

**DINAMIKA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT
MALARIA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN SIKLUS HIDUP
NYAMUK DAN MASA INKUBASI**

Tesis

Oleh:

DEWI RAKHMATIA NUR



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

ABSTRAK

DINAMIKA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN SIKLUS HIDUP NYAMUK DAN MASA INKUBASI

Oleh

DEWI RAKHMATIA NUR

Penyakit malaria adalah penyakit menular yang disebabkan oleh *Plasmodium* yang berkembang biak dalam sel darah merah manusia yang ditularkan oleh gigitan nyamuk *Anopheles* betina. Penyebaran penyakit malaria dimodelkan dengan persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial waktu tunda. Variabel-variabel yang digunakan untuk manusia ($s_H, e^s_H, e^l_H, i_H, r_H$) dan untuk nyamuk (E, L, s_M, e_M, i_M). Dengan menggunakan data yang ada dilakukan simulasi di bawah asumsi tertentu untuk melihat profil dinamik dari masing-masing variabel. Dari hasil pengujian secara numerik diperoleh bahwa perubahan nilai beberapa parameter mempengaruhi peningkatan laju manusia terinfeksi sehingga mengakibatkan perubahan laju kestabilan. Artinya adanya perubahan nilai parameter terkait akan mempengaruhi kecepatan kestabilan pada keadaan endemik penyakit.

Kata Kunci: Malaria, Persamaan Diferensial Biasa, Persamaan Diferensial Waktu Tunda.

ABSTRACT

DYNAMICS OF MATHEMATICAL MODEL OF MALARIA DISEASE CONSIDERING MOSQUITO LIFE CYCLE AND INCUBATION PERIOD

By

DEWI RAKHMATIA NUR

Malaria is an infectious disease caused by *Plasmodium* that breeds in human red blood cells and is transmitted by the bite of a female *Anopheles* mosquito. The spread of malaria is modeled by ordinary differential equations and time delay differential equations. The variables used for humans ($s_H, e^s_H, e^l_H, i_H, r_H$) and for mosquitoes (E, L, s_M, e_M, i_M). By using the existing data, simulations are carried out under certain assumptions to see the dynamic profile of each variable. From the results of numerical testing, it is found that changes in the values of several parameters affect the increase in the rate of infected humans, resulting in a decrease in the rate of stability. This means that a change in the value of the related parameter will affect the speed of stability in the endemic state of the disease.

Keyword: Malaria, Ordinary Differential Equations, Time Delay Differential Equations.

**DINAMIKA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT
MALARIA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN SIKLUS HIDUP
NYAMUK DAN MASA INKUBASI**

Oleh

DEWI RAKHMATIA NUR

Tesis

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
MAGISTER MATEMATIKA

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

Judul Tesis : **DINAMIKA MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN
MEMPERTIMBANGKAN SIKLUS HIDUP
NYAMUK DAN MASA INKUBASI**

Nama Mahasiswa : **Dewi Rakhmatia Nur**

No. Pokok Mahasiswa : 1727031005

Program Studi : Magister Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



1. Komisi Pembimbing

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Aang Nuryaman'.

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'La Zakaria'.

Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP 19690213 199402 1 001

2. Ketua Program Studi Magister Matematika

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Asmiati'.

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

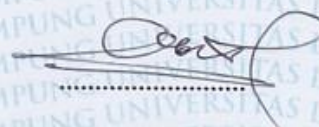
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.



Sekretaris : Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.



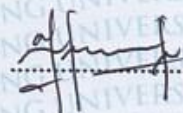
Penguji

Bukan Pembimbing a : Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.



a.n.

b : Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.



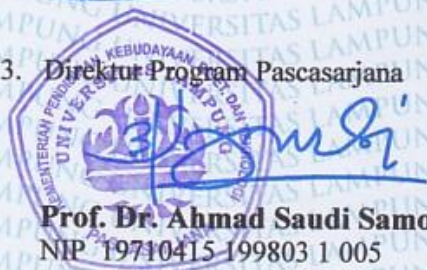
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Surtipto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.

NIP. 19740705 200003 1 001

3. Direktur Program Pascasarjana



Prof. Dr. Ahmad Saudi Samosir, S.T., M.T.

NIP. 19710415 199803 1 005

4. Tanggal Lulus Ujian : 03 Agustus 2021

PERNYATAAN TESIS MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Dewi Rakhmatia Nur**
Nomor Pokok Mahasiswa : **1727031005**
Judul Tesis : **Dinamika Model Matematika Penyebaran Penyakit Malaria dengan Mempertimbangkan Siklus Hidup Nyamuk dan Masa Inkubasi**
Program Studi : **Magister Matematika**
Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari bahwa tesis ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Juli 2021



Dewi Rakhmatia Nur
NPM. 1727031005

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 04 Agustus 1994. Penulis merupakan anak kedua dari tiga bersaudara, dari pasangan bapak Nurlistiano dan ibu Turminah,

Penulis telah menyelesaikan pendidikan dasar di SD Negeri 3 Perumnas Way Kandis, Bandar Lampung pada tahun 2006. Pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 21 Bandar Lampung pada tahun 2009. Pendidikan menengah atas di MAN 1 Bandar Lampung pada tahun 2012. Melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi Strata 1 (S1) di Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan pada tahun 2016.

Penulis melanjutkan pendidikan pasca sarjana (S2) di perguruan tinggi dan terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun 2017

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pemodelan Matematika.....	4
2.2 Persamaan Diferensial.....	4
2.3 Persamaan Diferensial Waktu Tunda.....	7
2.4 Model Epidemi SEIR	7
2.4.1 Definisi Model Epidemi SEIR.....	7
2.4.2 Transformasi Model Epidemi SEIR	8
2.4.3 Modifikasi Model Epidemi SEIR	10
2.5 Persamaan Logistik	12
III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	13
3.2 Model Penelitian	13
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Model Deskripsi Malaria.....	15
4.2 Model Penyebaran Penyakit Malaria dengan Persamaan Diferensial Biasa.....	18
4.3 Model Penyebaran Penyakit Malaria dengan Persamaan Diferensial Waktu Tunda.....	20
4.4 Simulasi Kedua Model Persamaan	21
4.4.1 Simulasi Model dalam Keadaan Bebas Penyakit	21
4.4.2 Simulasi Model dalam Keadaan Endemik Penyakit.....	23

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1. Parameter Model	8
Tabel 2. Parameter Modifikasi Model SEIR	10
Tabel 3. Variabel yang digunakan.....	16
Tabel 4. Parameter yang digunakan	17
Tabel 5. Nilai Parameter untuk Simulasi Model	22
Tabel 6. Parameter yang divariasikan	23

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. Diagram Transfer Model Epidemi <i>SEIR</i>	8
Gambar 2. Diagram Transfer Model Epidemi <i>SEIR</i> dan <i>SEI</i>	11
Gambar 3. Diagram Deskripsi Malaria dengan Model Epidemi <i>SEIR</i> dan <i>ELSEI</i>	15
Gambar 4. Grafik Model Persamaan Diferensial Biasa dengan Parameter $a = b_h = c$ adalah sama, m , α_s , dan α_l berbeda	24
Gambar 5. Grafik Model Persamaan Diferensial Biasa dengan Parameter a, b_h, c adalah berbeda	25
Gambar 6. Grafik Model Persamaan Diferensial Biasa (kiri) dan Persamaan Diferensial Waktu Tunda (kanan) dengan $\tau = 10$, $a = b_h = c = 0,3$	26
Gambar 7. Grafik Dua Model Persamaan Diferensial Biasa dengan Semua Nilai Parameter	27

SANWACANA

Dengan mengucapkan *Alhamdulillah* penulis panjatkan Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala Rahmat dan karunianya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “DINAMIKA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN SIKLUS HIDUP NYAMUK DAN MASA INKUBASI”. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Matematika (M.Mat.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih banyak kepada :

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si, M.Si., selaku pembimbing utama dan pembimbing akademik yang senantiasa membimbing dan memberikan arahan kepada penulis.
2. Bapak Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc., selaku pembimbing kedua yang senantiasa dengan sabar memberikan arahan dan saran kepada penulis.
3. Ibu Prof.Dra. Wamiliana, M.A.,Ph.D., dan Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku penguji yang telah memberikan kritik dan sarannya dalam menyelesaikan tesis ini.
4. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Prodi S2 Matematika Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam.

5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Seluruh dosen, staf dan karyawan jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Bapak Dr.Eng. Suropto Dwi Yuwono, S.Si., M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
8. Abah Nurlistianto dan umi Turminah tercinta yang senantiasa mendoakan kesuksesan penulis.
9. Suami Hariyanto Sakti serta Anak-anakku tersayang Ahmad Qiyas Al Muwaffaq dan Muhammad Qolbun Al Karim yang selalu memberikan semangat kepada penulis.
10. Kakak Nur Muhammad Ramadhan Apriansyah dan adik Ahmad Nuril Fauzan yang selaku memberikan dukungan dan doanya.
11. Sahabat seperjuangan S2 angkatan 2017 (Riyama, Hanna, Raeni, Wulan, Dhani, Umi, Rafli dan Aldino) yang selalu memberikan semangat dan dukungan.
12. Kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan tesis ini.

Bandar lampung, Agustus 2021
Penulis

Dewi Rakhmatia Nur

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Malaria adalah penyakit menular yang disebabkan oleh *Plasmodium* yang berkembang biak dalam sel darah merah manusia yang ditularkan oleh gigitan nyamuk *Anopheles* betina. Waktu antara gigitan nyamuk dan pelepasan parasit disebut masa inkubasi. Masa inkubasi dibedakan menjadi dua, yaitu masa inkubasi instrinsik dan masa inkubasi ekstrinsik. Masa inkubasi instrinsik adalah rentang waktu *sporozoit* masuk ke tubuh manusia sampai mengalami gejala awal yaitu demam. Masa inkubasi ekstrinsik adalah rentang waktu siklus *sporogoni* (siklus terbentuknya *sporozoit* dalam tubuh nyamuk). Masa inkubasi malaria berkisar antara 8-40 hari sesuai jenis *Plasmodium* dan suhu lingkungannya.

Menurut laporan Badan Kesehatan Dunia (WHO) tahun 2015, terdapat 3,2 miliar manusia yang beresiko terinfeksi dan 2,4 juta kasus baru terdeteksi dengan 438.000 kasus kematian. Morbiditas malaria pada suatu wilayah ditentukan dengan *Annual Parasite Incidence* (API) yang merupakan jumlah kasus positif malaria per 1000 penduduk dalam satu tahun. Tren API secara nasional pada tahun 2011 hingga 2015 mengalami penurunan. Hal ini menunjukkan keberhasilan program pengendalian malaria yang dilakukan oleh pemerintah pusat, daerah, masyarakat, dan mitra yang terkait.

Karena dalam menangani penyebaran malaria ini diperlukan biaya yang cukup banyak, terdapat beberapa peneliti mengkaji penanganan malaria melalui upaya ilmiah dengan pendekatan model matematika. Model penularan malaria yang pertama dikembangkan oleh Ross (1911) dengan mengenalkan model dua dimensi deterministik, dengan peubah tak bebas berupa jumlah populasi manusia yang terinfeksi (I_h) dan populasi nyamuk yang terinfeksi (I_m). Kemudian Ngwa dan Shu (2000) melakukan modifikasi pada model dengan mengurangi jumlah nyamuk akan berpengaruh pada epidemiologi malaria di daerah transmisi dengan mempertimbangkan populasi manusia dan populasi nyamuk, dimana subpopulasi manusia terdiri dari sehat (S_h), laten (E_h), terinfeksi (I_h), dan sembuh (R_h), sedangkan subpopulasi nyamuk terdiri dari sehat (S_m), laten (E_m), dan terinfeksi (I_m). Selanjutnya, Mondaini (2013) mengkaji model penyebaran penyakit malaria dengan memperhitungkan masa inkubasi intrinsik variabel yang digunakan subpopulasi manusia (*SEIR*) (sehat, laten, terinfeksi dan sembuh) dan pada subpopulasi nyamuk (*SI*). Lalu Bakary, dkk (2017) melakukan permodelan penyebaran malaria dengan populasi vektor tersusun dan musim, dimana sub populasi manusia *SEIR* dan subpopulasi nyamuk dihitung dari telur (E), larva (L) dan nyamuk dewasa meliputi *SEI* (sehat, laten, dan terinfeksi).

Dalam penelitian ini, penulis akan mengkaji model penyebaran malaria dengan populasi manusia dan populasi nyamuk yang mempertimbangkan masa inkubasi intrinsik (masa inkubasi pendek dan masa inkubasi panjang). Dalam pemodelan matematika yang dilakukan populasi manusia dibagi kedalam 4 subpopulasi

yaitu S , E , I , dan R . Adapun populasi nyamuk dibagi kedalam 3 tahap yaitu telur (E), larva (L), dan nyamuk dewasa . Untuk nyamuk dewasa digunakan model SEI . Terkait dengan masa inkubasi, maka model matematika yang akan digunakan adalah berbentuk persamaan diferensial waktu tunda.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menentukan model matematika penyebaran penyakit malaria dengan masa inkubasi panjang dan masa inkubasi pendek.
2. Mendapatkan profil dinamik perilaku penyebaran penyakit malaria.
3. Mengintepretasikan profil dinamik perilaku penyebaran penyakit malaria.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dai penelitian ini, adalah sebagai berikut :

1. Diharapkan dapat menambah wawasan mengenai keterkaitan ilmu Matematika dan ilmu Biologi.
2. Dapat dijadikan sebagai salah satu referensi penelitian terhadap aplikasi persamaan diferensial biasa khususnya pada masalah penyebaran penyakit malaria.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) kedalam bagian matematika yang disebut dunia matematika. Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena lainnya (Cahyono, 2013).

2.2 Persamaan Diferensial

Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi yang dicari dan turunannya. Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial biasa jika fungsi yang tidak diketahui hanya terdiri dari satu variabel independen (Bronson dan Costa, 2007).

Tingkat (orde) persamaan diferensial adalah tingkat tertinggi dari derivatif yang terdapat dalam persamaan diferensial. Derajat dari suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dalam persamaan diferensial. Atas dasar pengertian di

atas, persamaan diferensial:

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = f(x); x \in \mathbb{R} \quad \text{dan} \quad y(x_0) = y_0 \quad (2.1)$$

$y'(x)$ adalah persamaan diferensial orde pertama dan berderajat satu. Permasalahan ini dikenal juga dengan sebutan masalah nilai awal (MNA). Solusi dari persamaan diferensial (2.1) adalah mencari sebuah fungsi $y(x)$ yang memenuhi $y'(x) = f(x)$ dan syarat awal $y(x_0) = y_0$ dengan y_0 sebuah konstanta. Variabel tak bebas adalah variabel yang nilainya bergantung pada nilai variabel bebas. Variabel bebaslah yang menentukan nilai variabel tak bebas dan bahkan sebaliknya. Huruf y sering dipakai sebagai lambang variabel tak bebas, sedangkan huruf x dan t digunakan sebagai variabel bebas. Diferensial variabel tak bebas dilakukan terhadap variabel bebasnya. Beberapa bentuk umum persamaan diferensial, yaitu:

1. Bentuk umum persamaan diferensial linear orde satu:

$$y' = py = r \quad (2.2)$$

p dan r adalah fungsi x atau konstanta dan tidak mengandung y .

2. Bentuk umum persamaan diferensial linier orde dua:

$$y'' + py' + qy = r \quad (2.3)$$

p, q dan r adalah fungsi x atau konstanta dan tidak mengandung y .

3. Bentuk umum persamaan diferensial linear orde ke n :

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = r \quad (2.4)$$

a dan r adalah fungsi x atau konstanta dan tidak mengandung y .

(Degeng, 2007)

2.3 Persamaan Diferensial Waktu Tunda

Persamaan diferensial waktu tunda adalah suatu persamaan diferensial fungsional yang sederhana dan lebih sering muncul dalam persoalan nyata. Hal ini berarti bahwa persamaan yang menyatakan beberapa turunan dari x pada waktu t , terdapat x dan turunan-turunannya yang lebih rendah pada waktu t , dan pada beberapa waktu sebelumnya ($t - \tau$), dengan τ menyatakan besaran tundaan waktu. Persamaan diferensial tundaan mempunyai bentuk sebagai berikut

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(t, x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_n)), \quad t \geq t_0 \quad (2.5)$$

$$x(t) = \varphi(t) \quad , \quad t \geq t_0$$

(Arizona dan Faud, 2014).

2.4 Model Epidemi SEIR

2.4.1 Definisi Model Epidemi SEIR

Di dalam model SEIR, populasi manusia dibagi menjadi empat yaitu, *susceptible* adalah individu yang rentan terinfeksi dinotasikan dengan S , *infected* adalah individu yang positif terinfeksi dinotasikan dengan I , *exposed* adalah individu yang bisa terinfeksi tapi belum positif terinfeksi (*laten*) dinotasikan dengan E dan *recovery* adalah individu yang kebal terhadap infeksi dinotasikan dengan R , yang masing-masing diberikan dengan bentuk S, E, I dan R , maka total populasi menjadi,

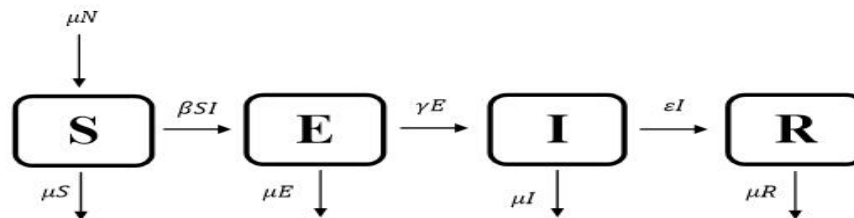
$$N = S + E + I + R \quad (2.6)$$

Tabel 1 mendefinisikan parameter yang digunakan dalam pemodelan matematika SEIR pada penyebaran penyakit yaitu sebagai berikut:

Tabel 1. Parameter Model

Parameter	Keterangan
γ	Laju infeksi dari individu <i>laten</i> menjadi terinfeksi
β	Laju infeksi dari individu rentan menjadi <i>laten</i>
e	Laju kesembuhan kesembuhan tiap individu yang terinfeksi
μ	Laju kelahiran dan kematian

Secara umum perubahan tersebut dapat dilihat pada diagram transfer berikut ini.



Gambar 1. Diagram Transfer Model Epidemi SEIR

Model persamaan diferensial utama dalam SEIR ini dirumuskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \epsilon I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \epsilon I - \mu R \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dengan populasi model pada persamaan (2.7) (Iswanto, 2012).

2.4.2 Transformasi Model Epidemi SEIR

Sistem (2.8) dapat disederhanakan dengan penskalaan yaitu mengubah sistem

(2.8) menjadi bentuk proporsi antara banyaknya individu dalam suatu subpopulasi dengan banyaknya populasi total. Penyederhanaan model ini digunakan untuk memudahkan dalam analisis yang akan dilakukan. Didefinisikan variabel baru yaitu proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelas adalah sebagai berikut

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, \quad i = \frac{I}{N}, \quad r = \frac{R}{N}$$

sehingga

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= \frac{1}{N} \frac{dS}{dt} - \frac{s}{N} \frac{dN}{dt} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1}{N} \frac{dE}{dt} - \frac{e}{N} \frac{dN}{dt} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{N} \frac{dI}{dt} - \frac{i}{N} \frac{dN}{dt} \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{1}{N} \frac{dR}{dt} - \frac{r}{N} \frac{dN}{dt} \end{aligned} \tag{2.8}$$

dengan

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} \tag{2.9}$$

diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \mu N - \mu(S + E + I + R) \\ \frac{dN}{dt} &= 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Dari Persamaan (2.7) dan sistem (2.8), (2.9) dan (2.10) diperoleh transformasi model yang lebih sederhana yaitu sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= \mu - \beta si - \mu s \\ \frac{de}{dt} &= \beta si - \gamma e - \mu e \\ \frac{di}{dt} &= \gamma e - ei - \mu e \end{aligned}$$

$$\frac{dR}{dt} = ei - \mu r \quad (2.11)$$

(Iswanto, 2012).

2.4.3. Modifikasi Model Epidemi SEIR

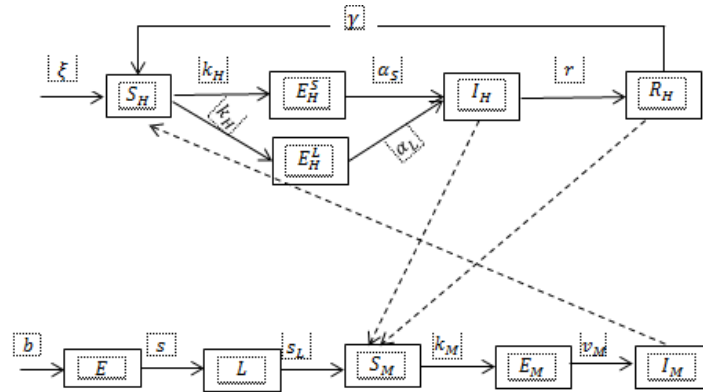
Di dalam modifikasi model *SEIR* ini untuk populasi manusia msih sama dengan model *SEIR* awalnya, hanya untuk populasi nyamuk dibagi menjadi 3 tahap yaitu telur (*E*), larva (*L*), dan nyamuk dewasa (*A*), dimana nyamuk dewasa dibagi menjadi tiga yaitu *susceptible* adalah individu yang rentan terinfeksi dinotasikan dengan *S*, *exposed* adalah individu yang bisa terinfeksi tapi belum positif terinfeksi (*laten*) dinotasikan dengan *E*, *infected* adalah individu yang positif terinfeksi dinotasikan dengan *I*, yang dapat membentuk model total populasi nyamuk menjadi

$$A = S + E + I \quad (2.12)$$

Tabel 2. Parameter Modifikasi Model SEIR

Parameter	Keterangan
b	Laju pertumbuhan telur nyamuk
μ	Laju nyamuk dewasa / kematian nyamuk
ξ	Laju kelahiran / kematian manusia
r	Laju manusia yang mendapatkan kekebalan.
ω	Laju manusia yang kehilangan kekebalan.
s	Laju pertumbuhan nyamuk dari telur ke larva.
s_L	Laju pertumbuhan nyamuk dari larva ke nyamuk dewasa.
v_M	Laju perpindahan nyamuk dari E_M to I_M .
$\alpha_s (\alpha_L)$	Laju masa inkubasi pendek (panjang) dari manusia laten ke manusia terinfeksi.
k_H	Laju infeksi dari nyamuk ke manusia laten
k_M	Laju infeksi dari manusia ke nyamuk laten

Secara umum perubahan tersebut dapat dilihat pada diagram transfer berikut ini



Gambar 2. Diagram transfer model epidemi modifikasi SEIR dan ELSEI

Model persamaan diferensial utama ini dirumuskan sebagai berikut

$$\frac{dE}{dt} = b \left(1 - \frac{E}{K_E}\right) A - s E - d E$$

$$\frac{dL}{dt} = s \left(1 - \frac{L}{K_L}\right) E - s_L L - d_L L$$

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda + \gamma R_h - (d_h + k_h) S_h$$

$$\frac{dE_h}{dt} = k_h S_h - (d_h + \alpha) E_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \alpha E_h - (d_h + d_p + r_h) I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = r_h I_h - (d_h + \gamma) R_h$$

$$\frac{dS_m}{dt} = s_L L - (d_m + k_m) S_m$$

$$\frac{dE_m}{dt} = k_m S_m - (v_m + d_m) E_m$$

$$\frac{dI_m}{dt} = v_m E_m - d_m I_m \tag{2.13}$$

Untuk pertumbuhan keseluruhan populasi manusia dan populasi nyamuk dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\frac{dN_h}{dt} = \Lambda - d_h N_h - d_p I_h$$

$$\frac{dA}{dt} = s_L L - d_m A \quad (2.14)$$

(Bakary, dkk 2017)

2.5 Persamaan Logistik

Misal N adalah ukuran populasi, $a(N)$ adalah laju kelahiran per kapita, dan $b(N)$ adalah laju kematian per kapita, $a(N)$ dan $b(N)$ adalah fungsi dari N . Perubahan ukuran populasi selama interval waktu Δt adalah:

$$\Delta N = N(t + \Delta t) - N(t) = a(N)\Delta t N - b(N)\Delta t N \quad (2.16)$$

Misal $\Delta t \rightarrow 0$ maka persamaan diferensialnya adalah:

$$\frac{dN}{dt} = (a(N) - b(N))N \quad (2.17)$$

dimana

$$(a(N) - b(N)) = r \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (2.18)$$

atau

$$\frac{dN}{dt} = r \left(1 - \frac{N}{K}\right) N \quad (2.19)$$

Dari persamaan diatas merupakan model pertumbuhan logistik dari waktu kontinu (Takasu, 2009).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil dan genap tahun akademik 2020/2021 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. Menentukan model deskripsi untuk transmisi dari *Plasmodium* malaria, dengan menggunakan model SEIR untuk populasi manusia dan siklus hidup nyamuk yakni telur, larva dan nyamuk dewasa dengan model SEI untuk populasi nyamuk.
2. Menentukan model penyebaran penyakit malaria menggunakan persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial waktu tunda.
4. Setelah diperoleh model sistem dari penyebaran penyakit malaria dengan persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial waktu tunda, maka akan dilakukan pengujian model, sehingga dapat diketahui endemik penyakit dari kedua model.

5. Menginterpretasikan model persamaan differensial biasa dan persamaan differensial waktu tunda.

V. KESIMPULAN

Pada penelitian ini telah dikaji penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial waktu tunda. Dari hasil uji kestabilan endemik penyakit diperoleh dua kestabilan yaitu, pada saat keadaan bebas penyakit dan keadaan endemik penyakit.

Dari hasil simulasi kedua model diperoleh bahwa perubahan beberapa nilai parameter mempengaruhi peningkatan laju manusia terinfeksi sehingga mengakibatkan perubahan laju endemik penyakit. Dalam simulasi numerik diberikan nilai laju gigitan nyamuk, laju penyebaran penyakit, laju masa inkubasi panjang dan laju masa inkubasi pendek yang berbeda, berpengaruh terhadap laju proporsi manusia terinfeksi. Artinya adanya perubahan nilai parameter terkait akan mempengaruhi keadaan endemik penyakit. Jika beberapa nilai parameter ditekan, maka akan mengakibatkan endemik penyakit yang cenderung menurun atau berada pada keadaan bebas penyakit.

DAFTAR PUSTAKA

- Arizona, P.Z. dan Faud, Y. 2014. Analisis Stabilitas Model Sel Imun-Tumor dengan Tundaan Waktu. Math Unesa.
- Bakary.T, S. Boureima, and T. Sado. 2017. "A Mathematical Model of Malaria Transmission with Structured vector Ppulation and Seasonality." *Journal of Applied mathematics*, vol 2017. Article ID 6754097, hal 15.
- Bronson, R. dan Costa, G. 2003. *Persamaan Diferensial*. Jakarta : Penerbit Erlangga
- Cahyono, E. 2013. *Pemodelan Matematika*. Yogyakarta : Penerbit Graha Ilmu.
- Degeng, I. W. 2007. *Kalkulus Lanjut Persamaan Diferensial dan Aplikasinya*. Yogyakarta. Penerbit Graha Ilmu.
- Ngwa G.A. and Shu W.S. 2000 "A mathematical model for endemic malaria with variable human and mosquito populations," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 32, no. 7-8, pp747-763
- Iswanto,R.J. 2012 *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Penerbit Graha Ilmu.
- Mondaini, R. P. 2013. "Modelling Malaria Dynamis in Temperate Regions with Long Term Incubation Period". *International Symposium on Mathmatical and Computational*. hal: 263-285.
- Ross.R, *the preventon of malaria*, London, John Murray, 1911.
- Takasu, F. 2009. Lecture 9: Logic Grwth Models, Dept. Information and Computer Sciences, Nara Womens University.