

BAB II.TINJAUAN PUSTAKA

A. Jembatan

Jembatan adalah suatu konstruksi yang gunanya untuk meneruskan jalan melalui suatu rintangan yang lebih rendah. Rintangan ini biasanya jalan lain berupa jalan air atau jalan lalu lintas biasa, lembah yang dalam, alur sungai saluran irigasi dan pembuang(Veen, 1990).

B. Pembebanan Jembatan

1. Beban Mati

Beban mati adalah semua beban tetap yang berasal dari berat sendiri jembatan atau bagian jembatan yang ditinjau, termasuk segala unsur tambahan yang dianggap merupakan satu kesatuan tetap dengannya (RSNI T-02-2005). Dalam menentukan besarnya beban mati tersebut, harus digunakan nilai berat isi untuk bahan – bahan bangunan tersebut pada **Tabel 1** dibawah ini:

Tabel 1. Berat isi bahan – bahan bangunan

No.	Bahan	Berat/Satuan Isi (kN/m ³)	Kerapatan Massa (kg/m ³)
1	Campuran Aluminium	26,7	2720
2	Lapisan permukaan beraspal	22	2240
3	Besi Tuang	71	7200

No.	Bahan	Berat/Satuan Isi (kN/m ³)	Kerapatan Massa (kg/m ³)
4	Timbunan tanah dipadatkan	17,2	1760
5	Kerikil dipadatkan	18,8 - 22,7	1920 - 2320
6	Aspal beton	22	2240
7	Beton ringan	12,25 - 19,6	1250 - 2000
8	Beton	22 - 25	2240 - 2560
9	Beton prategang	25 - 26	2560 - 2640
10	Beton bertulang	23,5 - 25,5	2400 - 2600
11	Timbal	111	11400
12	Lempung lepas	12,5	1280
13	Batu pasangan	23,5	2400
14	Neoprin	11,3	1150
15	Pasir kering	15,7 - 17,2	1600 - 1760
16	Pasir basah	18 - 18,8	1840 - 1920
17	Pasir Lunak	17,2	1760
18	Baja	77	7850
19	Kayu (ringan)	7,8	800
20	Kayu (keras)	11	1120
21	Air murni	9,8	1000
22	Air garam	10	1025
23	Besi tempa	75,5	7680

2. Beban Lalu Lintas

Beban lalu lintas merupakan seluruh beban hidup, arah vertikal dan horisontal, akibat aksi kendaraan pada jembatan termasuk hubungannya dengan pengaruh dinamis, tetapi tidak termasuk akibat tumbukan. Beban lalu lintas untuk perencanaan jembatan terdiri atas beban lajur "D" dan beban truk "T" (RSNI T-02-2005).

Beban lajur "D" bekerja pada seluruh lebar jalur kendaraan dan menimbulkan pengaruh pada jembatan yang ekuivalen dengan suatu

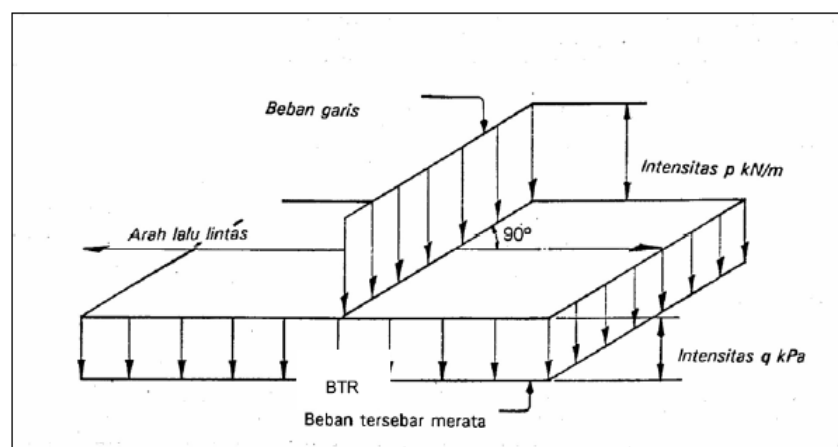
iring- iringan kendaraan yang sebenarnya. Jumlah total beban lajur "D" yang bekerja tergantung pada lebar jalur kendaraan itu sendiri.

Beban “D” didasarkan pada karakteristik jembatan yang memiliki lajur lalu lintas rencana dimana jumlah maksimum lajur lalu lintas untuk berbagai lebar lalu lintas ditentukan pada **Tabel 2**.

Tabel 2. Jumlah lajur lalu lintas

Tipe Jembatan (1)	Lebar Jalur Kendaraan (m) (2)	Jumlah Lajur Lalu lintas Rencana (n_l)
Satu lajur	4,0 - 5,0	1
Dua arah, tanpa median	5,5 - 8,25 11,3 - 15,0	2 (3) 4
Banyak arah	8,25 - 11,25	3
	11,3 - 15,0	4
	15,1 - 18,75	5
	18,8 - 22,5	6
CATATAN (1) Untuk jembatan tipe lain, jumlah lajur lalu lintas rencana harus ditentukan oleh Instansi yang berwenang.		
CATATAN (2) Lebar jalur kendaraan adalah jarak minimum antara kerb atau rintangan untuk satu arah atau jarak antara kerb/rintangan/median dengan median untuk banyak arah.		
CATATAN (3) Lebar minimum yang aman untuk dua-lajur kendaraan adalah 6,0 m. Lebar jembatan antara 5,0 m sampai 6,0 m harus dihindari oleh karena hal ini akan memberikan kesan kepada pengemudi seolah-olah memungkinkan untuk menyiap.		

Intensitas beban lajur “D” terdiri dari beban tersebar merata (BTR) yang digabung dengan beban garis (BGT) seperti pada **Gambar 2**.



Gambar 2. Intensitas beban lajur “D”

Beban terbagi rata (BTR) mempunyai intensitas q kPa, dimana besarnya q tergantung pada panjang total yang dibebani L seperti berikut:

- a) Bila $L \leq 30$ m; $q = 9$ kPa
- b) Bila $L > 30$ m; $q = 9 (0,5 + (15/L))$ kPa

dengan pengertian:

q adalah intensitas beban terbagi rata (BTR) dalam arah memanjang jembatan; L adalah panjang total jembatan yang dibebani (meter).

Panjang yang dibebani L adalah panjang total BTR yang bekerja pada jembatan. BTR harus dipecah menjadi panjang-panjang tertentu untuk mendapatkan pengaruh maksimum pada jembatan menerus atau bangunan khusus. Beban garis (BGT) dengan intensitas P kN/m harus ditempatkan tegak lurus terhadap arah lalu lintas pada jembatan. Besarnya intensitas P adalah 49,0 kN/m. Untuk mendapatkan momen lentur negatif maksimum pada jembatan menerus, BGT kedua yang identik harus ditempatkan pada posisi dalam arah melintang jembatan pada bentang lainnya.

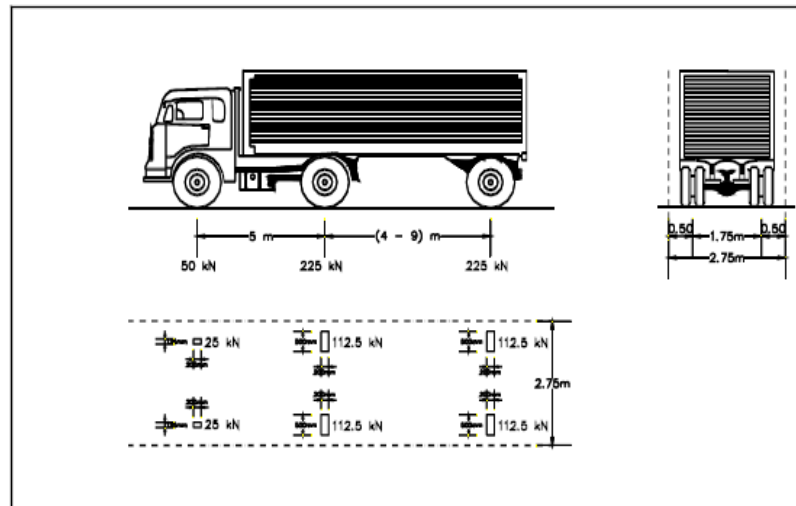
Penyebaran beban "D" harus disusun pada arah melintang sedemikian rupa sehingga menimbulkan momen maksimum. Penyusunan komponen-komponen BTR dan BGT dari beban "D" pada arah melintang harus sama. Penempatan beban ini dilakukan dengan ketentuan adalah sebagai berikut :

- a. Bila lebar jalur kendaraan jembatan kurang atau sama dengan 5,5 m, maka beban "D" harus ditempatkan pada seluruh jalur dengan intensitas 100 % .
- b. Apabila lebar jalur lebih besar dari 5,5 m, beban "D" harus ditempatkan pada jumlah lajur lalu lintas rencana (nl) yang berdekatan, dengan intensitas 100 %. Hasilnya adalah beban garis ekuivalen sebesar $nl \times 2,75 q$ kN/m dan beban terpusat ekuivalen sebesar $nl \times 2,75 p$ kN, kedua – duanya bekerja berupa *strip* pada jalur selebar $nl \times 2,75$ m;
- c. Lajur lalu lintas rencana yang membentuk strip ini bisa ditempatkan dimana saja pada jalur jembatan. Beban "D" tambahan harus ditempatkan pada seluruh lebar sisa dari jalur dengan intensitas sebesar 50 %.

Beban truk "T" adalah satu kendaraan berat dengan 3 as yang ditempatkan pada beberapa posisi dalam lajur lalu lintas rencana. Tiap as terdiri dari dua bidang kontak pembebanan yang dimaksud sebagai simulasi pengaruh roda kendaraan berat. Ketentuan satu truk "T" diterapkan per lajur lalu lintas rencana seperti yang ditunjukkan pada **Gambar 3.**

Berat dari masing – masing as disebarkan menjadi 2 beban merata sama besar yang merupakan bidang kontak antara roda dengan permukaan lantai. Jarak antara 2 as tersebut bisa diubah-ubah antara 4,0 m sampai

9,0 m untuk mendapatkan pengaruh terbesar pada arah memanjang jembatan.



Gambar 3. Ketentuan beban “T” pada jembatan jalan raya

3. Beban Trotoir, Kerb dan Sandaran

Konstruksi trotoar harus diperhitungkan terhadap beban hidup sebesar 500 kg/m^2 . Dalam perhitungan kekuatan gelagar karena pengaruh beban hidup pada trotoir, diperhitungkan beban sebesar 60% beban hidup trotoir (Supriyadi, dkk., 2007).

Kerb yang terdapat pada tepi – tepi lantai kendaraan harus diperhitungkan untuk dapat menahan satu beban horizontal kearah melintang jembatan sebesar 500 kg/m' yang bekerja pada puncak kerb yang bersangkutan atau pada tinggi 25 cm di atas permukaan lantai kendaraan apabila kerb yang bersangkutan lebih tinggi dari 25 cm. Tiang – tiang sandaran pada setiap tepi trotoir harus diperhitungkan untuk

menahan beban horizontal sebesar 100 kg/m', yang bekerja pada tinggi 90 cm di atas lantai trotoir.

4. Beban Kejut

Untuk memperhitungkan pengaruh – pengaruh getaran – getaran dan pengaruh – pengaruh dinamis lainnya, tegangan – tegangan akibat beban garis “P” harus dikalikan dengan koefisien kejut yang akan memberikan hasil maksimum, sedangkan beban merata “q” dan beban “T” tidak dikalikan dengan koefisien kejut. Koefisien kejut ditentukan dengan rumus :

$$K = 1 + \frac{20}{(50+L)} \dots\dots\dots(2.1)$$

dengan :

K = koefisien kejut

L = panjang bentang dalam meter, ditentukan oleh tipe konstruksi jembatan (keadaan statis) dan kedudukan muatan garis “P”.

Koefisien kejut tidak diperhitungkan terhadap bangunan bawah apabila bangunan bawah dan bangunan atas tidak merupakan satu kesatuan. Bila bangunan bawah dan bangunan atas merupakan satu kesatuan maka koefisien kejut diperhitungkan terhadap bangunan bawah (Supriyadi, dkk., 2007).

5. Gaya Akibat Tekanan Tanah

Bagian bangunan jembatan yang menahan tanah harus direncanakan dapat menahan tekanan tanah sesuai rumus-rumus yang ada. Beban kendaraan dibelakang bangunan penahan tanah diperhitungkan senilai dengan muatan tanah setinggi 60 cm.

6. Beban Angin

Pengaruh beban angin sebesar 150 kg/m^2 pada jembatan ditinjau berdasarkan bekerjanya beban angin horizontal terbagi rata pada bagian vertikal jembatan, dalam arah tegak lurus sumbu memanjang jembatan. Jumlah luas bidang vertikal bangunan atas jembatan yang dianggap terkena oleh angin ditetapkan sebesar suatu persentase tertentu terhadap luas bagian-bagian sisi jembatan dan luas bidang vertikal beban hidup. Angin tekan pada badan vertikal muka angin sebesar 100 kg/m^2 , dan angin isap pada bidang vertikal belakang angin sebesar 50 kg/m^2 .

Bidang vertikal beban hidup ditetapkan sebagai suatu permukaan bidang yang mempunyai tinggi menerus sebesar 2 meter diatas lantai kendaraan. Dalam menghitung jumlah luas bagian – bagian sisi jembatan yang terkena angin dapat digunakan ketentuan sebagai berikut ini:

- a. Kendaraan tanpa beban hidup; untuk jembatan gelagar penuh diambil sebesar 100% luas bidang sisi jembatan yang langsung terkena angin, ditambah 50% luas bidang sisi lainnya, untuk

- jembatan rangka diambil sebesar 30% luas bidang sisi jembatan yang langsung terkena angin ditambah 15% luas sisi – sisi lainnya.
- b. Kendaraan dengan beban hidup; untuk jembatan diambil sebesar 50% terhadap luas bidang dan untuk beban hidup diambil sebesar 100% luas bidang sisi yang langsung terkena angin.
 - c. Untuk perletakan tetap perhitungkan beban angin dalam arah longitudinal jembatan yang terjadi bersamaan dengan beban angin yang sama besar dalam arah lateral jembatan, dengan beban angin masing – masing sebesar 40% terhadap luas bidang. Pada jembatan yang memerlukan perhitungan pengaruh angin yang teliti, harus diadakan penelitian khusus.

7. Gaya Akibat Perbedaan Suhu

Peninjauan diadakan terhadap timbulnya tegangan-tegangan struktural karena adanya perubahan bentuk akibat perbedaan suhu antara bagian – bagian jembatan baik yang menggunakan bahan yang sama maupun dengan bahan yang berbeda (Supriyadi, dkk., 2007).

Perbedaan suhu ditetapkan sesuai dengan data perkembangan suhu setempat. Pada umumnya pengaruh perbedaan suhu tersebut dapat dihitung dengan mengambil perbedaan suhu:

a. Bangunan baja

Perbedaan suhu maksimum – minimum = 30°C dan perbedaan suhu antara bagian – bagian jembatan = 15°C .

b. Bangunan beton

Perbedaan suhu maksimum – minimum = 15°C dan perbedaan suhu antara bagian – bagian jembatan $< 10^{\circ}\text{C}$, tergantung dimensi penampang.

Untuk perhitungan tegangan – tegangan dan pergerakan pada jembatan/bagian – bagian jembatan/perletakan akibat perbedaan suhu dapat diambil nilai modulus elastis Young (E) dan koefisien muai panjang (ϵ) sesuai **Tabel 3** di bawah:

Tabel 3. Nilai modulus elastis Young dan koefisien muai panjang

Jenis bahan	E (kg/cm ²)	ϵ per derajat Celcius
Baja	$2,1 \times 10^6$	12×10^{-6}
beton	$2-4 \times 10^{5*})$	10×10^{-6}
Kayu :		
• sejajar serat	$1 \times 10^{5*})$	5×10^{-6}
• tegak lurus serat	$1 \times 10^4*})$	50×10^{-6}

^{*)} tergantung pada mutu bahan

8. Gaya Rangkak dan Susut

Pengaruh rangkak dan susut bahan beton terhadap konstruksi, harus ditinjau. Besarnya pengaruh tersebut apabila tidak ada ketentuan lain, dapat dianggap senilai dengan gaya yang timbul turunnya suhu sebesar 15°C (Supriyadi, dkk., 2007).

9. Gaya Rem

Pengaruh gaya – gaya dalam arah memanjang jembatan akibat gaya rem, harus ditinjau. Pengaruh ini diperhitungkan senilai dengan pengaruh gaya rem sebesar 5% dari beban “D” tanpa koefisien kejut yang memenuhi semua jalur lalu lintas yang ada dan dalam satu jurusan.

Gaya rem tersebut dianggap berkerja horizontal dalam arah sumbu jembatan dengan titik tangkap setinggi 1,80 meter di atas permukaan lantai kendaraan (Supriyadi, dkk., 2007).

10. Gaya Akibat Gempa Bumi

Pengaruh-pengaruh gempa bumi pada jembatan dihitung senilai dengan pengaruh suatu gaya horizontal pada konstruksi yang ditinjau dan perlu ditinjau pula gaya – gaya lain yang berpengaruh seperti gaya gesek pada perletakan, tekanan hidro – dinamik akibat gempa, tekanan tanah akibat gempa dan gaya angkat apabila pondasi yang direncanakan merupakan pondasi terapung/pondasi langsung (Supriyadi, dkk., 2007).

11. Gaya Sentrifugal

Konstruksi jembatan yang ada pada tikungan harus diperhitungkan terhadap suatu gaya horizontal radial yang dianggap bekerja pada tinggi 1,8 m di atas lantai kendaraan (RSNI T-02-2005).

Gaya horizontal tersebut dinyatakan dalam persen terhadap beban “D” yang dianggap ada pada semua jalur lalu lintas tanpa dikalikan koefisien kejut. Besarnya persentase tersebut dapat ditentukan dengan rumus :

$$k_s = 0,79 \times \frac{V^2}{R} \dots\dots\dots (2.2)$$

Dengan:

k_s : koefisien gaya sentrifugal (persen)

V : kecepatan rencana (km/jam)

R : jari – jari tikungan (meter)

C. Beton

Beton adalah suatu bahan yang diperoleh dengan mencampurkan semen, agregat kasar, agregat halus, dan air, dengan atau bahan tambahan (*admixture*) perbandingan tertentu yang membentuk masa padat. Beton mempunyai keunggulan yaitu mudah dibentuk dan kekuatan tekan yang tinggi. Mutu beton dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya: mutu bahan-bahan pembentuk beton, cara menakar/mencampur, dan cara pelaksanaan pekerjaan (Murdock, 1999).

D. Beton Bertulang

Beton bertulang adalah beton yang ditulangi dengan luas dan jumlah tulangan yang tidak kurang dari nilai minimum yang disyaratkan dengan atau tanpa prategang, dan direncanakan berdasarkan asumsi bahwa kedua material bekerja bersama-sama dalam menahan gaya yang bekerja (SNI 03-2847-2002).

Beton memiliki sifat utama yaitu kuat terhadap beban tekan, maka untuk mengetahui mutu beton, pada umumnya ditinjau terhadap kuat beton tersebut.

E. Perkuatan FRP

Perkuatan adalah suatu cara yang dilakukan untuk meningkatkan kapasitas kemampuan struktur dalam menahan gaya yang bekerja. Ikatan penulangan FRP ke bagian tegangan pada beton bertulang dengan fiber yang dipasang sepanjang bentang dari beton akan menambah kekuatan lentur beton bertulang tersebut. Penambahan perkuatan lentur keseluruhan dari 10 – 160 %. Dalam perhitungan daktilitas dan batas kemampuan layan, didapat pula kekuatan bertambah 5 – 40 %.

FRP merupakan bahan komposit yang terbuat dari serat berkekuatan tinggi dan matriks berupa epoxy yang berguna untuk mengikat serat – serat. Jenis serat umum termasuk aramid, karbon, kaca, dan baja berkekuatan tinggi. *Epoxy* juga telah dievaluasi dapat digunakan dalam bahan komposit tahan api. FRP memiliki keuntungan yang signifikan atas bahan struktur seperti baja, berat sendiri rendah, tahan korosi dan kemudahan aplikasi. FRP sangat cocok untuk perbaikan struktural dan rehabilitasi elemen beton. Rendahnya berat FRP mengurangi durasi dan biaya konstruksi karena alat berat tidak diperlukan untuk pelaksanaan rehabilitasi. FRP dapat diterapkan sebagai pelat tipis atau lapisan yang berlapis (Balaguru, dkk., 2009).

Asumsi – asumsi yang digunakan untuk menghitung daya tahan terhadap lentur dari penampang yang diperkuat dengan FRP adalah sebagai berikut :

1. Perhitungan desain didasarkan pada dimensi aktual, susunan tulangan dalam, dan material properti yang menjadi perkuatan yaitu GFRP.
2. Regangan pada tulangan dan beton adalah proporsional langsung pada jarak dari sumbu netral, yaitu sebuah garis dari penampang sebelum garis pembebanan sisa setelah dilakukannya pembebanan.
3. Tidak ada slip relatif diantara tulangan FRP dan beton.
4. Deformasi geser di dalam lapis *adhesive* ditiadakan karena lapis *adhesive* yang sangat tipis.
5. Tegangan maksimum yang dipakai pada beton adalah 0,003.
6. Tulangan FRP bersifat elastis linier pada hubungan tegangan dan regangannya hingga *failure*.

F. *Glass Fiber Reinforced Polymer (GFRP)* komposit

Glass Fiber Reinforced Polymer(GFRP) komposit merupakan kombinasi material yang terdiri dari pengisi berupa bahan *glass fiber* yang terikat dengan proses kimia. GFRP memiliki kekuatan hampir 10 kali dari kekuatan baja biasa. GFRP memiliki banyak kelebihan yaitu :

1. Merupakan material yang ringan.
Dengan memiliki berat material yang ringan, GFRP mempermudah proses pengangkutan dan pemasangan.
2. Memiliki kekuatan yang tinggi.
Kekuatan tarik GFRP mencapai 575 MPa dalam bentuk komposit.
3. Tahan terhadap korosi.
4. Tidak bersifat konduktif.

5. Tidak bersifat magnetik.
6. Ramah terhadap lingkungan.
7. Mengurangi penggunaan *scaffolding* & biaya pekerjaan.
8. Dapat digunakan dengan dimensi dan geometri yang tak terbatas.

Adapun kelemahan menggunakan GFRP yaitu :

1. Harga yang relatif mahal.
2. Bahan tersebut masih sulit diperoleh di toko material.
3. Pemasangannya membutuhkan tenaga ahli dan pengawasan yang baik.

Karakteristik material GFRP antara lain memiliki modulus tarik sebesar 72,4 GPa, berat jenis sebesar 2,55 gr/cm³ dan lain – lain, seperti pada **Tabel 4**. Karakteristik material GFRP bersama *epoxy* menjadi satu kesatuan komposit memiliki modulus tarik sebesar 26,1 GPa dan tebal lapisan sebesar 1,3 mm, seperti pada **Tabel 5**. Sedangkan material *epoxy* sebagai pengikat GFRP mempunyai karakteristik yang tertuang pada **Tabel 6**.

Tabel 4. *Typical Dry Fiber Properties of GFRP*

TYPICAL DRY FIBER PROPERTIES	
Tensile Strength	470,000 psi (3.24 GPa)
Tensile Modulus	10.5 x 10 ⁵ psi (72.4 GPa)
Ultimate Elongation	4.5%
Density	0.092 lbs./in. ³ (2.55 g/cm ³)
Weight per sq. yd.	27 oz. (915 g/m ²)
Fiber Thickness	0.014 in. (0.36mm)

Tabel 5. *Composite gross laminate properties*

COMPOSITE GROSS LAMINATE PROPERTIES			
PROPERTY	ASTM METHOD	TYPICAL TEST VALUE	DESIGN VALUE*
Ultimate tensile strength in primary fiber direction, psi	D-3039	83,400 psi (575 MPa) (4.17 kip/in. width)	66,720 psi (460 MPa) (3.3 kip/in. width)
Elongation at break	D-3039	2.2%	2.2%
Tensile Modulus, psi	D-3039	3.79 x 10 ⁶ psi (26.1 GPa)	3.03 x 10 ⁶ psi (20.9 GPa)
Ultimate tensile strength 90 degrees to primary fiber, psi	D-3039	3,750 psi (25.8 MPa)	3,000 psi (20.7 MPa)
Laminate Thickness		0.05 in. (1.3 mm)	0.05 in. (1.3mm)

Tabel 6. *Epoxy material properties*

EPOXY MATERIAL PROPERTIES		
Curing Schedule 72 hours post cure at 140° F (60° C).		
PROPERTY	ASTM METHOD	TYPICAL TEST VALUE*
Tg 140° F (60° C) Post Cure (24 hours)	ASTM D-4065	180° F (82° C)
Tensile Strength', psi	ASTM D-638 Type 1	10,500 psi (72.4 MPa)
Tensile Modulus, psi	ASTM D-638 Type 1	461,000 psi (3.18 GPa)
Elongation Percent	ASTM D-638 Type 1	5.0%
Flexural Strength, psi	ASTM D-790	17,900 psi (123.4 MPa)
Flexural Modulus, psi	ASTM D-790	452,000 psi (3.12 GPa)

G. Metode Elemen Hingga

Struktur satu dimensi (1D) adalah suatu idealisasi dari bentuk yang sebenarnya dianggap merupakan gabungan dari elemen 1 dimensi (elemen rangka, balok, grid dan portal) untuk kemudian dilakukan analisis perhitungan (Katili,2008). Secara umum tipe struktur yang demikian maupun

kombinasinya dinamakan struktur skeletal. Filosofi desainnya membutuhkan perilaku elastis linier akibat beban kerja. Walaupun pada konsep beban batas telah diterima dalam perhitungan, namun konsep ini tetap tergantung pada analisis linier dalam perhitungan distribusi beban dan gaya internal.

Pada dasarnya perilaku semua tipe struktur 1D, 2D, atau 3D (rangka / balok / portal, pelat/cangkang atau solid) dapat dijabarkan dalam bentuk persamaan diferensial. Dalam praktiknya, penulisan persamaan diferensial untuk struktur 1D sering kali tidak perlu karena struktur tersebut dapat diperlakukan sebagai penggabungan elemen 1D (1 dimensi). Solusi eksak untuk persamaan diferensial untuk tiap elemen 1D telah dikenal lama. Solusi ini dapat dinyatakan dalam bentuk relasi antara gaya dan peralihan pada ujung-ujung elemen. Kombinasi yang tepat dari relasi ini dengan persamaan keseimbangan dan kompatibilitas pada simpul dan perletakan menghasilkan sebuah sistem persamaan aljabar yang menggambarkan perilaku struktur.

Metode elemen hingga adalah salah satu metode pendekatan untuk memperoleh solusi numerik yang praktis. Metode ini tidak membutuhkan konsep teori dasar yang baru dalam mekanika struktur. Konsep dasar metode ini adalah bahwa struktur kontinu dapat dimodelisasi secara diskritisasi menjadi struktur diskrit. Struktur diskrit terbentuk dari gabungan elemen yang perilakunya mewakili perilaku struktur kontinu. Perilaku masing-masing elemen digambarkan dengan fungsi pendekatan yang mewakili peralihan dan tegangan yang akhirnya dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks.

Solusi numerik dalam analisis struktur membutuhkan penyusunan sistem persamaan matriks yang terkadang sangat besar.

Dalam teknik sipil, metode ini juga dapat diaplikasikan pada tipe struktur 1 D. Metode elemen hingga untuk struktur 1 D membutuhkan penyusunan relasi dalam bentuk matriks yang menggabungkan gaya nodal dengan peralihan model. Kata gaya disini termasuk gaya normal, gaya transversal, dan gaya momen, sedangkan kata peralihan disini termasuk translasi dan rotasi.

Hubungan dapat diperoleh dengan mudah untuk elemen lurus berpenampang seragam (batang prismatis) yang penyelesaiannya memberikan solusi eksak pada semua titik nodal. Sementara itu, pada balok non prismatic dan balok lengkung, solusi yang diperoleh dengan metode ini adalah solusi pendekatan. Pada metode ini, semua relasi untuk setiap elemen struktur dapat digabungkan menjadi persamaan simultan untuk seluruh struktur dengan mengikuti syarat keseimbangan dan kompatibilitas.

1. Derajat Kebebasan

Prinsip derajat kebebasan (d.k) atau *degree of freedom* (d.o.f) berkaitan erat dengan pengertian yaitu translasi atau rotasi nodal pada struktur akibat pembebanan.

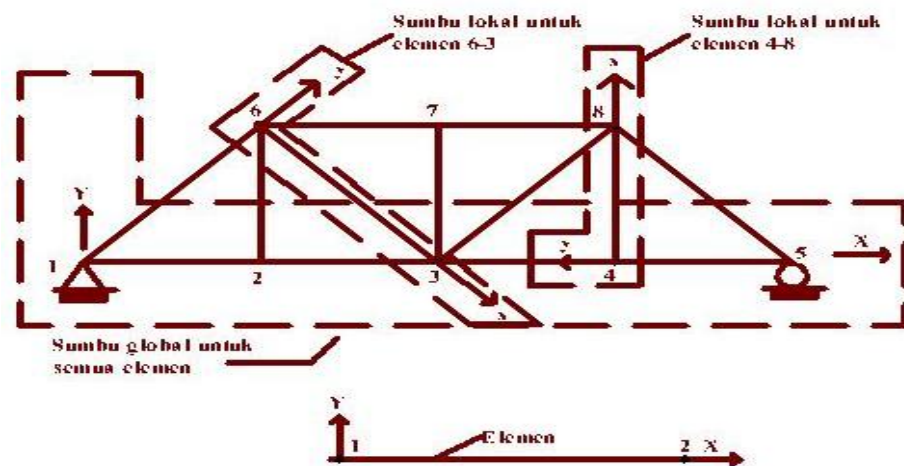
2. Sistem Koordinat, Gaya, dan Peralihan

Sebagai suatu acuan untuk menjabarkan besaran dan arah dari suatu gaya, atau peralihan yang bekerja dan terjadi pada suatu struktur skeletal, atau untuk menggambarkan dan menentukan kedudukan kedudukan dan ukuran dari suatu struktur biasanya digunakan suatu sistem sumbu

koordinat. Sistem koordinat yang dipakai pada penulisan ini adalah sumbu koordinat kartesian dan untuk kasus bidang digunakan dua buah arah sumbu , yaitu sumbu X dan Y yang saling tegak lurus, sedangkan untuk kasus ruang digunakan tiga arah sumbu, sumbu X, Y, dan Z yang saling tegak lurus.

3. Koordinat Lokal dan Global

Langkah awal untuk membentuk formasi dari vektor – vektor gaya dan peralihannya pada struktur 1D adalah mendefinisikan nodal – nodal elemen dan nodal-nodal struktur secara keseluruhan ke dalam sumbu – sumbu koordinat. Untuk mendefinisikan nodal – nodal setiap elemen biasanya menggunakan apa yang disebut sebagai koordinat lokal xy sedangkan untuk nodal-nodal yang mewakili struktur secara keseluruhan menggunakan koordinat global XY seperti pada **Gambar 4**.



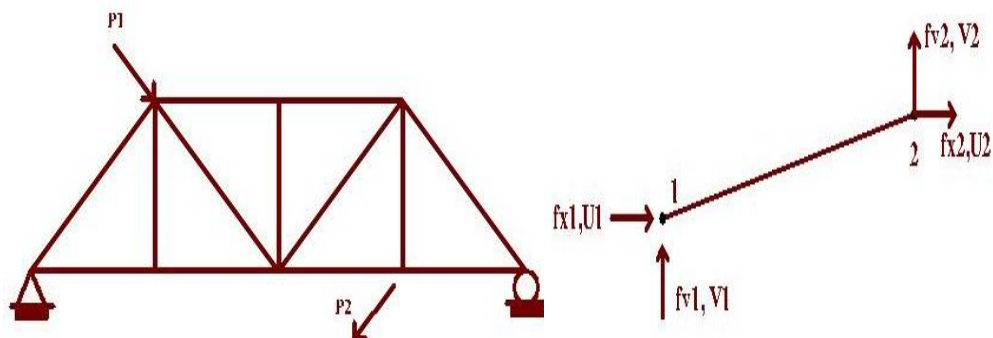
Gambar 4. Sumbu – sumbu koordinat

4. Idealisasi Struktur

Untuk mempermudah dalam menganalisis struktur, bentuk struktur sebenarnya harus diidealisasi misalnya ke dalam bentuk struktur 1D yang diartikan struktur tersebut terbentuk oleh elemen – elemen lurus yang mempunyai ukuran – ukuran seperti panjang, lebar dan tebal tertentu.

Daya tahan elemen – elemen struktur ditentukan oleh properti materialnya seperti modulus elastisitas E , angka poisson ν dan ditentukan pula oleh properti geometriknya, seperti luas penampang A , inersia lentur I , dan inersia torsi J . Sementara itu, perilaku nodal penghubung elemen – elemen untuk struktur secara keseluruhan dapat diasumsikan berperilaku sebagai sendi, semi kaku, atau kaku.

Untuk mempermudah pengertian tentang konsep idealisasi struktur ini dapat dilihat pada **Gambar 5** berikut ini :



Gambar 5. Idealisasi struktur rangka bidang

Semua nodal pada struktur rangka bidang sederhana ini biasanya diasumsikan sebagai sendi dimana peralihannya pada setiap nodal i hanya berupa translasi yaitu translasi horizontal U_i dan vertikal V_i (bukan d.k. untuk setiap nodal). Semua beban yang bekerja pada struktur ini

pada umumnya diidealisasikan bekerja pada nodal struktur tersebut sehingga sering disebut sebagai beban nodal (P_i). Beban nodal ini selanjutnya ditransfer ke setiap elemen yang bertemu pada nodal yang sama, sehingga setiap elemen mempunyai gaya nodal elemen.

Untuk mempermudah analisis, semua vektor gaya diuraikan menjadi vektor-vektor gaya dalam arah setiap sumbu koordinat yang tentunya menggunakan prinsip-prinsip penguraikan vektor, di mana beban nodal menjadi P_{Xi} dan P_{Yi} , sedangkan gaya nodal masing – masing elemen menjadi f_{Xi} dan f_{Yi} . Prinsip keseimbangan berlaku pada nodal tersebut, yaitu dimana resultan vektor gaya haruslah sama dengan nol. Bila kita menjumlahkan vektor-vektor gaya nodal elemen pada nodal i (f_{Xi} dan f_{Yi}), sesuai dengan arah X dan Y global, maka akan diperoleh resultan gaya, yaitu gaya nodal struktur (F_{Xi} dan F_{Yi}) yang nilainya sama dengan beban nodal yang bekerja, yaitu $F_{Xi} = P_{Xi}$ dan $F_{Yi} = P_{Yi}$. Bila tidak ada beban luar bekerja pada nodal tersebut, maka $F_{Xi} = 0$ dan $F_{Yi} = 0$.

5. Kondisi Elastisitas

Kondisi ini menyatakan bahwa pada setiap titik pada sebuah struktur, tegangan-tegangan yang terjadi berbanding lurus terhadap regangan-regangannya. Kondisi ini dinyatakan dalam persamaan tegangan-regangan atau dikenal sebagai persamaan konstitutif yang berlaku pada material struktur. Untuk kasus satu dimensi, hubungan antara tegangan dan regangan atau perbandingannya ditentukan oleh modulus elastisitas untuk tegangan regangan dan modulus geser untuk tegangan regangan

geser. Hubungan-hubungan ini selanjutnya dikenal sebagai hukum Hooke.

$$\frac{\text{normal stress}}{\text{normal strain}} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\frac{\text{shear stress}}{\text{shear strain}} = \frac{\text{tegangan geser}}{\text{regangan geser}} = \frac{\tau}{\gamma} = G \dots\dots\dots (2.4)$$

Modulus elastisitas dan modulus geser untuk elemen linier elastis yang dihubungkan oleh suatu angka perbandingan, yaitu Poisson Ratio ν yaitu suatu perbandingan antara regangan lateral dengan regangan aksialnya.

6. Kondisi Keseimbangan

Kondisi ini harus terpenuhi untuk sebagian dan seluruh bagian dari struktur, yaitu keseimbangan antara gaya-gaya internal dan beban-beban, baik pada elemen ataupun pada struktur.

Kondisi kesetimbangan untuk kasus dua dimensi harus memenuhi persamaan-persamaan kesetimbangan sebagai berikut :

$$\sum F_X = 0 \quad \sum F_Y = 0 \quad \sum F_Z = 0 \quad \sum F_{mx} = 0 \quad \sum F_{my} = 0 \quad \sum F_{mz} = 0$$

Di mana penjumlahan semua gaya F setiap arah sumbu X , Y , dan Z adalah sama dengan nol dan penjumlahan semua momen F_m terhadap sumbu X , Y dan Z sama dengan nol baik untuk setiap nodal, setiap elemen. ataupun pada tumpuan struktur.

7. Kondisi Kompatibilitas

Kondisi ini mensyaratkan bahwa peralihan untuk semua titik pada suatu struktur yang terbebani harus kompatibel dengan seluruh peralihan pada struktur. Peralihan tersebut harus kontinu sehingga struktur masih tetap

bersatu akibat pembebanan. Interpretasi dari pernyataan ini tidak terlepas dari kondisi batas struktur yang telah ditentukan.

Dengan demikian pada saat struktur dibagi-bagi menjadi elemen – elemen, kondisi kompatibilitas memerlukan beberapa persyaratan sebagai berikut:

- a. Peralihan nodal yang merupakan pertemuan beberapa elemen haruslah kontinu dan pergerakannya selalu bersama.
- b. Peralihan nodal struktur harus konsisten dengan perilaku nodal yang telah ditetapkan.
- c. Peralihan nodal pada tumpuan harus memenuhi kondisi batas dari peralihan yang telah ditentukan sebelumnya.

Jadi pada prinsipnya, kondisi kompatibilitas mempunyai ketentuan – ketentuan yang harus terpenuhi pada suatu analisis struktur, yaitu sebagai berikut:

- a. Seluruh elemen struktur yang terangkai pada suatu nodal – nodal sebelum dan setelah pembebanan atau setelah berdeformasi akibat beban harus tetap terangkai pada nodal yang sama.
- b. Nodal – nodal pada semua elemen yang terangkai oleh suatu nodal kaku harus mengalami peralihan translasi dan rotasi yang sama.

H. Rangka

Definisi truss (rangka) adalah konstruksi yang tersusun dari batang-batang tarik dan batang-batang tekan saja, umumnya dari baja, kayu, atau paduan ringan guna mendukung atap atau jembatan, umumnya hanya memperhitungkan pengaruh aksial saja.

- Truss 2 dimensi : truss yang dapat menahan beban pada arah datar saja (sumbu x, y) umumnya beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal.
- Truss 3 dimensi : truss yang dapat menahan beban pada semua arah (sumbu x, y dan z) umumnya beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal.

I. Metode Energi

Deformasi aksial pada rangka didefinisikan sebagai $e_x = \partial u / \partial x$. Untuk elemen rangka, deformasi aksial diperoleh: $e_x = a_2$ atau

$$e_x = \frac{\partial N_{u1}}{\partial x} u_1 + \frac{\partial N_{u2}}{\partial x} u_2 = N_{u1,x} u_1 + N_{u2,x} u_2 = (B_a)(u_n) \dots \dots \dots (2.5)$$

$$(B_a) = (N_{u1,x} \quad N_{u2,x}) = \left(-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right) \dots \dots \dots (2.6)$$

Berdasarkan rumus Hooke untuk material linier, elastis, isotrop, dan homogen, tegangan dapat dinyatakan sebagai:

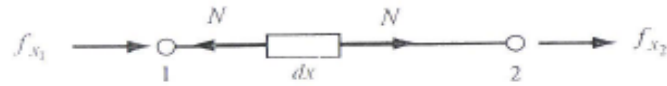
$$\sigma_x = E e_x = E \frac{\partial u}{\partial x} \dots \dots \dots (2.7)$$

Gaya internal yang bekerja secara aksial pada sumbu batang adalah:

$$N_{1-2} = \sigma_x A = EA(N_{u1,x} u_1 + N_{u2,x} u_2) = EA(B_a)(u_n) \dots \dots \dots (2.8)$$

Secara teoritis N adalah gaya internal yang berpasangan dan bekerja pada suatu elemen diferensial dx. Nilai positif berarti N adalah gaya internal

mengalami tarik dan nilai negatif berarti N adalah gaya internal menerima tekan seperti pada **Gambar 6**.



Gambar 6. Gaya internal N dan gaya nodal elemen f_x

Persamaan energi internal pada setiap elemen balok rangka dengan mengabaikan tegangan inisial:

$$\Pi_{int}^e = \frac{1}{2} EA \int_0^L e_x^2 dx = \frac{1}{2} (u_n) [K] \{u_n\} \dots\dots\dots (2.9)$$

dengan

$$[K] = EA \int_0^L (B_a) \{B_a\} dx = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.10)$$

Persamaan energi eksternal pada setiap elemen balok rangka:

$$\Pi_{ext}^e = (u_n) (\{f_n\} + \{f_n\}_{ext} + \{f_\sigma\}) \dots\dots\dots (2.11)$$

Bila tidak ada beban terdistribusi dan tidak ada efek perubahan temperatur

$$\text{maka: } \Pi_{ext}^e = (u_n) \{f_n\} = (u_1 \quad u_2) \begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.12)$$

Dengan demikian, persamaan energi elemen dapat dinyatakan sebagai:

$$\Pi_a^e = \Pi_{int}^e - \Pi_{ext}^e = \frac{1}{2} (u_n) [K] (u_n) - (u_n) \{f_n\} \dots\dots\dots (2.13)$$

Dengan menerapkan teori Castilago, yaitu:

$$\frac{\partial \Pi_a^e}{\partial (u_n)} = \frac{\partial (\Pi_{int}^e - \Pi_{ext}^e)}{\partial (u_n)} = 0 \dots\dots\dots (2.14)$$

Maka diperoleh:

$$\{f_n\} = [K] (u_n) \dots\dots\dots (2.14)$$

atau dalam bentuk matriks persamaan elemen dapat dinyatakan:

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.15)$$

di mana $[K]$ disebut matriks kekakuan elemen, dan koefisien didefinisikan sebagai: $K_{ij} = EA \int_0^L N_{ui,x} N_{uj,x} dx$ (2.16)

dengan $i = 1$ sampai 2 dan $j = 1$ sampai 2.

Dengan mensubstitusi fungsi bentuk maka didapat:

$$\begin{Bmatrix} f_{x_1} \\ f_{x_2} \end{Bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \text{ (2.17)}$$

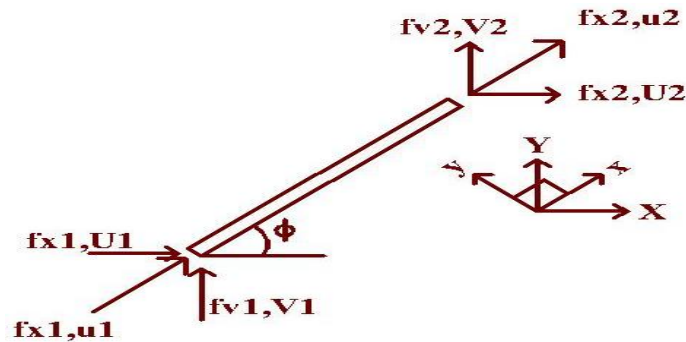
EA/L adalah kekakuan aksial dari elemen. Elemen tersebut berperilaku seperti pegas, dengan konstanta pegas $s = EA/L$ dalam satuan KN/m.

J. Rangka Bidang

Struktur rangka bidang adalah gabungan dari elemen rangka yang dapat berartikulasi pada kedua ujungnya dan hanya mentransmisikan gaya – gaya translasi pada nodal-nodal gabungan. Elemen dengan dua nodal didefinisikan dalam sistem koordinat lokal (x-y), untuk kemudian selanjutnya didefinisikan dalam koordinat global (X-Y). Tipe elemen itu umumnya dapat digabungkan untuk mendapatkan elemen portal bidang untuk memerankan efek deformasi aksial e pada struktur portal. Dalam hal praktis, ia digunakan untuk mengevaluasi secara cepat distribusi gaya-gaya internal pada struktur tipe menara, atap, jembatan rangka, dan sebagainya.

Sebuah elemen rangka pada Gambar 7 terdapat koordinat lokal adalah xy dan koordinat global adalah XY. Sumbu .x mengarah pada sudut Φ dan bernilai positif bila dihitung berlawanan arah jarum jam dari sumbu Xmenuju sumbu x. Dalam sistem koordinat global, setiap nodal i memiliki gaya horizontal f_{xi} , gaya vertikal f_{yi} . peralihan horizontal U_i , dan peralihan vertikal V_i . Jadi

setiap elemen memiliki empat derajat kebebasan. U_1 , V_1 , U_2 dan V_2 . Dari **Gambar 7**, pemahaman transformasi dk dari sistem lokal ke sistem global pada nodal 1 dan nodal 2.



Gambar 7. Sistem koordinat lokal dan global untuk elemen rangka

$$u_2 = U_2 \cos\theta + V_2 \sin\theta \text{ dan } u_2 = U_2 \cos\theta + V_2 \sin\theta \dots\dots\dots (2.18)$$

Jika asumsi $C = \cos\theta$ dan $S = \sin\theta$ maka persamaan adalah

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}_{\text{lokal}} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix}_{\text{global}} \dots\dots\dots (2.19)$$

$$\text{atau secara simbolik } \{u_n\}_{\text{lokal}} = [T]\{u_n\}_{\text{global}} \dots\dots\dots (2.20)$$

$$\text{relasi invers memberikan: } \{u_n\}_{\text{lokal}} = \{u_n\}_{\text{global}} [T]^T \dots\dots\dots (2.21)$$

di mana $[T]$ adalah matriks transformasi.

Karena energi internal adalah suatu besaran skalar, maka dapat menghitungnya dalam sistem koordinat lokal maupun global tanpa mengubah nilainya.

$$\Pi_a^e = \Pi_{\text{int}}^e - \Pi_{\text{ext}}^e \dots\dots\dots (2.22)$$

$$\Pi_{\text{int}}^e = \frac{1}{2} \{u_n\}_{\text{global}} [T]^T [k]_{\text{lokal}} [T] \{u_n\}_{\text{global}} \dots\dots\dots (2.23)$$

$$= \frac{1}{2} \{u_n\}_{\text{global}} [k]_{\text{global}} \{u_n\}_{\text{global}} \dots\dots\dots (2.24)$$

atau dapat ditulis sebagai:

$$\Pi_{int}^e = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} C & 0 \\ S & 0 \\ 0 & C \\ 0 & S \end{bmatrix} \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.25)$$

di mana:

$$[k]_{global} = [T]^T [k]_{lokal} [T] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.26)$$

$$\Pi_{ext}^e = \{u_n\}_{global} [T]^T [f_n]_{lokal} = \{u_n\}_{global} [f_n]_{global} \dots\dots\dots (2.27)$$

Persamaan – persamaan kekakuan elemen dalam sistem koordinat global dapat diperoleh dengan menggunakan teori Castigliano:

$$\begin{Bmatrix} \partial \Pi^e / \partial U_1 \\ \partial \Pi^e / \partial V_1 \\ \partial \Pi^e / \partial U_2 \\ \partial \Pi^e / \partial V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{X1} \\ f_{Y1} \\ f_{X2} \\ f_{Y2} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.28)$$

atau secara simbolik dapat ditulis sebagai:

$$[f_n]_{global} = [k]_{global} \{u_n\}_{global} \dots\dots\dots (2.29)$$

Matriks kekakuan elemen memiliki pola yaitu:

$$[k]_{global} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} T_0 & -T_0 \\ -T_0 & T_0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.30)$$

$$[T_0] = \begin{bmatrix} C^2 & CS \\ CS & S^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.31)$$

(Katili, 2008)