DIMENSI PARTISI GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P_{n,3}$ UNTUK BEBERAPA NILAI n GANJIL

(Skripsi)

Oleh

TINA NUR ANISSA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG

2019

ABSTRACT

PARTITION DIMENSION OF GENERALIZED PETERSEN GRAPH Pn, 3 FOR SOME EVEN *n* ODDS

By

TINA NUR ANISSA

Let G be a connected graph G = (V, E), with V (G) ≠ ∅ denotes the set of verticesand S ⊂V (G). The distance d (v, S) between v ∈ V (G) and S is defined as d (v, S) = min {d (v, x) | x∈S}. For an ordered k-partition S = $S_1, S_2,$ …… . S_k of V (G) and a vertex v of G, the representation of v with resped to Π is defined as the k-vectorr (v | Π) = (d (v, S_1), d (v, S_2), ...d (v, S_k)). The parition Π is called a resolving partition if the k - vector r (v | Π), v ∈ V (G) are distinct. The minimum k for which there is a resolving k - partition of V (G) is the patition dimension pd(G) of G.in this study, the partition dimension of generalized petersen graph $P_{n,3}$ is four, for n = 5,7,9,11,13.

Keywords: graph, partition dimension, petersen graph

ABSTRAK

DIMENSI PARTISI GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P_{n,3}$ UNTUK BEBERAPA NILAI n GANJIL

Oleh

TINA NUR ANISSA

Diberikan suatu graf terhubung G=(V,E), dengan $V(G) \neq \emptyset$ menyatakan himpunan titik, dan S $\subset V(G)$. Jarak titik v $\in$ $V(G)$ terhadap S didefinisikan sebagai d(v,S) = min {d (v,x) | $x \in S\}$. Untuk suatu k-partisi Π=S_1,S_2,, ...S_k dari $V(G)$ dan titik v dari G, representasi v terhadap Π didefiniikan sebagai r(v|Π)=($d(v,S_1), d(v,S_2)$,….. $d(v,S_k)$). Π disebut partisi pembeda jika r(v|Π), v $\in$ $V(G)$ adalah bembeda. Kardinalitas minimum dari k-partisi pembeda terhadap $V(G)$ disebut dimeni dari G, dinotasikan dengan pd(G). pada penelitian ini telah diperoleh dimensi partisi graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ adalah empat, untuk n=5,7,9,11,13.

Kata kunci : graf, dimensi partisi, graf petersen

DIMENSI PARTISI GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P_{n,3}$ UNTUK BEBERAPA NILAI n GANJIL

Oleh

TINA NUR ANISSA

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi : **DIMENSI PARTISI GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P_{n,3}$ UNTUK BEBERAPA NILAI n GANJIL**

Nama Mahasiswa : *Tina Nur Anissa*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031183

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP. 19760411 200012 2 001

Suharsono S, M.S., M.Sc., Ph.D
NIP 19690530 195512 1 001

2. Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Pembimbing I : **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.** ....

Pembimbing II : **Suharsono S, M.S., M.Sc., Ph.D.** ....

Penguji : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 196406041990031002

Tanggal Lulus Ujian Skrispi : **24 Mei 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	:	**Tina Nur Anissa**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**1517031183**
Judul	:	**Dimensi partisi graf petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai n ganjl**
Jurusan	:	**Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil dari orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertulis dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 24 Mei 2019

Penulis

Tina Nur Anissa
NPM. 1517031183

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bukit Kemuning, Lampung utara pada tanggal 27 September 1997. Penulis adalah anak kedua dari Tiga bersaudara dari pasangan Bapak Jumahir Basir dan Ibu Sao'dah, serta adik dari Haqki Prakasa kalbi dan ayuk dari Putri Maha Rani.

Penulis menyelesaikan pendidikan sekolah dasar (SD) pada tahun 2009 di SD Negeri 01 Way tuba. Pendidikan sekolah menengah pertama (SMP) di SMP Negeri 03 Gunung Labuhan Way Kanan pada tahun 2012, pendidikan sekolah menengah atas (SMA) di SMA Negeri 02 Way tuba Kecamatan Gunung Labuhan Way Kanan pada tahun 2015. Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa angkatan 2015 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Selama menjadi mahasiswa FMIPA penulis mengikuti di beberapa organisasi seperti BEM Fakultas sebagai GARUDA'15, ROIS, HIMATIKA.Pada Tahun 2018 penulis melaksanakan kerja praktik di BPJS (Badan Penyelenggaraan Jaminan Sosial) Bandar Lampung.

PERSEMBAKAN

Dengan segala rasa syukur, aku persembahkan karya kecil ku ini untuk-Mu ya Allah, yang selalu memberikan rahmat dan hidayah sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.

Terimakasih Untuk ibu, bapak, kakakku dan adikku yang selalu memberikan doa, dukungan, kasih sayang, dan tempat istimewa di hati kalian, yang selalu memberikan ku semangat dalam melakukan segala aktivitas.

Untuk teman-temanku, terima kasih kalian telah memberi dukungan dan memberi semangat pada ku

Ku persembahkan karya ini untuk kalian semua ...

MOTTO

Kerjakan sesuatu yang engkau bisa

kerjakan,sebab bila kita menunda2 kerjaan itu

maka semuanya akan tidak berjalan dengan

sesuai target.

"…..tina. N.a…."

"….kita akan sukses   jika belajar dari

kesalahan".

SANWACANA

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana sains di Universitas Lampung ini. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, penuntun jalan bagi seluruh umat manusia.

Diselesaikannya penulisan skripsi yang berjudul "Dimensi Partisi Graf Petersen Diperumum $P_{n,3}$ Untuk beberapa nilai *n* Ganjil " ini tidak terlepas dari doa, bimbingan, dukungan serta saran dari berbagai pihak yang telah membantu. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih banyak kepada:

1. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., Selaku dosen pembimbing pertama yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.
2. Bapak Suharsono S, M.S., M.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji atas kritik dan saran yang membangun untuk skripsi ini.

4. Bapak Dr. Lazakaria, S.Si., M.Sc., selaku pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
5. Bapak Prof. Dra. Wamiliana , M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Dosen, staff, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan bantuan kepada penulis.
8. Ibu, bapak, kakak dan adeku tercinta yang selalu mendoakan dan menyemangatiku dalam beraktivitas.
9. Semua teman-temen ku dari seperjuang Nia Adelia, Nurmala Diniyati, Selvia Milayanti, Yomi Mariska, Titin Awalatun Kholifah dan semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini, semoga mendapat imbalan yang sesui dari Allah SWT.

Penulis menyadari skripsi ini jauh dari sempurna dan penulis juga berharap penelitian ini dapat berguna dan bermanfaat bagi pembaca. Aamiin.

Bandar Lampung,

Penulis

Tina Nur Anissa

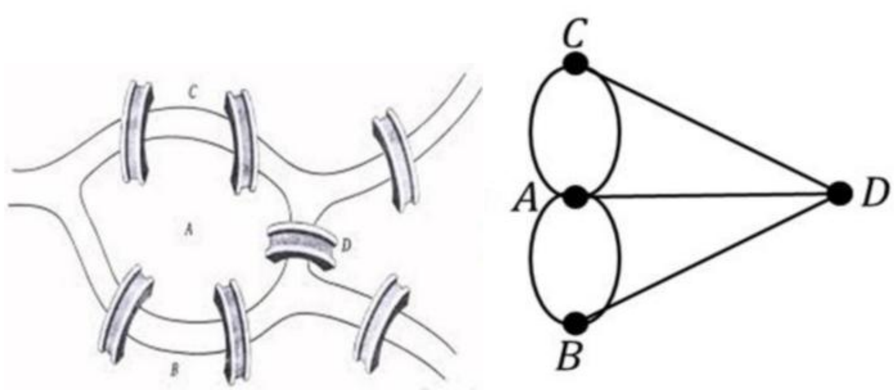
DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

Teori graf merupakan salah satu bidan ilmu Matematika. Pada awalnya, teori graf diperkenalkan oleh Leonard Euler (1736) pada bukunya yang berjudul *solution problematic Ad Geometriam Situs Pertines*, Buku tersebut berisi tentang penyelesaian maalah jambatan konigsberg , rusia yang menghubunkan empat daerah. Permasalahan jembatan koningsberg adalah mungkinkan dalam sekali perjalanan melewati tuju buah jembatan tepat satu kali dan kembali ke daerah asal. Euler menyederhana kan permasalahan tersebut dengan mempersentasikan daerah sebagai titik dan jambatan sebagai sisi.



Gambar 1. Jembatan *Koningsberg* dan representasinya dalam bentuk graf.

Graf merupakan kumpulan titik dan sisi, dinotasikan dengan $G = (V, E)$ pasangan himpunan (V, E) dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik (*vertex*), dan $E(G)$ adalah himpunan dari pasangan tak terurut dari titik-titik berbeda di V yang disebut sisi (*edge*). Setiap sisi menghubungkan tepat dua titik dan setiap titik dapat memiliki banyak sisi yang menghubungkannya dengan titik yang lain. Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi partisi. Untuk titik u dan v dalam graf terhubung G, jarak $d(u, v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara u dan v pada G.

Untuk himpunan terurut $W = (w_1, w_2)$ titik-titik dalam graf terhubung G dan titik v pada G, $r(v| W)$=($d(v, w_1,)$, $d(v, w_2,)$,…,$d(v, w_{k,2}, \ldots w)$) menunjukkan representasi dari v pada W. Himpunan W dinamakan himpunan pembeda (*resolving set*) G jika titik-titik G mempunyai representasi berbeda. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda disebut dimensi metrik dari G dinotasikan dengan $dim(G)$.

Penentuan dimensi partisi dari graf terhubung telah dilakukan oleh Chartrand dkk.(1998). Khususnya dimensi partisi dari graf siklus C_n Selain itu, mereka juga telah mendapatkan batas atas dan batas bawah dimensi partisi graf siklus Selanjutnya, Penelitian terus dilakukan untuk mendapatkan dimensi partisi graf terhubung lainnya. Kelas graf tertentu dapat ditentukan dimensi partisinya secara tepat, tetapi pada kelas graf lain baru dapat ditentukan batas atas dan batas bawahnya.

1.2 Tujuan Penelitan

Tujuan penulisan ini adalah untuk menentukan dimensi partisi graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai n ganjil.

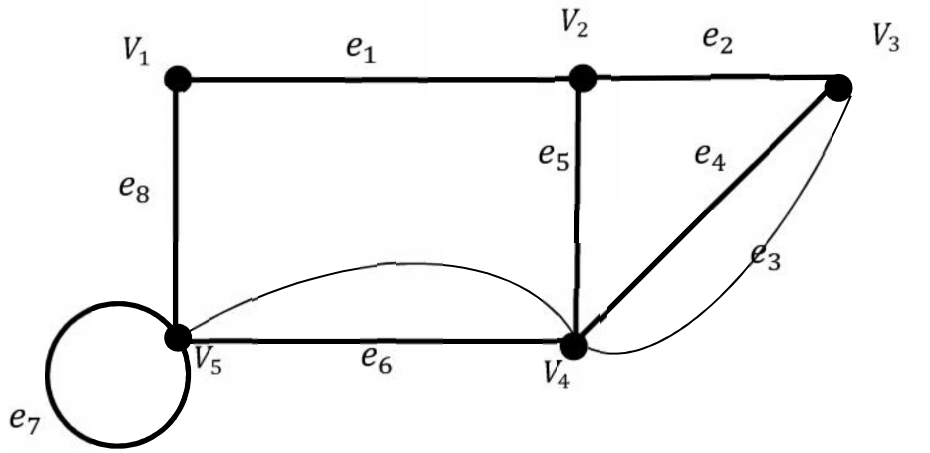
1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

1. Mengembangkan wawasan tentang teori graf khususnya tentang dimensi partisi graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai n ganjil.
2. Memberikan pemahaman dan wawasan mengenai dimensi partisi graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai n ganjil.
3. Sebagai referensi untuk penelitian lebih lanjut tentang dimensi partisi graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai n ganjil.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Graf merupakan kumpulan titik dan sisi, dinotasikan dengan *G=(V, E),* dengan *V* menyatakan himpunan titik $\{v_1, v_2, v_3, \dots\dots\dots\dots, v_n\}$ yang tak kosong E menyatakan himpunan sisi $\{e_1, e_2, e_3, \dots\dots\dots\dots, e_n\}$ yang merupakan pasangan terurut dari titik-titik di *V(G)*(Geo, N. 1989).



Gambar 2. Graf dengan 5 Titik dan 9 Sisi.

Banyaknya himpunan titik *V(G)* disebut orde dari graf G, jika u dan v dihubungkan oleh sisi *e* maka *u* dan *v* dikatakan bertetanggaan (*adjacent),* Sedangkan titik u dan v dikatakan menempel (*incident*) dengan sisi e, demikian juga sisi e dikatakan menempel dengan titik u dan v. Himpunan tetangga dari v dinotasikan dengan $G(v)$ adalah himpunan titk-titik yang bertetangga dengan v. Berikut adalah contoh Pada Gambar 2. Titik v_1 bertetangga dengan v_2 dan v_5, sisi e_1 menempel pada titik v_1 dan v_2. Derajat dari e adalah banyaknya sisi yang menempel pada titik v. Derajat dari titik $v \in V(G)$ dinotasikan $d(v)$. Pada Gambar 2. $d(v_1) = 2$, $d(v_2) = 3$, $d(v_3) = 3$, $d(v_4) = 5$, $d(v_5) = 4$.

Loop adalah sisi yang memiliki titik awal dan titik akhir yang sama. Sisi paralel sisi yang memiliki dua titik ujung yang sama. Graf yang tidak mempunya sisi ganda dan atau *loop* disebut graf sederhana. Pada Gambar 2 bukan graf sederhana karena terdapat loop pada titik v_7 yaitu pada sisi e_7 dan terdapat sisi parallel pada titik e_4 dan titik e_3, titik e_6 dan titik e_9.

Jalan (*walk*) didefinisikan sebagai barisan titik dan sisi, dimulai dan diakhiri dengan titik, sehingga setiap sisi menempel dengan titik sebelum dan sesudahnya. Jalan yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang sama disebut jalan tertutup (*closed walk*). Sebaliknya, jalan yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang berbeda disebut jalan terbuka (*open walk*).

Lintasan (*path*) adalah jalan yang melewati titik yang berbeda-beda. Graf G dikatakan graf terhubung jika terhadap lintasan yang menghubungkan setiap dua titik yang berbeda.. Pada Gambar 2 contoh lintasan $v_1 - e_8 - v_5 - e_6 - v_4 - e_4 - v_3 - e_2 - v_2 - e_1$. Sirkuit (*circuit*) adalah lintasan tertutup,yaitu mempunyai titik awal dan titik akhir yang sama. Pada Gambar 2, contoh sirkuit $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_4 - v_4 - e_6 - v_5 - e_8 - v_1$.

Lemma 2.1.1 (Deo, 1989). Jumlah derajat semua titik pada graf G adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut, maka:

$$\sum_{i=1}^{n} d(vi) = 2e$$

Sebagai contoh Pada Gambar 2. yaitu jumlah derajat seluruh titik pada graf tersebut adalah $d(v_1)$+ $d(v_2)$+ $d(v_3)$+ $d(v_4)$+ $d(v_5)$=3+3+2+4+4 =16 dua kali jumlah sisi.

Teorema 2.1.1 (Deo, N. 1989). Untuk sembarang graf G, banyaknya titik yang berderajat ganjil selalu genap.

Bukti: Misalkan V_{genap} dan V_{ganjil} masing-masing adalah himpunan titik yang berderajat genap dan berderajat ganjil pada $G(V, E)$ persamaan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} d(v_i) = \sum_{Vgenap} d(v_j) + \sum_{Vganjil} d(v_k).$$

Karena $d(v_j)$ untuk setiap $v_j \in V_{genap}$ maka suku pertama dari ruas kanan persamaan harus bernilai genap. Ruas kiri persamaan juga harus bernilai genap. nilai genap pada ruas kiri hanya benar bila suku kedua dari ruas kanan juga harus genap. Karena $d(v_k)$ untuk setiap $v_k \in V_{ganjil}$ maka banyaknya titik v_k didalam V_{ganjil}

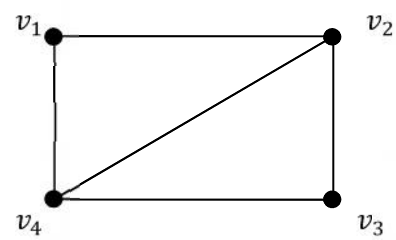
harus genap agar jumlah seluruh derajat bernilai genap. Jadi banyaknya titik yang berderajat ganjil selalu genap.

1.2 Dimensi Partisi

Dimensi partisi dari sebuah graf G ke dalam sejumlah kelas partisi dan menentukan jarak setiap simpul terhadap setiap kelas partisi tersebut. Ambil sebarang simpul v di V, jarak $d(u,v)$ antara simpul u dan v pada graf G adalah panjang lintasan terpendek dari dua tersebut. Sedangkan jarak terpanjang antara dua simpul pada $V(G)$ didefinisikan sebagai diameter dari graf G,ditulis $diam(G)$. Misalkan terdapat simpul $v \in V(G)$ dan S adalah himpunan bagian dari $V(G)$. Jarak antara v dan S adalah $d(v,S) = min\ \{d(v,x)|x \in S\}$.

Misalkan $V(G)$ dipartisi menjadi k himpunan $S_1, S_2, \ldots \ldots S_k$ yang saling lepas , maka $\Pi = \{S_1, S_2, \ldots \ldots S_k\}$ didefinisikan sebagai himpunan yang berisikan k-partisi tersebut. Misalkan terdapat simpul $v \in V(G)$, maka representasi dari v terhadap Π didefinisikan sebagai $r(v|\Pi) = (d(v,S_1), d(v,S_2), \ldots \ldots, d(v,S_k))$. Selanjutnya, Π disebut partisi pembeda dari $V(G)$ jika $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$ untuk seiap dua titik berbeda $u,v \in V(G)$. dimensi partisi dari G, dinotasikan $pd(G)$. (Chartrand, dkk., 1998).

Berikut ini akan diberikan contoh dimensi partisi pada suatu graf :



Gambar 3. Dimensi Partisi Graf G

Ambil Π=$\{S_1,S_2\}$, dengan $S_1 = \{v_1\}$, S_2 =$\{v_2, v_3, v_4\}$ sehingga representasi titiknya adalah r (v_1|Π)=(0,1); (v_2|Π)=(1,0); v_3|Π)= (1,0); (v_4|Π)=(1,0). Karena ada representasi titik yang sama untuk Π =$\{S_1,S_2\}$, maka Π= $\{S_1,S_2\}$ bukan partisi pembeda. Sehingga banyaknya anggota himpunan Π=$\{S_1,S_2\}$ tidak dapat dikatakan dimensi partisi.

Oleh karena itu, ambil Π yang lain. Ambil Π=$\{S_1,S_2,S_3\}$ dengan $S_1 = \{v_1\}$, $S_2 = \{v_2, v_3\}$, $S_3 = \{v_4\}$, sehingga representasi titiknya adalah (v_1| Π)=(0,1,1); (v_2|Π)=(1,0,2); (v_3|Π)=(2,0,1); (v_4 Π)=(1,1,0).

Karena representasi setiap titiknya berbeda untuk Π=$\{S_1,S_2,S_3\}$, maka Π =$\{S_1,S_2,S_3\}$ merupakan partisi pembeda. Selain itu banyaknya himpunan basis ini merupakan yang minimum sehingga banyaknya anggota Π = $\{S_1,S_2,S_3\}$ dapat dinyatakan sabagai dimensi partisi dari graf tersebut. Sehingga dimensi partisi dari graf tersebut adalah 3.

Lemma 2.2.1 (Chartrand dkk., 1998). Diberikan G graf terhubung dengan partisi pembeda dari $V(G)$, untuk v,$\in V(G)$, jika $d(u,w)$= $d(v,w)$ untuk setiap $w \in V(G) - \{u,v\}$, maka u dan v harus berada pada partisi yang bembeda.

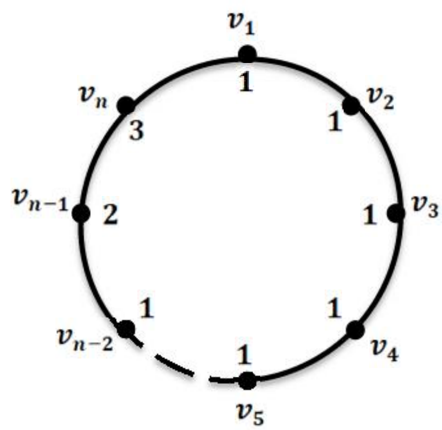
Bukti : Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, S_3\}$ dengan u dan v merupakan elemen dari partisi S_i sehingga $d(u,S_i) = d(v,S_i) = 0$. karena $d(u,w) = d(v,w)$ untuk semua $w \in V(G) - \{u,v\}$, dapat diketahui bahwa $d(u,S_j) = d(v,S_j)$ untuk semua j, dengan 1$\leq j \neq \leq k$. Maka $r(v|\Pi)$= $r(v|\Pi)$, Π bukan partisi pembeda.

Teorema 2.2.1 Jika G adalah graf dengan order $n \geq 3$ dan berdiameter d, maka $g(n,d) \leq pd(G) \leq n - d + 1$ dengan $g(n,d)$ didefinisikan sebagai bilangan bulat positif terkecil k yang memenuhi $(d+1)^k \geq n$.

Bukti: Untuk batas atas dapat dibuktikan sebagai berikut. Misalkan v dan u adalah simpul dari G, maka $d(u,v) = d$. Diberitahukan $u = \{v_1, v_2, \dots, v_{d+1} = v\}$, dengan $u - v$ merupakan lintasan dengan panjang d. Diberikan $V(G) = (v_1, v_2, \dots\dots, v_d, \dots\dots v_n\}$. Ini menunjukkan bahwa partisi Π=$\{S_1, S_2, \dots$., $S_{n-d+1}\}$, dari $V(G)$. dengan S_1,$= \{v_1, v_2, \dots\dots v_d\}$ dan S_i,$= \{v_{+d-i}\}$ untuk $2 \leq i \leq n - d + 1$. Kemudian untuk batas bawah dapat dibuktikan sebagai berikut. Diberikan $pd(G) = k$ dan Π penyelesaian k-partisi dari $V(G)$. Karena setiap representasi dari simpul G adalah sebuah vector k, maka setiap koordinat dari itu adalah bilangan bulat tak negatif yang tidak melebihi d, dan semua representasi n adalah pembeda, sehingga $(d+1)^k \geq n$. Oleh sebab itu $g(n,d) \leq k = pd(G)$.

Teorema 2.2.2 (Chartrand dkk., 1998). Dimensi partisi graf siklus C_n untuk $n \geq 3$ adalah 3.

Bukti :

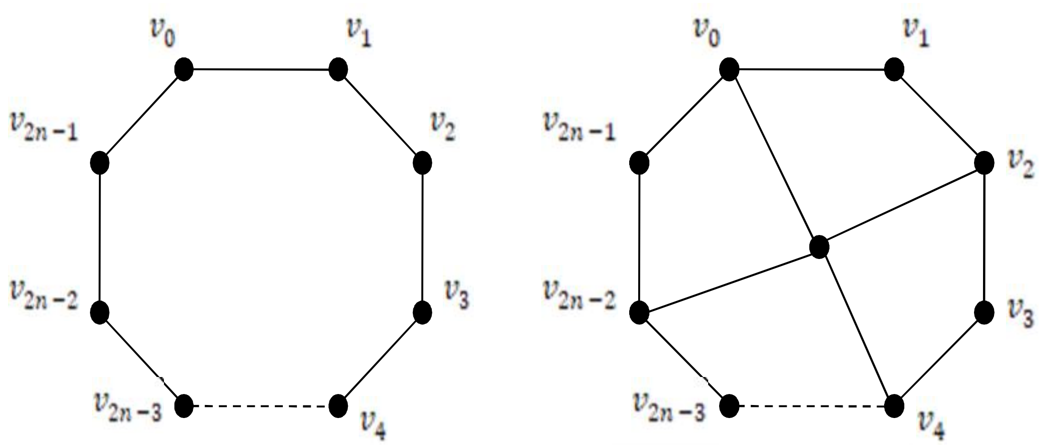


Gambar 4. Dimensi partisi graf siklus C_n

Graf siklus C_n dipartisi sedemikian sehingga diperoleh $\Pi = \{S_1, S_2, S_3\}$, dengan $S_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, \ldots\ldots, v_{n-2}\}$, $S_2 = \{v_{n-2}\}$, $S_3 = \{v_n\}$. Perhatikan bahwa $r(v_1|\Pi)$=(0,2,1); $r(v_2|\Pi)$=(0,3,2); $r(v_3|\Pi)$=(0,4,3); $r(v_4|\Pi)$=(0,5,4); $r(v_5|\Pi)$=(0,6,5);……..; $r(v_{n-2}|\Pi)$=(0,1,2); $r(v_{n-1}|\Pi)$=(1,0,1); $r(v_n|\Pi)$=(1,1,0). Karena representasi dari semua titik berbeda, maka Π adalah partisi pembeda dari graf siklus C_n dan $Pd(C_n) \leq 3$.

Untuk menunjukkan $Pd(C_n) \geq 3$, andaikan terhadap partisi pembeda $\Pi = \{S_1, S_2\}$ dari C_n dengan $S_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, \ldots\ldots, v_{n-2}\}$, $S_2 = \{v_n\}$, maka titik v_1, v_{n-1} akan memiliki representasi yang sama yaitu (0,1), maka kontradiksi. Jadi $Pd(C_n) \geq 3$. Akibatnya $Pd(C_n) = 3$.

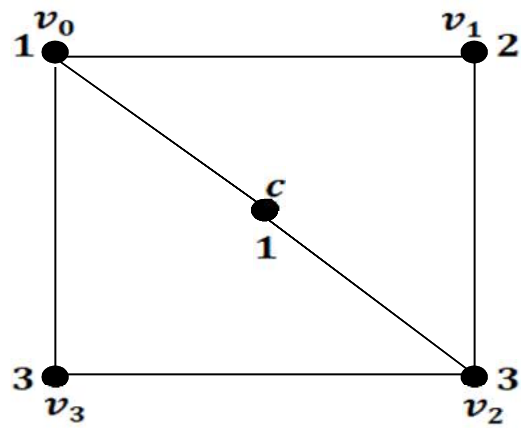
Misalkan diberikan graf siklus genap C_{2n}, $n \geq 2$ dengan $V(C_{2n}) = \{v_0, v_1, \ldots \ldots, v_{2n-1}\}$ dan $E(C_{2n}) = \{v_i \; v_{i+1} \mid i = 0,1,2, \ldots \ldots, 2n-2\} \cup \{v_{2n-1}\, v_0\}$. Untuk mengkonstruksi graf gir G_{2n}, tambahkan satu titik baru, notasi dengan c, yang bertetangga dengan n titik di C_{2n}, dengan ketentuan, untuk $i = 0$ atau 1 tambahkan sisi-sisi $cv_i, cv_{i+2}, cv_{i+4}, \ldots\ldots, cv_{i+(2n-2)}$. Jadi $V(G_{2n}) = \{v_i \mid i = 0,1, \ldots \ldots, 2n-1\}$. dan $E(G_{2n}) = \{cv_j \mid j = 0,2, \ldots \ldots, 2n-2\} \cup E(G_{2n})$. Dapat dilihat bahwa banyaknya titik graf gir G_{2n} adalah $2n+1$, sementara banyaknya sisi graf gir G_{2n} adalah $3n$. Berikut akan diberikan gambar C_{2n} dan G_{2n} sebagai mana yang telah didefinisikan diatas (Riza, 2012).



Gambar 5. Graf siklus Genap C_{2n} dan Graf Gir G_{2n}

Definisi 2.2.1. (Riza, 2012). Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung dan misalkan $S \subseteq V$ misalkan terdapat suatu titik $v \in V$. Maka jarak titik v terhadap S didefinisikan sebagai $d(v, S) = \min\{d(v, x) \mid x \in S\}$.

Definisi 2.2.2. (Riza, 2012). Misalkan $G - (V, E)$ adalah graf terhubung dan $u, v \in V$ adalah dua titik sebarang di G. Diameter G didefinisikan sebagai jarak maksimum antara setiap dua titik G, dinotasikan $diam(G) - \max\{d(u,v) | u, v \in V(G)\}$.



Gambar 6. Konstruksi Graf Gir G_4

Graf gir dipartisi sedemikian sehingga diperoleh $\Pi = \{S_1, S_2, S_3\}$ dengan $S_1 = \{c, v_0\}$, $S_2 = \{v_1\}$, $S_3 = \{v_2, v_3\}$. Akan ditunjukkan bahwa $pd(G_4) = 3$. Ambil titik $c \in S_1$ maka representasi titik c terhadap Π adalah $r(c|\Pi) = (d(c, S_1), d(c, S_2), d(c, S_3)) = (0,2,1)$. Selanjutnya ambil titik $v_0 \in S_1$ maka $r(v_0|\Pi) = (0,1,1)$. Dengan cara yang sama diperoleh :

$$r(v_1|\Pi) = (1,0,1)$$

$$r(v_2|\Pi) = (1,1,0)$$

$$r(v_3|\Pi) = (1,2,0)$$

Dapat dilihat bahwa untuk sebarang titik v di G_4 mempunyai representasi $r(v|\Pi)$ yang berbeda, maka haruslah $pd(G_4) = |\Pi| = 3$.

Teorema 2.2.3 Diketahui x,y,z R*.* Diperoleh pernyataan-pernyataan di bawah ini bernilai bener :

i. Jika $x < y$ dan $y < z$, maka $x < z$

ii. Tepat satu terjadi, $x < y, y < x$ atau x=y

iii. Jika $x \leq y$ dan $y \leq x$, maka x=y

Bukti :

(i) $x < y$ dan $y < x \Leftrightarrow y - x \in P$ dan z-y P $\Leftrightarrow z - x = (z - y) + (y - x) \in P \Leftrightarrow x < z$.

(ii) Menurut sifat trikhotomi himpunan P, tepat satu terjadi:

$y - x \in P,\ -(y - x) \in P$, atau $y = 0$

Yang ekuivalen dengan

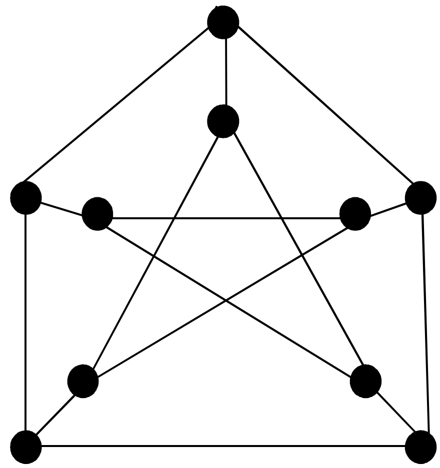
$x < y,\ y < x$ atau $x = y$.

(iii) Diketahui $x \leq y$ dan $y \leq x$. Andaikan $x \neq y$, tentu $x \leq y$ dan $y \leq x$, suatu kontradiksi.

2.3 Graf Petersen

Graf petersen adalah graf yang memiliki 10 titik, 15 sisi, dan setiap titiknya berderajat 3 dengan 5 titik diluar dan 5 titik didalam yang dihubungkan dengan 5 sisi (Watkins, 1969).

Berikut adalah contoh graf Petersen :

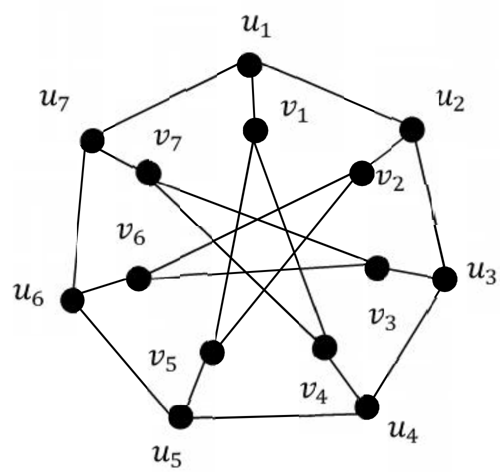


Gambar 7. Graf Petersen

2.4 Graf Petersen yang Diperumum

Graf Petersen diperumum merupakan graf teratur berderajat tiga. Misalkan $\{u_1, u_2 \ldots\ldots, u_n\}$ menyatakan banyaknya titik lingkaran luar dan $\{v_1, v_2 \ldots\ldots, v_n\}$ menyatakan banyaknya titik lingkaran dalam untuk n ≥ 3. Graf Petersen diperumuman dinotasikan dengan $P_{n,k}$, n $\geq 3, 1 \leq k \leq \left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil$,1$\leq i \leq n$ adalah graf yang 2n titik $\{u_1\} \cup \{v_1\}$ dan sisi $\{u_i u_{i+1}\} \cup \{v_i v_{i+k}\} \cup \{u_i v_i\}$ (Watkins, 1969).

Berikut adalah contoh graf Petersen diperumum :



Gambar 8 . Graf Petersen $P_{7,3}$

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunaakan dalam penulisan skripsi ini adalah studi pustaka. Hal ini penulis lakukan dengan menggunakan buku-buku, jurnal-jurnal yang berkaitan dengan teori graf yang tercantum dalam daftar pustaka yang ada diperpustakaan unuversitas lampung.

Adapun Langkah-langkah penelitian ini adalah :

1. Mencari Reprensi tentang dimansi partisi dan graf petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa bulai *n* ganjil.
2. Belajar memahami materi tentang dimensi partisi dan graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa bulai *n* ganjil.
3. Memberikan label pada kelas-kelas partisi dengan label seminimal mungkin.

4. Mencari Reprensi tentang dimansi partisi dan graf petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa bulai *n* ganjil.
5. Belajar memahami materi tentang dimensi partisi dan graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa bulai *n* ganjil.
6. Memberikan label pada kelas-kelas partisi dengan label seminimal mungkin.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini telah diperoleh dimensi partisi dan graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ adalah 4 untuk *n* =5,7,9,11,13

5.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya membahas dimensi partisi dan graf Petersen diperumum $P_{n,3}$ untuk beberapa nilai *n* ganjil. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menentukan dimensi partisi diperumum $P_{n,3}$ untuk sembarang nilai *n* ganjil.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, Azizah, N. N., & Nofandika, F. F. 2009. Teori Graf. Malang : UIN-Malang press.

Chartrand, G., Salehi, E., & Zang, P. 2000.The partition dimension of a graph. *Aequationes Math*., **59**, 45-54.

Chartrand, G., Salehi, E. & Zang, P. 1998.On the partition dimension of a graph. *Congr Numer*., **130**, 157- 168.

Deo, N. 1989. *Graphs Teory With Aplications to Engineering and Computer Science.* Prentice-Hall, New York.

Riza, R. 2012. Dimensi Partisi Graf Gir. *Jurnal Matematika Unand*., **1**:2, 21-27.

Warkins, M. E., 1960. A Theorem on tait Colorings With Application to the Generalized Petersen Graphs. *Jounal of Combinatorial Thepry*., **6**, 152-164.

Wilson. 2002. Graf pengantar. Surabaya : Universitas Press IKIP Surabaya.