

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

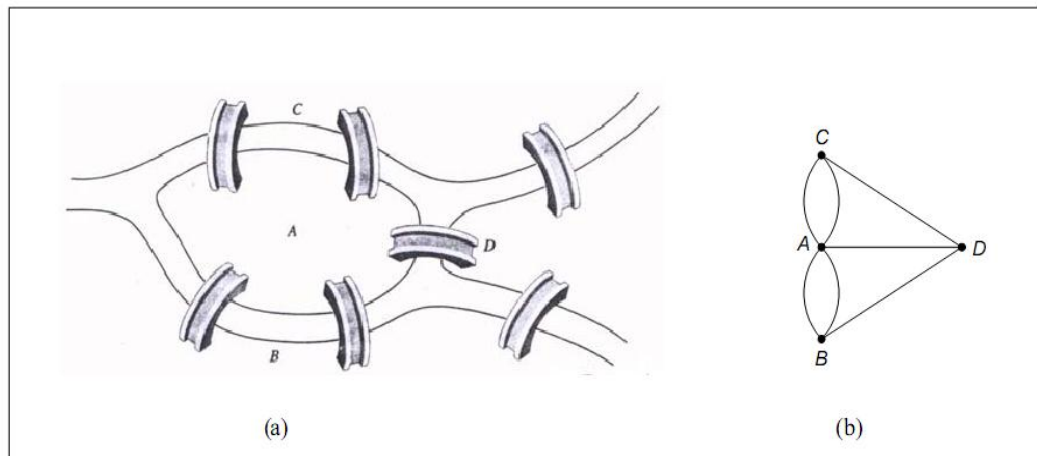
#### **1.1 Latar Belakang**

Teori graf merupakan salah satu kajian matematika yang memiliki banyak terapannya diberbagai bidang sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan, *vertex* atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Jembatan Königsberg adalah masalah klasik terkenal yang di bahas oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Di kota Königsberg (sebelah timur Prussia, Jerman sekarang), yang sekarang bernama kota Kaliningrad terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua anak sungai. Ada tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan yang dibelah oleh sungai tersebut . Masalah jembatan Königsberg adalah: apakah mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing-masing tepat satu kali, dan kembali lagi ke tempat semula. Sebagian penduduk kota sepakat bahwa memang tidak mungkin melalui

setiap jembatan itu hanya sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan, tetapi mereka tidak dapat menjelaskan mengapa demikian.

Tahun 1736, seorang matematikawan Swiss, L.Euler, adalah orang pertama yang berhasil menemukan jawaban masalah itu dengan pembuktian yang sederhana. Ia memodelkan masalah ini ke dalam graf. Daratan dinyatakan sebagai titik (*vertex*), dan jembatan dinyatakan sebagai garis yang disebut sisi (*edge*). Setiap titik diberi label huruf *A*, *B*, *C*, dan *D*. Jawaban yang dikemukakan oleh Euler adalah: orang tidak mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing- masing satu kali dan kembali lagi ke tempat asal keberangkatan jika *derajat* setiap titik tidak seluruhnya genap. Derajat adalah banyaknya garis yang bersisian dengan titik. Sebagai contoh, simpul *C* memiliki derajat 3 karena ada tiga buah garis yang bersisian dengannya, simpul *B* dan *D* juga berderajat tiga, sedangkan simpul *A* berderajat 5. Karena semua titik berderajat ganjil, maka tidak mungkin dilakukan perjalanan seperti yang diinginkan tersebut.



Gambar 1. (a) Jembatan Königsberg dan (b) graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg

Tahun-tahun berikutnya, banyak para ilmuwan yang mengembangkan teori graf seperti G.R. Kirchoff, A. Coyley, Sir W.R. Hamilton sehingga teori graf mengalami perkembangan yang pesat.

Penerapan teori graf dalam kehidupan sehari-hari sangatlah luas, sehingga teori graf semakin berkembang. Banyak cabang ilmu pengetahuan yang menggunakan aplikasi teori graf diantaranya kimia, biologi, ilmu komputer, ekonomi dan lain-lain.

Graf  $G(V,E)$  dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda di  $G$ , ada suatu path yang menghubungkan titik tersebut. Sebaliknya jika tidak ada path yang menghubungkan maka  $G$  dikatakan graf tidak terhubung. Dalam suatu teori graf dikenal istilah *loop*, dimana *loop* adalah suatu garis dalam suatu graf yang memiliki titik awal dan titik akhir yang sama. Suatu graf dikatakan graf berlabel jika titik atau garisnya di kaitkan dengan suatu besaran tertentu.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Agreusson dan Raymon (2007), di dapat formula untuk menentukan banyaknya graf sederhana jika diberikan  $n$  titik dan  $m$  garis. Selanjutnya, penelitian yang telah dilakukan oleh Handayani (2014) yang berjudul *Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Tanpa Loop* tentang suatu graf terhubung berlabel  $G = (V,E)$  dengan  $|E| = e$ ,  $|V| = v$ , dengan banyaknya garis ( $e$ ) dan titik ( $v$ ) yang sama menghasilkan sejumlah graf terhubung dengan titiknya berlabel yang tidak hanya satu bentuk saja tetapi juga menghasilkan bentuk-bentuk lainnya. Kesimpulan dalam penelitian yang dilakukannya diperoleh rumus

umum untuk graf terhubung berlabel tanpa *loop* dengan banyaknya titik  $n = 3,4$  dan banyaknya garis  $2 \leq m \leq 10$  yaitu  $\left\{ xP \binom{n}{x} - Z \right\}$  untuk rumus graf berlabel tanpa *loop* dan  $\frac{xP}{k!} (g_n(m) - Z) = \frac{xP}{kP} \left\{ \binom{n}{m} - Z \right\}$  untuk rumus graf berlabel tanpa *loop* untuk graf dengan kardinalitas yang sama.

Oleh karena itu, pada penelitian ini akan didiskusikan tentang banyaknya graf tak terhubung tanpa *loop* ( garis paralel diperbolehkan ) jika diberikan  $n$  titik dan  $m$  garis.

## 1.2 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan dibatasi hanya untuk graf tak terhubung berlabel tanpa *loop* dengan  $n = 3,4$  dan  $m \geq 1$ , dengan  $n$  adalah banyaknya titik,  $|V(G)| = n$ , dan  $m$  adalah banyaknya garis,  $|E(G)| = m$ .

## 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah menentukan banyaknya graf tak terhubung tanpa *loop* jika diberikan  $n$  titik dan  $m$  garis.

## 1.4 Manfaat Penelitian

1. Memperluas pengetahuan pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf, yaitu tentang graf tak terhubung.

2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika dibidang teori graf.