PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA PERHITUNGAN PERSEDIAAN BARANG MENGGUNAKAN PELUANG *STEADY-STATE*

(Skripsi)

Oleh

Dimas Rahmat Saputra

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

ABSTRACT

USE OF MARKOV CHAINS ON CALCULATION OF SUPPLY OF GOODS USING STEADY-STATE PROBABILITIES

By

DIMAS RAHMAT SAPUTRA

The Markov chain is a stochastic model that describes a sequence of events whose probability depends only on the previous event. The Markov chain uses the probability to find out how likely a future event is to occur. At some stage the probability will reach a steady balance. Steady-state probabilities are probabilities to determine processes in certain circumstances, after a number of transitions occur tend to a certain value, mutually independent of the probability distribution of the initial state. At the steady-state probability it does not mean stopping in one state, but the process continues to make the transition from one state to another. This probability is an probability for transition that has reached equilibrium, so it will not change with the changes in time that occur. In this research, we will discuss a number of case studies relating to the Markov chain in a steady-state.

Keyword: Markov Chain, Steady-State Probabilities, Supply of Goods

ABSTRAK

PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA PERHITUNGAN PERSEDIAAN BARANG MENGGUNAKAN PELUANG *STEADY-STATE*

Oleh

DIMAS RAHMAT SAPUTRA

Rantai Markov adalah suatu model stokastik yang menggambarkan barisan kejadian yang peluangnya hanya tergantung pada kejadian sebelumnya. Rantai Markov menggunakan peluang untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan kejadian yang akan datang terjadi. Pada tahap tertentu peluang tersebut akan mencapai nilai keseimbangannya (*steady*). Peluang *steady-state* adalah peluang untuk menentukan proses dalam keadaan tertentu, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai tertentu, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang *steady-state* tidak berarti berhenti pada satu *state*, tetapi proses terus membuat transisi dari *state* satu ke *state* lainnya. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Pada penelitian ini akan didiskusikan beberapa studi kasus yang berhubungan dengan rantai Markov pada keadaan seimbang (*steady-state*).

Kata Kunci: Rantai Markov, Peluang *Steady-State*, Persediaan Barang

PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA PERHITUNGAN

PERSEDIAAN BARANG MENGGUNAKAN PELUANG *STEADY-STATE*

Oleh

Dimas Rahmat Saputra

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2018

Judul Skripsi	: **PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA PERHITUNGAN PERSEDIAAN BARANG MENGGUNAKAN PELUANG *STEADY-STATE***
Nama Mahasiswa	: Dimas Rahmat Saputra
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1317031024
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.	**Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**
NIP. 19690305 199603 2 001	NIP. 19631108 198902 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.** ....

Sekretaris : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Widiarti, S.Si., M.Si.** ....

2. a.n Dekan
Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama,

Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc.
NIP. 19710415 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **21 Desember 2018**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul "PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA PERHITUNGAN PERSEDIAAN BARANG MENGGUNAKAN PELUANG *STEADY-STATE*" merupakan hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 21 Desember 2018
Yang Menyatakan

Dimas Rahmat Saputra
NPM. 1317031024

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan dari pasangan Bapak Istadi dan Ibu Siti Aisyah pada tanggal 24 September 1995 di Jakarta.

Penulis mengawali pendidikannya pada tahun 2000 di TK Citra Praghina Bekasi. Pada tahun 2001, penulis melanjutkan pendidikan di SDI Al-Azhar 23 Jatikramat Bekasi. Pada tahun 2007, penulis melanjutkan pendidikan di SMPN 192 Jakarta Timur. Pada tahun 2010, penulis melanjutkan pendidikan di SMAN 67 Jakarta Timur. Kemudian pada tahun 2013, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Lampung, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Jurusan Matematika melalui jalur SBMPTN.

Selama menempuh pendidikan di Universitas Lampung, penulis aktif dalam organisasi pada periode 2014/2015 sebagai anggota Bidang Eksternal Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA), anggota Bidang Hubungan Luar dan Pengabdian Masyarakat Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) Fakultas MIPA dan anggota Bidang Kajian Rohani Islam (Rois) Fakultas MIPA periode 2014/2015. Sedangkan pada periode 2015/2016 sebagai anggota Biro Kesekretariatan HIMATIKA. Pada tanggal 18 Januari – 14 Februari 2016 penulis melakukan kerja praktik di Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Bandar Lampung.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah, dan puji syukur kehadirat Allah SWT

Penulis persembahkan skripsi ini kepada :

Kedua Orang Tuaku Tercinta
Bapak Istadi dan Ibu Siti Aisyah

Orang yang telah merawat, menunggu, membesarkan, mendidik, memberikan penulis ilmu untuk bekal di dunia maupun akhirat, memberikan dukungan secara materil maupun moril, memberikan nasihat, saran, serta dalam setiap langkah yang ditempuh dalam kehidupan.

Almamaterku Tercinta

Universitas Lampung

KATA INSPIRASI

"Dan boleh jadi kamu membenci sesuatu tetapi ia baik bagimu, dan boleh jadi kamu menyukai sesuatu tetapi ia buruk bagimu, dan Allah mengetahui dan kamu tidak mengetahui"

(Q.S. Al-Baqarah : 216)

"Tidak ada orang yang berputus asa dari rahmat Tuhan-nya kecuali orang-orang yang sesat"

(Q.S. Al-Hijr : 56)

"Dan Allah beserta orang-orang yang sabar"

(Q.S. Al-Baqarah : 249)

"Allah tidak membebani seseorang itu melainkan sesuai dengan kesanggupannya"

(Q.S. Al-Baqarah : 286)

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala nikmat, rahmat, kekuatan, dan pertolongan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penggunaan Rantai Markov Pada Perhitungan Persediaan Barang Menggunakan Peluang *Steady-State*" yang merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Universitas Lampung. Shalawat beriring salam selalu tercurahkan kepada Rasulullah Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing dan menunjukkan ummatnya ke jalan yang benar.

Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing I, yang selama ini telah membimbing dengan penuh kesabaran, memberi dukungan dan saran kepada penulis untuk menyelesaikan penulisan skripsi ini.
2. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Pembimbing II sekaligus Ketua Jurusan Matematika, yang selama ini telah membimbing, memberikan saran dan masukan demi kesempurnaan skripsi ini.
3. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembahas, yang selalu memberi masukan dan saran agar penulis mampu memahami skripsi ini.

4. Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku Sekretaris Jurusan Matematika, yang telah banyak memberikan bantuan dan membantu dalam hal administrasi.
5. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Para Dosen Jurusan Matematika yang telah banyak memberikan ilmu yang bermanfaat bagi penulis serta seluruh staf karyawan Jurusan Matematika.
7. Ibu dan Bapak tercinta yang selalu mendidik, memotivasi, dan membantu secara moril maupun materil serta memberikan doa terbaik untuk anaknya.
8. Intan Oktri A yang mengingatkan dan memotivasi menyelesaikan skripsi ini
9. Sahabat saat Kerja Praktik Pranoto, Efrizal, Rasyid, Dafri, Dita, Rifa, Shintia.
10. Teman-teman satu bimbingan skripsi Nafisa, Yucky, Tiwi, Eka yang selalu mengingatkan untuk bimbingan.
11. Teman-teman angkatan 2013 yang banyak memberikan pengalaman dan cerita selama masa kuliah ini serta kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan namanya satu-persatu atas segala bantuan dan do'a yang telah diberikan kepada penulis.

Demikian ucapan terimakasih yang dapat penulis sampaikan. Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat digunakan sebagaimana mestinya.

Bandar Lampung, 21 Desember 2018

Penulis

Dimas Rahmat Saputra

DAFTAR ISI

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan nyata, sejumlah fenomena dapat dipikirkan sebagai percobaan yang mencakup sederatan pengamatan yang berturut-turut dan bukan satu kali pengamatan. (Assauri, 2008).

Umumnya, tiap pengamatan dalam suatu percobaan tergantung pada beberapa atau semua pengamatan masa lalu dan hasil tiap pengamatan, ditentukan dengan hukum-hukum peluang. Studi tentang percobaan dalam bentuk seperti ini dikenal dengan teori proses stokastik.

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat nonnegatif, dan X_t menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001). Proses ini adalah objek matematika yang biasanya didefinisikan sebagai kumpulan variabel acak. Secara historis, variabel acak dikaitkan atau diindeks oleh serangkaian angka, biasanya dilihat sebagai titik waktu, memberikan interpretasi proses stokastik yang mewakili nilai numerik dari beberapa sistem yang secara acak berubah dari waktu ke waktu.

Pengamatan yang berturut-turut dalam suatu percobaan merupakan pengamatan-pengamatan bebas artinya hasil suatu pengamatan tertentu tidak tergantung pada sesuatu hasil pengamatan di masa lalu dan sebaliknya tidak mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang. Hal seperti ini merupakan keadaan atau bentuk khusus dari proses stokastik dan dikenal dengan proses bebas. Namun dalam suatu percobaan yang lebih rumit, hasil suatu pengamatan tertentu akan tergantung pada hasil pengamatan sebelumnya (terdahulu) dan selanjutnya akan mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang.

Proses stokastik yang memiliki sifat-sifat ketergantungan seperti ini dikenal dengan proses Markov. Prosedur ini dikembangkan oleh matematikawan Rusia, Andrei A Markov pada tahun 1907. Rantai Markov merupakan suatu metode yang mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang yang didasarkan pada sifat-sifatnya dimasa lalu dalam usaha menaksir sifat-sifat variabel yang sama dimasa mendatang.

Dalam rantai Markov terdapat peluang *steady-state*, yang dinotasikan dengan π_j. Peluang ini adalah peluang yang bertujuan menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan *j*, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal.

Rantai Markov dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya untuk memperkirakan peluang persediaan barang. Persediaan barang adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan Berkaitan dengan hal tersebut, maka penulis akan membahas tentang bagaimana menganalisis rantai Markov menggunakan peluang *steady-state*.

1.2 Rumusan Masalah

Bagaimana menggunakan rantai markov untuk menghitung peluang persediaan barang menggunakan metode *steady-state* ?

1.3 Tujuan

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. Menghitung peluang persediaan barang dengan menggunakan metode *steady-state*
2. Menentukan solusi peluang persediaan barang dengan menggunakan metode *steady-state*

1.4 Manfaat

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah

1. Menambah wawasan khususnya dalam bidang statistika mengenai rantai Markov.

2. Mampu menerapkan bidang keilmuan mengenai rantai Markov dalam kehidupan sehari-hari.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat non negatif, dan X_t menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001).

Proses stokastik merupakan kumpulan dari variabel random $\{X_t(s) \ |t \in T, s \in S\}$, dengan T adalah himpunan indeks dan S adalah ruang sampel. Himpunan indeks sering merepresentasikan waktu. Jika T = {0,1,2,....} proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu diskrit. Ketika T [0,∞], proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu (Taylor dan Karlin, 1998).

2.2 *State*

State adalah kondisi yang merupakan peubah acak X_t, dimana jika suatu peubah acak berada pada *state* tersebut maka dapat berpindah ke *state* lainnya. Biasanya *state* dilambangkan dengan bilangan asli, yaitu 1,2,3,…N. Himpunan atau kumpulan dari *state-state* tersebut membentuk ruang *state* dan dinyatakan dengan Ω, maka Ω = {1,2,3,…N} (Cox dan Miller, 1965).

2.3 Rantai Markov

Asumsi mengenai distribusi bersama $X_0, X_1, \ldots$ diperlukan untuk mendapatkan hasil analisis. Salah satu asumsi yang mengarah pada analisis *tractability* adalah proses stokastik adalah rantai Markov, yang memiliki sifat sebagai berikut:

Proses stokastik $\{Xt\}$ dikatakan memiliki **sifat Markov** jika $P\{X_{t+1} = j \mid X_0 = k_0, X_1 = k_1, \ldots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$, untuk $t = 0, 1, \ldots$ dan setiap deret $i, j, k_0, k_1, \ldots, k_{t-1}$

Dengan kata lain, sifat Markov ini mengatakan bahwa peluang bersyarat dari "peristiwa" masa depan, mengingat adanya "peristiwa" sebelumnya dan keadaan sekarang $X_t = i$, tidak bergantung pada peristiwa masa lalu dan hanya bergantung pada keadaan sekarang. Proses stokastik $\{X_t\}$ $(t = 0, 1, \ldots)$ adalah **rantai Markov** jika memiliki sifat Markov (Hillier dan Lieberman, 2001).

Rantai Markov adalah proses waktu integer $\{X_n, n \geq 0\}$ dimana setiap nilai sampel untuk setiap X_n, $n \geq 1$, terdapat pada himpunan berhingga S dan bergantung hanya pada kejadian masa lalu hanya melalui kejadian X_{n-1}. Secara spesifik, untuk semua bilangan positif n, dan untuk semua *i, j, k, ..., m*, dalam himpunan S. Selain itu, Peluang $P\{X_n = j \mid X_{n-1} = i\}$ bergantung hanya pada *i* dan *j* dan bukan *n* dan dilambangkan dengan

$$P\ \{X_n = j \mid X_{n-1} = i\} = P_{ij}$$

(Gallager, 2011)

Dalam kebanyakan sistem yang muncul, *state* masa lalu dan sekarang mempengaruhi keadaan masa depan bahkan jika mereka tidak menentukannya secara unik. Banyak sistem memiliki sifat yang memberikan keadaan sekarang, *state* masa lalu tidak memiliki pengaruh terhadap masa depan. Hal ini disebut sifat Markov, dan sistem yang memiliki sifat ini disebut rantai Markov (Hoel, P.G.,dkk, 1972).

Dalam mempelajari rantai Markov, *state* memiliki peran yang penting. Untuk memahami sifat Markov lebih lanjut, berikut ini akan dijelaskan beberapa istilah yang berkaitan dengan rantai Markov.

2.3.1 *Accessible*

State j dikatakan *accessible* dari *state i* jika $p_{ij}^{(n)} > 0$ untuk setiap $n \geq 0$. Jika *state j* menjadi *accessible* dari *state i* berarti dapat dikatakan sistem dapat berpindah ke *state j* ketika dimulai dari *state i*. Secara umum, kondisi *state* untuk dapat dikatakan *accessible* jika terdapat nilai untuk *n* untuk setiap $p_{ij}^{(n)} > 0$ untuk semua *i* dan *j*.

2.3.2 ***Communicate***

Jika *state j accessible* dari *state i* dan *state i accessible* dari *state j*, maka *state i* dan *state j* disebut *communicate*. Secara umum terdapat tiga sifat yaitu

1. Setiap *state* ter-*communicate* dengan *state i*tu sendiri

2. Jika *state i communicate* dengan *state j*, maka *state j communicate* dengan *state i*

3. Jika *state i communicate* dengan *state j* dan *state j communicate* dengan *state* k, maka *state i communicate* dengan *state* k

Dari ketiga sifat *communicate* tersebut, *state* dapat dibagi menjadi satu atau beberapa kelas atau ruang (satu ruang dapat memuat sebuah *state*). Jika terdapat hanya satu kelas dan *state* di dalamnya *communicate*, maka rantai Markov tersebut dapat dikatakan *irreducible*

2.3.3 *Recurrent* dan *Transient*

State dikatakan *transient* jika saat memasuki *state* lain, prosesnya tidak kembali ke *state* sebelumnya. Selain itu, *state i* disebut *transient* jika dan hanya jika terdapat *state j* $(j \neq i)$ yang *accessible* dari *state i*. Hal ini tidak berlaku jika *state i* tidak *accessible* dari *state j*. *State* dikatakan *recurrent* jika saat memasuki *state* lain, prosesnya akan kembali ke *state* ini. Karena *state recurrent* ini akan kembali setiap berpindah, *state* akan dikunjungi kembali secara tak terbatas jika proses berlanjut seterusnya (Hillier dan Lieberman, 2001).

2.4 Peluang Transisi

Peluang bersyarat $P\{X_{t+1}= j \mid X_t = i\}$ untuk rantai Markov disebut peluang transisi satu-langkah**.** Untuk setiap i dan j,

$$P\{X_{t+1} = j \mid X_t = i\} = P\{X_1 = j \mid X_0 = i\} \qquad \text{untuk semua } t = 1, 2, \ldots$$

maka peluang transisi (satu-langkah) dikatakan tidak bergerak. Jadi, peluang transisi stasioner berarti peluang transisi tersebut tidak berubah dari waktu ke waktu. Adanya peluang transisi stasioner (satu-langkah) juga menyiratkan bahwa, untuk setiap i, j, dan n (n = 0, 1, 2 …)

$$P\{X_{t+n} = j \mid X_t = i\} = P\{X_n = j \mid X_0 = i\}$$

Untuk semua t = 0, 1, … . peluang bersyarat ini disebut **peluang transisi n-langkah.** Untuk menyederhanakan notasi dengan peluang transisi stasioner, misalkan

$$p_{ij} = \{X_{t+1} = j \mid X_t = i\}$$
$$p_{ij}^{(n)} = \{X_{t+n} = j \mid X_t = i\}$$

Peluang transisi n-langkah $p_{ij}^{(n)}$ hanyalah peluang bersyarat ketika sistem akan berada di *state* j setelah tepat n-langkah (unit waktu), mengingat bahwa hal itu dimulai dalam *state* i setiap waktu t. Karena $p_{ij}^{(n)}$ adalah peluang bersyarat, maka harus non negatif, dan karena proses harus membuat transisi ke dalam beberapa *state,* mereka harus memenuhi sifat

$$p_{ij}^{(n)} \geq 0 \qquad \text{untuk semua } i \text{ dan } j \text{ ; } n = 0, 1, 2, \ldots$$

dan

$$\sum_{j=0}^{M} p_{ij} = 1 \qquad \text{untuk semua } i \text{ ; } n = 0, 1, 2, \ldots$$

untuk matriks transisi n-langkah,

$$P^{(n)} = \begin{bmatrix} p_{00}^{(n)} & p_{01}^{(n)} & \cdots & p_{0M}^{(n)} \\ p_{01}^{(n)} & p_{11}^{(n)} & \cdots & p_{1M}^{(n)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{M0}^{(n)} & p_{M1}^{(n)} & \cdots & p_{MM}^{(n)} \end{bmatrix}$$

(Hillier dan Lieberman, 2001).

2.5 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Persamaan Chapman-Kolmogorov menyediakan metode untuk menghitung peluang transisi *n*-langkah

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=0}^{M} p_{ik}^{m} p_{kj}^{(n-m)}$$

untuk semua $i = 0, 1, \ldots, M$ $\quad j = 0, 1, \ldots, M$

dan setiap $m = 1, 2, \ldots, n-1$

$n = m + 1, m + 2, \ldots$

Persamaan ini menjelaskan bahwa berangkat dari *state* *i* ke *state* *j* dalam n langkah, prosesnya akan berada di *state* *k* setelah tepat *m* langkah. Sehingga, $p_{ik}^{m} p_{kj}^{(n-m)}$ hanya peluang bersyarat yang, diberikan titik awal *state* *i*, prosesnya menuju ke *state* *k* setelah *m* langkah dan kemudian menuju *state* *j* dalam $n - m$ langkah. Oleh karena itu, menjumlahkan peluang bersyarat ini untuk semua kemungkinan *k* harus menghasilkan $p_{ij}^{(n)}$. Untuk mendapat peluang n-langkah dapat dilakukan dengan mengkalikan matriks satu-langkah dengan matriks itu sendiri, contohnya

$$\mathbf{P}^{(2)} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P}^2$$

Dengan demikian, matriks peluang transisi n-langkah $\mathbf{P}^n$ dapat diperoleh dengan menghitung pangkat ke-n dari matriks transisi satu-langkah **P** (Hillier dan Lieberman, 2001).

2.6 Peluang *Steady-State*

Peluang *steady-state*, dinotasikan dengan π_j, adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan *j*, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang *steady-state* tidak berarti berhenti pada satu *state*, tetapi proses terus membuat transisi dari *state* satu ke *state* lainnya, dan pada setiap *state* ke-n peluang transisi dari *i* ke *j* tetap p_{ij}. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Adapun peluang *steady-state* didefinisikan sebagai berikut.

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} p_{ij}{}^{(n)}$$

dimana

π_j : peluang *steady-state*

$p_{ij}{}^{n}$: peluang perpindahan dari *state i* ke *state j* setelah *n* langkah

Adapun sifat dari peluang *steady-state* yaitu sebagai berikut.

1. $\pi_j = \sum_{i=0}^{M} \pi_i p_{ij}$; $j = 0,1,...,M$
2. $\sum_{j=0}^{M} \pi_j = 1$

(Hillier dan Lieberman, 2001)

2.7 Persediaan Barang

Persediaan barang adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan setiap waktu (Rangkuti, 2007).

Persediaan barang (*inventories*) adalah penyimpanan barang yang disimpan untuk penggunaan masa depan atau untuk dijual. Mengurus persediaan diperlukan untuk setiap perusahaan yang menangani produk fisik, termasuk produsen, pedagang grosir, dan pengecer. Misalnya, produsen membutuhkan persediaan bahan yang dibutuhkan untuk membuat produk mereka. Mereka juga membutuhkan persediaan produk jadi yang sedang menunggu pengiriman. Demikian pula, pedagang grosir dan pengecer perlu menjaga persediaan barang agar tersedia untuk dibeli oleh pelanggan (Hillier dan Lieberman, 2001).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Semester Ganjil Tahun Akademik 2018/2019, bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penulisan skripsi ini dilakukan dengan studi literatur dengan mengutip informasi melalui media buku yang sesuai kebutuhan penulis untuk menunjang penulisan dan menentukan studi kasus yang berkaitan dengan penelitian ini. Adapun langkah yang dilakukan dalam metode penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan literatur yang berkaitan dengan rantai Markov dan peluang *steady-state*.
2. Menentukan studi kasus yang berkaitan dengan rantai Markov dan peluang *steady-state* dengan contoh kasus stok barang.
3. Menentukan model awal untuk menghitung peluang transisi pada matriks.
4. Memasukkan nilai ke dalam model untuk menentukan nilai peluang pada state dalam matriks peluang menggunakan model yang telah ditentukan.

5. Membuat persamaan *steady-state* berdasarkan matriks peluang transisi yang telah didapatkan.
6. Menyelesaikan persamaan *steady-state* yang telah didapatkan untuk mendapatkan solusi akhir.

V. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah bahwa proses Markov dapat digunakan sebagai solusi untuk menghitung peluang stok barang yang akan diambil dengan memanfaatkan jumlah barang yang ada pada saat ini.

Adapun dari tiga studi kasus yang telah dibahas, didapatkan hasil sebagai berikut:

1. Pada studi kasus pertama, dari penyelesaian tersebut didapatkan kesimpulan peluang pemesanan kamera tambahan sejumlah 0, 1, 2, dan 3 kamera berturut-turut adalah 0,182; 0,285; 0,368; dan 0,165, dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu ke 3.
2. Pada studi kasus kedua, dari penyelesaian tersebut didapatkan kesimpulan peluang kantong darah dibuang dalam periode tiga hari pertama hingga ketujuh tidak terlalu besar, yang artinya kantong darah pada periode tersebut selalu digunakan.
3. Pada studi kasus ketiga, dari penyelesaian tersebut didapatkan kesimpulan peluang kamera dipesan kembali hanya 2 kamera ketika masih terdapat stok barang secara berturut-turut sejak minggu pertama yaitu 0,45; 0,40; dan 0,15 dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu pertama.

DAFTAR PUSTAKA

Assauri, Soyjan. 2008. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: LPFEUI.

Cox, D. R. dan Miller, H. D. 1965. *The Theory of Stochastic Process*. London: Chapman and Hall.

Gallager, Robert G. 2011. *Stochastic Processes: Theory for Application*. New York: Cambridge University Press.

Hillier, F.S. dan Lieberman, G.J. 2001. *Introduction to Operation Research*. New York: McGraw-Hill.

Hoel, P.G, Port, S.C, dan Stone, C.J. 1972. *Introduction to Stochastic Model*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Kurawarwala, A. dan Matsuo, H. 1996. "Forecasting and Inventory Management of Short Life-Cycle Products". *Journal of Operation Research*. 44 (1), 131-150.

Rangkuti, Freddy. 2007. *Manajemen Persediaan Aplikasi di Bidang Bisnis*. Jakarta: PT. Rajagrafindo Persada.

Taylor, H.M. dan Karlin, S. 1998. *An Introduction to Stochastic Modelling*. San Diego: Academic Press.