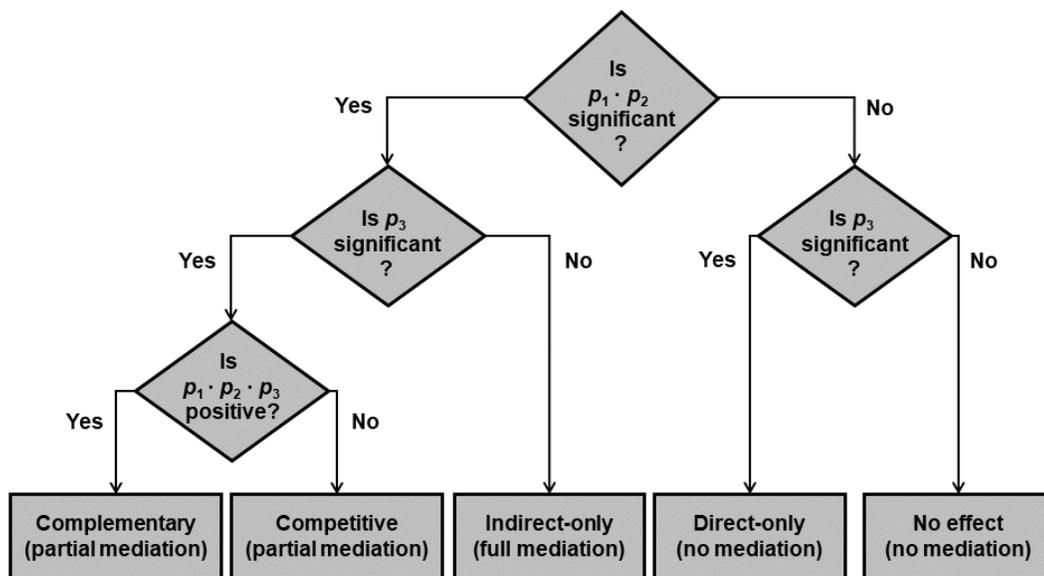
Nilai dari  $Q^2$  berada di antara 0-1 dan semakin besar nilainya semakin baik (Jaya, 2008).

## 2.4 Analisis Mediasi

Analisis mediasi adalah seperangkat prosedur statistik yang digunakan untuk menyelidiki apakah kumpulan data tertentu menunjukkan struktur mediasi (Dawn, 2008). Sebuah struktur mediasi mengandaikan konseptualisasi tertentu dari mekanisme melalui variabel independen mana yang dapat mempengaruhi variabel dependen bukan secara langsung, melainkan melalui proses intervensi yang ditangkap oleh variabel mediator. Variabel penengah adalah variabel tambahan yang diletakkan antara variabel independen dan variabel dependen. Sebuah variabel penengah (mediator) meneruskan efek dari variabel independen ke variabel dependen.

Terdapat dua jenis pengaruh pada model mediasi, yakni pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung. Pengaruh langsung adalah hubungan langsung yang terjadi antara variabel laten eksogen dan endogen pada model jalur PLS. Sedangkan pengaruh tidak langsung menjelaskan hubungan antara variabel laten endogen dan eksogen dengan variabel ketiga dalam model PLS (Hair, 2014).

Untuk dapat menentukan jenis mediasi apa yang berperan dalam model menggambarannya dalam diagram berikut



Gambar 3. Diagram Proses Mediasi

$p_1 \cdot p_2$  adalah pengaruh tidak langsung (*indirect effect*),  $p_3$  adalah pengaruh langsung (*direct effect*). Jika pengaruh tidak langsung dan pengaruh langsung tidak signifikan

maka dapat dikatakan bahwa tidak ada mediasi dan tidak ada pengaruh yang terjadi dalam model. Jika pengaruh tidak langsung tidak signifikan tetapi pengaruh langsung signifikan maka hanya terdapat pengaruh langsung antara variabel dependen dan variabel independen tanpa ada pengaruh dari variabel mediator. Jika pengaruh tidak langsung signifikan tetapi pengaruh langsung tidak signifikan maka terjadi *full mediation* atau mediasi penuh yang berarti variabel laten eksogen mempengaruhi atau berperan dalam variabel laten endogen dikarenakan oleh variabel mediator. Jika pengaruh tidak langsung dan langsung signifikan kemudian besarnya nilai  $p_1.p_2.p_3$  adalah positif maka terjadi *competitive partial mediation*. Sebaliknya jika pengaruh tidak langsung dan langsung signifikan tetapi besaran nilai dari  $p_1.p_2.p_3$  adalah negatif maka terjadi *complementary partial mediation*. Mediasi parsial adalah istilah yang digunakan untuk menjelaskan situasi dimana variabel mediasi menyumbang beberapa tetapi tidak semua hubungan antara variabel independen dan variabel dependen (Hair, 2014).

## 2.5 Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia atau selanjutnya akan di tulis sebagai IPM, merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat/penduduk). IPM menjelaskan bagaimana penduduk dapat mengakses hasil pembangunan dalam memperoleh pendapatan, kesehatan, pendidikan, dan sebagainya (BPS, 2016). IPM

diperkenalkan oleh UNDP pada tahun 1990 dan metode penghitungan direvisi pada tahun 2010. Badan Pusat Statistik (BPS) mengadopsi perubahan metodologi penghitungan IPM yang baru pada tahun 2014.

IPM dibentuk oleh tiga dimensi dasar, yaitu umur panjang dan hidup sehat (*a long and healthy life*), pengetahuan (*knowledge*), dan standard hidup layak (*decent standard of living*). Berikut adalah penjelasan untuk masing-masing indikator yang menggambarkan tiga dimensi dasar dari Indeks Pembangunan Manusia.

1. Angka Harapan Hidup (AHH) menggambarkan umur panjang dan hidup sehat. AHH saat lahir didefinisikan sebagai rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang sejak lahir. AHH mencerminkan derajat kesehatan suatu masyarakat. AHH dihitung dari hasil sensus dan survei kependudukan.
2. Rata-rata Lama Sekolah (RLS) , merupakan salah satu indikator yang menggambarkan pengetahuan. Rata-rata lama sekolah didefinisikan sebagai jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk dalam menjalani pendidikan formal. Diasumsikan bahwa dalam kondisi normal rata-rata sekolah suatu wilayah tidak akan turun. Cakupan penduduk yang dihitung dalam penghitungan rata-rata lama sekolah adalah penduduk berusia 25 tahun ke atas.
3. Angka Harapan Lama Sekolah (HLS) juga merupakan indikator lain yang menggambarkan pengetahuan. Angka Harapan Lama Sekolah didefinisikan

lamanya sekolah (dalam tahun) yang diharapkan akan dirasakan oleh anak pada umur tertentu di masa mendatang. Diasumsikan bahwa peluang anak tersebut akan tetap bersekolah pada umur-umur berikutnya sama dengan peluang penduduk yang bersekolah per jumlah penduduk untuk umur yang sama saat ini. Angka Harapan Lama Sekolah dihitung untuk penduduk berusia 7 tahun ke atas. HLS dapat digunakan untuk mengetahui kondisi pembangunan sistem pendidikan di berbagai jenjang yang ditunjukkan dalam bentuk lamanya pendidikan (dalam tahun) yang diharapkan dapat dicapai oleh setiap anak.

4. Pengeluaran per Kapita Disesuaikan, merupakan indikator yang menggambarkan standard hidup yang layak. Pengeluaran per Kapita yang disesuaikan ditentukan dari nilai pengeluaran per kapita dan paritas daya beli (*Purchasing Power Parity-PPP*). Rata-rata pengeluaran per kapita setahun diperoleh dari Susenas (Survei Sosial Ekonomi Nasional), dihitung dari level provinsi hingga level kabupaten/kota. Rata-rata pengeluaran per kapita dibuat konstan/riil dengan tahun dasar 2012=100. Perhitungan paritas daya beli pada metode baru menggunakan 96 komoditas dimana 66 komoditas merupakan makanan dan sisanya merupakan komoditas nonmakanan. Metode penghitungan paritas daya beli menggunakan Metode Rao.

IPM dihitung berdasarkan rata-rata geometrik indeks kesehatan, indeks pengetahuan, dan indeks pengeluaran. Perhitungan ketiga indeks ini dilakukan

dengan melakukan standardisasi dengan nilai minimum dan maksimum masing-masing komponen indeks. Berikut adalah rumus untuk perhitungan IPM dan masing-masing indikator.

$$IPM = \sqrt[3]{I_{kesehatan} + I_{pendidikan} + I_{pengeluaran}} \times 100 \quad (44)$$

$$\text{Dimensi Kesehatan : } I_{kesehatan} = \frac{AHH - AHH_{min}}{AHH_{maks} - AHH_{min}} \quad (45)$$

$$\text{Dimensi Pendidikan : } I_{HLS} = \frac{HLS - HLS_{min}}{HLS_{maks} - HLS_{min}} \quad (46)$$

$$I_{RLS} = \frac{RLS - RLS_{min}}{RLS_{maks} - RLS_{min}} \quad (47)$$

$$I_{pendidikan} = \frac{I_{HLS} + I_{RLS}}{2} \quad (48)$$

$$\text{dimensi Pengeluaran : } I_{pengeluaran} = \frac{\ln(\text{pengeluaran}) - \ln(\text{pengeluaran})_{min}}{\ln(\text{pengeluaran})_{maks} - \ln(\text{pengeluaran})_{min}}$$

## 2.6 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) ditentukan berdasarkan 3 dimensi, dimensi kesehatan, dimensi pendidikan, dan dimensi pengeluaran. Ketiga dimensi tersebut dapat memiliki pengertian luas dan berbagai macam pengembangan yang mempunyai pengaruh terhadap nilai Indeks Pembangunan Manusia.

### a. Angka Partisipasi Kasar

Proporsi anak sekolah pada suatu jenjang tertentu terhadap penduduk pada

kelompok usia tertentu. Sejak tahun 2007 Pendidikan Non Formal (Paket A, Paket B, dan Paket C) turut diperhitungkan. Kegunaan dari Angka Partisipasi Kasar adalah untuk menunjukkan tingkat partisipasi penduduk secara umum pada suatu tingkat pendidikan. APK yang tinggi menunjukkan tingginya tingkat partisipasi sekolah, tanpa memperhatikan ketepatan usia sekolah pada jenjang pendidikannya. Jika nilai APK mendekati atau lebih dari 100 persen menunjukkan bahwa ada penduduk yang sekolah belum mencukupi umur dan atau melebihi umur yang seharusnya. Hal ini juga dapat menunjukkan bahwa wilayah tersebut mampu menampung penduduk usia sekolah lebih dari target yang sesungguhnya (BPS, 2016).

b. Angka Partisipasi Murni

Proporsi penduduk kelompok umur jenjang pendidikan tertentu yang masih bersekolah terhadap penduduk pada kelompok umur tersebut. Kegunaan APM adalah untuk mengukur daya serap pendidikan terhadap penduduk usia sekolah. APM menunjukkan seberapa banyak penduduk usia sekolah yang sudah memanfaatkan fasilitas pendidikan sesuai pada jenjang pendidikannya. Jika  $APM = 100$ , berarti anak usia sekolah dapat bersekolah tepat waktu.

c. Angka Partisipasi Sekolah

Proporsi dari semua anak yang masih sekolah pada suatu kelompok umur tertentu terhadap penduduk dengan kelompok umur yang sesuai. APS yang

tinggi menunjukkan terbukanya peluang yang lebih besar dalam mengakses pendidikan secara umum. Pada kelompok umur mana peluang tersebut terjadi dapat dilihat dari besarnya APS pada setiap kelompok umur.

d. Rata-rata Pengeluaran Rumah Tangga per Bulan

Rumah tangga merupakan konsumen atau pemakai barang dan jasa sekaligus juga pemilik faktor-faktor produksi tenaga kerja, lahan, modal, dan kewirausahaan (Agus, 2007). Rumah tangga menjual atau mengelola faktor-faktor produksi tersebut untuk memperoleh balas jasa. Balas jasa atau imbalan tersebut adalah upah, sewa, bunga dividen, dan laba yang merupakan komponen penerimaan atau pendapatan rumah tangga. Ada dua acara penggunaan pendapat. Pertama, membelajarkannya untuk barang-barang konsumsi. Kedua, tidak membelajarkannya seperti ditabung. Pengeluaran konsumsi dilakukan untuk mempertahankan taraf hidup. Pada tingkat pendapatan yang rendah, pengeluaran konsumsi umumnya dibelanjakan untuk kebutuhan-kebutuhan pokok guna memenuhi kebutuhan jasmani.

Konsumsi makanan merupakan faktor terpenting karena makanan merupakan jenis barang untuk mempertahankan kelangsungan hidup. Akan tetapi terdapat berbagai macam barang konsumsi (termasuk sandang, perumahan, bahan bakar, dan sebagainya) yang dapat dianggap sebagai kebutuhan untuk menyelenggarakan rumah tangga. Keanekaragamannya tergantung pada

tingkat pendapatan rumah tangga. Tingkat pendapatan yang berbeda-beda mengakibatkan perbedaan taraf konsumsi.

e. Jumlah Angkatan Kerja

Penduduk usia kerja adalah penduduk berumur 15 tahun dan lebih. Sedangkan penduduk yang termasuk angkatan kerja adalah penduduk usia kerja (15 tahun dan lebih) yang bekerja, atau punya pekerjaan namun sementara tidak bekerja dan pengangguran.

f. Persentase Rumah Tangga yang Menggunakan Listrik

Rumah tangga biasa adalah seseorang atau sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik atau sensus, dan biasanya tinggal bersama serta makan dari satu dapur (Susan, 2006). Rumah tangga biasanya terdiri dari ibu, bapak, dan anak. Salah satu sumber penerangan yang umumnya digunakan dalam rumah tangga adalah listrik PLN sebagai sumber penerangan listrik yang dikelola oleh PLN dan listrik non-PLN sebagai sumber penerangan listrik yang dikelola oleh instansi/pihak lain selain PLN termasuk yang menggunakan sumber penerangan dari accu (aki), generator, dan pembangkit listrik tenaga surya (yang tidak dikelola oleh PLN).

g. Banyak Keluarga Sejahtera III+

Keluarga sejahtera adalah keluarga yang dibentuk berdasarkan atas perkawinan yang sah, mampu memenuhi kebutuhan hidup spiritual dan materiil yang layak, bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, memiliki hubungan yang serasi, selaras dan seimbang antar anggota dan antar keluarga dengan masyarakat dan lingkungan (Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 52 Tahun 2009). Tahapan keluarga sejahtera III plus yaitu keluarga yang mampu memenuhi keseluruhan dari 6 indikator tahapan Keluarga Sejahtera (KS) I, 8 indikator KS II, 5 indikator KS III, serta 2 indikator tahapan KS III plus.

h. Jumlah Tenaga Kesehatan

Menurut Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 36 Tahun 2014, tenaga kesehatan adalah setiap orang yang mengabdikan diri dalam bidang kesehatan serta memiliki pengetahuan dan/atau keterampilan melalui pendidikan di bidang kesehatan yang untuk jenis tertentu memerlukan kewenangan untuk melakukan upaya kesehatan.

i. Persentase Rumah Tangga yang Menggunakan Sumber Air Bersih

Diantara perilaku hidup bersih dan sehat adalah melakukan menggunakan air bersih. Keberadaan air bersih sangat penting untuk kesehatan dan kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, salah itu indicator hidup bersih dan sehat adalah jika seseorang dapat dan menggunakan air bersih.

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Tempat dan Waktu Penelitian**

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Waktu penelitian dilakukan pada semester ganjil 2018-2019.

#### **3.2 Data Penelitian**

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder dari hasil survei Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung Tahun 2016 dengan 13 indikator dari 15 kabupaten/kota. Terdapat satu variabel laten eksogen (pendidikan) dan tiga variabel laten endogen (ekonomi, kesehatan, dan IPM). Setiap variabel mempunyai 15 observasi yang diambil dari jumlah kabupaten/kota yang ada di Provinsi Lampung. Deskripsi dari setiap variabel dan masing-masing indikator dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1. Deskripsi Variabel Penelitian

<b>Variabel Laten</b>	<b>Indikator</b>	<b>Kode</b>
Pendidikan (Eksogen)	Angka Partisipasi Murni Tingkat SMP	PEN1
	Angka Partisipasi Kasar Tingkat SMP	PEN2
	Angka Partisipasi Sekolah Tingkat 13-15 tahun	PEN3
Ekonomi (Endogen)	Rata-rata Pengeluaran Rumah Tangga/bulan (dalam juta rupiah)	EKO1
	Jumlah Angkatan Kerja 15+	EKO2
	Persentase Rumah Tangga yang menggunakan listrik	EKO3
Kesehatan (Endogen)	Banyaknya Keluarga Sejahtera III+	KES1
	Jumlah Tenaga Kesehatan	KES2
	Persentase Rumah Tangga yang Menggunakan Sumber Air Bersih	KES3
Indeks Pembangunan Manusia (IPM) (Endogen)	Angka Harapan Hidup	IPM1
	Harapan Lama Sekolah	IPM2
	Rata-rata Lama Sekolah	IPM3
	Pengeluaran per Kapita	IPM4

### 3.3 Metode Penelitian

Pada penelitian ini data akan dianalisis dengan bantuan *software SmartPLS 3.0*.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini antara lain:

1. Membuat diagram jalur yang menjelaskan hubungan antara variabel laten dan masing-masing indikatornya. Diagram jalur akan terdiri dari model struktural dan model pengukuran reflektif.
2. Analisis model pengukuran.
  - a) *Convergent Validity*  
*Loading factor* untuk masing-masing indikator di setiap konstruk harus bernilai lebih dari 0,7 dan nilai AVE harus lebih dari 0,5
  - b) *Discriminant Validity*  
Nilai akar AVE harus lebih tinggi daripada nilai korelasi antar konstruk
  - c) *Reability*  
Nilai *composite reability* dan nilai *Cronbach Alpha* harus lebih dari 0,7
3. Menentukan koefisien jalur pada model dengan algoritma PLS untuk mengestimasi nilai semua variabel laten (nilai-nilai faktor) dengan menggunakan prosedur iterasi
4. Analisis model struktural.
  - a) Koefisien Determinasi ( $R^2$ )  
Menyatakan persentase varian yang dapat dijelaskan oleh variabel endogen

b) Relevansi Prediksi ( $Q^2$ )

Menunjukkan kapabilitas prediksi model apabila di atas 0.

5. Melakukan uji hipotesis dengan menggunakan Uji-t

a) Hipotesis untuk model pengukuran :

$H_0 : \lambda_i = 0$  (indikator variabel laten ke-i mempengaruhi variabel laten)

$H_1 : \lambda_i \neq 0$  (indikator variabel laten ke-i mempengaruhi variabel laten)

b) Hipotesis untuk model struktural (pengaruh dari variabel laten eksogen terhadap variabel laten endogen) :

$H_0 : \gamma_i = 0$  (variabel pendidikan tidak mempengaruhi variabel laten endogen lainnya)

$H_1 : \gamma_i \neq 0$  (variabel pendidikan mempengaruhi variabel laten endogen lainnya)

c) Hipotesis untuk model struktural (pengaruh dari variabel laten endogen terhadap variabel laten IPM) :

$H_0 : \beta_i = 0$  (variabel laten endogen ke-i mempengaruhi variabel IPM)

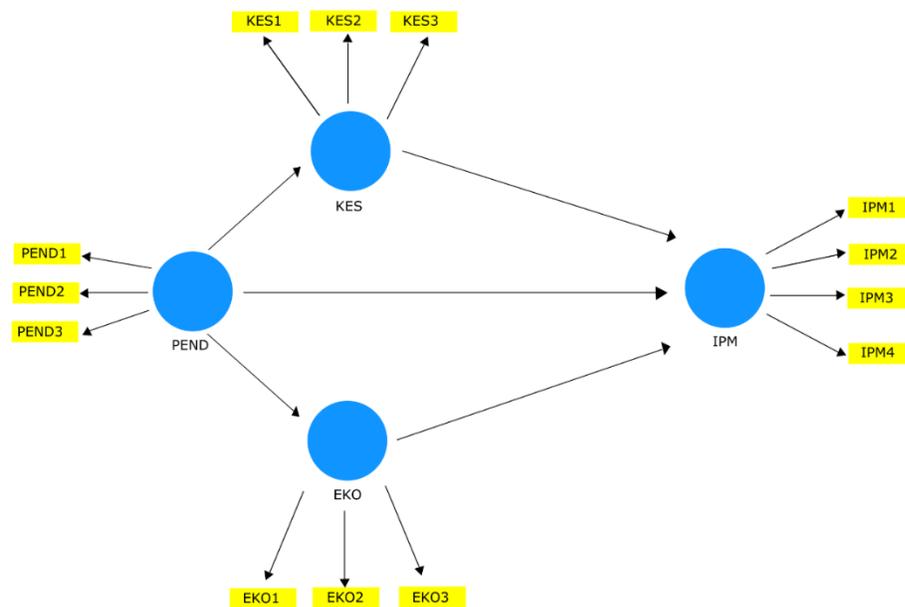
$H_1 : \beta_i \neq 0$  (variabel laten endogen ke-i mempengaruhi variabel IPM)

6. Pengujian pengaruh mediasi dari variabel mediator.

a) Menentukan rantai pengaruh langsung dan tidak langsung dalam model

b) Menghitung nilai pengaruh tidak langsung dengan cara mengalikan nilai *path coefficient* dari *predictor-mediator* dengan nilai *path coefficient* dari *mediator-criterion*

- c) Menentukan apakah nilai pengaruh tidak langsung adalah signifikan atau tidak dengan melihat nilai-t. Jika nilai t hitung lebih besar daripada nilai t tabel ( $t \text{ hitung} > 2.20$ ) maka dikatakan signifikan.
- d) Menentukan jenis mediasi apakah yang terjadi pada model dengan melihat nilai dari pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung yang ada pada model apakah signifikan atau tidak.



Gambar 4. Diagram Jalur Persamaan Model

## V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan:

1. Model yang tepat menggambarkan indeks pembangunan manusia di Provinsi Lampung adalah:  
$$IPM = 0.698 \text{ EKO} + 0.139 \text{ KES} + 0.597 \text{ PEN} + \zeta$$
2. Variabel pendidikan mempunyai pengaruh langsung dan pengaruh tidak langsung terhadap IPM . Pengaruh langsung sebesar 0.231 dan nilai pengaruh tidak langsung yang di mediasikan oleh variabel ekonomi adalah 0.366. Nilai dari efek total adalah 0.597 dan signifikan pada tingkat kepercayaan 95%
3. Variabel ekonomi mempengaruhi variabel IPM secara signifikan dengan nilai 0.698.
4. Variabel kesehatan tidak mempengaruhi variabel IPM secara signifikan dengan hanya memberikan nilai sebesar 0.189

## DAFTAR PUSTAKA

- BPS. 2015. *Indeks Pembangunan Manusia 2014 Metode Baru*. Badan Pusat Statistik, Jakarta
- Bollen, K.A. 1989. *Structural Equation Modeling with Latent Variables*. John Wiley & Sons, New York
- Hair, J.F., *et al.* 2014. *A Primer on Partial Least Square Structural Equation Modeling (PLS-SEM)*. SAGE, United States of America
- Iacobucci, D. 2008. *Mediation Analysis*. SAGE, United States of America
- Jaya, I.G.N. & Sumertajaya, I. 2008. *Pemodelan Persamaan Struktural dengan Partial Least Square. Proceeding of Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta*. 132 hlm.
- Manikam, S. 2006. *Kemahiran Hidup Pilihan Ekonomi Rumah Tangga*. Fajar Bakti, Bandung
- Mattjik, A.A. & Sumertajaya, I. 2011. *Sidik Peubah Ganda dengan Menggunakan SAS*. IPB Press, Bogor
- Monecke, A. & Leisch, F. 2012. SEM PLS: Structural Equation Modeling Using Partial Least Square. *Journal of Statistic Software*. **26**: 35-47

- Sharma, P.N. and Kim, K.H. 2012. Model Selection in Information Systems Research Using Partial Least Squares Based Structural Equation Modelling. *Journal International Conference on Information Systems*. **19**: 1-13
- UNDP. 2015. *Human Development Report 2015: Work for Human Development*. PBM Graphics, New York
- Vinzi, V.E., et al. 2010. *PLS Path Modelling From Foundation to Recent Developments and Open Issues for Model Assessment and Improvemet*. Springer-Verlag, Berlin
- Wijayanto, S. 2008. *Structural Equation Modelling dengan LISREL 8.8 Konsep dan Tutorial*. Graha Ilmu, Yogyakarta