

**PENDUGAAN PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME
AUTOREGRESSIVE (GSTAR)* DENGAN SOFTWARE R PADA DATA
CURAH HUJAN**

(Skripsi)

Oleh

Krisnawan Aji Prayoga



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

ABSTRACT

Estimation Parameters Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model with R on Rainfall Data

By

Krisnawan Aji Prayoga

Space Time Autoregressive (STAR) is a model that can be used to analyze time series data that have a relationship between time and location. However STAR models tend to be inflexible when faced with location that have heterogeneous characteristic. To overcome this weakness, the Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) model is used, which is a STAR model, assuming that the autoregressive parameters and space-time parameters don't have the same value at each location. In variety of statistical software not yet available *tools* which can be used directly for apply the GSTAR model. Based on these, in this research a program will be made for apply the GSTAR model especially on estimating model parameters using R. The purpose of this research is modeling rainfall data in BMKG Pesawaran Climatology Station(Z_1), MEWS BMKG Station Lampung(Z_2), and BMKG Class 1 Observation Station Radin Inten II Airport(Z_3) using the GSTAR model. By using the Distance Inverse weighting matrix and programs that have been made with the R programming language, the model obtained is GSTAR (3_1) I(0).

Keyword : Space Time, STAR, GSTAR, Programming R

ABSTRAK

Pendugaan Parameter *Model Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan *Software R* pada Data Curah Hujan

Oleh

Krisnawan Aji Prayoga

Model *Space Time Autoregressive* (STAR) adalah model yang dapat digunakan untuk menganalisis data deret waktu yang memiliki keterkaitan waktu dan lokasi. Akan tetapi model STAR cenderung tidak fleksibel saat dihadapkan pada lokasi-lokasi yang memiliki karakteristik yang heterogen. Untuk mengatasi kelemahan ini digunakan Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) yang merupakan model STAR dengan asumsi bahwa parameter *autoregressive* serta parameter *space-time* tidak harus bernilai sama pada setiap lokasi. Dalam berbagai *software* statistik belum tersedia *tools* yang dapat digunakan secara langsung untuk mengaplikasikan model GSTAR. Berdasarkan hal tersebut dalam penelitian ini akan dibuat program untuk mengaplikasikan model GSTAR terutama pada estimasi parameter model menggunakan *software R*. Tujuan dari penelitian ini adalah memodelkan data curah hujan di BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran (Z_1), Stasiun MEWS BMKG Lampung (Z_2), dan Stasiun Pengamatan BMKG Kelas 1 Bandara Radin Inten II (Z_3) menggunakan model GSTAR. Dengan menggunakan matriks pembobot Invers Jarak dan program yang telah dibuat dengan bahasa pemrograman R, model yang didapatkan adalah GSTAR $(3_1) I(0)$.

Kata kunci : Space Time, STAR, GSTAR, Pemrograman R

**PENDUGAAN PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME
AUTOREGRESSIVE (GSTAR)* DENGAN SOFTWARE R PADA DATA
CURAH HUJAN**

Oleh

Krisnawan Aji Prayoga

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019**

Judul Skripsi

: **PENDUGAAN PARAMETER MODEL
GENERALIZED SPACE TIME
AUTOREGRESSIVE(GSTAR) DENGAN
SOFTWARE R PADA DATA CURAH
HUJAN**

Nama Mahasiswa

: **Krisnawan Aji Prayoga**

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031115

Program Studi

: Matematika

Fakultas

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si.

NIP. 19800502 200501 2 003

Ir. Warsono, M.S., Ph.D.

NIP. 19630216 198703 1 003

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamillana, M.A., Ph.D.

NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

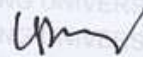
Ketua

: Widiarti, S.Si., M.Si.



Sekretaris

: Ir. Warsono, M.S., Ph.D.



Penguji

Bukan Pembimbing : Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Suratman, M.Sc.

NIP. 19640604 199003 1 002

Tanggal Ujian Skripsi : 11 Desember 2019

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Krisnawan Aji Prayoga
Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031115
Jurusan : Matematika
Judul : **PENDUGAAN PARAMETER MODEL
GENERALIZED SPACE TIME
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) DENGAN
SOFTWARE R PADA DATA CURAH HUJAN**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi saya adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 11 Desember 2019

Penulis



Krisnawan Aji Prayoga
NPM. 1517031115

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Sukanegara pada tanggal 8 Februari 1997, sebagai anak pertama dari pasangan Bapak Sriono dan Ibu Jumiatus serta kakak dari Diah Kusuma Ningsih, Retno Adya Saputri dan Puspa Sulistia Arumingtiyas.

Penulis telah menempuh pendidikan di Taman Kanak-kanak (TK) AL-Furqon Karang Jawa pada tahun 2002-2003, Sekolah Dasar Muhamadiyah Sukanegara pada tahun 2003-2009, Sekolah Menengah Pertama Negeri (SMPN) 1 Bangunrejo pada tahun 2009-2012, dan Sekolah Menengah Atas Negeri (SMAN) 1 Bangunrejo pada tahun 2012-2015.

Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam organisasi kampus antara lain menjadi generasi muda HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Matematika) dan ROIS (Rohani Islam) FMIPA pada periode 2015-2016, Anggota Bidang Keilmuan HIMATIKA periode 2016-2017, Anggota Biro Kesekretariatan ROIS FMIPA periode 2016-2017, Ketua Bidang Keilmuan HIMATIKA periode 2017-2018, Ketua Bidang Advokasi dan Kesejahteraan Mahasiswa BEM FMIPA periode 2018-2019.

Pada bulan Januari 2018 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Menggala Mas, Kecamatan Tulang Bawang Tengah, Kabupaten Tulang Bawang Barat sebagai bentuk pengabdian mahasiswa dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi. Sebagai bentuk penerapan ilmu yang telah dipelajari, pada bulan Agustus 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung.

MOTTO

“Tanggung Jawab”

“Sebaik-baiknya manusia adalah yang bermanfaat bagi manusia lainnya”

**“jika kalian menolong agama Allah, niscaya Dia akan menolong kalian”
(Qs. Muhammad: 7)**

***“Dan Aku tidak menciptakan jin dan manusia melainkan supaya mereka
beribadah kepada-Ku.”
(QS. Adz Dzariyat: 56)***

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan petunjuk dan kemudahan untuk menyelesaikan studiku ini, kupersembahkan karya kecilku ini untuk:

Bapak dan Mamakku tercinta yang selalu mendidik, mendoakan, berkorban, dan hal lain yang tak dapat ku ungkapkan dengan kata-kata

Adik-adik ku yang menjadi salah satu semangatku, yang membuatku rindu dengan rumah, dan yang membuatku termotivasi agar bermanfaat untuk orang lain dan kalian

Dosen pembimbing dan penguji yang sangat berjasa dan tidak lelah memberikan arahan serta masukan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugasku

Sahabat dan teman-temanku, terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta do'a dan semangat yang slalu kalian berikan kepadaku.

Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah Robbil ‘alamin, puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Pendugaan Parameter Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) dengan Software R pada Data Curah Hujan**”.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, dan saran-saran. Sehingga dengan segala ketulusan dan kerendahan hati pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing 1 yang senantiasa memberikan bimbingan, saran serta masukan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyelesaian skripsi.
3. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembahas dan Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan, nasehat, motivasi, kritik dan saran kepada penulis selama masa perkuliahan.

4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis.
7. Bapak dan Mamak yang tidak pernah lelah memberikan do'a, dukungan, kasih sayang, dan pengorbanan kepada penulis.
8. Teman-teman terbaik Ganteng-ganteng SWAG, Calon S.Si dan Team Cipta Karya Sentosa yang selalu memberikan keceriaan, kebersamaan, dan semoga visi besar kita dapat terwujud.
9. Teman-teman selama di HIMATIKA, khususnya Keluarga Keilmuan dan parter kerja di DINAMIKA XVIII.
10. Team Retceh Cipta Karya selama di BEM FMIPA, khususnya partner di Departemen ADKESMA.
11. Teman-teman Anak Baik Squad, Matematika Angkatan 2015, Pimpinan HIMATIKA 2017 dan semuanya yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis juga menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun guna penelitian selanjutnya agar lebih baik.

Bandar Lampung, 11 Desember 2019

Penulis,

Krisnawan Aji Prayoga

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
II Tinjauan Pustaka	
2.1 Kestasioneran Data	4
2.2 Uji Akar Unit	5
2.3 <i>Matrix Autocorelation Function</i> (MACF)	7
2.4 <i>Matrix Partial Autocorelation Function</i> (MPACF).....	9
2.5 Model <i>Space Time Autoregressive</i> (STAR).....	10
2.6 Model <i>Generalized Space Time Autoregressive</i> (GSTAR)	11
2.7 Estimasi Parameter.....	14
2.8 Pengujian Asumsi Residual	15
2.9 Bahasa Pemrograman R.....	17
2.10 Data Curah Hujan	18
III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	20
3.2 Sumber Data.....	20
3.3 Metode Penelitian	21
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Estimasi Parameter Model GSTAR.....	23
4.2 Pembuatan Program dengan <i>Software R</i>	25
4.2.1 Diagram Alir fungsi pengulangan.R	25
4.2.2 Diagram alir fungsi estimasi.R.....	27
4.3 Analisis Deskriptif	32
4.4 Pemodelan <i>Generalized Space Time Autoregressive</i> (GSTAR)...	35
4.4.1 Identifikasi Model GSTAR	35
4.4.2 Pembentukan Model.....	38
4.5 Matriks Pembobot.....	39
4.6 Estimasi Parameter.....	40

V KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran	48

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Statistik deskriptif data curah hujan.....	33
2. Nilai korelasi curah hujan pada tiga stasiun pengamatan	34
3. Uji <i>Augmented Dickey Fuller</i> (ADF).....	37
4. Nilai AIC untuk model VAR	37
5. Jarak antara tiga lokasi.....	39
6. Nilai dugaan parameter Model GSTAR(3 ₁)I(0)	44

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram Alir Fungsi pengulangan.R	26
2. Diagram Alir Fungsi estimasi.R	30
3. Plot <i>time series</i> data curah hujan di tiga lokasi secara bersamaan.....	34
4. Plot ACF data curah hujan di tiga kabupaten	36
5. Plot perbandingan data <i>real</i> dengan data dugaan di tiga lokasi.....	46

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Berdasarkan waktu pengumpulannya, data dibagi menjadi dua yaitu *cross section data* dan *time series data* (data deret waktu). *Cross section data* adalah jenis data yang dikumpulkan dengan mengamati banyak subjek pada titik waktu yang sama, atau tanpa memperhatikan perbedaan waktu. Data deret waktu adalah rangkaian data berupa nilai pengamatan yang diukur selama kurun waktu tertentu, dengan interval yang sama (Spiegel & Stephens, 2007).

Peramalan pada data deret waktu dapat dilakukan dengan berbagai metode, baik untuk data deret waktu *univariate* maupun data deret waktu *multivariate*. Permasalahan data deret waktu *multivariate* dapat dimodelkan dengan menggunakan model *Vector Autoregressive Moving Average* (VARMA). Model VARMA merupakan perluasan dari model *Autoregressive Moving Average* (ARMA), yaitu suatu model yang menjelaskan keterkaitan antar pengamatan pada variabel tertentu pada suatu waktu dengan pengamatan pada variabel itu sendiri pada waktu-waktu sebelumnya, dan juga keterkaitannya

dengan pengamatan pada variabel lain pada waktu-waktu sebelumnya (Wutsqa & Suhartono, 2010).

Seringkali ditemukan data *time series* yang juga memiliki keterkaitan dengan faktor lain, salah satunya keterkaitan dengan lokasi. Data yang menggabungkan keterkaitan waktu dan lokasi (data *space time*) pada data runtun waktu multivariat lebih dikenal dengan model *Space Time*. Ada beberapa model *Space-Time* salah satunya adalah *Space-Time Autoregressive* (STAR) yang diperkenalkan oleh Pfeifer & Deutsch pada tahun 1980. Model STAR mempunyai kelemahan yaitu cenderung tidak fleksibel saat dihadapkan pada lokasi-lokasi yang memiliki karakteristik yang heterogen. Untuk mengatasi kelemahan ini digunakan model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) yang merupakan model STAR dengan asumsi bahwa parameter autoregressive serta parameter *space-time* tidak harus bernilai sama pada setiap lokasi (Borovkova dkk, 2002).

Dalam penentuan koefisien model membutuhkan komputasi dengan bantuan *software*. Sayangnya beberapa *software* statistik belum menyediakan *tools* yang dapat digunakan untuk menganalisis model GSTAR terutama pada saat mengestimasi parameter model, dengan demikian dibutuhkan pemrograman yang dapat digunakan untuk mengaplikasikan model GSTAR. Salah satu *software open source* yang dapat digunakan adalah R. Berdasarkan hal tersebut dalam penelitian ini akan dibuat program untuk mengaplikasikan model GSTAR terutama untuk mengestimasi parameter model.

1.2 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dijabarkan, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengaplikasikan model GSTAR pada data curah hujan di stasiun BMKG Kelas 1 Bandara Radin Inten II, BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran, dan MEWS BMKG Lampung.
2. Memodelkan data dengan model GSTAR menggunakan program R.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah menambah wawasan tentang model *Generalized Space Time Autoregressive*(GSTAR) dengan mengaplikasikan model menggunakan *software* R pada data curah hujan di stasiun BMKG Kelas 1 Bandara Radin Inten II, BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran, dan MEWS BMKG Lampung.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kestasioneran Data

Suatu data deret waktu dikatakan stasioner jika mean dan variansnya konstan dari waktu ke waktu, serta nilai kovarians antar dua periode waktu tergantung dari jarak (*lag*) antara kedua periode waktu itu (y_t , y_{t+k}). Variabel runtun waktu dikatakan stasioner jika memenuhi kondisi-kondisi sebagai berikut :

1. $E(y_t) = \mu$ yaitu rata-rata dari y konstan
2. $Var(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yaitu varians dari y konstan
3. $\gamma_k = E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]$ yaitu kovarians

Misalnya titik y digeser dari y_t ke y_{t+k} maka y dikatakan stasioner apabila rata-rata, varians, dan kovarians dari y_{t+k} harus sama dengan rata-rata, varians, dan kovarians y_t .

Apabila data tidak stasioner maka harus dilakukan transformasi kestasioneran melalui proses *differencing*. *Differencing* dilakukan untuk mentransformasi data deret waktu yang tidak stasioner agar menjadi stasioner.

Differencing pertama :

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

Differencing kedua :

$$\begin{aligned}
 \Delta\Delta y_t &= \Delta(y_t - y_{t-1}) \\
 &= \Delta y_t - \Delta y_{t-1} \\
 &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) \\
 &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}
 \end{aligned}$$

Differencing hingga k kali :

$$\Delta^k y_t = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} (-1)^i y_{t-i} \quad (2.1)$$

Dengan Δ adalah operator *differencing* pertama dan $\Delta^k y_t =$ *differencing* y_t sebanyak k kali. Suatu data runtun waktu yang tidak stasioner tetapi menjadi stasioner setelah dilakukan *differencing* d kali, maka dikatakan terintegrasi pada orde d , disingkat $I(d)$, yang berarti data tersebut mengandung d akar unit (Gujarati, 2004).

2.2 Uji Akar Unit (*Unit Root Test*)

Metode yang dapat digunakan untuk menguji kestasioneran data adalah dengan pengujian akar unit (*unit root test*). Teknik pengujian unit root adalah dengan membentuk regresi antara Δy_t dan y_{t-1} . Terdapat beberapa uji akar unit, diantaranya adalah uji *Augmented Dickey-Fuller* (*ADF test*). Dickey dan Fuller (1979) mengembangkan uji *Augmented Dickey-Fuller* (*ADF test*) untuk menguji adanya keberadaan unit root dalam suatu variabel pada model *AR* dengan order

lebih dari satu atau ($AR(p)$). Berikut model regresi yang akan diuji pada metode uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) untuk model $AR(p)$.

$$\Delta y_t = \mu + \beta_t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + e_t \quad (2.2)$$

Dengan $\delta = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1$ dan $\alpha_i = -\sum_{j=i+1}^m \phi_j$, e_t adalah variabel residual, dan $m = p - 1$ adalah panjang *lag*.

Berdasarkan Persamaan (2.2), dapat dipilih tiga bentuk model yang akan digunakan untuk melakukan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), yaitu :

1. Model dengan konstanta (μ) dan tren (β), seperti model (2.2)
2. Model dengan konstanta (μ), yaitu :

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + e_t$$

3. Model tanpa konstanta (μ) dan tren (β), yaitu :

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + e_t$$

Berdasarkan model (2.2) dapat dibuat hipotesis sebagai berikut :

$$H_0: \delta = 0 \text{ atau } H_0: \sum_{i=1}^p \phi_i = 1,$$

$$H_1: \delta < 0 \text{ atau } H_1: \sum_{i=1}^p \phi_i < 1$$

Selanjutnya dilakukan uji signifikansi terhadap uji ADF berdasarkan hipotesis di atas, dengan menggunakan nilai kritis statistik uji τ atau *Dickey-Fuller*. Statistik uji τ diperoleh dengan

$$\tau = \frac{Z_{i=1}\phi_i - 1}{std.error(\sum_{i=1}^p \hat{\phi}_i)}$$

Jika nilai statistik uji τ lebih kecil dari nilai kritis tabel DF atau tabel MacKinnon maka hipotesis nol ditolak yang berarti data runtun waktu bersifat stasioner, sedangkan jika nilai statistik uji τ lebih besar dari nilai kritis tabel DF atau tabel MacKinnon maka hipotesis nol tidak ditolak yang berarti data runtun bersifat nonstasioner.

2.3 Matrix Autocorrelation Function (MACF)

Jika diberikan suatu matriks $\mathbf{Z}_{n(t)}$ dengan $n = 1, 2, 3, \dots N$, merupakan lokasi dan $t = 1, 2, 3, \dots T$, merupakan banyak waktu observasi sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Z_{1(1)} & Z_{2(1)} & \cdots & Z_{N(1)} \\ Z_{1(2)} & Z_{2(2)} & & Z_{N(2)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{1(T)} & Z_{2(T)} & \cdots & Z_{N(T)} \end{bmatrix}$$

maka persamaan matriks korelasi sampel dapat dihitung sebagai berikut :

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)]$$

dimana $\hat{\rho}_{ij}(k)$ adalah korelasi silang dari komponen data deret waktu lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu k yang diberikan sebagai berikut (Wei, 2006) :

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (z_{i,t} - \bar{z}_i)(z_{j,t+k} - \bar{z}_j)}{[\sum_{t=1}^T (z_{i,t} - \bar{z}_i)^2 \sum_{t=1}^T (z_{j,t} - \bar{z}_j)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.3)$$

dengan :

$\hat{\rho}_{ij}(k)$: korelasi silang antara i dan j pada lag ke- k

$\bar{Z}_i$: rata-rata pada variabel data Z_i

$\bar{Z}_j$: rata-rata pada variabel data Z_j

T : banyak observasi / banyak data

t : data ke- t

Dalam meringkas korelasi sampel terdapat metode sederhana menggunakan simbol yang dinotasikan dengan (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke (i,j) . Simbol simbol tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

- Simbol (+) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih besar dari 2 kali standar *error* dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan hubungan korelasi positif antara komponen (i,j) .
- Simbol (-) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih kecil dari -2 kali standar *error* dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan hubungan korelasi negatif antara komponen (i,j) .
- Simbol (.) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada di antara ± 2 kali standar *error* dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan tidak adanya korelasi antara komponen (i,j) .

Standar *error* dari nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut :

$$S_{\hat{\rho}_{ij}(k)} = \sqrt{\frac{1}{T} (1 + 2\hat{\rho}_{ij}^2(1) + 2\hat{\rho}_{ij}^2(2) + \dots + 2\hat{\rho}_{ij}^2(k-1))} \quad (2.4)$$

dimana T adalah banyaknya pengamatan (observasi).

2.4 Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

Fungsi matriks autokorelasi parsial sangat berguna dalam mengidentifikasi orde dari sebuah model $AR(p)$. *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF) pada lag ke- k yang dinotasikan dengan $P(k)$ merupakan koefisien matriks terakhir ketika data yang dimasukan ke dalam suatu proses *vector time series* dari orde p . $P(k)$ merupakan persamaan untuk $\Phi_{k,k}$ dalam regresi linier multivariat (Wei, 2006).

Persamaan untuk matriks autokorelasi parsial adalah sebagai berikut :

$$P(k) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1}, & k = 1 \\ \{\Gamma'(k) - c'(k)[A(k)]^{-1}b(k)\}\{\Gamma'(0) - b'(k)[A(k)]^{-1}b(k)\}^{-1}, & k > 1 \end{cases} \quad (2.5)$$

Untuk $k \geq 2$, maka persamaan untuk nilai $A(k)$, $b(k)$ dan $c(k)$ adalah sebagai berikut :

$$A(k) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \dots & \Gamma'(k-2) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \dots & \Gamma'(k-3) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Gamma(k-2) & \Gamma(k-3) & \dots & \Gamma(0) \end{bmatrix},$$

$$b(k) = \begin{bmatrix} \Gamma'(k-1) \\ \Gamma'(k-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix},$$

$$c(k) = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(k-1) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Dimana $\Gamma(k)$ adalah matriks kovarian lag- k . Identifikasi data berdasarkan nilai MPACF juga dinotasikan dalam bentuk (+), (-) dan (.) seperti pada MACF.

2.5 Model Space Time Autoregressive (STAR)

Menurut Pfeifer dan Deutsch (1980), model STAR merupakan suatu model yang dikategorikan sebagai *lag* yang bergantung linier baik dalam ruang maupun waktu. Model STAR ($p ; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$) dengan p adalah orde *autoregressive* dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ adalah orde spasial dirumuskan sebagai:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_s} \phi_{kl} W^{(l)} Z(t-k) + \varepsilon(t)$$

dimana:

$Z(t)$: vektor pengamatan $n \times 1$ pada waktu t dan N lokasi

$W^{(l)}$: matriks pembobot $n \times n$ pada *lag* spasial l

ϕ_{kl} : parameter STAR pada *lag* waktu k dan *lag* spasial l

Orde spasial pada umumnya dibatasi pada orde 1 karena orde yang lebih tinggi akan sulit diinterpretasikan. Model STAR(p_1) didefinisikan sebagai:

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p \phi_{k0} Z(t-k) + \sum_{k=1}^p \phi_{k1} W^{(1)} Z(t-k) + \varepsilon(t)$$

Model STAR(1;1) dalam bentuk matriks dapat ditulis menjadi:

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_N(t) \end{bmatrix} = \phi_{10} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ \vdots \\ Z_N(t-1) \end{bmatrix} + \phi_{11} \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & \dots & W_{1N} \\ W_{21} & 0 & \dots & W_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N1} & W_{N2} & \dots & W_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ \vdots \\ Z_N(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_N(t) \end{bmatrix}$$

Pada model STAR, parameter *autoregressive* dan parameter spasial diasumsikan sama untuk semua lokasi. Asumsi ini kurang realistis pada kenyataannya, ketergantungan dari proses $z(t)$ dengan $t = 1, 2, \dots$ pada masa lalu juga sebagai

tingkatan dari ketergantungan spasial dapat berbeda secara signifikan pada tiap lokasi (Borovkova dkk, 2002).

2.6 Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang mampu mengungkapkan keterkaitan linier dari waktu dan lokasi. Model GSTAR memungkinkan nilai-nilai parameter *autoregressive* bervariasi untuk setiap lokasi. Pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR), keterkaitan spasial dinyatakan oleh matriks pembobot (Wutsqa & Suhartono, 2010).

Jika diberikan suatu matriks $\mathbf{Z}_{n(t)}$ dengan $n = 1, 2, 3, \dots, N$, merupakan lokasi dan $t = 1, 2, 3, \dots, T$, merupakan banyak waktu observasi, maka model GSTAR($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dengan orde *autoregressive* p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$\mathbf{Z}_{n(t)} = \sum_{k=1}^p \sum_{n=1}^N [\boldsymbol{\Phi}_{k0}^{(n)} + \sum_{l=1}^{\lambda_p} \boldsymbol{\Phi}_{kl}^{(n)} \mathbf{W}^{(l)}] \mathbf{Z}_{n(t-k)} + \mathbf{e}_{n(t)} \quad (2.6)$$

dengan:

$\mathbf{Z}_{n(t)}$: vektor pengamatan pada waktu ke- t dan lokasi ke- n

$\boldsymbol{\Phi}_{k0}^{(n)}$: matriks diagonal parameter *autoregressive* pada *lag* waktu ke- k

dan orde spasial 0, di setiap lokasi ke- n dengan elemen diagonal

$$(\phi_{k0}^1, \dots, \phi_{k0}^N)$$

$\Phi_{kl}^{(n)}$: matriks diagonal parameter *autoregressive* pada *lag* waktu ke- k dan orde spasial l , di setiap lokasi ke- n dengan elemen diagonal $(\phi_{kl}^1, \dots, \phi_{kl}^N)$

$W^{(l)}$: matriks pembobot ukuran $N \times N$ untuk setiap orde spasial l , yang memenuhi $w_{ii}^{(l)} = 0$ dan $\sum_{i \neq j} w_{ij}^{(l)} = 1$.

$e_{n(t)}$: vektor *error* pada waktu ke- t dan lokasi ke- n

Persamaan (2.6) merupakan persamaan umum GSTAR dengan orde *autoregressive* p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ yang dapat dinyatakan ke dalam bentuk matriks berikut :

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ \vdots \\ Z_{N(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{k0}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{k0}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{k0}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-k)} \\ Z_{2(t-k)} \\ \vdots \\ Z_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{kl}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{kl}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{kl}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-k)} \\ Z_{2(t-k)} \\ \vdots \\ Z_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & \dots & W_{1N} \\ W_{21} & 0 & \dots & W_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N1} & W_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-k)} \\ Z_{2(t-k)} \\ \vdots \\ Z_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1(t)} \\ e_{2(t)} \\ \vdots \\ e_{N(t)} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

2.6.1 Bobot Invers Jarak

Bobot yang paling umum digunakan adalah pembobotan berdasarkan invers dari jarak *Euclidean* atau garis lurus antar lokasi. Jika diberikan dua lokasi dengan koordinat (x_i, y_i) , dan (x_j, y_j) , maka jarak *euclidean* antar lokasi tersebut adalah (Cliff dan Ord, 1983) :

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2.8)$$

Invers dari jarak *Euclidean* antar lokasi adalah $(d_{i,j})^{-1}$, dimana $d_{i,j}$ merupakan jarak lokasi i ke j , Selanjutnya, penentuan bobot invers jarak dapat dilakukan dengan normalisasi nilai-nilai invers dari jarak *euclidean* antar lokasi, sehingga diperoleh persamaan untuk bobot invers jarak sebagai berikut:

$$w_{i,j} = \frac{(d_{i,j})^{-1}}{\sum_{j \neq i} (d_{i,j})^{-1}} \quad (2.9)$$

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} w_{ij} = 1$.

2.6.2 Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Penentuan bobot spasial dengan menggunakan normalisasi dari hasil korelasi silang antar lokasi pada lag waktu yang bersesuaian pertama kali diusulkan oleh Suhartono dan Atok. Taksiran dari korelasi silang ini pada data sampel adalah (Suhartono dan Subanar, 2006):

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^T [(Z_i(t) - \bar{Z}_i)(Z_j(t-k) - \bar{Z}_j)]}{[\sum_{t=1}^T (Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^T (Z_j(t) - \bar{Z}_j)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.10)$$

Selanjutnya, penentuan bobot spasial dapat dilakukan dengan normalisasi dari besaran-besaran korelasi silang antar lokasi pada lag waktu yang bersesuaian. Proses ini secara umum menghasilkan bobot lokasi untuk model GSTAR(1₁) sebagai berikut:

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(1)}{\sum_{j \neq i} |r_{ij}(1)|} \quad (2.11)$$

Dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} |w_{ij}| = 1$.

2.7 Estimasi Parameter

Suatu model GSTAR dapat direpresentasikan sebagai sebuah model linier dan parameter-parameter *autoregressive* model dapat diestimasi menggunakan metode kuadrat terkecil atau metode *least square*. Dengan mempertimbangkan model GSTAR(p ; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) yang didefinisikan dari Persamaan (2.6) dan dengan $V_{i(t)} = \sum_j^N w_{ij} z_{j(t)}$ maka diperoleh (Dewi, dkk, 2014) :

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ \vdots \\ Z_{N(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{k0}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{k0}^{(2)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{k0}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-k)} \\ Z_{2(t-k)} \\ \vdots \\ Z_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{kl}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{kl}^{(2)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{kl}^{(N)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1(t-k)} \\ V_{2(t-k)} \\ \vdots \\ V_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1(t)} \\ e_{2(t)} \\ \vdots \\ e_{N(t)} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Bentuk yang lebih sederhana dari Persamaan (2.12) adalah

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ \vdots \\ Z_{N(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1(t-k)} & V_{1(t-k)} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{N(t-k)} & V_{N(t-k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{k0}^{(1)} \\ \phi_{kl}^{(1)} \\ \vdots \\ \phi_{k0}^{(N)} \\ \phi_{kl}^{(N)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1(t)} \\ e_{2(t)} \\ \vdots \\ e_{N(t)} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Dalam model linier, persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk $Y_i = X_i \beta_i + a_i$. Penduga β yang merupakan parameter *autoregressive* untuk waktu dan spasial yaitu $\hat{\beta} = (\hat{\phi}_{k0}^{(1)}, \phi_{kl}^{(1)}, \dots, \phi_{k0}^{(N)}, \phi_{kl}^{(N)})^t$. Kuadrat terkecil parameter $\hat{\beta}$ adalah :

$$X^t X \hat{\beta} = X^t Y$$

$$\hat{\beta} = (X^t X)^{-1} X^t Y$$

dimana, $X^t X$ haruslah non singular.

2.8 Pengujian Asumsi Residual

2.8.1 Asumsi *White Noise* Residual

Residual bersifat *white noise* berarti residual dari masing masing data saling independen. Tes multivariat Portmanteau merupakan generalisasi dari Ljung dan Box. Untuk kasus multivariat, dapat digunakan untuk menguji *white noise* dari vektor *error* (Lutkepohl, 2005).

Hipotesis:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \text{ (residual white noise)}$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \rho_l \neq 0 \text{ dimana } l = 1, 2, \dots, k \text{ (residual tidak white noise)}$$

Statistik uji :

$$Q_h = T \sum_{l=1}^k \text{tr}(\hat{C}_l' \hat{C}_0^{-1} \hat{C}_l \hat{C}_0^{-1}) \quad (2.14)$$

Dimana $\hat{C}_l = T^{-1} \sum_{t=l+1}^k \hat{e}_t \hat{e}_{t-l}'$ dengan $\hat{e}_t$ merupakan penduga residual, T adalah ukuran sampel dan k adalah banyak lag.

Kriteria uji :

Tolak H_0 jika $Q_h \geq \chi_{(K^2 h, \alpha)}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$ dimana K adalah banyak variabel.

2.8.2 Asumsi Distribusi Normal Multivariat Residual

Pengujian asumsi normal multivariat residual bertujuan untuk mengetahui *error* dari model GSTAR mengikuti distribusi normal multivariat atau tidak.

Metode untuk mengevaluasi kesesuaian data residual dengan distribusi normal multivariat secara visual dapat dilihat melalui *Quantile-Quantile plot* (*Q-Q plot*) sedangkan secara formal pengujian normalitas digunakan uji *Kolmogorof-Simirnov*. Secara visual residual mengikuti distribusi normal jika *Q-Q plot* yang dihasilkan mendekati garis lurus. Berikut merupakan langkah-langkah untuk memeriksa normalitas dengan membuat *Q-Q plot* :

1. Menentukan nilai vektor rata-rata dari setiap lokasi ($\bar{X}_j$)

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij}$$

Keterangan : n = jumlah pengulangan

X_{ij} = obyek pengamatan ke-i pada lokasi ke-j

$\bar{X}_j$ = rata-rata lokasi ke-j

2. Menentukan nilai matriks varian kovarian (S)

$$S = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ij} - \bar{X}_j)$$

3. Menghitung jarak kuadrat Mahalanobis dari setiap variabel (d_i^2) dengan rumus sebagai berikut :

$$d_i^2 = (X_{ij} - \bar{X}_j)S^{-1}(X_{ij} - \bar{X}_j)$$

4. Mengurutkan nilai d_i^2 dari nilai terkecil hingga terbesar

$$d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq d_{(3)}^2 \leq \dots \leq d_{(n)}^2$$

5. Menghitung nilai $\chi_{p, \frac{n-i+0,5}{n}}^2 = q_i$ yang diperoleh dari tabel *Chi-Square*.

6. Membuat plot q_i dan d_i^2 dengan titik koordinat (d_i^2, q_i)

Hipotesis :

$H_0 : F(x) = F_0(x)$ (residual berdistribusi normal multivariat)

$H_1 : F(x) \neq F_0(x)$ (residual tidak berdistribusi normal multivariat)

x merupakan jarak kuadrat Mahalobis (d_i^2). $F(x)$ adalah fungsi distribusi data yang dihipotesiskan.

Statistik uji :

$$D = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

dengan $S(x)$ adalah fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari sampel.

Kriteria uji :

Tolak H_0 jika $D \geq D_{(1-\alpha),n}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ dengan $D_{(1-\alpha)}$ adalah nilai dari tabel Kolmogorov-Simirnov dengan kuantil $1 - \alpha$

2.9 Bahasa Pemrograman R

R merupakan salah satu bahasa pemrograman dan perangkat lunak yang dapat digunakan untuk analisis statistik dan analisis grafik. Tidak seperti perangkat lunak analisis statistik kebanyakan yang membutuhkan lisensi, R bersifat *open source*. Di samping itu, R juga tersedia untuk di-*install* pada sistem operasi yang populer saat ini yaitu *Windows*, *Mac OS X*, dan *Linux*. Bagi pengguna yang terbiasa dengan *Graphical User Interface* (GUI) berbasis menu, R menyediakan beberapa GUI yang berbasis sistem menu, yaitu RStudio, Tinn-R, dan R Commander.

Analisis yang dilakukan dengan R dapat dilakukan dengan membuat program sendiri. Selain itu, analisis juga dapat dilakukan dengan menggunakan fungsi-fungsi yang telah disediakan di dalam R. Dalam R, tersedia sangat banyak program-program tambahan (*add in*) yang disebut dengan *package*. *Package* dapat dikembangkan oleh *user* dan dipublikasikan di *cran.r-project.org* sehingga pengguna dapat mengakses dan menggunakan *package* dengan mudah. Namun ketika *package* yang dibutuhkan untuk melakukan suatu analisis statistik tidak tersedia di dalam *cran.r-project.org*, maka kita harus membangun program secara mandiri

2.10 Data Curah Hujan

Curah hujan adalah ketinggian air hujan yang terkumpul dalam penakar hujan pada tempat yang datar, tidak menyerap, tidak meresap dan tidak mengalir. Unsur hujan 1 (satu) milimeter artinya dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air hujan setinggi satu milimeter atau tertampung air hujan sebanyak satu liter.

Menurut pengertian klimatologi, satu hari hujan adalah periode 24 jam dimana terkumpul curah hujan setinggi 0.5 mm atau lebih. Kurang dari ketentuan ini hujan dinyatakan nol, meskipun tinggi curah hujannya tetap diperhitungkan. Hujan di suatu daerah tidaklah selalu sama dengan di daerah lain. Ada suatu daerah yang pada akhir tahun hujannya mulai meningkat tinggi dan mencapai puncaknya dan pertengahan tahun mencapai titik terendahnya. Sebaliknya, di daerah lain pada akhir tahun hujannya mencapai titik terendah, sedangkan pada pertengahan tahun mencapai titik tertingginya.

Salah satu faktor yang mempengaruhi curah hujan adalah kelembaban udara. Kelembaban udara adalah perbandingan antara masa uap dalam suatu satuan volume dengan massa uap yang jenuh pada suhu yang sama. Secara umum kelembaban menyatakan banyaknya kadar air yang ada di udara. Banyaknya uap yang bergerak di dalam atmosfer berpengaruh terhadap besarnya hujan, lamanya hujan, dan intensitas curah hujan.

Curah hujan di suatu tempat yang berdekatan akan cenderung memiliki pola yang sama. Namun, model-model peramalan deret waktu umumnya cenderung tidak tajam dalam membahas aspek keterkaitan ruang. Sebaliknya pada model-model prakiraan yang menggunakan analisis keterkaitan ruang antar stasiun atau analisis hubungan antar parameter umumnya diterapkan pada satu periode waktu tertentu dan mengabaikan keterkaitan deret waktu (Pramudia, 2008).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2018/2019 yang bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder jumlah curah hujan pada tiga lokasi di Provinsi Lampung yang diperoleh dari *Meteorologi Early Warning System (MEWS)* Kabupaten Pesawaran. Data yang diambil adalah data pada periode waktu 2009-2018.

Terdapat tiga variabel yang digunakan dalam penelitian ini yang merupakan data curah hujan di Provinsi Lampung, yaitu:

1. $Z_{1(t)}$: Curah hujan di BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran.
2. $Z_{2(t)}$: Curah hujan di stasiun MEWS BMKG Lampung.
3. $Z_{3(t)}$: Curah hujan di stasiun pengamatan BMKG Kelas 1 Bandara Radin

Inten II.

3.3 Metode Penelitian

Kajian pada penelitian ini adalah pendugaan parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan metode pendugaan *least square* serta pembuatan programnya menggunakan bahasa pemrograman *R*. Penelitian ini akan menggunakan *Software RStudio* versi 1.1.463. Matriks pembobot yang digunakan dalam model adalah matriks pembobot invers jarak. Setelah dilakukan pengkajian pendugaan parameter dan pembuatan programnya, penelitian akan dilanjutkan dengan pengaplikasian model pada data curah hujan di tiga kabupaten Provinsi Lampung. Adapun tahapan penelitian yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji model GSTAR dengan menurunkan model dan merekonstruksinya dalam bentuk matriks sehingga dapat diringkas dan diestimasi menggunakan metode pendugaan *least square*.
2. Membuat program pendugaan parameter menggunakan *Software RStudio* versi 1.1.463. Langkah pembuatan program adalah sebagai berikut:
 - Membuat diagram alir untuk fungsi pengulangan *entry* matriks variabel bebas pada pendugaan parameter.
 - Membuat diagram alir pendugaan parameter GSTAR menggunakan metode pendugaan *least square*.
3. Melakukan pemodelan data curah hujan di BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran, stasiun MEWS BMKG Lampung, dan stasiun pengamatan BMKG Kelas 1 Bandara Radin Inten II menggunakan model GSTAR. Adapun langkah-langkah pemodelan adalah sebagai berikut:

- Melakukan analisis deskriptif terhadap data untuk melihat kecocokannya untuk diterapkan pada model yang mempertimbangkan keterkaitan waktu dan lokasi.
- Memeriksa kestasioneritasan data secara visual dengan melihat plot *Autocorelation Function* (ACF). Untuk lebih memperkuat hasil pemeriksaan kestasioneritasan, dilakukan juga Uji Akar Unit (*Unit Root Test*). Jika pada pemeriksaan data belum stasioner maka dilakukan *differencing*.
- Melakukan identifikasi orde model dugaan sementara dengan melihat nilai AIC minimum pada identifikasi orde model *Vector Autoregressive*.
- Menghitung matriks pembobot pada model GSTAR. Matriks pembobot yang akan digunakan adalah invers jarak.
- Menghitung estimasi parameter model GSTAR dengan metode pendugaan *least square*.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahansan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. RStudio sebagai alat komputasi dapat kita gunakan untuk membuat program pendugaan parameter model GSTAR.
2. Model GSTAR yang diperoleh dari data curah hujan pada tiga lokasi yakni BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran, MEWS BMKG Lampung, dan BMKG Kelas 1 Bandara Radin Inten II adalah GSTAR(3₁)I(0) yaitu :
 - i. Persamaan model GSTAR untuk curah hujan di BMKG Stasiun Klimatologi Pesawaran

$$\begin{aligned} Z_{1(t)} = & 0.59Z_{1(t-1)} + 0.049Z_{1(t-2)} - 0.15Z_{1(t-3)} + 0.19V_{1(t-1)} \\ & + 0.117V_{1(t-2)} - 0.06V_{1(t-3)} \end{aligned}$$

- ii. Persamaan model GSTAR untuk curah hujan di MEWS BMKG Lampung

$$\begin{aligned} Z_{2(t)} = & 0.39Z_{2(t-1)} - 0.112Z_{2(t-2)} + 0.09Z_{2(t-3)} + 0.24V_{2(t-1)} \\ & + 0.10V_{2(t-2)} - 0.13V_{2(t-3)} \end{aligned}$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk curah hujan di BMKG Klas 1 Bandara

Raden Inten II

$$Z_{3(t)} = 0.28Z_{3(t-1)} - 0.051Z_{3(t-2)} + 0.03Z_{3(t-3)} + 0.48V_{3(t-1)} \\ + 0.27V_{3(t-2)} - 0.06V_{3(t-3)}$$

5.2 Saran

Adapun saran untuk penelitian berikutnya adalah sebagai berikut:

1. Membuat program dengan fasilitas dan fitur yang lebih lengkap seperti identifikasi model dan *auto forecast* dalam satu fungsi program.
2. Mengembangkan model GSTAR dengan melibatkan proses *moving average* dan efek musiman.

DAFTAR PUSTAKA

- Borovkova S, Lopuhaa R & Nurani B. 2002. Generalized STAR Model with Experimental Weights. *Proceeding of the 17th International Workshop on Statistical Modelling*. Chania. pp 139-147.
- Cliff, A. & Ord, J.K. 1983. *Spatial Processes: Model and Application*, London: Pion
- Dewi H, Cahyandari R, & Awalludin S. 2014. Aplikasi Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) pada Data Jumlah TKI Jawa Barat dengan Pemilihan Lokasi Berdasarkan Klaster DBSCAN. *Jurnal Matematika Integratif*. **10**(1): 37-48.
- Dickey, & Fuller, W. 1979. Distribution of Estimator for Autoregressive Time Series With a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No. 366.
- Gujarati, D. 2004. *Basic Econometrics*, Fourth Edition. The McGraw-Hill Companies.
- Henke, J.E. & Wichers, D.W. 2005. *Business Forecasting Eight Edition*. New Jersey: Pearson Prentice hall.
- Lütkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, Berlin.
- Pramudia, A. 2008. Pewilayahan hujan dan Model Prediksi Curah Hujan untuk Mendukung Analisis Ketersediaan dan Kerentanan Pangan di Sentra Produksi Padi. *Disertasi. Sekolah pascasarjana Institut Pertanian Bogor*. Bogor.
- Pfeifer, P.E., & Deutsch, S.J. 1980. Stationary and Invertibility Regions for Low Order STARMA Models. *Commun. Stat.*, **B9**, p. 551-562.
- Ruchjana, B.N., Borovkova, S.A., & Lopuhaa, H.P. 2012. Least Squares Estimation of Generalized Time Autoregressive (GSTAR) Model and its Properties. *The 5th International Conference on Research and Education in Mathematics AIP Conf. Proc.*, 1450: pp 61-64
- Spiegel, R. Murray & Stephens. 2007. *Larry J STATISTIK Schaum's Outlines*. Erlangga, Jakarta.

Suhartono & Subanar. 2006. The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by Using Cross-Correlation Inference. *Journal Of Quantitative Methods: Journal Devoted to The Mathematical and Statistical Application in Various Field*. **2**(2): 45-53

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Second Edition. USA: Pearson Education, Inc.

Wutsqa, D. U., & Suhartono. 2010. Peramalan Deret Waktu Multivariat Seasonal pada Data Pariwisata dengan Model VAR-GSTAR. *Jurnal Ilmu Dasar*, **11**(1): 101-109.