PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK TANPA *LOOP* BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL SEPULUH GARIS PARALEL

(Skripsi)

Oleh
Fadila Cahya Puri

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

ABSTRACT

COUNTING THE NUMBER OF CONNECTED VERTEX LABELLED GRAPH ORDER SIX WITHOUT LOOP WITH MAXIMUM TEN PARALLEL EDGES

By

FADILA CAHYA PURI

A graph *G* is connected if there exists at least one path between every pair of vertices in *G*. A loop is an edge with the same initial and end vertex, and parallel edges are two or more edges which connect the same pair of vertices. If given *n* vertex and *m* edge then many graph that can constructed. In this research we will discuss the formula for counting the number of connected vertex labelled graph order six without loop with maximum ten parallel edges.

Keywords: graph, connected graph, loop, and parallel edges

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK TANPA *LOOP* BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL SEPULUH GARIS PARALEL

Oleh

FADILA CAHYA PURI

Suatu graf *G* disebut graf terhubung jika terdapat sekurang-kurangnya ada satu *path* yang menghubungkan sepasang titik di *G*. *Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, garis paralel adalah dua garis atau lebih yang titik-titik ujungnya sama. Jika diberikan n titik dan m garis, banyak graf yang dapat dibentuk. Pada penelitian ini akan di diskusikan rumus untuk menghitung banyaknya graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* berorde enam dengan maksimal sepuluh garis paralel.

Kata kunci : graf, graf terhubung, *loop*, dan garis paralel

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK TANPA *LOOP* BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL SEPULUH GARIS PARALEL

Oleh

FADILA CAHYA PURI

Skripsi
Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2019

Judul Skripsi : **PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK TANPA *LOOP* BERORDE ENAM DENGAN MAKSIMAL SEPULUH GARIS PARALEL**

Nama Mahasiswa : *Fadila Cahya Puri*

No. Pokok Mahasiswa : 1517031015

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.	**Subian Saidi, S.Si., M.Si.**
NIP 19631108 198902 2 001	NIP 19800821 200812 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

Sekertaris : **Subian Saidi, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Suratman, M.Sc.
NIP 19640604 199003 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **24 April 2019**

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Fadila Cahya Puri
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031015
Judul Skripsi	: Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Tanpa *Loop* Berorde Enam dengan Maksimal Sepuluh Garis Paralel
Jurusan	: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain, dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 24 April 2019

Penulis

METERAI TEMPEL
4E57EAEF733973068
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Fadila Cahya Puri

NPM. 1517031015

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Fadila Cahya Puri, dilahirkan di Karang Anyar pada tanggal 26 April 1998, dan merupakan anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Yasan dan Ibu Setiyani. Penulis memiliki adik perempuan yang bernama Ditha Aulia Putri.

Penulis menyelesaikan pendidikan Taman Kanak Kanak di TK Dharma Wanita Karang Anyar Gedong Tataan Pesawaran pada tahun 2003, pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 1 Karang Anyar Gedong Tataan Pesawaran pada tahun 2009, pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 2 Negeri Katon Pesawaran yang diselesaikan pada tahun 2012, pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Gedong Tataan Pesawaran yang diselesaikan pada tahun 2015.

Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung Bandar Lampung melalui jalur SNMPTN. Penulis menjadi anggota bidang Kesekretariatan HIMATIKA FMIPA Universitas Lampung pada periode 2016/2017.

Sebagai bentuk penerapan ilmu perkuliahan, penulis telah melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Kantor Kementerian Agama Gedong Tataan pada tahun 2018, dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Bumi Asih Kecamatan Palas Kabupaten Lampung Selatan.

KATA INSPIRASI

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai dari urusan, kerjakanlah dengan sungguh – sungguh urusan yang lain dan hanya kepada Tuhan Mu lah kamu Berharap

(Q.S. AL-Insyirah: 6-8)

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kadar kesanggupannya"

(Q.S. AL-Baqarah: 286)

"Lebih baik merasakan sulitnya pendidikan sekarang daripada pahitnya kebodohan kelak"

(penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil ‘alamiin puji dan syukur tiada hentinya kepada Allah Subhanahu Wata’ala atas segala nikmat dan hidayah-Nya, dan Nabi Muhammad Shallallahu ‘Alaihi Wasallam yang menjadi suri tauladan untuk kita semua. Penulis persembahkan sebuah karya sederhana ini untuk:

Ayahanda Yasan dan Ibunda Setiyani, Terimakasih atas kasih sayang, pengorbanan, doa, dan motivasi yang telah diberikan di setiap langkah penulis. Karena atas doa dan ridho kalian, Allah memudahkan setiap perjalanan hidup ini.

Adik Ditha Aulia Putri, Terimakasih untuk selalu membantu, dan menemani penulis dalam keadaan suka maupun duka.

Sahabat dan teman-teman ku, Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan kepadaku.

Almamater Universitas Lampung.

SANWACANA

Alhamdulillahirabbil ‘alamin, segala puji dan syukur senantiasa penulis haturkan kepada Allah SWT, yang selalu memberi segala nikmatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Tanpa *Loop* Berorde Enam dengan Maksimal Sepuluh Garis Paralel” yang menjadi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains (S.Si) pada program S1 Matematika Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini, banyak sekali pihak yang telah membantu penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, semangat, dan saran yang membangun. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Ketua Jurusan Matematika yang senantiasa membimbing, memberikan saran, serta motivasi selama proses penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Subian Saidi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II, yang telah meluangkan waktu, memberikan kritik dan saran selama proses penyusunan skripsi ini.

3. Bapak Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji, yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Ir. Warsono, M.S., Ph.D. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan dan bimbingan selama perkuliahan.
5. Bapak Drs. Suratman, M.Sc. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung
6. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu dan segala bentuk bantuan kepada penulis.
7. Ayahanda Yasan, Ibunda Setiyani, Adik Ditha Aulia Putri, dan keluarga besar penulis yang tak pernah henti mendoakan, memberi dukungan, kasih sayang, dan motivasi untuk selalu berjuang setiap harinya.
8. Kiki Anggraeni, Yunda Uma, Indah Septa, dan Winda Okta yang selalu setia menemani dalam suka maupun duka.
9. Yulia, Irmawati, Farkhana dan seluruh mahasiswa jurusan Matematika angkatan 2015 yang telah memberikan warna dan keceriaan di masa perkuliahan penulis.
10. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam menyelesaikan skripsi ini.

Bandar Lampung, 05 April 2019

Penulis

Fadila Cahya Puri

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang dari ilmu matematika yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan, *vertex* atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Konsep teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonard Euler pada tahun 1736, ketika menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg, Kaliningrad, Rusia. Di kota tersebut terdapat sungai Pregal yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Warga kota tersebut ingin melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Euler menyatakan dengan permodelan tertentu bahwa hal tersebut tidak mungkin terjadi. Hal tersebut dapat terjadi jika banyaknya jembatan berjumlah genap. Bentuk permodelan tersebut yang kemudian menjadi latar belakang munculnya konsep teori graf yang ada saat ini.

Penerapan teori graf dalam kehidupan sehari-hari sangatlah luas, sehingga teori graf semakin berkembang. Banyak cabang ilmu pengetahuan yang menggunakan aplikasi teori graf diantaranya kimia, biologi, ilmu komputer, ekonomi dan lain-lain. Fatimah pada tahun 2016 melakukan penelitian untuk menentukan pola – pola graf terhubung berlabel berorde enam tanpa garis paralel dengan banyaknya garis ≥ 5 dan dapat dirumuskan secara umum, yaitu :

1. Untuk n= 6 ; g= 5 diperoleh rumus:

$$N(G_{n,m,l,5}) = 1296 \binom{m}{5}$$

2. Untuk n=6 ; g= 6 diperoleh rumus:

$$N(G_{n,m,l,6}) = 1980 \binom{m-1}{5}$$

3. Untuk n= 6; g= 7 diperoleh rumus:

$$N(G_{n,m,l,7}) = 3330 \binom{m-2}{5}$$

dengan

n = banyaknya titik pada graf

m = banyaknya garis pada graf

g = banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda (garis-garis yang menghubungkan pasangan titik yang sama dihitung satu)

Pada penelitian ini akan didiskusikan tentang penentuan banyaknya graf terhubung tanpa *loop* berorde enam dengan maksimal sepuluh garis paralel.

1.2 Tujuan Penelitan

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* dengan $n = 6$ serta $m \geq 5$ dan maksimal sepuluh garis paralel.

1.3 Manfaat Penelitian

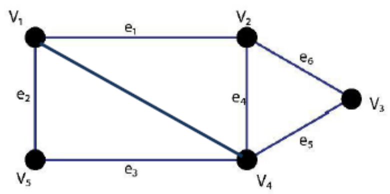
1. Memperluas pengetahuan pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf, yaitu tentang graf terhubung.
2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika dibidang teori graf.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diberikan beberapa definisi dan teorema yang berhubungan dengan penelitian yang akan dilakukan.

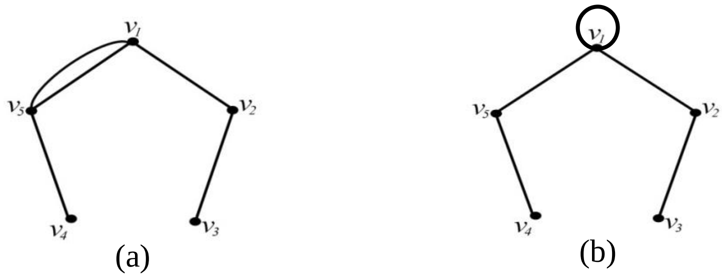
2.1. Konsep Dasar Teori Graf

Istilah-istilah dan definisi yang digunakan pada subbab ini merujuk dari Deo (1989). Graf $G = (V, E)$ didefinisikan sebagai pasangan tak terurut suatu himpunan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots\}$ merupakan himpunan titik, $V(G) \neq \emptyset$, dan $E(G) = \{e_1, e_2, \ldots\}$ merupakan himpunan sisi atau garis dari pasangan tak terurut $V(G)$.



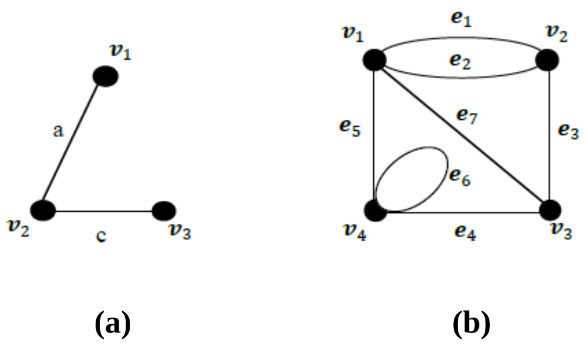
Gambar 2.1. Graf dengan 5 titik dan 7 sisi

Suatu sisi atau garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan titik-titik yang sama. Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat *loop* atau garis paralel, sedangkan jika memuat *loop* atau garis paralel, maka disebut graf tak sederhana.



Gambar 2.2 (a) Graf dengan garis paralel (b) Graf dengan *loop*

Pada Gambar 2.3 dapat dilihat bahwa gambar (a) merupakan contoh graf sederhana dengan tiga titik dan dua garis, sedangkan gambar (b) merupakan graf tidak sederhana dengan *loop* e_6 dan garis paralel e_1 dan e_2. Misalkan v_j merupakan titik ujung sisi e_j pada suatu graf *G*, v_j dan e_j dikatakan *incidence* (menempel) satu sama lain. Dua sisi tak paralel dikatakan *adjacent* (bertetangga) jika keduanya menempel pada suatu titik yang sama. Dua titik dikatakan *adjacent* (bertetangga) jika terdapat garis yang menghubungkan keduanya.

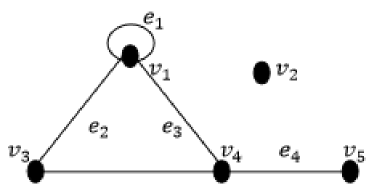


Gambar 2.3 (a) Graf Sederhana (b) Graf tidak sederhana

Misalkan pada Gambar 2.3 (a) garis a menempel pada titik v_1 dan titik v_2, dan garis c menempel pada titik v_2 dan v_3. Titik v_1 bertetangga dengan titik v_2, titik v_2 bertetangga dengan v_1 dan v_3, serta titik v_3 bertetangga dengan v_2.

Walk adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *closed walk*. *Walk* yang melewati titik yang berbeda-beda disebut sebagai *path* (lintasan). *Path* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle*. Suatu graf *G* disebut graf terhubung (*connected graph*) jika terdapat sekurang-kurangnya ada satu *path* yang menghubungkan sepasang titik di *G*. Suatu graf tidak terhubung *G* merupakan graf yang terdiri dari dua atau lebih graf terhubung.

Derajat (*degree*) dari suatu titik *v* pada graf G dinotasikan *deg(v)*, adalah banyaknya garis yang menempel pada titik *v* dengan *loop* terhitung dua. Untuk contoh dapat dilihat pada Gambar 2.4 bahwa *deg*(v_1) = 4, *deg*(v_2) = 0, dan deg(v_5) = 1.



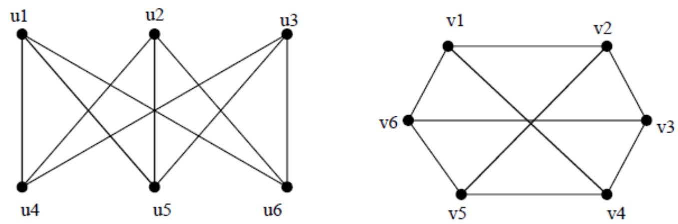
Gambar 2.4 Graf dengan 1 titik terasing dan 1 titik *pendant*

Titik terasing merupakan titik yang memiliki derajat nol, sedangkan titik *pendant* (daun) adalah titik yang memiliki derajat satu.

Dua graf dikatakan ekuivalen (dan disebut isomorfis) jika keduanya memiliki ciri-ciri yang sama pada istilah dalam teori graf. Dua graf *G* dan *G'* dikatakan isomorfis jika ada korespondensi 1-1 antara *vertex* pada kedua graf tersebut dan antara *edge* keduanya sehingga jika sisi *e* bersisian dengan titik *u* dan *v* pada *G* maka sisi *e*' pada *G'* juga bersisian dengan simpul *u*' dan *v*'. Dua graf isomorfis harus memiliki

1. Jumlah *vertex* yang sama.
2. Jumlah *edge* yang sama.
3. Mempunyai jumlah *vertex* yang sama berderajat tertentu

Perlu diperhatikan bahwa dua graf yang mempunyai sifat 1 sampai dengan 3, belum tentu kedua graf tersebut isomorfis.



Gambar 2.5 Contoh graf yang saling isomorfis

2.2 Konsep Dasar Barisan

Barisan merupakan suatu fungsi yang semua domainnya merupakan bilangan bulat positif (Rosen, 2012).

Secara umum, barisan dinotasikan sebagai berikut :

$$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_{m+n}$$

Barisan yang sering digunakan adalah barisan aritmatika dan barisan geometri. Barisan aritmatika adalah barisan yang berbentuk $a, a+d, a+2d, \ldots, a+nd, \ldots$, dengan a dan d adalah bilangan riil, dimana d merupakan beda. Barisan yang memiliki pola $a, ar, ar^2, \ldots, ar^n$ dengan a dan r adalah bilangan riil dimana r merupakan rasio (beda) disebut barisan geometri (Rosen, 2012).

Secara umum barisan bilangan dapat dinotasikan dengan $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_n)$. Beda dari suku yang berurutan adalah selisih tiap dua suku yang berurutan. Misalkan suatu barisan $(a_n) = (3, 4, 8, 15, 25, 38, \ldots)$. Selisih setiap suku yang berurutan sebagai berikut :

a_n	3	4	8	15	25	38	…
b_n		1	4	7	10	13	…
Beda			3	3	3	3	3

Jika diperhatikan barisan (a_n) tingkat dua menghasilkan barisan (b_n) tingkat satu sebagai barisan aritmatika yang memiliki beda hasil = 3. Sehingga (a_n) di-namakan barisan aritmatika tingkat dua (Imail, 2012).

2.3. Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Berikut ini ditentukan beberapa konsep dasar teknik pencacahan, antara lain:

1. Faktorisasi

Hasil kali semua bilangan bulat antara n sampai 1 didefinisikan sebagai besaran n! sering di sebut n faktorial, dan dinotasikan dengan

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots 1$$

(Ayres dan Schmidt, 2004)

2. Permutasi

Permutasi *r* objek dari *n* objek adalah suatu urutan *r* objek yang diambil dari *n* objek yang berbeda yang dapat dibentuk. Secara umum, permutasi *r* objek dari *n* buah objek dapat dihitung dengan persamaan

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Jika $r = n$, maka persamaan menjadi

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

$P(n,n)$ sering disebut permutasi *n* objek karena permutasi tersebut menyusun keseluruhan objek yang ada (Siang, 2002).

3. Kombinasi

Misalkan himpunan S memiliki $|S| = n$ elemen. Banyaknya himpunan bagian S yang terdiri dari r $(r \leq n)$ disebut kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sekaligus. Simbolnya adalah $\binom{n}{r}$ atau C(n,r) atau $_{n}C_{r}$. Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dinyatakan dalam persamaan

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} .$$

Dalam himpunan bagian yang dipilih, urutan kemunculan anggotanya tidaklah diperhatikan. Hal yang diperhatikan adalah objek yang muncul.

4. *Cramer's Rule*

Metode berikut memberikan rumus untuk solusi dari sistem linear tertentu dengan *n* persamaan dan *n* faktor yang tidak diketahui (Anton dan Rorres, 2005). Jika *Ax* = *b* adalah suatu sistem dari *n* persamaan linear dengan *n* faktor yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga $\det(A) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

dimana A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke-*j* dari *A* dengan entri-entri pada matriks *b*= $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix}$, dengan *j*= 1,2,….,*n*.

5. Barisan Aritmatika Tingkat Tinggi

Barisan aritmatika tingkat ke-p adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama setiap suku berurutannya setelah p tingkatan. Tingkatan pada barisan aritmatika akan menghasilkan persamaan dengan pangkat tertingginya adalah p. Pangkat tertinggi dari suatu persamaan merupakan orde dari persamaan tersebut.

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinomial pada deret aritmatika orde ke- p adalah

$$P_p(m) = a_p m^p + a_{p-1} m^{p-1} + a_{p-2} m^{p-2} + \cdots + a_2 m^2 + a_1 m + a_0$$

Dengan koefisien tertentu $a_1, a_2, a_3, \dots , a_{p-1}, a_p, a_{p+1}$. Polinom ini memiliki derajat sebesar p, jika koefisien penentunya $a_1 \neq 0$ (Conte dan de Boor, 1980).

III. METODE PENELITIAN

3.1. Penelitian yang Telah Dilakukan Berkaitan dengan Perhitungan Graf

a) Penelitian yang dilakukan oleh Agnarsson dan Raymond (2007)

Diberikan $n, m \in \mathbb{N}$ dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$

1. Graf g_n dengan n sebagai titiknya merupakan graf sederhana, maka banyaknya graf g_n adalah :

$$g_n = 2^{\binom{n}{2}}$$

2. Graf g_n (m) dari graf sederhana yang memiliki n titik dan m garis, maka banyaknya graf g_n adalah :

$$g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m}$$

Diberikan $n, m \in \mathbb{N}$. Graf g_n (m) tidak memiliki *loop* dimana n sebagai titik dan m sebagai garis, maka banyaknya graf g_n (m) adalah :

$$g_n(m) = \binom{m + \binom{n}{2} - 1}{m}$$

b) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana, dkk. (2016) tentang graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 5$ dan $m \geq 1$ dapat dirumuskan secara umum, yaitu :

$$N(G'_{5,m}) = N(G'_{5,m}) + \sum_{g=1}^{6} N(G'_{5,m,g})$$

$$= \binom{m+4}{4} + N(G'_{5,m,1}) + N(G'_{5,m,2}) + N(G'_{5,m,3}) + N(G'_{5,m,4})$$

$$+ N(G'_{5,m,5}) + N(G'_{5,m,6})$$

$$= \binom{m+4}{4} + 10\binom{m+3}{4} + 45 \times \binom{m+2}{4} + 120 \times \binom{m+1}{4} + 85 \times \binom{m}{4}$$

$$+30 \times \binom{m-1}{4} + 5 \times \binom{m-2}{4}$$

dengan :

$N(G'_{5,m})$ = Jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m \geq 1$.

c) Penelitian yang dilakukan oleh Amanto, dkk. (2017) menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat dengan hasil sebagai berikut :

$$N(G'_{4,m,g_i}) = N(G'_{4,m,g_0}) + N(G'_{4,m,g_1}) + N(G'_{4,m,g_2}) + N(G'_{4,m,g_3})$$

$$N(G'_{4,m,g_i}) = \binom{m+3}{3} + \frac{3}{2}m\binom{m+3}{3} + 15\binom{m+3}{5} + 4\binom{m+3}{6}$$

dengan :

n = banyaknya titik

m = banyaknya garis

g_i = banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu

$i = 0,1,2,3$

$G'_{n,m,g_i} =$ graf tak terhubung berlabel dengan garis paralel atau *loop* dengan *n* titik, *m* garis, dan g_i = banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada tahun ajaran 2018/2019 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah – langkah yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi pustaka yang berhubungan dengan graf.
2. Menentukan banyaknya titik dan garis yang akan dicari untuk graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* berorde enam dengan maksimal sepuluh garis paralel.
3. Menggambar graf terhubung tanpa *loop* dengan maksimal sepuluh garis paralel dengan *n* adalah banyaknya titik dan *m* adalah banyaknya garis.
4. Mengelompokkan graf terhubung untuk *n* titik dan *m* garis yang sama.
5. Menghitung jumlah graf terhubung untuk setiap *n* titik dan *m* garis.

6. Menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya graf yang dapat dibentuk dari *n* titik dan *m* garis.
7. Menentukan rumus secara umum untuk menghitung jumlah graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* berorde enam dengan maksimal sepuluh garis paralel untuk *n* titik dan *m* garis.
8. Membuktikan rumus yang terbentuk.
9. Menarik kesimpulan.

V. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil observasi dari graf terhubung berlabel titik tanpa *loop* berorde enam dengan maksimal sepuluh garis paralel, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk n=6 ; t=5 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,5}) = 1296 \times C_4^{(m-1)}$$

2. Untuk n=6 ; t=6 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,6}) = 1980 \times C_5^{(m-1)}$$

3. Untuk n=6 ; t=7 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,7}) = 3330 \times C_6^{(m-1)}$$

4. Untuk n=6 ; t=8 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,8}) = 4620 \times C_7^{(m-1)}$$

5. Untuk n=6 ; t=9 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,9}) = 6660 \times C_8^{(m-1)}$$

6. Untuk n=6 ; t=10 diperoleh rumus:

   $$N(G_{6,m,10}) = 2640 \times C_9^{(m-1)}$$

7. Untuk n=6 ; t=11 diperoleh rumus:

$$N(G_{6,m,11}) = 1155 \times C_{10}^{(m-1)}$$

8. Untuk n=6 ; t=12 diperoleh rumus:

$$N(G_{6,m,12}) = 420 \times C_{11}^{(m-1)}$$

9. Untuk n=6 ; t=13 diperoleh rumus:

$$N(G_{6,m,13}) = 150 \times C_{12}^{(m-1)}$$

10. Untuk n=6 ; t=14 diperoleh rumus:

$$N(G_{6,m,14}) = 15 \times C_{13}^{(m-1)}$$

11. Untuk n=6 ; t=15 diperoleh rumus:

$$N(G_{6,m,15}) = 1 \times C_{14}^{(m-1)}$$

dengan :

$N(G_{n,m,t}) =$ banyaknya graf terhubung berlabel titik dengan garis paralel berorde n dengan m garis dan t adalah banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda.

5.2 Saran

Penelitian dapat dilanjutkan untuk menentukan rumus umum jumlah graf terhubung berlabel titik berorde lebih besar dari enam tanpa *loop*.

DAFTAR PUSTAKA

Agnarsson, G. and Raymond, G. 2007. *Graph Theory Modelling, Application, and Algorithms*. Pearson/Prentice Education, Inc., New Jersey.

Amanto, Wamiliana, Mustofa Usman, dan Reni Permata Sari, 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Laeblled Graph with Order Maksimal Four. *Science International*, Vol.29, No.6, Hal. 1181-1186.

Anton, Howard and Chris Rorres. 2005. *Aljabar Linier Elementer edisi 8.* Erlangga, Jakarta.

Ayres, Frank J.R, dan Philip A.Schmidt. 2004. *Matematika Universitas*. Erlangga, Jakarta.

Conte, S.D. and Carl de Boor. 1980. *Dasar-dasar analisis numerik suatu pendekatan algoritma*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science*. Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi.

Fatimah, Siti. 2016. Penentuan Pola-Pola Graf Terhubung Berlabel Berorde Enam Tanpa Garis Paralel Dengan Banyaknya Garis ≥ 5 . Skripsi, Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Imail, S. 2012. Suku Ke-n Barisan Aritmatika Tingkat Dua, Tiga dan Empat dengan Pendekatan Akar Karakteristik. Respository.ung.ac.id/get/karyailmiah.pdf. Diakses Tanggal 31 Juli 2018, pukul 19.00 WIB.

Rosen, K.H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Applications,* Seventh Edition. McGraw-Hill, New York. USA.

Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada ilmu Komputer.* Andi Offset. Yogyakarta.

Wamiliana, Amanto, dan Grita Tumpi N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol.1, No.1, eISSN. Page 4-7.