MENENTUKAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* SECARA DISKRIT DAN KONTINU BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS DE MOIVRE DAN TABEL MORTALITAS INDONESIA 2011

(SKRIPSI)

Oleh

DEBORA IBOTONA LUMBANTORUAN

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACK

DETERMINING *JOINT LIFE* INSURANCE PREMIUM DISCREETLY AND CONTINUALLY BASE ON DE MOIVRE'S LAW AND MORALITY TABLE OF INDONESIA IN 2011

By

Debora Ibotona Lumbantoruan

Joint life insurance is a life insurance policy that covers multiple people. The benefit of joint life insurance will be paid when one of insured person's died with is paying the premium to the insurers. The premium payment can conculated diskreetly dan continually where The payment continually is more expensive than diskreetly. Determining insurance premium at this reseach can be do base on morality table of Indonesia in 2011 and De Moivre's Law**.** From the calculation results obtained that factors influenced payment of premium insurance are age, force of morality, spaces of time, type of insurance payment, interest rate and type of insurance.

Kata kunci : *joint life* insurance, De Moivre, discreetly premium, kontinually premium.

ABSTRAK

MENENTUKAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* SECARA DISKRIT DAN KONTINU BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS DE MOIVRE DAN TABEL MORTALITAS INDONESIA 2011

Oleh

Debora Ibotona Lumbantoruan

Asuransi jiwa *joint life* merupakan polis asuransi jiwa yang menanggung dua orang atau lebih yang dimana manfaatnya akan dibayarkan jika salah satu dari orang yang tertanggung meninggal dunia dengan syarat membayar premi kepada pihak asuransi. Pembayaran premi yang dibayarkan dapat dihitung secara kontinu dan diskrit, dimana nilai premi secara kontinu lebih besar dibandingkan dengan diskrit. Dalam penentuan premi asuransi pada penelitian ini dilakukan berdasarkan data Tabel Mortalitas Indonesia 2011 dan menggunakan Hukum Mortalita De Moivre. Dari hasil perhitungan diperoleh bahwa faktor yang mempengaruhi besarnya nilai premi asuransi adalah usia,laju tingkat kematian, jangka waktu asuransi, jenis pembayaran asuransi, tingkat suku bunga dan jenis asuransinya.

Kata kunci : Asuransi *joint life*, De Moivre, premi diskrit, premi kontinu.

MENENTUKAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* SECARA DISKRIT DAN KONTINU BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS DE MOIVRE DAN TABEL MORTALITAS INDONESIA 2011

Oleh

DEBORA IBOTONA LUMBANTORUAN

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	:	**MENENTUKAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* SECARA DISKRIT DAN KONTINU BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS DE MOIVRE DAN TABEL MORTALITAS INDONESIA 2011**
Nama Mahasiswa	:	Debora Ibotona Lumbantoruan
Nomor Pokok Mahasiswa	:	*1517031134*
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.
NIP 19560208 198902 1 001

Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.
NIP 19620513 198603 1 003

2. Ketua Jurusan

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.** ....

Sekretaris : **Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **14 Juni 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama Mahasiswa : **DEBORA IBOTONA LUMBANTORUAN**

No. Pokok Mahasiswa : **1517031134**

Jurusan : **Matematika**

Judul Skripsi : **MENENTUKAN PREMI ASURANSI *JOINT LIFE* SECARA DISKRIT DAN KONTINU BERDASARKAN HUKUM MORTALITAS DE MOIVRE DAN TABEL MORTALITAS INDONESIA 2011**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil Salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 14 Juni 2019
Penulis,

METERAI TEMPEL
AE904AFF750277676
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Debora Ibotona Lumbantoruan
NPM. 1517031134

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Debora Ibotona Lumbantoruan, anak ketujuh dari tujuh bersaudara yang dilahirkan di Balige pada tanggal 14 April 1997 oleh pasangan Bapak Hasudungan Sihombing dan Ibu Purnama Siagian.

Penulis menempuh pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) HKBP Balige pada tahuan 2002-2003, kemudian bersekolah di SD Negeri 5 Balige pada tahun 2003-2009, kemudian melanjutkan sekolah di SMP Negeri 4 Balige pada tahun 2009-2012, dan pada tahun 2012-2015 menempuh sekolah menengah atas di SMA Negeri 1 Balige.

Pada tahun 2015, penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam melaluji jalur SBMPTN. Pada bulan Januari-Februari tahun 2018, selama 40 hari penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) periode pertama di Desa Ulubelu Tanggamus, dan pada bulan Juli-Agustus tahun 2018 selama 30 hari melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Pengkajian Teknologi Pertanian (BPTP) Lampung.

KATA INSPIRASI

“ akan berkata kepada TUHAN: “Tempat perlindunganku dan kubu pertahananku, Allahku, yang kupercayai.” **”**

(Mazmur 91:2)

“ Tetap berdoa dan selalu bersyukur, dan harus semakin rendah hati. Selalu andalkan Tuhan dalam setiap hal **”**

(Inang Pangintubu)

“ Tuntut Ilmu setinggi-tingginya, masalah biaya itu urusan orang tua. Kami (orang tua) akan berjuang turut mewujudkan ketika anak punya cita cita, maka berjuanglah!**”**

(Among)

“Proses tidak akan menghianati hasil**”**

(Anonim)

PERSEMBAHAN

Kuucapkan syukurku dan terimakasihku untuk TUHAN YESUS KRISTUS
yang selalu menyertaiku untuk setiap proses jatuh bangun dalam perjuanganku menyelesaikan skripsi.

Kepada Ayah dan Ibu yang begitu kukasihi dan kubanggakan yang begitu berjuang memenuhi kebutuhan anak bungsunya ini dalam menggapai mimpinya,
kupersembahkan sebuah karya sederhana ini yang menjadi bukti kudapatkan gelar, Debora Ibotona Lumbantoruan, S.Si .
Pa, Ma terimakasih, sungguh bersyukur miliki orangtua seperti kalian. Akhirnya boru siampudan mu menjadi sarjana, bahagia bisa jadi salah satu alasan kalian berjuang di dunia ini

Kepada kelima abangku (Bang Halomoan, Bang Haris, Bang Ranto, Bang Daus, Bang Bogas) dan satu satunya kakak ku (Ka Maria) yang menjadi supporting system.

Serta,

Almamater tercinta, Universitas Lampung.

SANWACANA

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan karunia serta kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Menentukan Premi Asuransi *Joint Life* Secara Diskrit Dan Kontinu Berdasarkan Hukum Mortalitas De Moivre Dan Tabel Mortalitas Indonesia 2011". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan setulus hati penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si, selaku pembimbing utama atas kesediaan waktu, pemikiran dalam memberikan evaluasi, arahan dan saran yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing kedua atas kesediaan waktu dan saran serta kritik dalam proses penyusunan skripsi.
3. Bapak Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.. selaku dosen penguji atas kesediannya menguji dan memberikan saran serta kritik yang membangun dalam proses penyusuna skripsi ini.
4. Ibu Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan arahan dan nasihat kepada penulis selama proses perkuliahan.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika atas izin dan bantuan selama masa pendidikan.

6. Bapak Drs. Suratman, M.Sc., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Keluarga Besar Op.Lambok, terkhusus untuk Bapak, Mama, kelima abangku dan kakaku satu-satunya. Untuk setiap dukungan begitu berdampak kepada semangatku menyelesaikan pendidikan ku di perkuliahan.
8. Alter Singers, POM-MIPA, PMK Perkantas Lampung, UKM-Kristen, yang menjadi tempatku mengenal orang orang yang luar biasa selama 4 tahun ini dan menjadi wadah dalam membantu imanku bertumbuh di tanah rantau.
9. Sahabat-sahabatku : Cipit, Kitting, Desti, Ranty, Egy, Omika, Bodats (Wima, Bebe, kak Fel,Deby, Alda,Alif), Sunshine (Lelvi,Rani,Hana,Ka Yunitri, Ka Enyka), Menbir (Dian, Eva, Nia, Vani, Elisa), adik KK (Yeta, Karina, Ega, Apri, Via, Lady, Vinsen), KP (dessy,bela, wayan,elsih) , KKN (dinda, ka putri) yang tetap setia dari masa seminar kuliah praktek hingga masa sidang skripsi memberikan doa, semangat dan bantuan dalam proses skripsweet ini. Terimakasih, aku mengasihi Kalian.
10. Angkatan 2015 Matematika UNILA serta kakak dan adik tingkat yang membuatku merasakan indahnya dan serunya dunia perkuliahan.
11. Serta semua pihak yang tak bisa disebutkan satu persatu yang telah menjadi bagian penting dari masa awal hingga akhir perkuliahanku.

Penulis berharap semoga Tuhan Yang Maha Esa membalas kebaikan kalian semua.

Bandar Lampung, 12 Juni 2019
Penulis,

Debora Ibotona Lumbantoruan

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari, kemungkinan terjadinya hal yang tidak menyenangkan memiliki risiko yang beragam. Risiko ini adalah kemungkinan kerugian yang akan dialami, yang diakibatkan oleh ba haya yang mungkin terjadi, tetapi tidak diketahui lebih dahulu apakah akan terjadi dan kapan akan terjadi. Risiko diartikan pula sebagai kerugian yang tidak pasti *(uncertainty of financial loss)* didalamnya terdapat dua unsur yaitu ketidakpastian dan kerugian. Karena besarnya risiko ini dapat diukur dengan nilai barang yang mengalami peristiwa diluar kesalahan pemiliknya, maka risiko dapat dialihkan kepada perusahaan asuransi kerugian dalam bentuk pembayaran klaim asuransi (Purba, 1995).

Salah satu jenis asuransi adalah asuransi jiwa *(life insurance)* yang menyangkut kematian, sakit, cacat, dan lain lain. Asuransi jiwa tidak hanya menyediakan perlindungan tertanggung untuk satu orang saja *(single life),* namun juga menyediakan perlindungan untuk dua orang atau lebih *(multiple life)*. Keuntungan dari asuransi jiwa untuk *multiple life* adalah jumlah tertanggung yang diberikan jaminan lebih banyak pada satu polis kesepakatan, dan penghematan dalam hal biaya baik biaya administrasi maupun biaya pemasaran. Pada asuransi *multiple lif*e, terdapat dua istilah berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung yaitu *joint life* dan *last survivor* (Bowers, 1997). Asuransi *joint life* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada pasangan yang ditinggalkan apabila terjadi kematian pertama pada pasangan tersebut. Asuransi *last survivor* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada ahli waris apabila kedua tertanggung telah meninggal dunia.

Untuk mendapatkan uang pertanggungan seperti yang dijanjikan dalam polis asuransi, tertanggung haruslah membayarkan sejumlah premi yaitu sejumlah uang yang wajib dibayar oleh tertanggung kepada pihak penanggung setiap jangka waktu tertentu. Pembayaran premi dari suatu polis asuransi jiwa dapat dibayarkan secara tunggal (sekaligus) atau berkala. Untuk pembayaran secara berkala berupa pembayaran bulanan, triwulanan, kwartalan, semesteran atau tahunan (Achdijat,1993). Pembayaran premi tunggal jarang dilakukan dikarenakan besarnya uang yang harus dibayarkan untuk sekali bayar. Biasanya premi tunggal dikonversikan menjadi premi berkala, umumnya tahunan (Achdijat, 1993). Untuk mengkonversikan premi tunggal menjadi premi berkala diperlukan suatu cicilan pembayaran yang dinamakan dengan anuitas. Anuitas yang digunakan pada asuransi jiwa ini adalah anuitas hidup dikarenakan pembayaran dilakukan bergantung hidup matinya seseorang dimana pembayaran akan berhenti jika yang bersangkutan meninggal. Dalam Khairani (2014) disebutkan bahwa pembayaran premi dari suatu polis asuransi tergantung dari jenis asuransi yang diikuti oleh tertanggung.

Penerimaan manfaat dari premi yang dibayarkan dapat dilakukan secara kontinu yaitu diterima sesaat setelah kematian dan juga secara diskrit yaitu pada akhir polis asuransi. Dalam penelitian ini, penentuan besarnya premi asuransi yang harus dibayarkan kepada pihak asuransi dilakukan dengan menggunakan Hukum Mortalitas De Moivre sebagai perbandingan untuk memberikan gambaran terhadap laju kematian pada Tabel Mortalita Indonesia (TMI) III 2011. Oleh sebab itu, penulis mencoba untuk mengkaji "penentuan premi asuransi *joint life* secara diskrit dan kontinu berdasarkan hukum mortalita de moivre dan tabel mortalita Indonesia 2011"

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini akan membahas tentang perhitungan besarnya premi produk asuransi jiwa perorangan dan asuransi jiwa *joint life* berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 dan berdasarkan Hukum Mortalita berdistribusi De moivre secara diskrit dan kontinu, kemudian membandingkannya.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan premi produk asuransi jiwa perorangan dan asuransi jiwa *joint life* berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 dan berdasarkan Hukum Mortalita De Moivre, membandingkan produk asuransi jiwa perorangan dan asuransi jiwa *joint life* dan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya perbedaan harga premi asuransi jiwa baik jenis perorangan maupun *joint life*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Asuransi Jiwa Tunggal (Perorangan).

Asuransi jiwa tunggal adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan hidup matinya seseorang yang hanya ditentukan oleh satu orang saja (Futami, 1993).

2.1.1 Fungsi Kelangsungan Hidup *(Survival Function)*

Misalkan (x) adalah seorang yang berusia x tahun pada saat polis asuransi ditandatangani dan sedangkan jarak antara waktu (x) sampai meninggal dunia (X) akan disebut sisa umur bagi x dinotasikan dengan $T(x)$. Sehingga terdapat peubah acak

$$T(x) = X - x \text{ untuk } x \geq 0.$$

Fungsi distribusi dari $T(x)$ dinyatakan dengan $F_{T(x)}(t)$ dan didefinisikan (Bowers, dkk., 1997) dengan :

$$F_{T(x)}(t) = P(T(x) \leq t), \quad t \geq 0 \qquad (2.1.1)$$

$F_{T(x)}(t)$ menyatakan peluang seorang berusia x tahun akan meninggal sebelum berusia $x + t$ tahun.

dan fungsi survival atau SDF (*survival distribution function)* dari $T(x)$ adalah :

$$S(x) = 1 - F_{T(x)}(t) = P(T(x) > t) \tag{2.1.2}$$

$S(x)$ adalah peluang orang berusia x tahun akan hidup mencapai usia $x + t$ tahun.

2.1.2 Peluang Waktu Sisa Hidup

Fungsi waktu sisa hidup dinotasikan dengan peubah acak kontinu $T(x)$, dimana $T(x) = X - x$. Berdasarkan persamaan (2.1.1) fungsi waktu sisa hidup dinyatakan:

$$\begin{aligned} F_{T(x)}(t) &= P(T(x) \leq t \mid X > x) \\ &= P(X - x \leq t \mid X > x) \\ &= P(x < X \leq x + t \mid X > x) \\ &= \frac{F_X(x+t) - F_X(x)}{1 - F_x(x)} \\ &= \frac{S(x) - S(x+t)}{S(x)} \\ &= 1 - \frac{S(x+t)}{S(x)} \end{aligned}$$

Fungsi waktu sisa hidup $T(x)$ dapat dinotasikan dalam bentuk ${}_tq_x$, sehingga :

$$F_{T(x)}(t) = {}_tq_x \tag{2.1.2.1}$$

Dalam ilmu aktuaria ${}_tq_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal pada t tahun lagi atau akan meninggal sebelum $(x + t)$ tahun. Sedangkan untuk peluang hidupnya adalah

$$\mathrm{P}(T(x) > t) = 1 - \mathrm{P}(T(x) \leq t)$$

$$= 1 - 1 + \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

$$= \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

$\frac{S(x+t)}{S(x)}$ dinotasikan kedalam ${}_tp_x$, sehingga :

$$\mathrm{P}(T(x) > t) = {}_tp_x \qquad (2.1.2.2)$$

${}_tp_x$ menunjukkan sebagai peluang seseorang yang berusia x akan hidup sampai dengan t tahun lagi atau akan hidup sampai usia $(x + t)$ tahun.

Peluang orang yang meninggal antara usia $x + t$ hingga $x + t + u$, disebut dengan peluang meninggal yang ditangguhkan, dimana x akan berlangsung hidup sampai t tahun dan meninggal dalam u tahun. Dapat didefenisikan dengan :

$$_{u|t}q_x = P(t < T(x) \leq t + u)$$

$$= P(T(x) \leq t + u) - P(T(x) \leq t)$$

$$= {}_{t+u}q_x - {}_tq_x$$

$$= {}_tp_x - {}_{t+u}p_x$$

$$= \frac{S(x+t)}{S(x)} - \frac{S(x+t+u)}{S(x)}$$

$$= \frac{S(x+t)}{S(x)} \frac{S(x+t)}{S(x+t)} - \frac{S(x+t+u)}{S(x)} \frac{S(x+t)}{S(x+t)}$$

$$= \frac{S(x+t)}{S(x)} \frac{S(x+t)}{S(x+t)} - \frac{S(x+t+u)}{S(x+t)} \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

$$= \frac{S(x+t)}{S(x)} \left(\frac{S(x+t)}{S(x+t)} - \frac{S(x+t+u)}{S(x+t)} \right)$$

$$= {}_tp_x(1 - {}_up_{x+t})$$

$$_{u|t}q_x = {}_tp_x \ {}_uq_{x+t} \quad (2.1.2.3)$$

2.1.3 *Curtate-Future-Lifetime*

Dalam kasus diskrit peluang hidup disebut dengan *Curtate-Future-Lifetime*, dengan symbol $K(x)$. $K(x)$ adalah variable acak yang menyatakan bilangan bulat terbesar dari variabel acak $T(x)$, fungsi distribusinya adalah

$$\Pr[K(x) = k] = \Pr[T(x) = k]$$

$$= \Pr[k \le T(x) < k + 1]$$

$$= \Pr[k < T(x) \le k + 1]$$

$$= Pr(T(x) \le k + 1) - Pr(T(x) \le k)$$

$$= {}_kp_x - {}_{k+1}p_x$$

$$= {}_kp_x \cdot q_{x+k}$$

$$\Pr[K(x) = k] = {}_{k|}q_x, \ k = 0,1,2,3, \ldots \quad (2.1.3.1)$$

(Bowers,1997)

2.1.4 Laju Tingkat Kematian (*Force Morality)*

Laju tingkat kematian dari seseorang yang baru lahir dan akan meninggal antara usia x dan Δx dengan syarat hidup pada usia x dapat dinyatakan dengan :

$$P\left(x < X \leq x + \Delta x \mid X > x\right) = \frac{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)}{1 - F_X(x)}$$

Dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi limit, sehingga :

$$\lim_{\Delta x \to 0} P\left(x < X \leq x + \Delta x \mid X > x\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F_X(x + \Delta x) - F_X(x)}{1 - F(x)}$$

$$= \frac{\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{[F_X(x + \Delta x) - F_X(x)]}{\Delta x} \Delta x}{[1 - F_X(x)]}$$

$$= \frac{F_X{}'(x)\Delta x}{1 - F_X(x)}$$

Untuk setiap usia x, laju tingkat kematian dari seseorang yang berusia x tahun dapat dinyatakan ke dalam :

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x | X > x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F_X{}'(x)\Delta x}{1 - F_X(x)} \cdot \frac{1}{\Delta x}$$

$$= \frac{F_X{}'(x)}{1 - F(x)}$$

$$\mu(x) \cong \frac{f_X(x)}{1 - F_X(x)} \qquad (2.1.4.1)$$

Sehingga:

$$\mu(x + t) \cong \frac{f_X(x + t)}{1 - F_X(x + t)} \qquad (2.1.4.2)$$

Dengan $\mu(x+t)$ adalah probabilitas (peluang) sisa umur hidup seseorang yang berusia antara x tahun dan $x+\Delta t$ tahun dengan syarat ia masih hidup pada usia x sampai $x+t$ tahun.

Berdasarkan persamaan (2.1.4.1) $\mu(x)$ juga dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\mu(x) = \frac{-S'(x)}{S(x)}$$

$$= \frac{-1}{S(x)} \cdot \frac{d(S(x))}{d(x)}$$

$$= \frac{-d \ln \mathrm{S}(x)}{d(S(x))} \cdot \frac{d(S(x))}{d(x)}$$

$$= \frac{-d \ln S(x)}{d(x)}$$

$$\mu(x)\, dx = -d \ln S(x)$$

Misalkan *x*=*y* , maka jika menggunakan integral tentu, maka :

$$\int_x^{x+t} \mu(y)\, dy = -\int_x^{x+t} d \ln S(y)$$

$$= -\ln S(y) \Big|_x^{x+t}$$

$$= -[\ln S(x+t) - \ln S(x)]$$

$$= -\ln \left[\frac{S(x+t)}{S(x)}\right]$$

$$-\int_x^{x+t} \mu(y)\, dy = \ln {}_tp_x$$

$$\exp \left[-\int_x^{x+t} \mu(y)\, dy\right] = \exp\ [\ln {}_tp_x]$$

$${}_tp_x = \exp \left[-\int_x^{x+t} \mu(y)\, dy\right] \qquad (2.1.4.3)$$

Dari persamaan (2.1.2.1) diketahui bahwa ${}_tq_x$ adalah fungsi distribusi dari $T(x)$, sehingga fungsi dentitas dari $T(x)$ adalah :

$$f_{T(x)}(t) = \frac{d}{dt}\,{}_tq_x$$

$$= \frac{d}{dt}\left(1 - \frac{S(x+t)}{S(x)}\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(-\frac{S(x+t)}{S(x)}\right)$$

$$= -\frac{S'(x+t)}{S(x)}$$

$$= -\frac{S'(x+t)}{S(x)} \cdot \frac{S(x+t)}{S(x+t)}$$

$$= -\frac{S'(x+t)}{S(x+t)} \cdot \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

$$f_{T(x)}(t) = {}_tp_x . \mu(x+t) \qquad (2.1.4.5)$$

2.2 Asuransi Jiwa Gabungan

Asuransi jiwa gabungan adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan dimana aturan hidup matinya seseorang merupakan gabungan dari dua faktor atau lebih, misalnya suami dan istri, atau orang tua dan anak (Futami, 1993).

Jangka waktu perlindungan asuransi jiwa bergantung pada jenis asuransi yang dipilih. Salah satunya adalah jenis asuransi jiwa berjangka. Berdasarkan jangka waktu pembayaran preminya, asuransi jiwa gabungan dibedakan menjadi dua macam, yaitu (Frostig, 2003) :

a. Asuransi *joint life* yaitu premi dibayarkan sampai kematian pertama dari salah seorang diantara kedua tertanggung dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung kepada pasangan tertanggung.

b. Asuransi *last survivor* yaitu premi dibayarkan sampai kematian terakhir dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung kepada ahli waris tertanggung.

Defenisi 2.2. Kejadian Saling Bebas (Bain,1991)

Dua kejadian atau lebih dikatakan saling bebas jika terjadinya salah satu kejadian tidak mempengaruhi terjadinya kejadian yang lainnya. Dua kejadian A dan B disebut kejadian saling bebas jika :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

jika tidak maka A dan B disebut kejadian saling bergantung.

Jika peluang terjadinya kejadian pertama adalah p_x dan peluang terjadinya kejadian kedua adalah p_y maka peluang terjadinya kejadian pertama dan kedua adalah

$$p_{xy} = p_x\, p_y$$

Pada status *joint life*, peubah acak waktu sisa hidup menyatakan waktu saat ini sampai salah satu x atau y meinggal dan dinotasikan sebagai $T(xy)$. Waktu sisa hidup untuk status *joint life* secara matematika dinotasikan dengan (Sertdemir, 2013) :

$$T(xy) = \min\ [T(x), T(y)]$$

Fungsi distribusi $T(xy)$ dapat dinyatakan dengan $F_{T(xy)}(t)$ dan didefenisikan dengan:

$$\begin{aligned} F_{T(xy)}(t) &= P(T(xy) \le t) \\ &= P(\min\ [T(x), T(y)] \le t) \\ &= 1 - P(\min\ [T(x), T(y)] > t) \end{aligned}$$

$$= 1 - P(T(x) > t \text{ dan } T(y) > t)$$

$$= 1 - {}_tp_x\ {}_tp_y \qquad (2.2.1)$$

Fungsi kelangsungan hidup *(survival function)* untuk status *joint life* dapat dinyatakan dengan :

$$S_{T(x)T(y)}(t,t) = 1 - F_{T(xy)}(t)$$

$$= {}_tp_x\ {}_tp_y \qquad (2.2.2)$$

$S_{T(x)T(y)}(t,t)$ dinyatakan sebagai peluang orang berusia x dan y tahun akan tetap hidup hingga mencapai usia $x+t$ tahun dan $y+t$ tahun.

$$S_{T(x)T(y)}(t,t) = 1 - F_{T(xy)}(t)$$

$$\frac{d}{dt} S_{T(x)T(y)}(t,t) = \frac{d}{dt}\left[1 - F_{T(xy)}(t)\right]$$

$$= f_{T(xy)}(t)$$

$$f_{T(xy)}(t) = \frac{d}{dt}\ {}_tq_x\ {}_tq_y$$

$$= \left(\left(\frac{d}{dt}\ {}_tq_x\right)\ {}_tq_y\right) + \left(\left(\frac{d}{dt}\ {}_tq_y\right)\ {}_tq_x\right)$$

$$= [\ {}_tp_x\ \mu(x+t)]\ {}_tp_y + \ [{}_tp_y\ \mu(y+t)]\ {}_tp_x$$

$$f_{T(xy)}(t) = \ {}_tp_{xy}\ [\ \mu(x+t) + \mu(y+t)] \qquad (2.2.3)$$

Fungsi laju kematian *(force of morality)* dari $T(xy)$ yang dinotasikan dengan $\mu_{T(xy)}(t)$ atau $\mu_{xy}(t)$ adalah sebagai berikut :

$$\mu_{xy}(t) = \frac{f_{T(xy)}(\mathrm{t})}{S_{T(x)T(y)}}$$

$$= \frac{{}_tp_{xy}\ [\,\mu(x+t)+\mu(y+t)]}{{}_tp_{xy}}$$

$$\mu_{xy}(t) = \mu(x+t)+\mu(y+t) \qquad (2.2.4)$$

Maka $\quad f_T(t) = {}_tp_{xy}.\,\mu_{xy}(t) \qquad (2.2.5)$

2.3 Hubungan Tabel Mortalita dengan *survival function*

Tabel mortalita adalah tabulasi nilai fungsi-fungsi dasar q_x, l_x, d_x dan fungsi tambahan lainnya yang didaftar berdasarkan usi x atau rentang usia $(x, x+1)$ dengan $x = 0,1,2,\ldots,\omega$ dan ω menyatakan baras usia maksimal.

Saat ini Indonesia sudah mempunyau tabel mortalita sendiri yaitu TMI 2011 yang merupakan perbaikan dari TMI 1999. TMI 2011 disusun berdasarkan data mortalita dari 40 perusahaan di industri asuransi jiwa di Indonesia yang meliputi 23.511.536 satuan polis. Pada penelitian ini akan menggunakan TMI 2011.

Pada tabel mortalita terdapat variabel dan l_x dan d_x, l_x menyatakan jumlah orang yang diharapkan masih hidup sampai usia x tahun dari sekelompok orang yang jumlahnya l_0 ketika baru lahir. Dalam hal ini, l_0 yang menyatakan banyaknya bayi yang baru dilahirkan diasumsikan mempunyanyi fungsi survival sama dengan $s(x)$.

Misalkan $l_0 = 100.000$, lalu diberi indeks $j = 1,2,\ldots,l_0$
(orang ke-, ke-2, …,ke-l_0), dan $\mathcal{L}(x)$ menyatakan banyaknya bayi yang hidup sampai dengan usia x, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\mathcal{L}(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \qquad (2.3.1)$$

dimana I_j adalah indikator untuk bayi yang bertahan hidup dari x, dan dapat pula dinyatakan dengan :

$$I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika j hidup sampai dengan } x \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

karena I_j adalah peubah acak, dan berdasarkan asumsi bahwa l_0 mempunyai fungsi survival yang sama dengan $s(x)$, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut :

$$P(I_j = 1) = S(x) \tag{2.3.2}$$

$$P(I_j = 0) = 1 - S(x) \tag{2.3.3}$$

Dari persamaan (2.3.2) dan (2.3.3), diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut :

$$E[I_j] = 1.S(x) + 0.\left(1 - S(x)\right) = S(x)$$

Dengan asumsi I_j bebas stokhastik identik, maka nilai harapan dari $\mathcal{L}(x)$ dapat dinyatakan dengan :

$$E[\mathcal{L}(x)] = E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right]$$

$$= \sum_{j=1}^{l_0} E[\,I_j]$$

$$= S(x) + S(x) + \cdots + S(x)$$

$$= l_0.S(x)$$

$$= l_0.\ {}_x p_0$$

$$l_x = l_0.exp\left[\int_0^x \mu(t)dt\right] \tag{2.3.4}$$

Selanjutnya, variabel d_x menyatakan banyaknya orang berusia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$ tahun.

Misalkan ${}_tD_x$ menyatakan banyaknya bayi yang meninggal antara usia x tahun sampai dengan usia $x + t$ tahun, maka berlaku persamaan sebagai berikut :

$$P(x < X < x + t) = S(x) - S(x + t)$$

Selanjutnya indikator yang berlaku adalah sebagai berikut :

$$I_J = \begin{cases} 1, & jika\ meninggal\ antara\ x\ sampai\ x{+}t\ tahun \\ 0, & selainnya \end{cases}$$

Karena I_J adalah peubah acak, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut :

$$P\left(I_j = 1\right) = S(x) + S(x + t) \qquad (2.3.5)$$

$$P\left(I_j = 0\right) = 1 - S(x) + S(x + t) \qquad (2.3.6)$$

Dari persamaan (2.3.4) dan (2.3.5) diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut :

$$E[I_j] = S(x) - S(x + t)$$

Maka :

$$E[\,{}_tD_x] = \sum_{j=1}^{l_0} E[\,I_j]$$

$${}_td_x = l_0\left(S(x) - S(x + t)\right)$$

$${}_td_x = l_x - l_{x+t} \qquad (2.3.7)$$

dimana ${}_td_x$ menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun yang meninggal sebelum mencapai usia $x + t$ tahun. Berdasarkan persamaan (2.3.4) dan (2.3.7) maka :

$$l_x = l_0.S(x)$$

$$S(x) = \frac{l_x}{l_0}$$

$$_xp_0 = \frac{l_x}{l_0} \tag{2.3.8}$$

$$_xq_0 = \frac{d_x}{l_0} \tag{2.3.9}$$

Sehingga peluang x akan meninggal sebelum mencapai usia $x + t$ tahun dapat dinyatakan dengan :

$$_tq_x = \frac{_td_x}{l_x} \tag{2.3.10}$$

dan sebuah peluang meninggal yang ditangguhkan atau kondisi yang menyatakan bahwa x akan berlangsung hidup sampai t tahun dan meninggal dalam u tahun, didefinisikan sebagai berikut :

$$_{t|u}q_x = 1 - {}_{u|t}p_x$$

Jika $u = 1$, maka

$$\begin{aligned} _{t|}q_x &= 1 - {}_{u|t}p_x \\ &= {}_tp_x - \ q_{x+t} \\ &= \frac{l_{x+t}}{l_x}\frac{d_{x+t}}{l_{x+t}} \end{aligned}$$

$$_{t|}q_x = \frac{d_{x+t}}{l_x} \tag{2.3.11}$$

2.4 Tabel Mortalita *Joint Life*

Sama dengan halnya tabel mortalita tunggal, tabel mortalita *joint life* merupakan tabel tingkat kematian yang mempunyai peranan dalam menentukan premi (Futami, 1993). Dalam tabel ini hidup dan meninggalnya dari gabungan usia x_1 tahun, usia x_2 tahun hingga x_m tahun. Tabel mortalita hidup gabungan berisi $l_{x1,x2,\dots,xm}$, $p_{x1,x2,\dots,xm}$ dan sebagainya. Dan pada tabel mortalita *joint life* dengan jumlah peserta dua orang dapat dinyatakan dengan x dan y.

Fungsi jumlah orang yang berusia x dikalikan fungsi jumlah orang yang berusia y tahun dapat dinotasikan dengan l_{xy} dan dirumuskan sebagai:

$$l_{xy} = l_x . l_y \qquad (2.4.1)$$

Peluang orang berusia x dan y tahun, 1 tahun kemudian akan tetap hidup dinotasikan dengan p_{xy} dan dirumuskan sebagai:

$$p_{xy} = p_x . p_y$$

$$= \frac{l_{x+1}}{l_x} . \frac{l_{y+1}}{l_y}$$

$$= \frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}}$$

sedangkan peluang orang berusia x dan y tahun, t tahun kemudian akan tetap bertahan hidup dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ dan dirumuskan sebagai :

$${}_tp_{xy} = \frac{l_{x+t:y+t}}{l_{xy}} \qquad (2.4.2)$$

Peluang salah satu dari x dan y meninggal dalam jangka waktu n tahun dinotasikan dengan ${}_tq_{xy}$ dan dirumuskan sebagai :

$$ {}_tq_{xy} = 1 - {}_tp_{xy} = 1 - \frac{l_{x+t:y+t}}{l_{xy}} $$

$$ = \frac{l_{xy} - l_{x+t:y+t}}{l_{xy}} $$

$$ {}_tq_{xy} = \frac{{}_td_{xy}}{l_{xy}} \qquad (2.4.3) $$

Dan untuk *force of morality* adalah sebagai berikut

$$ \mu_X(x) = \frac{l_{x-1} - l_{x+1}}{2l_x} = \frac{d_{x-1} - d_x}{2l_x} $$

maka:

$$ \mu_X(x+t) = \frac{l_{x+t-1} - l_{x+t}}{2l_{x+t}} = \frac{d_{x+t-1} - d_{x+t}}{2l_{x+t}} \qquad (2.4.5) $$

$$ \mu_{xy} = \frac{l_{x+t-1;y+t-1} - l_{x+t;y+t}}{2l_{x+t;y+t}} = \frac{d_{x+t-1;y+t-1} - d_{x+t;y+t}}{2l_{x+t;y+t}} \qquad (2.4.6) $$

2.5 Hukum Mortalita De Moivre

Hukum mortalita digunakan karena hukum mortalita memiliki formula sederhana yang dapat menjelaskan fenomena yang terjadi secara efisien, praktis, dan cenderung lebih mudah untuk mengestimasi beberapa fungsi dari data mortalita. Beberapa ilmuwan telah melakukan penelitian yang pada akhirnya menghasilkan beberapa macam hukum mortalita, yaitu hukum De Moivre, hukum Gompertz, hukum Makeham, dan hukum Weibull.

Menurut Finan (2011) hukum De Moivre ditemukan oleh seorang ilmuan yang bernama Abraham De Moivre pada tahun 1729. Pada dasarnya hokum De Moivre diperoleh dari fungsi kepadatan peluang, yang diperoleh dari distribusi seragam (uniform). Distribusi seragam mempunyai fungsi kepadatan peluang pada interval [a, b] yaitu :

$$f(x) = \frac{1}{b-a}\,, a \leq x \leq b$$

Menurut Bowers (1997) *survival function* dan *force morality* adalah:

$$\mu_x = \frac{1}{\omega - x}$$

Peluang seseorang yang berusia x akan hidup sampai dengan t tahun lagi atau akan hidup sampai usia $(x+t)$ tahun berdasarkan persamaan :

$$
\begin{aligned}
{}_t p_x &= \exp\left[\int_x^{x+t} -\mu(x)\, dx\right] \\
&= \exp\left[-\int_x^{x+t} \frac{1}{\omega - x}\, dx\right] \\
&= \exp[-\ln(\omega - x)|_x^{x+t}] \\
&= \exp[\ln(\omega - x - t) - \ln(\omega - x)] \\
&= \exp\left[\ln\left[\frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right]\right]
\end{aligned}
$$

$${}_t p_x = \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \qquad (2.5.1)$$

$$q_{x+t} = 1 - p_{x+t} = \frac{1}{\omega - x - t} \qquad (2.5.2)$$

$$\mu_x(x+t) = \frac{1}{\omega - x - t} \qquad (2.5.3)$$

2.6 Tingkat Bunga

Tingkat bunga efektif (i) adalah rasio dari besar bunga yang diperoleh selama periode tertentu terhadap besarnya nilai pokok pada awal periode. Sedangkan tingkat diskon efektif (d) adalah rasio dari besarnya diskonto yang diperoleh selama periode tertentu terhadap besarnya nilai akumulasi pada akhir periode. Dimana d dapat dinyatakan dengan sebagai

$$d = \frac{i}{1+i} \tag{2.6.1}$$

Nilai saat ini adalah investasi sebesar 1 yang akan terakumulasi menjadi $1+i$ pada akhir periode ke 1. Nilai saat ini juga dapat disebut dengan faktor diskonto yang dinotasikan dengan v dan dapat dinyatakan dalam:

$$v = \frac{1}{1+i} \tag{2.6.2}$$

Karena v adalah nilai sekarang *(present value)* untuk pembayaran sebesar 1 satuan yang akan dibaurakan 1 tahun kemudian, apabila pembayaran dilakukan 1 tahun lebih cepat, maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$ (Futami, 1993).

Hubungan antara tingkat bunga nominal (i^m) dengan tingkat bunga effektif dapat dinyatakan dalam :

$$(1+i) = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m \quad m > 1$$

$$(1+i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)$$

$$i^m = m\left[(1+i)^{\frac{1}{m}} - 1\right] \tag{2.6.3}$$

dimana $\frac{i^m}{m}$ adalah tingkat suku bunga efektif untuk tiap $\frac{1}{m}$ periode dengan *m* adalah bilangan bulat positif .

Tingkat diskon nominal (d^m) adalah tingkat diskonto yang membayar *m* kali dalam 1 periode yang dapat dinyatakan sebagai :

$$(1-d) = \left(1-\frac{d^m}{m}\right)^m \quad m > 1$$

$$(1-d)^{\frac{1}{m}} = 1-\frac{d^m}{m}$$

$$= m\left[1-(1-d)^{\frac{1}{m}}\right]$$

$$d^m = m\left[1-v^{\frac{1}{m}}\right] \qquad (2.6.4)$$

dimana $\frac{d^m}{m}$ adalah tingkat diskon efektif untuk tiap $\frac{1}{m}$ periode dengan *m* adalah bilangan bulat positif .

Laju tingkat suku bunga *(force of interest)* yang disimbilkan dengan δ_t adalah tingkat suku bunga atas *h* periode yang dapat dinyatakan dalam :

$$\delta_t = \lim_{h\to 0}\frac{a(t+h)-a(t)}{a(t).h}$$

$$= \frac{1}{a(t)}\lim_{h\to 0}\frac{a(t+h)-a(t)}{h}$$

$$\delta_t = \frac{1}{a(t)}\left(\frac{d}{dt}a(t)\right) \qquad (2.6.5)$$

dimana *a(t)* adalah fungsi akumulasi. Fungsi akumulasi dengan bunga sederhana dapat dinyatakan sebagai $a(t) = 1+it$ dan fungsi akumulasi bunga majemuk dapat dinyatakan sebagai $a(t) = (1+i)^t$. δ_t dalam bunga majemuk adalah konstan. Dari persamaan (2.6.5) dapat dinyatakan ke dalam bentuk δ_t :

$$\delta_t = \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}\ (1+i)^t\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}\ln e^{ln(1+i)^t}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\frac{d}{dt}\ \ e^{t.ln(1+i)}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\ln(1+i)\,.\,e^{t.ln(1+i)}\right)$$

$$= \frac{1}{(1+i)^t}\left(\ln(1+i)\,.(1+i)^t\right)$$

$$\delta_t = \ln(1+i) \qquad (2.6.6)$$

dari persamaan (2.6.6) maka *force of interest* untuk bunga majemuk adalah

$\delta\ = \ln(1+i)$.

2.7 Anuitas

Anuitas adalah sederatan pembayaran yang sifatnya periodik. Anuitas terbagi dua yaitu anuitas pasti dan anuitas tidak pasti. Dikatakan anuitas pasti karena pembayaran yang dilakukan pasti pada periode waktu yang ditentukan. Anuitas pasti terbagi menjadi anuitas awal, anuitas akhir dan anuitas kontinu.

Anuitas didefenisikan sebagai suatu rangkaian pembayaran dengan jumlah tertentu dalam selang dan periode waktu tertentu. Pembayaran anuitas di awal disebut dengan anuitas awal, sedangkan pembayran anuitas yang dilakukan di akhir dikenal dengan anuitas akhir. Anuitas terbagi atas dua macam, yaitu anuitas tentu *(certain annuity)* dan anuitas hidup *(life annuity).*

Anuitas akhir adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan pada tiap akhir periode. Nilai saat ini untuk anuitas biasa sebesar 1 untuk *n* periode dinotasikan dengan $a_{\overline{n|}}$, yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$a_{\overline{n|}} = v \ + v^2 + v^3 + \cdots + v^n$$

$$= v(1 + v \ + v^2 + \cdots + v^{n-1})$$

$$= v\left(\frac{1 - v^n}{1 - v}\right)$$

$$= \left(\frac{1 - v^n}{\frac{1}{v} - 1}\right)$$

$$= \left(\frac{1 - v^n}{i}\right) \qquad (2.7.1)$$

Anuitas awal adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan pada tiap awal periode. Nilai saat ini dari anuitas dimuka sebesar 1 untuk *n* periode dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{n|}}$, yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$\ddot{a}_{\overline{n|}} = 1 + v \ + v^2 + v^3 + \cdots + v^{n-1}$$

$$= \left(\frac{1 - v^n}{1 - v}\right) = \left(\frac{1 - v^n}{d}\right) \qquad (2.7.2)$$

Anuitas kontinu adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan kontinu. Nilai saat ini dari anuitas dimuka sebesar 1 untuk *n* periode dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{n|}}$, yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\bar{a}_{\overline{n|}} = \int_0^n v^t \, dt$$

$$= \frac{1}{\ln v} v^t |_0^n$$

$$= \frac{1}{\ln v}(v^n - 1)$$

$$= \frac{1}{\ln(1+i)^{-1}}(v^n - 1)$$

$$= \frac{1 - v^n}{\ln(1+i)}$$

$$\bar{a}_{\overline{n|}} = \frac{1 - v^n}{\delta} \qquad (2.7.3)$$

2.8 Premi Tunggal Asuransi Jiwa

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang disetujui pada waktu kontak asuransi dan selanjutnya tidak ada pembayarannya lagi.

2.8.1 Model perhitungan premi tunggal kontinu

Pada Asuransi yang dibayarkan pada saat kematian /perhitungan kontinu ini, pembayaran benefit kepada ahli waris dilakukan seketika pada saat si tertanggung meninggal. Namun asumsi ini tidak mencerminkan praktek asuransi yang real, namun mempunyai keuntungan bahwa formula dapat dievaluasi langsung dari Tabel Mortalita.

Dalam model perhitungan kontinu, terdapat fungsi manfaat (b_t), dan fungsi diskon (v_t). Fungsi v_t adalah nilai sekarang dari pembayaran b_t dan t adalah panjang interval pada saat polis dikeluarkan sampai dengan x meninggal. Keduanya membentuk suatu peubah acak yang dilambangkan dengan Z_t (nilai tunai atau premi pada saat polis dikeluarkan) yaitu fungsi pembayaran yang didefenisikan sebagai berikut :

$$Z_t = b_t v_t$$

Dalam asuransi berjangka, ketiga fungsi didefenisikan sebagai berikut :

$$b_t = \begin{matrix} 1; & t \leq n \\ 0; & t > n \end{matrix}$$

$$v_t = v^t$$

$$Z_t = \begin{matrix} v^t; & T \leq n \\ 0; & T > n \end{matrix}$$

Maka

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{x}:\overline{n|}} = E[Z_t]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} Z_t . f(t) dt$$

$$= \int_0^n v^t . f(t) dt$$

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t . \ {}_t p_x . \mu(x+t) dt \qquad (2.8.1)$$

Untuk premi kontinu asuransi *joint life*

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{xy}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t . \ {}_t p_{xy} \ \mu_{xy}(t) \ dt \qquad (2.8.2)$$

2.8.2 Model perhitungan premi diskrit

Premi diskrit adalah premi yang pembayaran uang pertanggungannya dilakukan pada akhir tahun polis. Dalam model perhitungan diskrit, terdapat fungsi manfaat (b_{k+1}), dan fungsi diskon (v_{t+1}). Perhitungan premi diskrit berjangka dinotasikan dengan $A^1{}_{x:\overline{n|}}$.

Untuk premi diskrit didefinisikan :

$$b_{k+1} = 1, \qquad k = 0,1,2, \dots, (n-1)$$

$$v_{k+1} = v^{k+1}$$

Maka :

$$
\begin{aligned}
A^{1}{}_{\overset{\frown}{x}:\overline{n}|} &= E[Z_{k+1}] \\
&= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} P(K(x) = k) \\
&= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot \ {}_{k}p_{x} \ \ q_{x+k} \qquad (2.8.3)
\end{aligned}
$$

(Bowers,1997)

Untuk premi diskrit asuransi *joint life*

$$
A^{1}{}_{\overset{\frown}{x}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot \ {}_{k}p_{xy} \ \ q_{x+k:y+k} \qquad (2.8.4)
$$

2.9 Anuitas hidup

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran terus menerus atau pada interval yang sama seperti bulan, kuartal, tahun yang dilakukan selama seseorang tertentu masih hidup. Dengan kata lain anuitas hidup adalah anuitas yang setiap pembayarannta hanya akan dilakukan jika pemegang polis masih hidup atau dalam jangka waktu yang ditentukan sesuai dengan jenis kontrak asuransinta. Sistem pembayaran dari anuitas ini juga beragam, salah satu jenisnya adalah anuitas hidup sementara/berjangka. Berdasarkan Jenisnya anuitas hidup dibedakan menjadi dua yaitu anuitas hidup kontinu dan anuitas hidup disktrit.

2.9.1 Anuitas Hidup Kontinu *(Continous Life Annuity)*

Anuitas hidup kontinu adalah anuitas hidup yang dibayar secara kontinu sebesar 1 satuan sesuai dengan kontrak asuransinya. Misalkan $\bar{Y}$ merupakan variable random nilai saat ini dari anuitas kontinu sebesar 1 satuan. Untuk nilai ekspektasi dari variable random $\bar{Y}$ dinotasikan $\bar{a}$ sesuai dengan kontrak asuransinya.

Anuitas hidup sementara/berjangka n tahun yang kontinu merupakan sederatan pembayaran sebesar 1 satuan yang dibayarkan secara terus menerus kepada (x). Ekspektasi dari variable $\bar{Y}$ dapat dinotasikan dengan $\bar{a}_{x:\overline{n|}}$, dimana :

$$\bar{Y} = \begin{matrix} \bar{a}_{t}, & 0 \leq t < n \\ \bar{a}_{n}, & T(x) \geq n \end{matrix}$$

Maka :

$$\begin{aligned} \bar{a}_{x:\overline{n|}} &= E[\bar{Y}] \\ &= \int_0^n \bar{a}_{t}\,.\, f_{T(x)}(t)dt + \int_n^\infty \bar{a}_{n}\,.\, f_{T(x)}(t)dt \\ &= \int_0^n \bar{a}_{t}\,.\, d(-{}_tP_x)\; dt + \int_n^\infty \bar{a}_{n}\,.\, d(-{}_tP_x)\; dt \\ &= -\bar{a}_t \,.\, {}_tP_x|_0^n + \int_0^n v^t \,.{}_t\, P_x dt - \bar{a}_n \int_n^\infty d(-{}_tP_x)\; dt \\ &= -\bar{a}_t \,.\, {}_tP_x|_0^n + \int_0^n v^t \,.{}_t\, P_x dt + \bar{a}_n \,.\, {}_tP_x|_0^\infty \end{aligned}$$

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \,.{}_t\, P_x \; dt \tag{2.9.1.1}$$

$\bar{a}_{x:\overline{n|}}$ dapat dihubungkan dengan asuransi jiwa dwiguna *n* tahun dimana:

$$\bar{Z} = \begin{cases} v^{T(x)}, & 0 \leq T(x) < n \\ v^n, & T(x) \geq n \end{cases}$$

maka:

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = E\left[\frac{1-\bar{Z}}{\delta}\right]$$

$$= \frac{1 - E[\bar{Z}]}{\delta}$$

$$= \frac{1 - \bar{A}_{x:\overline{n|}}]}{\delta}$$

$$= \frac{1 - v^n\ {}_np_x - \bar{A}^1{}_{\widehat{x}:\overline{n|}}]}{\delta} \qquad (2.9.1.2)$$

Sedangkan untuk anuitas hidup kontinu asuransi *joint life :*

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \int_0^n v^t\ {}_tP_{xy}\ dt \qquad (2.9.1.3)$$

atau

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \frac{1 - v^n\ {}_np_{xy} - \bar{A}^1{}_{\widehat{xy}:\overline{n|}}]}{\delta} \qquad (2.9.1.4)$$

2.9.2 Anuitas Hidup Diskrit

Sedangkan untuk anuitas hidup diskrit adalah anuitas hidup yang dibayar secara berkala tiap tahun polis. Anuitas hidup disktrit menurut pembayarannya terbagi atas dua yaitu segera *(immediate)* dan awal *(due)*. Yang dimaksud dengan segera adalah suatu rangkaian pembayaran dimana pembayaran pertama dibayar setahun dari sekarang, yang kedua dibayar dua tahun dari sekarang dan seterusnya. Sedangkan yang dimaksud dengan pembayaran awal adalah pembayaran yang pertama dilakukan sekarang, yang kedua dibayar setahun setelahnya dan seterusnya.

$$Y = \begin{matrix} \ddot{a}_{\overline{k+1}}, & 0 \le t < n \\ \bar{a}_n, & t \ge n \end{matrix}$$

Untuk pembayaran di awal :

$$\ddot{a}_{\overline{k+1}} = \frac{1 - v^{k+1}}{\delta}$$

Maka untuk nilai sekarang *(Actuarial Present Value)* untuk anuitas berjangka adalah sebagai berikut

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = E[Y] = E[\ddot{a}_{\overline{k+1}}]$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} P(K(x) = k)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ {}_{k}p_x\ q_{x+k}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot\ {}_{k}p_x \qquad (2.9.2.1)$$

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ dapat dihubungkan dengan asuransi jiwa dwiguna *n* tahun :

$$Z = \begin{cases} v^{K(x)+1}, & 0 \le K(x) \le n-1 \\ v^n, & K(x) \ge n \end{cases}$$

maka:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = E\left[\frac{1-Z}{\delta}\right]$$

$$= \frac{1 - E[Z]}{\delta}$$

$$= \frac{1 - A^1_{\widehat{x}:\overline{n}|}]}{\delta}$$

$$= \frac{1 - v^n\ {}_{n}p_x - A^1_{\widehat{x}:\overline{n}|}]}{\delta} \qquad (2.9.2.2)$$

Sedangkan untuk anuitas hidup kontinu asuransi *joint life :*

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \cdot\ {}_{k}p_{xy} \qquad (2.9.2.3)$$

Atau

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} = \frac{1 - v^n\ {}_np_{xy} - A^1_{\overline{xy}:\overline{n|}}\,]}{d} \qquad (2.9.2.4)$$

2.10 Premi Tahunan

Premi tahunan adalah premi yang dibayarkan pada setiap awal permulaan tahun yang besarnya bisa sama maupun berubah-ubah setiap tahunnya. Pembayaran premi tahunan ini dapat dilakukan secara kontinu (sesaat pada kematian) dan juga secara diskrit (akhir tahun polis).

2.10.1 Premi Tahunan Kontinu

Premi Tahunan kontinu adalah pertanggungan asuransi yang dibayarkan sebesar *R* sesaat kematian terjadi. Untuk asuransi jiwa berjangka untuk status tunggal:

$$\bar{P}_{x:n} = R\ \frac{\bar{A}^1_{\overline{x}:\overline{n|}}}{\bar{a}_{x:\overline{n\,|}}} \qquad (2.10.1.1)$$

Untuk asuransi jiwa berjangka untuk status *joint life :*

$$\bar{P}_{xy:n} = R\ \frac{\bar{A}^1_{\overline{xy}:\overline{n|}}}{\bar{a}_{xy:\overline{n\,|}}} \qquad (2.10.1.2)$$

2.10.2 Premi Tahunan Diskrit

Premi Tahunan diskrit adalah pertanggungan asuransi yang dibayarkan sebesar pada akhir tahun polis berakhir. Untuk asuransi jiwa berjangka untuk status tunggal:

$$P_{x:n} = R\ \frac{A^1{}_{\widehat{x}:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n\,|}}} \qquad (2.10.1.3)$$

Untuk asuransi jiwa berjangka untuk status *joint life :*

$$P_{xy:n} = R\ \frac{A^1{}_{\widehat{xy}:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n\,|}}} \qquad (2.10.1.4)$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2018/2019.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data Tabel Mortalita Indonesia tahun 2011 untuk suami dan istri.

3.3 Metode Penelitian

Proses perhitungan dilakukan dengan menggnakan *software* Matlab b2013 dan Microsoft Excel dengan asumsi- asumsi yang digunakan yaitu tingkat suku bunga (i) sebesar 6,5 % maka dengan rumus $\delta = \ln(1 + i)$, *force of interest* rate δ didapat sebesar 0.062975, asuransi yang dihitung adalah asuransi jiwa berjangka n= 10 tahun, 15 tahun, 20 tahun, usia saat penandatanganan kontrak $x(\text{suami}), y$ (istri)$; x = 40; 45\ ; 50$, $y = 38; 43; 48$ dengan dan nilai ω untuk tabel mortalita Indonesia 2011 untuk suami dan istri 111. Adapun langkah – langkah yang dilakukan sebagai berikut

1. Membuat Tabel Mortalita Gabungan berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011 dan berdasarkan Hukum De Moivre

2. Menentukan Premi Tunggal Diskrit asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Hukum De Moivre.

$$A^1{}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \; \frac{1}{\omega - x - t} \;;$$

$$A^1{}_{y:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \frac{\omega - y - t}{\omega - y} \; \frac{1}{\omega - y - t}$$

$$A^1{}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left(\frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)\left(\frac{\omega - y - t}{\omega - y}\right)$$
$$\left(\frac{1}{\omega - x - t} + \frac{1}{\omega - y - t} - \frac{1}{\omega - x - t}\,\frac{1}{\omega - y - t}\right)$$

3. Menentukan Premi Tunggal kontinu asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Hukum De Moivre

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{x}:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \; \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \; \frac{1}{\omega - x - t} dt \;;$$

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{y}:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \frac{\omega - y - t}{\omega - y} \frac{1}{\omega - y - t} dt$$

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{xy}:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \; \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \frac{\omega - y - t}{\omega - y} \left(\frac{1}{\omega - x - t} + \frac{1}{\omega - y - t}\right) dt$$

4. Menentukan Anuitas Hidup Diskrit asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Hukum De Moivre

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}\,|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \quad ;$$

$$\ddot{a}_{y:\overline{n}\,|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - y - t}{\omega - y}$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}\,|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \; \frac{\omega - x - t}{\omega - x} . \frac{\omega - y - t}{\omega - y}$$

5. Menentukan Anuitas Hidup kontinu asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Hukum De Moivre

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\, dt\ ;$$

$$\bar{a}_{y:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{\omega - y - t}{\omega - y}\, dt$$

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \int_0^n v^t\ \frac{\omega - x - t}{\omega - x} . \frac{\omega - y - t}{\omega - y}\, dt$$

6. Menentukan Premi Tunggal Diskrit asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011

$$A^1{}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ \frac{l_{x+k}}{l_x} \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_{x+k}}$$

$$A^1{}_{y:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ \frac{l_{y+k}}{l_y} \frac{l_{y+k} - l_{y+k+1}}{l_{y+k}}$$

$$A^1{}_{xy:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ \frac{l_{x+k:y+k}}{l_{xy}}\ \frac{l_{x+k:y+k} - l_{x+k+1;y+k+1}}{l_{x+k:y+k}}$$

7. Menentukan Premi Tunggal kontinu asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t\ \frac{l_{x+t}}{l_x} \frac{d_{x+t-1} - d_{x+t}}{2l_{x+t}} dt\ ;$$

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{y}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t . \frac{l_{y+t}}{l_y} \frac{d_{y+t-1} - d_{y+t}}{2l_{y+t}} dt$$

$$\bar{A}^1{}_{\widehat{x}\widehat{y}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{l_{x+t:y+t}}{l_{xy}} \frac{d_{x+t-1;y+t-1} - d_{x+t;y+t}}{2\ l_{x+t;y+t}}\ dt$$

8. Menentukan Anuitas Hidup diskrit asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011

$$\ddot{a}_{x:\overline{n\,|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \,. \frac{l_{x+t}}{l_x} \quad ;$$

$$\ddot{a}_{y:\overline{n\,|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \,. \frac{l_{y+t}}{l_y}$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n\,|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^t \,. \frac{l_{x+t:y+t}}{l_{xy}}$$

9. Menentukan Anuitas Hidup kontinu asuransi jiwa perorangan dan *joint life* berdasarkan Table Mortalita Indonesi 2011

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{l_{x+t}}{l_x}\, dt \,;$$

$$\bar{a}_{y:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{l_{y+t}}{l_y}\, dt$$

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \frac{l_{x+t:y+t}}{l_{xy}}\, dt$$

10. Menentukan premi tahunan kontinu asuransi jiwa perorangan dan *joint life*

$$\bar{P}_x = R\,\frac{\bar{A}^1{}_{x:\overline{n|}}}{\bar{a}_{x:\overline{n|}}} \;;\; \bar{P}_y = R\,\frac{\bar{A}^1{}_{y:\overline{n|}}}{\bar{a}_{y:\overline{n|}}} ;\; \overline{P_{xy}} = R\,\frac{\bar{A}^1{}_{xy:\overline{n|}}}{\bar{a}_{xy:\overline{n|}}}$$

11. Menentukan premi tahunan diskrit asuransi jiwa perorangan dan *joint life*

$$P_x = R\,\frac{A^1{}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} \;;\; P_y = R\,\frac{A^1{}_{y:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{y:\overline{n|}}} \;;\; \overline{P_{xy}} = R\,\frac{A^1{}_{xy:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}}$$

12. Membandingkan premi tunggal secara diskrit pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*

13. Membandingkan premi tunggal secara kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*

14. Membandingkan premi tunggal secara diskrit dan kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
15. Membandingkan anuitas hidup secara diskrit pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
16. Membandingkan anuitas hidup secara kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
17. Membandingkan anuitas hidup secara diskrit dan kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
18. Membandingkan premi tahunan secara diskrit pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
19. Membandingkan premi tahunan secara kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*
20. Membandingkan premi tahunan secara diskrit dan kontinu pada asuransi jiwa perorangan dan *joint life*

V. KESIMPULAN

Dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada penelitian ini, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya premi asuransi jiwa berjangka n-tahun yang dihasilkan yaitu faktor periode jangka waktu asuransi, faktor laju tingkat kematian, faktor usia penandatanganan kontrak, faktor tingkat suku bunga.
2. Semakin lama jangka waktu periode asuransi, dan semakin tua usia ketika menandatangani polis asuransi maka nilai premi asuransi jiwa berjangka n-tahun berdasarkan hukum mortalita De Moivre, dan tabel mortalita Indonesi 2011 yang dihasilkan akan semakin besar
3. Jika diurutkan berdasarkan besarnya premi yang dihasilkan, nilai premi berdasarkan hukum mortalita De Moivre lebih mahal dibandingkan premi berdasarkan tabel mortalita Indonesi 2011.
4. Asuransi jiwa yang dalam perhitungannya secara diskrit mendapat nilai premi yang lebih kecil dibandingkan secara kontinu.
5. Nilai premi untuk asuransi jiwa *joint life* lebih kecil dibandingkan dengan nilai premi perorangan yang digabungkan. Dalam hal ini jika dalam satu keluarga terdapat lebih dari satu orang yang ingin diasuransikan maka akan lebih kecil nilai premi yang dibayarkan jika menggunakan asuransi jiwa *joint life.*

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L. J. &M. Engelhardt. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* Wadsworth Publishing Company, Belmount California.

Bowers, N. L., *et al*. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries,United States of America.

Finan, M. B. 2011. *A Reading of the Theory of Life Contigency Models: A Preparation for Exam MLC/3L.* Arkansas Tech University, Arkansas.

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc. Tokyo. Japan.

Frostig, E. B. L., 2003. *The Impact of Statistical Dependence on Multiple Life Insurance Program*. Departement of Statistics, University of Haifa.

Ketut Sendra, 2009, *Klaim Asuransi: Gampang!*, Jakarta: Penerbit PPM

Purba, Radiks.1995.*Memahami Asuransidi Indonesia*.Jakarta:PT. Pustaka Binaman Pressindo.

Sertdemir, B. H., 2013. *Multiple Life Insurance*. Dokuz Eylul U niversity,Izmir.