

**SOLUSI SISTEM PERSAMAAN HIROTA SATSUMA DENGAN METODE
ANALISIS HOMOTOPI (HAM)**

(Skripsi)

Oleh

INTAN SEPKA ANDRIANI



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRACT

SOLUTIONS FOR HIROTA SATSUMA SYSTEMS BY HOMOTOPY ANALYSIS METHOD (HAM)

By

INTAN SEPKA ANDRIANI

One of the equations of water wave motion is the Hirota Satsuma equation. The Hirota Satsuma equation is a nonlinear wave motion equation which the solution is not always able to be differentiated exactly. The purpose of this research is to solve the Hirota Satsuma equation system by using a homotopy analysis method (HAM). Homotopy analysis method also a free method which not observe the bigness or smallnes about one parameter. This method extremely effective to solve various type of the equations , homogen or non-homogen equation system. The h constant value that will be used is $h = -1$.

Keyword: Homotopy Analysis Method, the Hirota Satsuma equation, exact solution

ABSTRAK

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN HIROTA SATSUMA DENGAN METODE

ANALISIS HOMOTOPI (HAM)

Oleh

INTAN SEPKA ANDRIANI

Salah satu gerak persamaan gerak gelombang permukaan air adalah persamaan Hirota Satsuma. Persamaan Hirota Satsuma merupakan persamaan gerak gelombang taklinear yang solusinya tidak selalu bisa diturunkan secara eksak. Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan sistem persamaan Hirota Satsuma dengan metode analisis homotopi (HAM). Metode analisis homotopi merupakan metode yang bebas, artinya tidak memperhatikan kecil atau besarnya suatu parameter. Metode ini sangat efektif untuk menyelesaikan berbagai tipe persamaan, sistem persamaan homogen atau tak homogen. Nilai konstanta h yang digunakan ialah $h = -1$.

Keywords: *Metode Analisis Homotopi, persamaan Hirota Satsuma, solusi eksak*

**SOLUSI SISTEM PERSAMAAN HIROTA SATSUMA DENGAN METODE
ANALISIS HOMOTOPI (HAM)**

Oleh

Intan Sepka Andriani

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
SARJANA SAINS

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

Judul Skripsi : Solusi Sistem Persamaan Hirota Satsuma Dengan Metode Analisis Homotopi (Ham)

Nama Mahasiswa : Intan Sepka Andriani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031106

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. **Komisi Pembimbing**

Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.
NIP. 19620513 198603 1 003

Subian Saidi, S.Si., M.Si.
NIP. 19800821 200812 1 001

2. **Mengetahui**

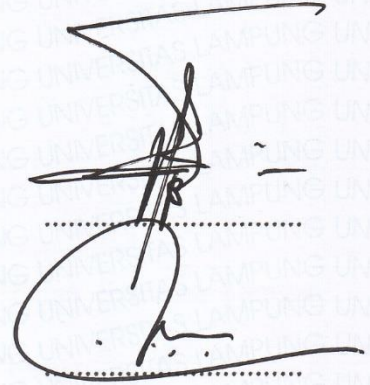
Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

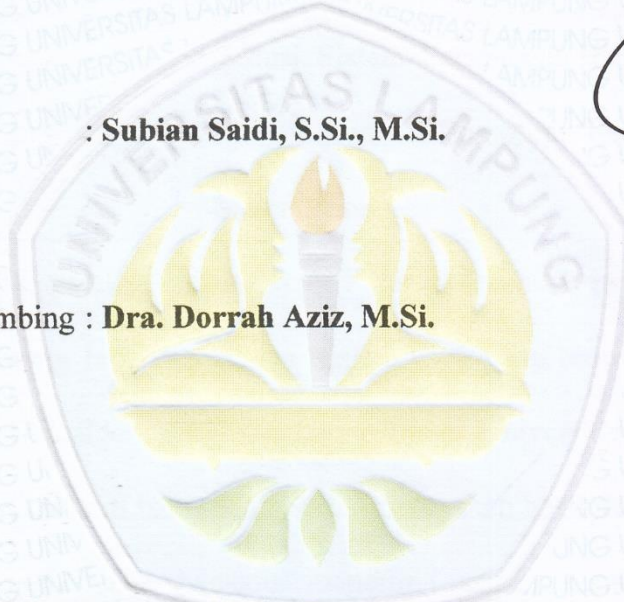
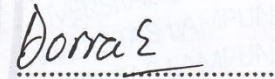
1. Tim Penguji

Ketua : **Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.**



Sekretaris : **Subian Saidi, S.Si., M.Si.**

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Suratman, M. Sc.
NIP. 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **12 Juli 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Intan Sepka Andriani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031106

Judul : Solusi Sistem Persamaan Hirota Satsuma Dengan
Metode Analisis Homotopi (Ham)

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 30 Juli 2019



Intan Sepka Andriani
NPM. 1517031106

RIWAYAT HIDUP

Penulis lahir di Lahat, 11 September 1997. Anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan suami istri Bapak Ansori dan Ibu Silmawati.

Penulis memulai pendidikan dari taman kanak-kanak di TK Xaverius Pagaram tahun 2002. Kemudian melanjutkan pendidikan di SD Xaverius Pagaram tahun 2003. Pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Xaverius Pagaram tahun 2009. Pendidikan sekolah menengah atas di SMAN 1 Pagaram tahun 2012.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (UNILA) melalui jalur SBMPTN tahun 2015. Penulis terdaftar sebagai anggota departemen Kominfo (BEM FMIPA Unila) Periode 2016/2017 dan 2017/2018.

Sebagai bentuk penerapan ilmu perkuliahan, pada tahun 2018 penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) di BPS Provinsi Lampung dan melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Wawasan, Kecamatan Tanjung Sari, Kabupaten Lampung Selatan selama 32 hari.

MOTTO

“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya”
(Q.S Al- Baqarah : 286)

“Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”
(QS. Al- Insyirah : 5-6)

“Satu-satunya sumber pengetahuan adalah pengalaman, Manusia harus memiliki tindakan dan mereka tidak akan berhasil jika mereka tidak menemukannya.”
(Albert Einstein)

“Tidak ada eskalator kesuksesan, kau harus menaiki tangga”

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah Wasyukurillah.

Puji dan syukur tiada hentinya terpanjatkan kepada Allah S.W.T dimana tiada kata yang lebih mampu mewakili setiap rasa bahagia yang ingin tcurahkan, penulis persembahkan skripsi ini untuk kalian orang tersayang :

Kedua orangtuaku yang selalu memberi semangat dan pengorbanan yang tulus, motivasi dan bimbingan serta selalu mendoakan untuk keberhasilan penulis. Terimakasih yang tiada terhingga untuk papa dan mama ku telah menjadi pembimbing hidup yang sangat terbaik sampai saat ini.

Adikku Marta Adiansyah dan keluarga besar yang selalu memberi semangat, motivasi, menjadi pendengar selama penulis mencurahkan keluh kesah dan mendoakan setiap waktu untuk keberhasilan penulis.

Sahabat-sahabat tersayang, terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda, tawa, do'a dan semangat yang telah kalian berikan.

Dosen pembimbing dan pembahas yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi serta semangat kepada penulis serta almamater yang aku banggakan Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji dan syukur tak henti-hentinya tercurahkan kepada Allah SWT berkat segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam semoga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Tidak lupa pula ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam memberikan bimbingan, motivasi, semangat, serta saran yang telah membangun penulis selama proses penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D., sebagai Dosen Pembimbing 1 yang telah meluangkan waktu dan membimbing penulis selama menyusun skripsi.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si., sebagai Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan saran serta arahan kepada penulis.
3. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan evaluasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
4. Bapak La Zakaria, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan pengarahan selama masa perkuliahan.
5. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D., selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

6. Bapak Drs. Suratman, M. Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu serta bantuan kepada penulis.
8. Kedua orang tua dan adik serta seluruh keluarga yang selalu memberikan doa dan kasih sayang, mendukung dan memotivasi untuk dapat menjadi kebanggaan keluarga sehingga dapat meraih kesuksesan.
9. Sahabat seperjuangan penulis Bella, Icha, Zola, dan Astrida yang banyak memberikan masukan, memberi semangat yang sangat besar kepada penulis selama menjalani masa perkuliahan.
10. Teman-teman seperjuangan Anita, Natasha, Cintya, Moni, Rina, Rini, Dhenty, Nisa, Tirania, Nurah, Anggun, Thalia, dan teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2015 lainnya yang telah banyak memberikan semangat, ide, dan saran kepada penulis.
11. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Dengan segenap upaya penulis berusaha semaksimal mungkin untuk menyempurnakan tulisan ini. Namun, penulis menyadari bahwa kesempurnaan hanya milik Allah SWT. Penulis berharap semoga tulisan ini bermanfaat bagi penulis pada khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Bandar Lampung, 30 Juli 2019
Penulis

Intan Sepka Andriani

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	i
DAFTAR GAMBAR	ii
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	2
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Persamaan Diferensial Parsial.....	3
2.2 Persamaan Hirota Satsuma	4
2.3 Metode Analisis Homotopi (HAM).....	5
2.4 Operator Linear	7
2.5 Deformasi.....	8
III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	9
3.2 Metode Penelitian	9
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	11
V. KESIMPULAN	
5.1 Kesimpulan.....	63
5.2 Saran.....	63
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
Gambar 4.1 Plot Persamaan 4.27.....	61
Gambar 4.2 Plot Persamaan 4.28.....	61

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

Dalam kehidupan sehari-hari banyak ditemui fenomena gelombang, fenomena gelombang dalam kehidupan sehari-hari dapat berupa gelombang suara, gelombang cahaya pada optik fiber, serta gelombang permukaan air. Partikel gelombang pada permukaan air berbentuk lingkaran-lingkaran yang menjauhi titik pusatnya. Oleh karena itu, gelombang permukaan air dikategorikan sebagai gelombang transversal. Gelombang transversal adalah gelombang yang arah rambatnya tegak lurus dengan arah getar partikel-partikel mediumnya. Salah satu persamaan gerak gelombang permukaan air adalah persamaan Hirota-Satsuma.

Persamaan Hirota-Satsuma berupa persamaan diferensial parsial nonlinear. Masalah nonlinear ini biasanya sulit diselesaikan baik secara analitik maupun secara numerik. Oleh sebab itu, maka dibutuhkan metode-metode yang dapat menyelesaikan persamaan diferensial parsial ini. Beberapa penelitian difokuskan pada penemuan metode untuk memperoleh solusi dari masalah yang dimodelkan dalam persamaan nonlinear. Selain itu, metode analisis homotopi adalah metode yang bebas, artinya tidak memperhatikan kecil atau besarnya suatu parameter. Metode analisis homotopi berhasil diterapkan dalam menyelesaikan berbagai tipe persamaan dan sistem persamaan diferensial tak linier, homogen atau tak

homogen. Oleh karena itu, penulis menggunakan metode homotopi dalam menyelesaikan permasalahan sistem persamaan diferensial parsial ini.

1.2. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini berdasarkan atas perumusan masalah di atas adalah menyelesaikan persamaan Hirota Satsuma sistem persamaan diferensial parsial homogen $u_t - \frac{1}{2}u_{xxx} - 3uu_x + 6ww_x = 0$; $w_t - w_{xxx} + 3uw_x = 0$ dengan syarat awal $u(x, 0) = \sin h x$ dan $w(x, 0) = \cos h x$.

1.3. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang didapatkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai mempergunakan metode analisis homotopi (HAM) untuk menyelesaikan persamaan Hirota Satsuma sistem persamaan diferensial parsial homogen $u_t - \frac{1}{2}u_{xxx} - 3uu_x + 6ww_x = 0$; $w_t - w_{xxx} + 3uw_x = 0$ dengan syarat awal $u(x, 0) = \sin h x$ dan $w(x, 0) = \cos h x$.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan parsial suatu fungsi (yang diketahui) dengan dua atau lebih peubah bebas dinamakan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial parsial memegang peranan penting di dalam penggambaran keadaan fisis, di mana besaran-besaran yang terlibat di dalamnya berubah terhadap ruang dan waktu. Di dalam pembahasan tentang persamaan diferensial biasa, variabel bebas yang terlibat dalam masalah hanya satu, sedangkan untuk persamaan diferensial parsial variabel bebas berjumlah lebih dari satu.

Ordo turunan tertinggi dinamakan ordo persamaan tersebut. Baik persamaan diferensial biasa maupun parsial dapat digolongkan sebagai linier atau taklinier. Sebuah persamaan diferensial disebut linier apabila persamaan itu berderajat satu dalam peubah biasanya dan turunan parsialnya. (hasil kali tidak dibolehkan). Bila tidak memenuhi syarat ini, persamaan tersebut adalah taklinier. Jika setiap suku persamaan demikian ini mengandung peubah tak bebasnya atau salah satu dari turunannya, maka persamaan itu dikatakan homogen. Dan bila tidak, maka

persamaan itu dikatakan tak homogen. Bentuk umum dari persamaan diferensial parsial ini adalah:

$$\sum_{i=1}^N A_i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^N B_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + Cf + D = 0 \quad (2.1)$$

Orde dari persamaan diferensial parsial ini adalah turunan tertinggi yang muncul pada persamaan diferensial parsial tersebut.

- Persamaan diferensial orde 1

$$\frac{\partial c}{\partial x} - \alpha \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

- Persamaan diferensial orde 2

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - Dc \frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

- Persamaan diferensial orde 3

$$\left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

(Farlow, 1982).

2.2. Persamaan Hirota Satsuma

Fenomena gelombang dalam kehidupan sehari-hari dapat berupa gelombang suara, gelombang cahaya pada optik fiber, serta gelombang permukaan air. Salah satu persamaan gerak gelombang permukaan air adalah persamaan Hirota-Satsuma. Persamaan Hirota-Satsuma muncul dari konsep gelombang air dangkal. Persamaan ini pertama kali dikaji oleh Ryogo Hirota dan Junkichi Satsuma pada tahun 1976. Persamaan Hirota-Satsuma mempunyai penyelesaian multi soliton dan solusi gelombang berjalan (Hirota dan Satsuma 1976). Persamaan Hirota-

Satsuma berupa persamaan diferensial parsial taklinear. Persamaan Hirota-Satsuma menggambarkan suatu interaksi dari dua gelombang panjang dengan relasi dispersi yang berbeda. Untuk mencari solusi dari sistem persamaan Hirota-Satsuma dapat digunakan metode homotopi penyelesaian masalah taklinear berbentuk deret tetapi tidak perlu dimisalkan dalam bentuk deret pangkat (polinomial) (Mahmudah,2017).

Berikut adalah contoh persamaan Hirota Satsuma :

$$u_t = \frac{1}{2}u_{xxx} + 3uu_x - 6ww_x \quad (2.5)$$

$$w_t = -w_{xxx} - 3uw_x \quad (2.6)$$

2.3. Metode Analisis Homotopi (HAM)

Homotopi dideskripsikan sebagai variabel kontinu atau *deformasi* di matematika. Mendefinisikan lingkaran dapat dilakukan secara kontinu menjadi elips dan bentuk dari cangkir kopi dapat dideformasikan secara kontinu menjadi bentuk donat. Homotopi dapat didefinisikan sebagai suatu penghubung antara dua benda yang berbeda di dalam matematika yang memiliki karakteristik yang sama di beberapa aspek (Liao, 2012).

Misalkan terdapat persamaan diferensial sebagai berikut

$$N[u(t)] = 0 \quad (2.7)$$

dimana N adalah operator taklinear, t menunjukkan variabel bebas, $u(t)$ adalah fungsi yang tidak diketahui. Untuk lebih mudah, diabaikan syarat awalnya, yang bisa dilakukan dengan cara yang sama. Dengan cara generalisasi metode homotopi sederhana, Liao menyusun persamaan deformasi orde nol,

$$(1 - q)L[\varphi(\tau; q) - u_0(t)] = qhH(t)N[\varphi(t; q)] \quad (2.8)$$

Dimana L adalah operator linier tambahan, N adalah operator non linear untuk persamaan nonlinear asli $N[\varphi(t; q)]$ dan q adalah parameter terkait. Digunakan $q \in [0,1]$ dimana $\varphi(t; q)$ adalah solusi yang tergantung kepada $h, H(t), L, u_0(t)$ dan q, dimana $q=0$ dan $q=1$ menghasilkan

$$\varphi(t; 0) = u_0(t) \quad \varphi(t; 1) = u(t) \quad (2.9)$$

Maka, sejalan dengan meningkatnya q dari 0 ke 1, solusi $\varphi(t; q)$ bervariasi dari perkiraan awal $u_0(t)$ kesolusi $u(t)$. Memperluas ke alam deret Taylor terhadap q akan menghasilkan

$$\varphi(t; q) = u_0(t) + \sum_{m=1}^{\infty} u_m(t)q^m \quad (2.10)$$

$$u_m(t) = \frac{1}{m!} \frac{\partial^m \varphi(t; q)}{\partial q^m}, q = 0 \quad (2.11)$$

Jika operator linear tambahan, syarat awal, parameter tambahan h dan fungsi tambahan dipilih yang benar, maka deret pada persamaan (2.9) konvergen ke $q = 1$, dan didapat

$$u(r, t) = u_0(r, t) + \sum_{m=1}^{\infty} u_m(r, t) \quad (2.12)$$

yang harus menjadi salah satu solusi dari persamaan nonlinear asli, sebagaimana dibuktikan oleh Liao. Sebagaimana $h = -1$ dan $H(t) = 1$, persamaan (2.7) menjadi

$$(1 - q)L[\varphi(\tau; q) - u_0(t)] + qN[\varphi(t; q)] = 0 \quad (2.13)$$

Persamaan yang mengatur dapat disimpulkan dari deformasi orde nol persamaan (2.7). tentukan vektornya

$$\vec{u}_m(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_3(t)\} \quad (2.14)$$

Membedakan persamaan (2.7) m-kali dengan memperhatikan parameter terkait q , kemudian pengaturan $q = 0$ dan akhirnya membaginya dengan $m!$, didapatkan persamaan deformasi urutan ke-m.

$$L[u_m(t) - x_m u_{m-1}(t)] = hH(t)R_m(\vec{u}_{m-1}) \quad (2.15)$$

Dimana

$$R_m(\vec{u}_{m-1}) = \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1} N[\varphi(t; q)}{\partial q^{m-1}}, q = 0 \quad (2.16)$$

$$X_m = \begin{cases} 0, & m \leq 1 \\ 1, & m > 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

harus ditekankan bahwa $u_m(t)$ untuk $m \geq 1$ diatur oleh kondisi batas linear yang berasal masalah asli, yang dapat dengan mudah dipecahkan oleh perangkat lunak komputasi simbolis seperti Maple, Mathematica dan Matlab. Jika persamaan (2.6) mengakui solusi unik, maka metode ini akan menghasilkan solusi unik. Jika persamaan (2.6) tidak memiliki solusi unik, HAM akan memberikan solusi di antara banyak solusi lain (Abbas, 2014).

2.4. Operator Linear

Operator linear sering digunakan dalam perumusan masalah matematika, dalam bentuk persamaan untuk diselesaikan atau fungsi untuk dioptimumkan. Selain kelinearan, perlu dipelajari sifat lainnya.

- a. Kemiripan dengan masalah yang penyelesaiannya diketahui.
- b. Kemiripan dengan masalah ber-dimensi hingga.

Operator = pemetaan, transformasi, fungsi, fungsional (bergantung pada domain dan kodomainnya).

Operator dikatakan sebagai linear jika, untuk setiap pasangan fungsi f dan g dan skalar t ,

$$L(f + g) = Lf + Lg$$

dan

$$L(tf) = tLf$$

(Weisstein, 2017).

Contoh :

$T : R^2 \rightarrow R^2$ dengan $T(x, y) = (-y, x)$ adalah sebuah operator linear pada R^2 dimiliki :

- $T((x_1, y_1) + (x_2, y_2)) = T(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (-(y_1 + y_2), x_1 + x_2) = (-y_1, x_1) + (-y_2, x_2) = T(x_1, y_1) + T(x_2, y_2)$
- $T(\alpha(x, y)) = T(\alpha x, \alpha y) = (-\alpha y, \alpha x) = \alpha(-y, x) = \alpha T(x, y)$

2.5. Deformasi

Deformasi merupakan perubahan bentuk, dimensi dan posisi dari suatu materi baik merupakan bagian dari alam ataupun buatan manusia dalam skala waktu dan ruang (Taufiq, 2005)

III. METODE PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2018/2019, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan solusi sistem Hirota Satsuma dari permasalahan diferensial parsial homogen dengan menggunakan Metode Analisis Homotopi (HAM) adalah sebagai berikut

1. Misalkan diberikan sistem persamaan

$$\begin{aligned}u_t - \frac{1}{2}u_{xxx} - 3uu_x + 6ww_x &= 0 \\w_t - w_{xxx} + 3uw_x &= 0\end{aligned}\tag{3.2.1}$$

dimana

$$u(x, 0) = \sin h x,$$

$$w(x, 0) = \cos h x$$

2. Menyelesaikan persamaan (3.2.1) menggunakan metode analisis homotopi dengan operator bantu linear L , pertama menjelaskan operator linear L , kemudian menentukan persamaan *deformasi* orde nol dan menentukan rangkaian solusi dari komponen yang telah diperoleh melalui perkiraan awal jika $q = 0, q = 1$.
3. Mengonstruksikan persamaan $R_{i,m}(u_m(x,t))$ dan $R_{i,m}(w_m(x,t))$ menggunakan aplikasi maple.
4. Setelah mendapatkan persamaan $R_{i,m}(u_m(x,t))$ dan $R_{i,m}(w_m(x,t))$, dapat ditentukan solusi persamaan deformasi pada persamaan yang diperoleh dari langkah ke (2) untuk setiap $n= 1, 2, 3, 4$ menggunakan aplikasi maple.
5. Mensubstitusikan hasil ini ke dalam deret homotopi, sehingga diperoleh solusi homotopi.
6. Dari deret homotopi dibuat plot galat untuk melihat penyelesaian telah benar.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya diperoleh kesimpulan bahwa Metode Analisis Homotopi dapat digunakan untuk mencari solusi analitik dari persamaan $u_t - \frac{1}{2}u_{xxx} - 3uu_x + 6ww_x = 0$ dan $w_t - w_{xxx} + 3uw_x = 0$ dengan syarat awal $u(x, 0) = \sin h(x)$ dan $w(x, 0) = \cos h(x)$ jika $h = -1$ sehingga diperoleh nilai galat (9×10^{-4}) dan (2×10^{-4}) yang mendekati solusi eksaknya.

5.2. Saran

Pada penelitian ini hanya dibahas Metode Analisis Homotopi pada persamaan Hirota Satsuma dengan 2 persamaan dan mendiferensialkan sebanyak 4 suku. Disarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat membahas lebih dari 2 persamaan dan dapat mendiferensialkan lebih dari 4 suku.

DAFTAR PUSTAKA

- Abbas, Zainab Mohammed Alwan.2014. Homotopy Analysis Method for Solving Non-linear Various Problem of Partial Differential Equations. *Jurnal of Mathematical Theory and Modeling, Iraq*. N0.14: 2224-5804.
- Farlow, S.J.. 1982. *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers*. John Willey and Sons, Inc. New York.
- Liao, S. 2012. *Homotopy Analysis Method in Nonlinear Differential Equation*. Beijing: Higher Education Press.
- Mahmudah, Roihatul. 2017. *Penggunaan Metode Transformasi Diferensial Untuk Menyelesaikan Persamaan HIROTASATSUMA-KdV*. Skripsi. Tidak Diterbitkan. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Pertanian Bogor: Bogor.
- Taufiq. 2005. Deformasi. <http://dtaufiqnr.blogspot.co.id/2012/04/deformasi.1>
Diakses pada tanggal 29 September pukul 20.00 WIB.
- Weisstein, E. 2017. Linear Operator. <http://mathworld.wolfram.com/> . Diakses pada tanggal 23 Juni 2019 pukul 20.00 WIB.