ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION* (GWLR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *GAUSSIAN KERNEL*

(Skripsi)

Oleh

FRETA TIRKA PURNATIRANI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRAK

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION* (GWLR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *GAUSSIAN KERNEL*

By

FRETA TIRKA PURNATIRANI

The purpose of this study is to evaluated which factors affect the prevalence of malnourished children in Lampung Province 2015 using *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) with Fixed Gaussian Kernel Weighted Function. The results indicate that the number of infants not getting exclusive breastmilk variables significantly affect the prevalence of malnourished children in Lampung Province 2015.

Keywords: GWLR, Fixed Gaussian Kernel

ABSTRAK

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION* (GWLR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *GAUSSIAN KERNEL*

Oleh

FRETA TIRKA PURNATIRANI

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi prevalensi balita penderita gizi buruk di Provinsi Lampung tahun 2015 menggunakan *Geographycally Weighted Logistic Regression* (GWLR) dengan fungsi pembobot *Fixed Gaussian Kernel.* Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa variabel jumlah bayi yang tidak diberi ASI eksklusif (X1) berpengaruh secara signifikan terhadap prevalensi balita penderita gizi buruk di Provinsi Lampung tahun 2015.

Kata Kunci: GWLR, *Fixed Gaussian Kernel*

ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION* (GWLR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *GAUSSIAN KERNEL*

Oleh

Freta Tirka Purnatirani

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi	: **ESTIMASI PARAMETER MODEL *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LOGISTIC REGRESSION* (GWLR) DENGAN FUNGSI PEMBOBOT *GAUSSIAN KERNEL***
Nama Mahasiswa	: Freta Tirka Purnatirani
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031001
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.	**Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**
NIP 19650125 199003 2 001	NIP 197008311999031002

2. Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** .....

2. a.n. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama

Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19710415 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **31 Januari 2019**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Freta Tirka Purnatirani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031001

Judul : Estimasi Parameter Model *Geographycally Weighted Logistic Regression* (GWLR) dengan Fungsi Pembobot *Gaussian Kernel*

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 31 Januari 2019

Penulis

Freta Tirka Purnatirani
NPM 1517031001

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Freta Tirka Purnatirani lahir di Bogor, pada tanggal 18 Juli 1997. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara, pasangan Bapak Nurwan dan Ibu Reni Ekawati.

Penulis memulai pendidikan dari taman kanak-kanak di TK Yapsi Sukapura tahun 2002. Kemudian melanjutkan pendidikan di SD Negeri 2 Tugusari dari tahun 2003. Pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 1 Sumberjaya pada tahun 2009. Pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Sumberjaya pada tahun 2012.

Penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (UNILA) melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN) tahun 2015. Pada periode 2015/2016 penulis terdaftar sebagai reporter media cetak dan periode 2016/2017 sebagai redaktur media cetak pada Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas Natural (UKMF Natural). Sebagai bentuk penerapan ilmu perkuliahan, pada tahun 2018 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Kantor Wilayah Direktorat Jenderal Pajak Bengkulu dan Lampung serta melaksanakan Kuliah Kerja Nyata Kebangsaan (KKN K) di Desa Braja Mulya, Kecamatan Braja Selebah, Kabupaten Lampung Timur.

KATA INSPIRASI

"Dan janganlah kamu berputus asa daripada rahmat Allah, Sesungguhnya tiada berputus asa daripada rahmat Allah kecuali orang - orang yang kufur"

(QS. Yusuf:87)

"Boleh jadi, kamu membenci sesuatu, padahal ia amat baik bagimu, dan boleh jadi (pula) kamu menyukai sesuatu, padahal ia amat buruk bagimu. Allah yang paling mengetahui, sedangkan kamu tidak mengetahui."

(QS. Al-Baqarah:216)

"*Hai orang-orang yang beriman, jadikanlah sabar dan shalat sebagai penolongmu, sesungguhnya Allah bersama orang-orang yang sabar*."

(QS. Al-Baqarah:153)

"Kebahagiaan adalah kesetiaan, setia atas indahnya merasa cukup, setia atas indahnya berbagi, setia atas indahnya ketulusan berbuat baik."
(Tere Liye)

PERSEMBAHAN

Karyaku yang sederhana ini kupersembahkan kepada:

Bapak dan Ibu

Terima kasih kepada Bapak dan Ibu yang selalu mendoakan kesuksesanku, memberi semangat, nasihat, dukungan serta kasih sayang yang tiada henti.

Adikku Aldo dan Alfaro

Terima kasih kepada adik-adik yang selalu memberikan semangat dan keceriaan dalam hidupku.

Sahabat-sahabatku Willma, Putra, Chichi, Kaka, Lulu, Putri, dan Nuy

Terima kasih kepada para sahabatku yang selalu memberikan semangat, doa, dan motivasi, serta kenangan indah selama ini.

Almamater dan Negeriku

SANWACANA

Puji dan syukur tak henti-hentinya tercurahkan kepada Allah SWT berkat segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Estimasi Parameter Model *Geographycally Weighted Logistic Regression* (GWLR) dengan Fungsi Pembobot *Gaussian Kernel*" dengan baik dan tepat pada waktunya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik karena dukungan, bimbingan, saran, serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing satu sekaligus dosen pembimbing akademik yang selalu membimbing penulis dalam menyusun skripsi.
2. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku pembimbing dua yang telah memberikan saran serta pembelajaran yang sangat bermanfaat dalam menyelesaikan skripsi.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku pembahas dan penguji skripsi yang telah memberikan evaluasi, arahan, dan saran demi perbaikan skripsi.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku ketua jurusan matematika.

5. Bapak Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D. selaku Plt. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Kedua orang tua tercinta, bapak dan ibu yang tiada henti-hentinya mendoakan putra-putrinya.
8. Adik-adikku tersayang, Aldo dan Alfaro yang selalu menyemangati serta memberikan berbagai keceriaan.
9. Willma Tridipa, sahabat yang selalu mendengar kelu-kesah dan sudah rela membagi waktunya untuk membantu penulis sedari awal perkuliaham.
10. Sahabat–sahabatku tersayang Putra, Chichi, Hernora, Kaka, Lulu, Putri, Riswanti, Desti, Belika, Nuy, yang selalu membawa keceriaan bagi penulis.
11. Teman-teman satu bimbingan Azam, Irma, Farkhana, Neli, Dita, Meilinda, Wahyu, El, Lelvi, Rahma, Resti terima kasih atas semangatnya selama ini.
12. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga informasi tambahan, saran, dan kritik untuk pengembangan lebih lanjut sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, Januari 2019
Penulis

Freta Tirka Purnatirani

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL xv

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian 2
1.3 Manfaat Penelitian 3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Logistik 4
2.2 Penaksir Parameter Model Regresi Logistik 5
2.3 Asumsi Model Regresi Logistik 7
2.4 Diagnostik Multikolinearitas 7
2.5 Pengujuan Parameter Model Regresi Logistik 9
2.6 Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) 11
2.7 Penaksiran Parameter $\beta(u_i, v_i)$ 15
2.8 Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) 15
2.9 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik dan Model GWLR 17
2.10 Pengujian Parameter Model GWLR 18

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 19
3.2 Data Penelitian 19
3.3 Metode Penelitian 20

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagnostik Multikolinearitas pada Data Simulasi 23
4.2 Analisis GWRL Menggunakan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Simulasi 24
4.3 Diagnostik Multikolinearitas pada Data Real 31
4.4 Analisis GWRL Menggunakan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Real 33

V. KESIMPULAN 42

DAFTAR PUSTAKA 43

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. *Longitude* dan *Latitude* Tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung 20
2. Tingkat Korelasi Antarvariabel Bebas pada Data Simulasi 23
3. *Variance Inflaction Factor* (VIF) pada Data Simulasi 24
4. *Cross Validation* (CV) dan *Bandwidth* pada Data Simulasi 24
5. Jarak Euclide dan Matriks Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Simulasi 25
6. Fungsi Logit GWLR dengan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Simulasi 29
7. Pengujian Parameter Model GWLR *Fixed Gaussian Kernel* Kabupaten Lampung Barat pada Data Simulasi 30
8. Hasil Pengujian Parameter Model GWLR dengan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Simulasi 30
9. Tingkat Korelasi Antarvariabel Bebas pada Data Real 32
10. *Variance Inflaction Factor* (VIF) pada Data Real 32
11. *Cross Validation* (CV) dan *Bandwidth* pada Data Real 33
12. Jarak *Euclidean* dan Matriks Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Real 34
13. Nilai Minimum dan Maksimum Penduga Parameter Model GWLR dengan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Real 38
14. Fungsi Logit GWLR dengan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Real 38

15. Pengujian Parameter Model GWLR *Fixed Gaussian Kernel* Kabupaten Lampung Selatan pada Data Real 40

16. Hasil Pengujian Parameter Model GWLR dengan Fungsi Pembobot *Fixed Gaussian Kernel* pada Data Real 40

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis regresi merupakan salah satu teknik statistika yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara satu variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Berdasarkan bentuk kelinearan data, model regresi dikelompokkan menjadi dua macam, yaitu regresi linear dan regresi non linear. Suatu persamaan dapat dikatakan regresi linear apabila hubungan antara variabel independen dan variabel dependen adalah linear.

Sedangkan berdasarkan jumlah variabel independen, regresi linear terdiri dari dua, yaitu regresi linear sederhana dan regresi linear berganda. Analisis regresi sederhana merupakan hubungan antara dua variabel yaitu variabel independen dan variabel dependen. Sedangkan analisis regresi berganda merupakan hubungan antara tiga variabel atau lebih, yaitu sekurang-kurangnya dua variabel independen dengan satu variabel dependen. Apabila yang akan dianalisa ialah hubungan antara satu variabel dependen dari jenis dikotomus atau pilokotomus dengan variabel-variabel independen dari jenis kuantitatif dan kualitatif yang dinyatakan dalam persamaan regresi, maka dapat menggunakan regresi logistik.

Model dengan regresi logistik yang bersifat global. Hal ini dikarenakan suatu variabel independen yang sama memberikan respon yang tidak sama pada lokasi yang berbeda di dalam satu wilayah penelitian atau dapat disebut heterogenitas spasial. Menurut Fotheringham, Brundson, *and* Charlton (2002), metode statistika yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial tersebut adalah *Geographically Weighted Regression* (GWR). Dan untuk model logistik telah dikembangkan menjadi *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR). GWLR adalah metode yang merupakan bentuk lokal dari regresi logistik dimana lokasi diperhatikan dan diasumsikan bahwa data variabel dependen berdistribusi binomial yang digunakan untuk menganalisis data spasial dari proses yang nonstasioner (Desriwendi, Hoyyi, dan Wuryandari, 2016). Dalam metode ini dibutuhkan fungsi kernel, salah satu fungsi kernel yang dapat digunakan ialah kernel *Fixed Gaussian Kernel*. Selain memiliki fungsi kernel, dalam pengoperasiannya dibutuhkan pemilihan *bandwidth* optimal, karena pemilihan *bandwidth* merupakan langkah penting yang harus dilakukan pada pembobotan. Salah satu metode untuk mencari *bandwidth* yang optimal adalah dengan menggunakan kriteria *Cross Validation* (CV).

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi prevalensi balita penderita gizi buruk di Provinsi Lampung dengan metode *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) dengan fungsi pembobot *Fixed Gaussian Kernel.*

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah menambah pengetahuan bagi penulis dan memberi masukkan kepada para peneliti dan pembaca tentang metode *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) dengan pembobot *Fixed Gaussian Kernel*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Logistik

Regresi logistik merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mencari hubungan variabel respon yang bersifat dikotomus (berskala nominal atau ordinal dua kategori) atau pilokotomus (mempunyai skala noninal atau ordinal dengan lebih dari dua kategori) dengan satu atau lebih variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik (Agresti, 2002).

Regresi logistik termasuk dalam model linier umum (*Generalized Linear Models* atau GLM). Model linier umum merupakan pengembangan dari model linear klasik. Pada model linier umum komponen acak tidak harus mengikuti distribusi normal, tetapi harus dalam keluarga eksponensial (Yunus, 2016).

Hasil observasi variabel acak dependen (y) mempunyai dua fungsi kategorik yaitu 0 dan 1, sehingga mengikuti distribusi bernauli dengan fungsi distribusi peluang:

$$P(Y = y) = \pi^{y} (1 - \pi)^{1-y} \quad ; y = 0 \text{ dan } 1 \qquad (2.1)$$

Pada regresi logistik dapat disusun model dengan banyak variabel prediktor yang dikenal sebagai model multivariabel. Rata-rata bersyarat dari y jika diberikan nilai x adalah $\pi(x) = E(y \mid x)$. Suatu transformasi untuk nilai $\pi(x)$ yang disebut dengan

transformasi logit dilakukan untuk memperoleh asumsi nilai *log odds ratio* mempunyai hubungan linier terhadap *x*. Model logistik multivariabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p)}{1 - \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p)} \quad (2.2)$$

Untuk mempermudah pendugaan parameter regresi suatu fungsi hubung logit, dirumuskan sebagai berikut:

$$g(x) = \ln\left[\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right] = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p \quad (2.3)$$

Model regresi logistik pada persamaan (2.2) dapat ditulis dalam bentuk:

$$\pi(x) = \frac{\exp(g(x))}{1 - \exp(g(x))} \quad (2.4)$$

2.2 Penaksir Parameter Model Regresi Logistik

Dalam mengestimasikan parameter model regresi logistik (β), maka estimasi parameter pada regresi logistik dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Parameter β diestimasikan dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* yang diperoleh dengan mengasumsikan pada variabel independen adalah:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} P(Y = y_i) = \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i)^{y_i} (1 - \pi(x_i)^{1-y_i}$$

$$= \left\{\prod_{i=1}^{n}\left[1 + \exp \sum_{k=0}^{p} \beta_k x_{ik}\right]^{-1}\right\} \exp\left[\sum_{k=0}^{p}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ik}\right)\beta_k\right]$$

dengan $\pi(x) = \frac{\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k x_{ik})}{1 - \exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k x_{ik})}$

Untuk mempermudah perhitungan, maka fungsi *likelihood* dimaksimumkan dalam bentuk ln L(β)

$$\ln L(\beta) = \sum_{k=0}^{p}(\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ik})\beta_k \; - \; \sum_{i=1}^{n}\{1 + \exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k \, x_{ik})\}$$

Menurunkan ln L(β) terhadap β_k dan hasilnya sama dengan nol

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_k} = \frac{\partial \{\sum_{k=0}^{p}(\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ik})\beta_k - \sum_{i=1}^{n}\{1+\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k \, x_{ik})\}\}}{\partial \beta_k} \qquad (2.5)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ik} - \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \, \pi(x_i)$$

$$= 0$$

Menurut Hosmer *and* Lemeshow (2000), estimasi varian dan kovarian diperoleh dari turunan kedua fungsi ln *likelihood.*

$$\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta^2{}_k} = -\sum_{i=1}^{n} x_{ik} \, x_{ik} \left(\frac{\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k \, x_{ik})}{1-\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k \, x_{ik})}\right)\left(\frac{1}{1-\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k \, x_{ik})}\right)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_{ik} \, \pi(x_i)\big(1 - \pi(x_i)\big) \; ; \; k = 1,2, \ldots ,p$$

Nilai parameter β dari turunan pertama fungsi L(β) diperoleh melalui prosedur iteratif yang dikenal dengan *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) yang dilakukan dengan metode iterasi *Newton Rhapson,* yaitu memaksimumkan fungsi *likelood* (Agresti, 2002).

2.3 Asumsi Model Regresi Logistik

Menurut Caraka dan Yasin (2017), regresi logistik tidak memerlukan asumsi normalitas, heteroskedasitas, dan autokorelasi, dikarenakan variabel respon yang terdapat pada regresi logistik merupakan variabel *dummy* (0 dan 1), sehingga residualnya tidak memerlukan pengujian tersebut. Untuk asumsi multikolinearitas, karena hanya melibatkan variabel –variabel prediktor , maka masih perlu untuk dilakukan pengujian. Untuk pengujian multikolinearitas ini dapat dilakukan uji kebaikan sesuai (*goodness of fit test*), yang kemudian dilanjutkan dengan pengujian parameter, guna melihat variabel-variabel prediktor mana saja yang signifikan, sehingga dapat tetap digunakan dalam penelitian.

2.4 Diagnostik Multikolinieritas

Menurut Abidin (2011), istilah multikolinieritas ditemukan oleh Ragnan Frisch yang artinya terdapat hubungan linier yang sempurna di antara beberapa atau semua peubah penjelas dalam model regresi. Multikolinieritas merupakan masalah yang sering ditemukan pada model regresi, maka perlu dilakukan pendekatan lain agar tidak menghasilkan interpretasi koefisien regresi yang tidak tepat dan mungkin akan terjadi kesalahan saat pengambilan keputusan. Menurut Sarwoko (2005), ada beberapa metode untuk mendeteksi multikolinieritas diantaranya:

a. Kolinieritas seringkali diduga ketika R^2 tinggi (misalnya: antara 0,7 dan 1) dan jika R^2 tinggi, ini akan berarti bahwa uji *F* dari prosedur analisis varian dalam sebagian kasus akan menolak hipotesis nol bahwa nilai koefisien kemiringan parsial secara simultan sebenarnya adalah nol.
b. Multikolinieritas timbul karena satu atau lebih variabel yang menjelaskan merupakan kombinasi liner yang mendekati pasti dari variabel yang menjelaskan lainnya.

Salah satu alat yang dapat kita gunakan untuk mendeteksi adanya multikolinieritas adalah nilai *Variance Inflaction Factor* (VIF) yang diperoleh dari:

$$VIF_k(i) = \frac{1}{1-R_k^2(i)} \quad (2.8)$$

di mana $R_k^2(i)$ koefisien determinasi saat $x_k$diregresikan dengan variabel prediktor lainnya dalam model kalibrasi di lokasi *i*. Menurut Yunus (2016), signifikansi kolerasi antarvariabel preiktor dapar diuji menggunakan hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis:

Ho : $\rho_{jp} = 0$ (korelasi antarprediktor ke-j dan prediktor ke-p tidak signifikan)

H_1 : $\rho_{jp} \neq 0$ (korelasi antarprediktor ke-j dan prediktor ke-p signifikan)

Statistik uji yang digunakan:

$$t = \frac{\hat{\rho}_{jp}}{SE(\hat{\rho}_{jp})} = \frac{r_{jp}}{\sqrt{\frac{(1-r_{jp}^2)}{(n-2)}}} \sim t_{\frac{\alpha}{2}}, \text{df=(n-2)}$$

Korelasi dinyatakan signifikan jika nilai P (p-value) = $P\left(t_{\frac{\alpha}{2}}, \text{df} = (n-2) \geq |t_{hitung}|\right) < \alpha$.

Menurut Alteza (2008), pengujian yang menggunakan analisis regresi logistik mengabaikan uji asumsi klasik berupa uji normalitas, uji heteroskedasitas, dan uji homokesdasitas karena, variabel dependen berupa variabel diskrit. Tetapi uji asumsi klasik masih diperlukan dalam analisis regresi logistik yaitu berupa uji multikolinieritas. Hasil uji multikolinearitas dapat dapat dilihat pada tabel *correlation matrix* antarvariabel bebas dalam *variables in the equation* dengan menggunakan *software* SPSS untuk melihat besarnya korelasi antarvariabel independen dalam penelitian. Korelasi antarvariabel bebas menunjukkan angka negatif (-) dan positif (+) yang berarti antarvariabel bebas terdapat korelasi tak langsung (korelasi negatif) dan korelasi langsung (korelasi positif).

2.5 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik

Setelah diperoleh estimasi parameter dalan suatu model regresi logistik, selanjutnya dilakukan pengujian parameter. Hal ini bertujuan untuk menguji apakah variabel prediktor (β) yang terdapat dalam model berpengaruh atau tidak terhadap variabel responnya. Adapun uji yang dilakukan adalah sebagai berikut:

a. Uji Serentak

   Menurut Hosmer dan Lomeshow (1989), untuk menguji signifikansi parameter β dalam model secara bersama-sama dengan menggunakan uji statistik G.

Hipotesis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_k \neq 0$; k = 1,2, ... , p

Statistik uji: $G = -2 \ln \left[\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1} \left(\frac{n_2}{n}\right)^{n_2}}{\prod_{i=1}^{n} \hat{\pi}_i^{\hat{y}_i} (1-\hat{\pi})^{1-y_i}} \right]$ (2.6)

Di mana $n_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i$; $n_0 = \sum_{i=1}^{n} (1 - y_i)$; $n = n_0 + n_1$

Daerah penolakan: tolak H_0 jika $G > X^2_{(\alpha,p)}$ dengan p adalah derajat bebas banyaknya variabel prediktor atau jika nilai p-value < α.

b. Uji Parsial

Menurut Anggraini dan Puhardi (2012), Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β terhadap variabel respon secara parsial dengan menggunakan statistik uji Wald.

Hipotesis yang dilakukan sebagai berikut

$H_0 : \beta_k = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_k \neq 0$; k = 1,2, ... , p

Statistik uji: $W = \frac{\hat{\beta}_k}{se(\hat{\beta}_k)}$ atau $W^2 = \frac{\hat{\beta}_k^2}{se(\hat{\beta}_k)^2}$ (2.7)

Daerah penolakan: tolak H_0 jika $|W| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau tolak H_0 jika $W^2 > X^2_{(\alpha,1)}$.

2.6 Model *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Teknik analisis regresi telah berkembang luas meskipun penggabungannya secara eksplisit dari lokasi dan ruang tidak memiliki pertimbangan secara umum. Analisis spasial varian dan model-model dengan perubahan struktur merupakan contoh yang baik dari perhitungan metode-metode untuk aturan spasial diskrit pada pengekspansian atau perluasan dan penyaringan adaptive spasial. GWR semakin sering digunakan dalam analisis data yang berhubungan dengan heterogenitas spasial.

Model GWR merupakan suatu model yang membawa kerangka dari model regresi sederhana menjadi model regresi terboboti. GWR adalah metode statistika yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial yang dimaksud ialah suatu keadan di mana pengukuran hubungan di antara variabel berbeda antara lokasi satu dengan lokasi lainnya. Asumsi yang digunakan pada model GWR adalah galat berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan varian σ^2 .Heterogenitas spasial terjadi apabila suatu peubah bebas yang sama memberikan respon yang tidak sama pada lokasi yang berbeda di dalam satu wilayah penelitian. Inti dari penggunaan metode GWR adalah menentukan model regresi yang diperoleh akan bersifat unik yaitu model regresi untuk titik satu berbeda dengan titik-titik yang lainnya (Fotheringham, Brundson, *and* Charlton, 2002)

Model GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i)\, x_{ik} + \varepsilon_i \; ; \; i = 1,2, \dots, n \qquad (2.9)$$

dengan,

y_i = nilai observasi variabel respon ke-*i*

$\beta_0(u_i, v_i)$ = konstanta / *intercept* pada pengamatan ke-*i*

x_{ik} = nilai observasi variabel prediktor ke-*k* pada lokasi pengamatan ke-*i*

$\beta_k(u_i, v_i)$ = nilai observasi variabel prediktor ke-*k* pada lokasi pengamatan ke-*i*

(u_i, v_i) = menyatakan koordinat letak geografis (*longitude*, *latitude*) dari lokasi pengamatan ke-*i*

ε_i = galat pengamatan ke-*i* diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstanta σ^2

Dengan demikian setiap parameter dihitung pada setiap titik lokasi geografis . hal ini menghasilkan nilai variasi pada setiap parameter regresi di suatu kumpulan wilayah geografis. Jika nilai parameter regresi konstan pada tiap-tiap wilayah geografis maka model GWR adalah model global. Artinya, tiap-tiap geografis mempunyai model yang sama. Hal ini merupakan kasus khusus dari GWR.

Peran pembobot pada model GWR sangat penting, karena nilai pembobot ini mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Oleh karena itu, sangat dibutuhkan ketepatan pembobot. Pada analisis spasial, diperlukan pembobot spasial pada masing-masing lokasi ke-*i*. Apabila lokasi ke-*j* terletak pada koordinat $(u_i . v_i)$ maka akan diperoleh jarak *euclidean* antara lokasi ke-*i* dan lokasi ke-*j* dengan menggunakan persaman:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.10)$$

Jika terdapat nilai pengamatan ke-*j* yang jaraknya terlalu jauh dari lokasi *i* maka pengamatan yang jaraknya diluar radius *r* dari lokasi *i* dihilangkan, yaitu dengan memberikan nilai nol untuk pembobot pada pengamatan yang jaraknya lebih besar dari *r* (Fotheringham, Brundson, *and* Charlton, 2002).

Pembobot ini dapat ditulis:

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} 1, jika\ d_{ij} \leq r \\ 0, jika\ d_{ij} > r \end{cases} \quad (2.11)$$

Metode yang dapat digunakan adalah fungsi kernel yang dirumuskan sebagai berikut:

a. *Fixed Gaussian Kernel*

$$w_{ij} = \exp\left[-\left((d_{ij} - h)/h\right)^2\right] \quad (2.12)$$

Dimana *h* merupakan *bandwidth* yang *fixed* atau *bandwidth* yang sama digunakan untuk setiap lokasi.

b. *Adaptive Gaussian Kernel*

$$w_{ij} = \exp\left[-\left((d_{ij} - h_{i(q)})/h\right)^2\right] \quad (2.13)$$

dengan *h* adalah parameter penghalus (*bandwidth*) dan $h_{i(q)}$ adalah *bandwidth* adaptif atau *bandwidth* yang berbeda untuk setiap lokasi yang menetapkan *q* sebagai jarak tetangga terdekat (*nearest neighbor*) dari lokasi *i* (Fotheringham, Brundson, *and* Charlton, 2002).

Menurut Silverman (1986), jika *Gaussian Kernel* yang digunakan maka nilai *bandwidth* diperoleh dari rumus berikut:

$$h = \left(\frac{4}{3}\right)^{1/5} \sigma n^{-1/5} = 1.06\, \sigma n^{-1/5}$$

dengan,

h = *bandwidth*

σ = standar deviasi dari sampel

n = jumlah sampel

Untuk mencari pembobot pada masing-masing lokasi didasarkan pada jarak *euclide* d_{ij}dan *bandwidth* (h) yang dihasilkan pada masing-masing lokasi. Pemilihan ukuran *bandwidth* yang optimum menjadi salah satu hal yang penting karena akan mempengaruhi ketepatan hasil regresi (Fotheringham, Brundson, *and* Charlton, 2002). Pada penelitian ini digunakan metode *Cross Validation* (CV) dengan rumus sebagai berikut:

$$\mathrm{CV} = \sum_{i=1}^{n} [y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)]^2 \qquad (2.14)$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai penaksir y_i dimana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses estimasi. Untuk mendapatkan nilai *bandwidth* (*h*) yang optimal maka diperoleh dari *h* yang menghasilkan nilai CV yang minimum (Caraka dan Yasin, 2017).

2.7 Penaksiran Parameter $\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})$

Menurut Fotheringham, Brundson, dan Charlton (2002), metode penaksiran parameter pada model GWR adalah dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi ke-*i* adalah $w_j(u_i, v_i)$; *j*=1,2,…,*n*, maka parameter lokasi (u_i, v_i) ditaksir dengan menambahkan unsur pembobot pada persamaan (2.9) dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat galat berikut ini:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i)\varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i)\left(y_1 - \beta_0(u_i, v_i) - \beta_1(u_i, v_i)x_{j1} - \cdots - \beta_p(u_i, v_i)x_{jp}\right)^2 \quad (2.16)$$

Bentuk penaksir parameter untuk setiap lokasi ialah:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{y} \quad (2.17)$$

2.8 Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR)

GWLR adalah salah-satu metode untuk mendapatkan parameter regresi dengan memperhitungkan faktor spasial dan merupakan pendekatan alternatif dari GWR (*Geographically Weighted Regression*) yang menggabungkan parameter nonstasioner dan data kategorikal. Dalam model GWLR, variabel dependen diprediksi dengan variabel independen yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model GWLR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\pi(x_i) = \frac{\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_{k(u_i,v_i)}\, x_{ik})}{1-\exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_{k(u_i,v_i)}\, x_{ik})}; \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ dan } x_{i0} = 1 \quad (2.18)$$

dengan,

$\pi(x_i)$ = nilai observasi variabel respon ke-*i*

$\beta_k(u_i, v_i)$ = vektor nilai observasi variabel prediktor ke-*k* pada lokasi pengamatan ke-*i*

(u_i, v_i) = menyatakan koordinat letak geografis (*longitude*, *latitude*) dari lokasi pengamatan ke-*i*

x_{ik} = nilai observasi variabel prediktor ke-*k* pada lokasi pengamatan ke-*i*

Penaksiran parameter model GWLR dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Penaksiran parameter diperoleh dengan memaksimumkan fungsi logaritma natural *likelihood* dengan cara menurunkannya terhadap $\beta_k(u_i, v_i)$ dan hasilnya disamakan dengan nol. Langkah pertama yang harus dilakukan yaitu membentuk fungsi ln *likelihood*nya sebagai berikut:

$$\ln L(\beta(u_i, v_i)) = \sum_{k=0}^{p}(\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ik})\beta_k\,(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^{n}\{1 + \exp(\sum_{k=0}^{p} \beta_k\,(u_i, v_i) x_{ik})\}$$

pembobot diberikan pada fungsi logaritma natural *likelihood* untuk mendapatkan model GWLR.

2.9 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik dan Model GWLR

Menurut Atkinson (2003), pengujian kesamaan model Regresi Logistik dan model GWLR menggunakan perbandingan nilai *deviance* model Regresi Logistik dan model GWLR dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$, $i = 1,2,\ldots,n$, $k = 1,2,\ldots,p$ (Tidak ada perbedaan yang signifikan antara model Regresi Logistik dan model GWLR)

H_1 : paling sedikit satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$, $i = 1,2,\ldots,n$, $k= 1,2,\ldots,p$ (Ada perbedaan yang signifikan antara model Regresi Logistik dan model GWLR)

Misalkan model Regresi Logistik *deviance* dinyatakan dengan $\mathrm{D}(\hat{\beta})$ dengan derajat bebas v_1 dan model GWLR dinyatakan dengan $\mathrm{D}(\hat{\beta}(ui, vi))$ dengan derajat bebas v_2 maka:

Statistik Uji:

$$F_{hit} = \frac{\mathrm{D}(\hat{\beta})/v_1}{\mathrm{D}(\hat{\beta}(u_i,v_i))/v_2}$$

Deviance Regresi Logistik dirumuskan:

$$\mathrm{D}(\hat{\beta}) = -2\sum_{i=1}^{n}\pi(x_i)logit(\pi(x_i)) + \log(1-\pi(x_i))$$

Deviance GWLR dirumuskan:

$$\mathrm{D}(\hat{\beta}(u_i, v_i)) = 2\left\{\sum_{i=1}^{n}[y_{1i}\ln\hat{\pi}(x_i) + y_{0i}\ln(1-\hat{\pi}(x_i))]\right\}$$

$$-2\left\{\sum_{i=1}^{n} n_{1i}\ln(n_{1i}) + n_{0i}\ln(n_{0i}) + n\ln(n)\right\}$$

Statistik uji akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas v_1 dan v_2

Kriteria uji yaitu tolak H_0 jika $f_{hit} > F_{(\alpha,v_1,v_2)}$.

2.10 Pengujian Parameter Model GWLR

Untuk menguji parameter secara parsial yang bertujuan untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel dependennya.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$

$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$; $k = 1, 2, \ldots, p$; $i = 1, 2, \ldots, n$

Statistik uji Wald :

$$W = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)}$$

dengan $SE\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right) = \sqrt{var\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)}$

Kriteria uji yaitu tolak H_0 jika $|W| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2018-2019 dan bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data simulasi dan data sekunder yang didapat dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung dalam angka tahun 2015. Variabel dependen (Y) pada penelitian ini adalah jumlah balita penderita gizi buruk tiap kabupaten atau kota di Provinsi Lampung. Sedangkan variabel independennya (X) yaitu jumlah bayi yang tidak diberi ASI eksklusif (X_1), jumlah bayi yang menerima imunisasi dasar lengkap (X_2), jumlah rumah dengan kategori sehat (X_3), dan jumlah Bayi Berat Badan Lahir Rendah (BBLR) (X_4).

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Melakukan simulasi data dengan langkah – langkah sebagai berikut:

   a. Dibangkitkan variabel bebas sebanyak p = 4, n = 15, r = 100 dengan nilai beta mengikuti model regresi logistik dari data real sebagai berikut:

$$\pi(x) = \frac{\exp(-6.1809156 + 0.0022130x_1 - 0.0021989x_3 + 0.0063627x_4)}{1-\exp(-6.1809156 + 0.0022130x_1 - 0.0021989x_3 + 0.0063627x_4)} \qquad (3.1)$$

   sehingga nilai beta yang digunakan ialah $\beta_0 =$ -6.1809156, $\beta_1 =$ 0.0022130, $\beta_2 =$ -0.0021989, $\beta_3 =$ 0.0003106, dan $\beta_4 =$ 0.0063627.

   Nilai *longitude* dan *latitude* diambil menikuti data real, yaitu:

Tabel 1. *Longitude* dan *Latitude* Tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung

Kabupaten/Kota	Longitude	Latitude
Lampung Barat	104,08	5,02
Tanggamus	104,33	5,16
Lampung Selatan	105,32	5,32
Lampung Timur	105,41	5,05
Lampung Tengah	105,18	4,46
Lampung Utara	104,44	4,47
Way Kanan	104,33	4,28
Tulang Bawang	105,29	4,17
Pesawaran	105,04	5,28
Pringsewu	104,58	5,18
Mesuji	105,18	3,59
Tulang Bawang Barat	105,04	4,3
Pesisir Barat	104,07	5,16
Bandar Lampung	105,15	5,23
Metro	105,18	5,07

b. X_i dibangkitkan berdasarkan distribusi uniform, mengambil:

X_1 = U ~ (15, 554, 10918)

X_2 = U ~ (15, 2970, 24723)

X_3 = U ~ (15, 19778, 169238)

X_4 = U ~ (15, 29, 743)

c. Mendapat nilai Y_i dengan probabilitas:

$$Y_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4)}{1 - \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4)}$$

untuk $i = 1,2, \dots, n$

2. Memeriksa kolinieritas dari variabel-variabel independen dengan melihat matriks korelasi dan nilai *Variance Inflaction Factor* (VIF) untuk data simulasi dan data real.

3. Menentukan nilai *bandwidth* menggunakan metode *Cross Validation* (CV) untuk data simulasi dan data riil, dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{CV} = \sum_{i=1}^{n} [y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)]^2 \qquad (3.2)$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai penaksir y_i dimana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses estimasi.

4. Menghitung jarak *euclidean* antarlokasi pengamatan berdasarkan letak geografis untuk data simulasi dan data real, dengan rumus sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \qquad (3.3)$$

5. Menghitung matriks pembobot menggunakan fungsi *fixed gaussian kernel* dengan *bandwidth* yang sama pada setiap lokasi untuk data simulasi dan data real, dengan rumus sebagai berikut:

$$w_{ij} = \exp\left[-\left((d_{ij} - h)/h\right)^2\right] \quad (3.4)$$

6. Menganalisis penaksir parameter model GWLR dengan fungsi pembobot *fixed gaussian kernel* untuk data simulasi dan data real.
7. Membuat kesimpulan.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang sudah dilakukan,maka diperoleh kesimpulan bahwa model GWLR dengan fungsi pembobot *Fixed Gaussian Kernel* menghasilkan parameter yang bersifat lokal disetiap titik atau wilayah dimana data tersebut diamati. Variabel indepenuden yang berpengaruh secara signifikan terhadap prevalensi balita penderita gizi buruk di Provinsi Lampung tahun 2015 dalam model GWLR dengan fungsi pembobot *Fixed Gaussian Kernel* hanya ada satu yaitu jumlah bayi yang tidak diberi ASI eksklusif (X1) tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung tahun 2015.

DAFTAR PUSTAKA

Abidin, F.P. 2011. Penanganan Multikolinieritas dengan *Bayesian Ridge Regression* pada Kasus Kemiskinan Kabupaten/Kota di Jawa Timur. Skripsi. Universitas Brawijaya, Malang.

Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis*. 2nd Edition. John Wiley & Sons, New York.

Alteza, M. 2008. Kinerja keuangan dan Harga Saham sebagai Determinan Keputusan *Stock Split*: Studi Empiris terhadap Perusahaan Terdaftar di BEJ. Skripsi. Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

Anggarini & Purhadi. 2012. Pemodelan Faktor-faktor yang Berpengaruh Terhadap Prevalensi Balita Kurang Gizi di Provinsi Jawa Timur dengan Pendekatan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR). *Jurnal Sains dan Seni ITS*. **1**(1): 47-52.

Atkinson, P.M., *et al*. 2003. *Exploring The Relations Between Riverbank Erosion and Geomorphological Controls Using Geographically Weighted Logistic Regression.* Ohio State University, Ohio.

Caraka, R.E. & Yasin, H. 2017. *Geographically Weighted Regression (GWR) Sebuah Pendekan Regresi Geografis.* Mobius, Yogyakarta.

Desriwendi, Hoyyi, A., & Wuryandari, T. 2015. Pemodelan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) dengan Fungsi Pembobot Fixed Gaussian Kernel dan Adaptive Gaussian Kernel. *Jurnal Gaussian*. **4**(2): 193-204.

Departemen Kesehatan RI. 2008. *Profil Kesehatan Indonesia*. Departemen Kesehatan RI, Jakarta.

Fotheringham, A.S., Brundson, C., & Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression: Analysis of Spatially Varying Relationship*. John Wiley & Sons, England.

Hosmer, D.W. & Lemeshow, S. 1989. *Applied Logistic Regression*. John Wiley & Sons, New York.

Sarwoko. 2005. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Andi, Yogyakarta.

Silverman, D.W. 1986. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, New York

Yunus, N.H. 2016. Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) pada Data yang Tidak Mengandung Multikolinieritas. Skripsi. Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Malang.