PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL LIMA BELAS GARIS 4-PARALEL

(Skripsi)

Oleh
FRANSISKA YESI SEPTIYANI

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL LIMA BELAS GARIS 4-PARALEL

OLEH

FRANSISKA YESI SEPTIYANI

Suatu graf *G* disebut graf terhubung jika terdapat sekurang – kurangnya ada satu *path* yang menghubungkan setiap pasangan titik di *G*. Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang titik – titik ujungnya sama. Jika diberikan n titik dan m garis maka banyak graf terhubung yang dapat dibentuk. Pada penelitian ini rumus untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal lima belas garis 4-paralel akan didiskusikan.

Kata Kunci : graf, graf terhubung, garis paralel.

ABSTRACT

COUNTING THE NUMBER OF CONNECTED VERTEX LABELLED GRAPHS WITH ORDER SIX WITH MAXIMUM FIFTEEN 4-PARALLEL EDGES

By

FRANSISKA YESI SEPTIYANI

A graph *G* is connected if there exists at least one path between every pair of vertices in *G.* Parallel edges are two or more edges that connect the same pair of vertices. Given n vertices and m edges there are many connected vertex labelled graphs that can be constructed. In this research we will discuss the formula for counting the number of vertex labelled connected graphs with order six with maximal fifteen 4-parallel edges.

Kata Kunci : graph, connected graph, and parallel edges.

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL LIMA BELAS GARIS 4-PARALEL

OLEH

FRANSISKA YESI SEPTIYANI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**	....
Sekretaris	: **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Amanto, S.Si., M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **26 Februari 2019**

Judul Skripsi : **PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL LIMA BELAS GARIS 4-PARALEL**

Nama Mahasiswa : *Fransiska Yesi Septiyani*

No. Pokok Mahasiswa : 1517031038

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.	**Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.**
NIP 19631108 198902 2 001	NIP 19740316 200501 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama mahasiswa : FRANSISKA YESI SEPTIYANI

Nomor pokok mahasiswa : 1517031038

Jurusan : Matematika

Judul skripsi : PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL LIMA BELAS GARIS 4-PARALEL

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Februari 2019

Yang menyatakan,

Fransiska Yesi Septiyani
NPM. 1517031038

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Fransiska Yesi Septiyani, anak pertama dari dua bersaudara yang dilahirkan di Seputih Banyak pada tanggal 08 April 1997 oleh pasangan Bapak Imanuel Suwandi dan Ibu Lusia Sulasmi.

Penulis menempuh pendidikan di SD Negeri 01 Sumber Baru pada tahun 2003-2009, setelah itu melanjutkan sekolah di SMP N 01 Seputih Banyak pada tahun 2009-2012, dan bersekolah di SMA N 01 Seputih Banyak pada tahun 2012-2015.

Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai mahasiswi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui Jalur SNMPTN.

Penulis menjadi anggota bidang kesekretariatan NATURAL FMIPA Universitas Lampung pada periode 2016-2018. Kemudian menjadi anggota bidang kesekretariatan UKMP pada periode 2016-2017. Selanjutnya menjadi kepada divisi kerohanian di KMKL pada periode 2018-2019

Pada tahun 2018 penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sumber Rejo Kecamatan Waway Karya, Kabupaten Lampung Timur, Provinsi Lampung dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor UPTD Pengelola Pendapatan Wilayah I Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

Usaha dan keberanian tidaklah cukup tanpa tujuan dan arah perencanaan

(John F. Kennedy)

Kesabaran adalah kunci kesuksesan

(Bill Gates)

Hiduplah dalam cinta kasih, karena itulah kebahagiaan abadi yang berasal dari Tuhan

(Fransiska Yesi Septiyani)

PERSEMBAHAN

Dengan kerendaan hati dan rasa syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa

Kupersembahkan karya ini kepada :

Orang tua tercinta Bapak Imanuel Suwandi dan Ibu Lusia Sulasmi atas doa, dukungan dan kasih sayang yang terus diberikan serta kerja keras dalam merawat, membesarkan penulis hingga sekarang. Serta adik saya Simon Marchellino Setiawan, mbah Mardi, mbah Yem, dan mbah Jematun yang selalu memberi semangat dan kasih sayang

Para pendidik, guru – guru, serta dosen yang telah meluangkan waktu untuk menurunkan ilmunya kepada penulis.

Semua sahabat terbaik yang terus mendukung, menolong, memberikan semangat dalam proses hidup penulis.

Almamater Unila dan Negeriku Indonesia.

SANWACANA

Puji Syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Enam Dengan Maksimal Lima Belas Garis 4-Paralel”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing I, dan Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan masukkan, ide, kritik, dan saran kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
2. Dr. Aang Nuryaman, S.Si.,M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan arahan dan masukannya selama penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji, terima kasih atas kesediannya untuk menguji dan memberi saran yang baik dalam skripsi ini.
4. Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan dan masukannya selama berkuliah.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.

6. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Bapak Imanuel Suwandi dan Ibu Santi Lusia Sulasmi tercinta yang tak pernah berhenti memberi semangat, doa, dorongan, nasehat dan kasih sayang serta pengorbanan yang tak tergantikan hingga penulis selalu kuat menjalani setiap rintangan yang ada di setiap perjalanan hidup penulis.
8. Marchel, Mas Dicky, Mbah Atun, Mbah Yem, Mbah Mardi dan keluarga besarku yang selalu berbagi canda dan tawa serta selalu menyemangati hingga terselesaikannya skripsi ini.
9. Ivandra Efendi yang selalu membantu, menemani dan menyemangati dalam suka dan duka serta banyak berkorban waktu, pikiran, perasaan serta biaya dalam mendampingi penulis menyelesaikan skripsi ini.
10. Pejuang S,Si Yunda Cia, Nely, Eka, Sindi, L, Meilinda, Reni, Rini, Yulia, Uli, Yunda Riyama, Yunda Hana, Fadila, Sayu, Nurmala, Deby, Irma, yang selalu siap sedia dari usul, hasil sampai ujian skripsi serta semangat hingga diselesaikannya skripsi ini.
11. Teman – teman seperjuangan Mbak L, Mbak Desmon, Fitry, Nirma, Vindra, Mbak Di, Mbak Ul, Mbak Suci, Mbak Nia, Mas Ayub, Keluarga besar Angan Saka, Gak Jelas, KMKL, Dabest, Abang Yunda Matematika serta kawan-kawan angkatan 2015 yang memberikan bantuan, nasihat serta dukunganya.
12. Almamater tercinta Universitas Lampung.

Bandar Lampung,   Februari 2019
Penulis

Fransiska Yesi Septiyani

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR..xv

DAFTAR TABEL xvi

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Tujuan Penelitian..3

1.3 Manfaat 3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Teori Graf..4

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan 7

III.METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Pernah Dilakukan..10

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian 11

3.3 Metode Penelitian..11

IV.HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Kontruksi Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde 6 dengan Maksimal Lima Belas Garis 4-Paralel..12

4.2 Formula untuk Graf Terhubung Berorde 6 dengan Maksimal Lima Belas Garis 4-Paralel..17

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan..33

5.2 Saran..35

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1. Graf dengan 3 titik dan 3 garis.. 4
Gambar 2.2. Graf dengan garis paralel dan *loop*..5
Gambar 2.3. Graf sederhana...5
Gambar 2.4. Graf terhubung...6
Gambar 2.5. Graf tak terhubung...6
Gambar 2.6. Derajat pada graf..7
Gambar 4.1. Contoh graf berorde 6 dengan satu garis 4-paralel...........................12

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 4.1.1. Hasil kontruksi graf terhubung orde 6 dengan $t \geq 5$ dan $m \geq 5$ 13

Tabel 4.2.1. Banyaknya graf terhubung berlabel titik untuk n=6 dan m ≥5 serta $5 \leq t \leq$ 10...17

Tabel 4.2.2. Banyaknya graf terhubung berlabel titik untuk n=6 dan m ≥5 serta $11 \leq t \leq 15$.18

Tabel 4.2.3. Banyaknya graf terhubung berlabel titik untuk n=6 dan m ≥5 serta $5 \leq t \leq 10$...19

Tabel 4.2.4. Banyaknya graf terhubung berlabel titik untuk n=6 dan m ≥5 serta $11 \leq t \leq 15$.21

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan salah satu bidang ilmu matematika yang dapat diterapkan diberbagai bidang ilmu serta mampu menyelesaikan banyak permasalahan diberbagai bidang, seperti menyelesaikan permasalahan dalam bidang fisika, teknik, kimia, sosial, dan biologi. Dalam graf terdapat titik dan garis yang digunakan untuk mempresentasikan hubungan antara objek yang satu dengan objek yang lainya. Dalam graf titik dinyatakan sebagai objek sedangkan garis dinyatakan sebagai hubungan antara objek yang satu dengan objek yang lainya.

Seorang matematikawan terkenal yang berasal dari Swiss bernama Leonhard Euler pada tahun 1735 memperkenalkan teori graf untuk pertama kalinya. Permasalahan jembatan Konigsberg merupakan munculnya konsep teori graf sebagai representasi permasalahan jembatan Konigsberg yang sangat terkenal itu. Terdapat tujuh jembatan yang berada di atas sungai Pregel di kota Konigsberg, salah satu kota yang terletak di Prusia bagian timur Jerman. Permasalahan yang timbul adalah bagaimana cara seseorang berpindah dari satu daratan ke daratan lain dengan melewati jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Dengan mempresentasikan garis sebagai jembatan dan titik sebagai daratan, Euler mengatakan tidak mungkin melewati jembatan tepat sekali. Hal tersebut dapat terjadi apabila banyaknya jembatan yang menghubungkan daratan yang satu ke daratan yang lainya adalah genap. Bentuk pemodelan tersebut yang melatarbelakangi munculnya konsep teori graf saat ini.

Setelah konsep teori graf yang telah dikemukakan oleh Euler, banyak peneliti – peneliti yang mengkaji tentang teori graf baik murni maupun terapan. Salah satu peneliti yang mengkaji graf setelah Euler ialah Harary dan Palmer yang dipublikasikan pada tahun 1973 mengenai perhitungan banyaknya graf.

Agnarsson dan Raymond pada tahun 2007 meneliti banyaknya graf sederhana jika diberikan n titik dan m garis. Kemudian Wamiliana dkk pada tahun 2016 meneliti tentang jumlah graf tak terhubung berlabebl titik tanpa garis paralel untuk graf berorde 5 dengan banyaknya garis $m \geq 1$. Lalu, pada tahun 2017 Amanto dan kawan – kawan meneliti banyaknya graf tak terhubung berlabel titik untuk graf dengan orde maksimal 4. Fatimah pada tahun 2016 berhasil menentukan banyaknya graf terhubung berlabel berorde 6 tanpa garis paralel dengan banyaknya garis ≥ 5 dan Efendi pada tahun 2017 meneliti jumlah graf-graf tak terhubung berlabel berorde lima tanpa *loop* dengan banyaknya garis 3-paralel maksimal enam. Pada penelitian ini akan didiskusikan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal lima belas garis 4-paralel.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal lima belas garis 4-paralel.

1.3 Manfaat

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah :

1. Memperluas pengetahuan tentang teori graf khususnya graf terhubung.

2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya.

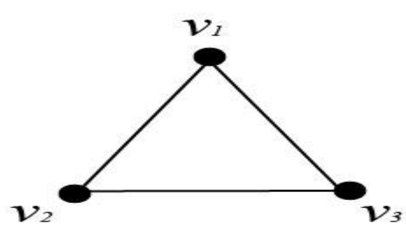
3. Memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika dibidang teori graf.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diberikan beberapa definisi, istilah – istilah yang berhubungan dengan materi yang akan dibahas pada penelitian ini.

2.1 Konsep Dasar Teori Graf

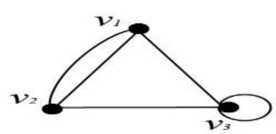
Istilah – istilah yang digunakan pada sub bab ini merujuk pada Deo (1989). Suatu graf G terdiri dari dua struktur V(G) dan E(G) dengan V(G) adalah himpunan tak kosong dengan elemen – elemennya berupa titik dan E(G) adalah himpunan garis yang menghubungkan titik – titik V(G) yang disebut garis atau e*dge*. Banyaknya himpunan titik di V(G) disebut orde dari suatu graf G.



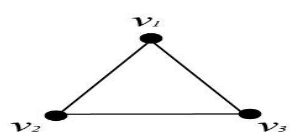
Gambar 2.1. Contoh graf dengan 3 titik dan 3 garis

Walk merupakan barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada setiap titik sebelum dan sesudahnya. *Close walk* merupakan *walk* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama. *Path* (lintasan) merupakan *walk* yang melewati titik yang berbeda – beda. *Cycle* merupakan *path* yang berawal dan berakhir di titik yang sama.

Loop merupakan garis yang titik awal dan ujungnya sama sedangkan dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama di sebut garis paralel (Gambar 2.2). Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki garis paralel atau *loop* (Gambar 2.3).

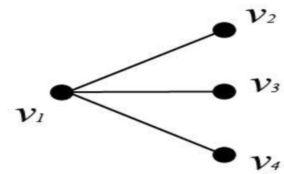


Gambar 2.2. Graf dengan garis paralel dan *loop*

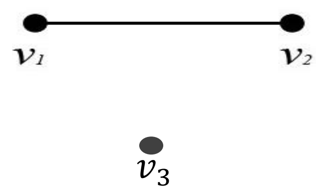


Gambar 2.3. Graf Sederhana

Suatu graf dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik pada graf tersebut terdapat *path* yang menghubungkannya (Gambar 2.4). Jika tidak ada *path* yang menghubungkannya maka graf G dikatakan graf tak terhubung (Gambar 2.5).



Gambar 2.4. Graf terhubung

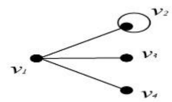


Gambar 2.5. Graf tak terhubung

Derajat pada suatu titik pada graf G merupakan banyaknya sisi yang menempel pada titik v yang dinotasi $d(v)$. Titik terpencil adalah titik dengan $d(v)$ = 0, karena tidak ada satupun garis yang menempel pada garis tersebut. *Loop* adalah suatu sisi yang menghubungkan suatu titik dengan titik yang sama. *Loop* berkontribusi dua garis pada satu titik. Secara umum, jika terdapat g *loop* dan e sisi bukan *loop* yang menempel dengan titik v, maka derajat titik v adalah:

$$d(v) = 2\mathrm{g} + \mathrm{e}$$

Titik yang berderajat satu disebut daun. Dengan kata lain, daun hanya bertetangga dengan satu titik.



Gambar 2.6. Derajat pada graf

Dua graf dikatakan isomorfis jika memiliki banyaknya titik dan garis yang sama dan mempertahankan sifat ketetanggaanya walaupun digambarkan dengan cara yang berbeda.

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Teorema dan istilah yang digunakan pad sub bab ini diambil dari Siang (2002).

1. Faktorial

Misalkan n adalah bilangan bulat positif maka besaran n faktorial (simbol $n!$) didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara 1 sampai n.

$n! = 1.2.3.4.5.6\ldots\ldots.(n-1).\,n$

Untuk $n = 0$, $0! = 1$.

2. Permutasi

Permutasi r objek dari n objek adalah suatu urutan r objek yang diambil dari n objek yang berbeda yang dapat dibentuk. Dalam permutasi, pengulangan tidak diperbolehkan. Artinya, objek yang dipilih tidak dapat dipilih kembali. Secara umum, permutasi n objek dari r buah objek dapat dihitung dengan persamaan

$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-1)!}$

Jika n = r maka persamaan menjadi

$P_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$

$P_{n,n}$ sering disebut permutasi n objek karena permutasi tersebut menyusun keseluruhan objek yang ada (Siang,2002)

3. Kombinasi

Misalkan himpunan S memiliki |S| = n elemen. Banyaknya himpunan bagian S yang terdiri dari r ($r \leq n$) disebut kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sekaligus. Simbonya adalah $\binom{n}{r}$ atau C(n, r) atau $_nC_r$. Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dimasukan kedalam persamaan

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Dalam himpunan bagian yang dipilih, urutan kemunculan anggotanya tidak diperhatikan. Hal yang diperhatikan adalah objek yang muncul (Siang,2002).

4. Barisan aritmatika orde tinggi

Barisan aritmatika tingkat ke-p adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama setiap suku berurutanya setelah p tingkatan. Tingkatan pada barisan aritmatika akan menghasilkan persamaan dengan pangkat tertingginya adalah p. Pangkat tertinggi dari suatu persamaan adalah orde dari persamaan tersebut.

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinomial pada deret aritmatika orde ke-p adalah

$$P_p\ (m) = a_p m^p + a_{p-1} m^{p-1} + a_{p-2} m^{p-2} + \ldots + a_2 m^2 + a_1 m + a_0$$

Dengan koefisien tertentu $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{p-1}, a_p, a_{p+1}$. Polinom ini memiliki derajat sebesar p. Jika koefisien penentunya $a_1 \neq 0$ (Conte dan Boor, 1980).

5. *Cramer's Rule*

Metode berikut memberikan rumus untuk solusi dari sistem persamaan linier tertentu dengan n persamaan dan n faktor yang tidak diketahui (Anton dan Rorres,2004). Jika $AX = b$ adalah suatu sistem dari n persamaan linier dengan n faktor yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga det(A) ≠ 0, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)},\ x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)},\ \ldots.,\ x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Dimana A_j diperoleh dengan mengganti entri - entri pada kolom ke- j dari A dengan entri – entri pada matriks b = $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$, dengan j = 1,2,3,…, n.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan

Untuk penelitian tentang perhitungan graf orde enam yang telah dilakukan adalah oleh Fatimah (2016) yang mendapat hasil sebagai berikut:

Jumlah graf terhubung tanpa garis paralel untuk n = 6 dapat dirumuskan secara umum, yaitu:

1. Untuk n = 6; g = 5 diperoleh rumus:

   $N(G_{n,m,l,5})$ = 1296 $\binom{m}{5}$

2. Untuk n = 6; g = 6 diperoleh rumus:

   $N(G_{n,m,l,6})$ = 1980 $\binom{m-1}{5}$

3. Untuk n = 6; g = 7 diperoleh rumus:

   $N(G_{n,m,l,7})$ = 3330 $\binom{m-2}{5}$

dengan:

n = banyaknya titik pada graf

m = banyaknya garis pada graf

g = garis bukan *loop*

.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019.

3.3 Metode Penelitian

Langkah – langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan graf.
2. Menggambar graf terhubung berlabel titik untuk n = 6 dengan $5 \leq m \leq 60$.
3. Mengelompokkan graf terhubung dengan n titik dan m garis yang sama.
4. Menghitung jumlah graf terhubung yang terbentuk.
5. Melihat pola banyaknya graf yang terbentuk .
6. Menentukan rumus umum.
7. Membuktikan rumus.
8. Menarik kesimpulan.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan observasi dari graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal 15 garis 4-paralel berdasarkan jumlah *t*, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

- $N(G_{6,m,5}) = \begin{cases} 72\,(m2 \ + \ 11m \ - \ 62); m = 5, 8, 11 \\ 72\,(m2 \ - \ 61m \ + \ 838); m = 14, 17, 20 \end{cases}$

- $N(G_{6,m,6}) = \begin{cases} -\frac{220}{9}\,(4m3 - \ 126m2 + \ 1071m - \ 2835); m = 6,9, 12, 15 \\ \frac{220}{9}(4\,m3 \ - \ 234m^2 + 4311m - 23895); m = 15,18, 21, 24 \end{cases}$

- $N(G_{6,m,7}) = \begin{cases} -\frac{370}{9}\,(4m^3 - \ 156m^2 + \ 1614m - \ 5107); m = 7,10, 13, 16 \\ \frac{1}{9}\ (\,4m^3 \ - \ 264m^2 \ + \ 5394m \ - \ 31783); m = 19, 22, 25, 28 \end{cases}$

- $N(G_{6,m,8}) = \begin{cases} \frac{5}{27}\left(\frac{-1309}{6}m^4 \ + \ \frac{298199}{2}m^3 \ - \ \frac{2862025}{3}m^2 \ + \ \frac{6642020}{3}m - \frac{97445}{9}\right) \\ ; m = 8,11,14,17,20 \\ \frac{385}{27}\left(\frac{-17}{6}m^4 \ + \ \frac{965}{3}m^3 \ - \ \frac{26857}{2}m^2 \ + \ \frac{726905}{3}m \ - \ \frac{4715860}{3}\right) \\ ; m = 20, 23, 26, 29, 32 \end{cases}$

- $N(G_{6,m,9}) = \begin{cases} \frac{185}{3}\left(\frac{-29}{18}m^4 \ + \ \frac{265}{3}m^3 \ - \ \frac{3319}{2}m^2 \ + \ 4445m \ - \ 13104\right) \\ ; m = 9, 12, 15, 18, 21 \\ \frac{185}{3}\left(\frac{-29}{18}m^4 \ + \ \frac{605}{3}m^3 \ - \ \frac{18619}{2}m^2 \ + \ 62215m - 452304\right) \\ ; m = 24, 27, 30, 33, 36 \end{cases}$

- N($G_{6,m,10}$)

=

$$\begin{cases} \frac{79}{243}\left(\frac{1}{4}m^5 - \frac{665}{4}m^4 + \frac{38965}{4}m^3 - \frac{819775}{4}m^2 + \frac{3709597}{2}m - 6150070\right) \\ ; m = 10, 13, 16, 19, 22, 25 \\ -\frac{79}{243}\left(\frac{1}{4}m^5 + \frac{415}{4}m^4 - \frac{69035}{4}m^3 + \frac{41785403}{4}m^2 - \frac{169050770}{2}m + 3700025\right) \\ ; m = 25, 28, 31, 34, 37, 40 \end{cases}$$

- N($G_{6,m,11}$)

$$= \begin{cases} -\frac{77}{243}\left(\frac{17}{4}m^5 - \frac{2245}{8}m^4 + \frac{12745}{2}m^3 - \frac{490295}{8}m^2 + \frac{835063}{4}m + 58010\right) \\ ; m = 11, 14, 17, 20, 23, 26 \\ \frac{77}{243}\left(\frac{17}{4}m^5 - \frac{7105}{8}m^4 + \frac{146395}{2}m^3 - \frac{23742155}{8}m^2 + \frac{235969963}{4}m - 457436470\right) \\ ; m = 29, 32, 35, 38, 41, 44 \end{cases}$$

- N($G_{6,m,12}$)

$$= \begin{cases} \frac{7}{18}\left(\frac{7}{27}m^6 - \frac{301}{9}m^5 + \frac{5155}{3}m^4 - 45095m^3 + 35733m^2 - 264422m + 796500\right) \\ ; m = 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \\ \frac{7}{3}\left(\frac{7}{162}m^6 - \frac{539}{54}m^5 + \frac{1895}{2}m^4 - \frac{94435}{2}m^3 + 1300349m^2 - 6246538m + 36829980\right) \\ ; m = 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48 \end{cases}$$

- N($G_{6,m,13}$)

$$= \begin{cases} \frac{5}{792}\left(\frac{23}{6}m^6 - \frac{1159}{2}m^5 + \frac{67975}{2}m^4 - \frac{5994955}{6}m^3 + 15765797m^2 - 127990283m + \frac{1261719250}{3}\right) \\ ; m = 13,16, 19, 22, 25, 28, 31, \\ \frac{5}{792}\left(\frac{23}{6}m^6 - \frac{1831}{2}m^5 + \frac{177175}{2}m^4 - \frac{26449795}{6}m^3 + 117471947m^2 - 1556988077m + \frac{23199174790}{3}\right) \\ ; m = 334, 37, 40, 43, 46, 49, 52 \end{cases}$$

- $N(G_{6,m,14})$

$$= \begin{cases} \frac{1}{243}\left(\frac{17}{7}m^7 + \frac{3581}{9}m^6 + \frac{165217}{6}m^5 + \frac{6261665}{6}m^4 + \frac{421148497}{18}m^3 + \frac{1861811981}{6}m^2 - \frac{47331321728}{21}m + \frac{62236000385}{9}\right) \\ ; m = 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35 \\ \frac{1}{243}\left(\frac{17}{7}m^7 + \frac{7129}{9}m^6 + \frac{661937}{6}m^5 + \frac{51025285}{6}m^4 + \frac{7052228897}{18}m^3 + \frac{64716041809}{6}m^2 - \frac{3449757019588}{21}m + \frac{9608706701605}{9}\right) \\ ; m = 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56 \end{cases}$$

- $N(G_{6,m,15})$

$$= \begin{cases} \frac{1}{3}\left(\frac{32}{229635}m^7 + \frac{59}{2430}m^6 + \frac{12829}{7290}m^5 + \frac{5588}{81}m^4 + \frac{1285813}{810}m^3 + \frac{1937143}{90}m^2 + \frac{5587979}{35}m - 166881\right) \\ ; m = 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36 \\ \frac{1}{9}\left(\frac{32}{76545}m^7 + \frac{1069}{7290}m^6 + \frac{53179}{2430}m^5 + \frac{145786}{81}m^4 + \frac{23765563}{270}m^3 + \frac{230177671}{90}m^2 + \frac{1429815787}{35}m - 30740229\right) \\ ; m = 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60 \end{cases}$$

Dengan;

$N(G_{n,m,t})$ = banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde n dengan m garis dan t adalah banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda.

5.2 Saran

Penelitian dapat di lanjutkan untuk menentukan rumus umum jumlah graf terhubung berlabel titik maksimal garis 4-paralel untuk n ≥ 7.

DAFTAR PUSTAKA

Agnarsson, Geir and Raymond Greenlaw. 2007. *Graph Theory Modeling, Applications, and Algorithms.* Pearson/Prentice education Inc., New Jersey.

Amanto, Wamiliana, Mustofa Usman, dan Reni Permata Sari, 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Laeblled Graph with Order Maksimal Four. *Science International Lahore*, Vol.29, No.6, Hal. 1181-1186.

Anton, Howard and Chris Rorres. 2005. *Aljabar Linier Elementer edisi 8.* Erlangga. Jakarta.

Conte, S.D. and Carl de Boor. 1980. *Dasar-dasar analisis numerik suatu pendekatan algoritma*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc., New York.

Efendi , M. Fajar Nur . 2018. Penentuan Banyaknya Graf – Graf Tak Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Tanpa Loop Serta Banyaknya Garis 3-Paralel Maksimal Enam. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Fatimah, Siti. 2016. Penentuan Pola – Pola Graf Terhubung Berlabel Berorde Enam Tanpa Garis Paralel dengan Banyaknya Garis ≥ 5. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Harary, F. and Palmer, E.M. 1973. *Graphical Enumeration.* Academic Press, Inc. (London) Ltd., London.

Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Andi Offset. Yogyakarta.

Wamiliana, Amanto, dan Grita Tumpi N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST Vol.1*, No.1, eISSN. Page 4-7.