MODEL VARMA-GARCH DALAM PEMODELAN DATA *RETURN* SAHAM PERUSAHAAN ENERGI

(TESIS)

Oleh

YOLLANDA DWI PERMATASARI

PROGRAM PASCASARJANA MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

ABSTRAK

MODEL VARMA-GARCH DALAM PEMODELAN DATA *RETURN* SAHAM PERUSAHAAN ENERGI

Oleh

Yollanda Dwi Permatasari

Model VARMA GARCH sebagai salah satu pemodelan *multivariate time series* digunakan untuk memodelkan variabel – variabel ekonomi khususnya pada data harga saham dengan ciri volatilitas tinggi yang mengakibatkan ragam yang bersifat heterogen. Dalam investasi saham pengamatan naik turunnya harga saham haruslah menjadi acuan bagi para investor, hal inilah yang disebut nilai volatilitas, semakin tinggi volatilitas semakin tinggi pula tingkat ketidakpastian dari hasil saham yang diperoleh. Model VARMA-GARCH memiliki kelebihan yaitu dapat memodelkan gabungan dari rata-rata dan varians bersyarat. Tujuan dari penelitian ini adalah memformulasikan model data multivariat *return* saham perusahaan energi dengan pendekatan VARMA-GARCH serta menerapkan model VARMA-GARCH pada studi kasus untuk mendapatkan model terbaik dan memprediksi atau meramalkannya pada periode selanjutnya. Berdasarkan hasil analisis, diperoleh bahwa model terbaik adalah VARMA(2,1) – GARCH(1,1). Hasil ramalan 20 periode berikutnya cukup baik dan semua nilai berada di dalam interval konfidensi 95%.

Kata kunci: Multivariat Deret Waktu, Volatilitas, VARMA-GARCH.

ABSTRACT

VARMA-GARCH MODEL IN DATA *RETURN* MODEL ENERGY COMPANY SHARE

By

Yollanda Dwi Permatasari

The VARMA GARCH model as one of the multivariate time series modeling is used to model economic variables, especially in stock price data with high volatility characteristics resulting in heterogeneous variance. In stock investment, the observation of the ups and downs of stock prices must be a reference for investors, this is called the value of volatility, the higher the volatility, the higher the level of uncertainty of the stock results obtained. The VARMA-GARCH model has the advantage that it can model a combination of the average and conditional variance. The purpose of this study is to formulate a multivariate time series data model an the stock returns data sav of energy companies with the VARMA-GARCH approach and apply the VARMA-GARCH model to the case study to obtain the best model and predict or predict it in the next period. Based on the results of the analysis, it is found that the best model is VARMA(2,1) – GARCH(1,1). The forecast results for the next 20 periods are quite good and all values are within the 95% confidence interval.

Keywords: Multivariate Time Series, Volatility, VARMA-GARCH.

MODEL VARMA-GARCH DALAM PEMODELAN DATA *RETURN* SAHAM PERUSAHAAN ENERGI

Oleh

YOLLANDA DWI PERMATASARI

TESIS

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
MAGISTER MATEMATIKA

Pada

Program Pascasarjana Magister Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

PROGRAM PASCASARJANA MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

Judul Tesis	:	**MODEL VARMA-GARCH DALAM PEMODELAN DATA *RETURN* SAHAM PERUSAHAAN ENERGI**
Nama Mahasiswa	:	*Yollanda Dwi Permatasari*
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1927031015
Program Studi	:	Magister Matematika
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.
NIP. 19570101 198403 1 020

Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.
NIP. 19740726 200003 2 001

2. Ketua Program Studi Magister Matematika

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP. 19760411 200012 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D** ....

Sekertaris : **Dr. Khoirin Nisa, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing a : **Warsono, Ph.D.** ....

b : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono
NIP. 19740705200003 1 001

3. Direktur Program Pascasarjana

Prof. Dr. Ir. Ahmad Saudi Samosir, S.T., M.T.
NIP. 197104151998031005

Tanggal Lulus Ujian Tesis : **07 Juli 2021**

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Yollanda Dwi Permatasari
Nomor Pokok Mahasiswa	:1927031015
Program Studi	: Magister Matematika
Jurusan	: Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa tesis saya yang berjudul **"MODEL VARMA-GARCH DALAM PEMODELAN DATA *RETURN* SAHAM PERUSAHAAN ENERGI"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan dalam tesis ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa tesis ini merupakan hasil ,salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 07 Juli 2021

Penulis

Yollanda Dwi Permatasari
NPM. 1927031015

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Yollanda Dwi Permatasari, anak kedua dari delapan bersaudara dari pasangan Bapak Mazlan, A.md. dan Ibu Eva Gemiarsih. Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 11 Februari 1998.

Penulis menyelesaikan pendidikan di Sekolah Dasar Negeri 3 Perumnas Way Kandis pada tahun 2008, Sekolah Menengah Pertama Negeri 21 Bandar Lampung pada tahun 2011, dan Sekolah Menengah Atas Arjuna Bandar Lampung pada tahun 2014. Pada tahun 2014 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Selama menempuh pendidikan S1 penulis merupakan salah satu mahasiswa penerima beasiswa Bidik Misi. Penulis lulus dari program studi Sarjana Matematika pada tahun 2019 dengan predikat Sangat Memuaskan. Pada tahun yang sama penulis di terima sebagai mahasiswa program studi Magister Matematika melalui jalur Penerimaan Mahasiswa Baru Program Pascasarjana Universitas Lampung.

KATA INSPIRASI

"…Dan sesungguhnya Allah ilmu Nya benar-benar meliputi segala sesuatu"

(Q.S. At Talaq :12)

"…Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri…"

(Q.S. Ar Ra'd :11)

"Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?"

(Q.S. Ar Rahman :13)

"Life is tough, and things don't always work out well, but we should be brave and go on with our lives"

(BTS, SUGA)

"Forget what hurt you, but never forget what it taught you"

(BTS, V)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT penulis persembahkan karya sederhana ini untuk :

Orang Tua Tercinta yang telah menjadi motivasi terbesar selama ini.

Kakak dan Adik-adik penulis yang menjadi penyemangat penulis.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dalam mengarahkan dan membimbing penulis.

Sahabat-sahabat yang selalu memberi semangat, motivasi dan doa kepada penulis.

Almamater tercinta.

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul “Model VARMA-GARCH dalam Pemodelan Data *Return* Saham Perusahaan Energi” dengan baik dan tepat pada waktunya.

Penulis menyadari bahwa tesis ini dapat terselesaikan dengan baik karena dukungan, bimbingan, saran, serta do’a dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku dosen pembimbing satu yang memberikan motivasi, bimbingan, pengarahan, dan saran kepada penulis dalam menyelesaikan tesis.
2. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si selaku pembimbing kedua yang memberikan saran, solusi serta pembelajaran yang sangat bermanfaat bagi penulis.
3. Bapak Warsono, Ph.D. selaku pembahas dan penguji tesis yang telah memberikan evaluasi, arahan dan saran demi perbaikan tesis.
4. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku pembahas dua dan pembimbing akademik yang telah memberikan evaluasi, arahan dan saran demi perbaikan tesis.
5. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T.. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Bapak Prof. Dr. Ir. Ahmad Saudi Samosir, S.T., M.T. selaku Direktur Program Pascasarjana Universitas Lampung.

9. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
10. Orang tua tercinta yang tak pernah berhenti melantunkan doa, selalu memberi semangat dan nasehat, serta memberi banyak pembelajaran hidup serta Uni dan Adik-adikku yang selalu penulis sayangi.
11. Sahabat-sahabatku, Restu, Nia, Kasandra, Almira, yang telah mendoakan, memberi dukungan dan kenangan indah kepada penulis.
12. Teman-teman mahasiswa Magister Matematika angkatan 2019.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tesis ini masih jauh dari sempurna, sehingga informasi tambahan, saran, dan kritik untuk pengembangan lebih lanjut sangat diharapkan. Semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Bandar Lampung, Juli 2021
Penulis

Yollanda Dwi Permatasari

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1

1.2 Tujuan Penelitian........ 3

1.3 Manfaat Penelitian........ 3

II.TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Jenis Data Berdasarkan Waktu Pengumpulannya 4

2.2 Stasioneritas........ 4

2.3 Pengujian Stasioneritas........ 5

2.3.1 Metode Control Chart........ 5

2.3.2 Uji ADF........ 6

2.4 Fungsi Autokorelasi 7

2.5 Proses *White Noise* 8

2.6 Volatilitas 9

2.7 Model *Autoregressive* (AR) 10

2.7.1 Bentuk Umum Model *Autoregressif* AR........ 11

2.7.2 Orde Pertama Autoregressive AR(1) 11

2.8 Model Moving Average 12

2.8.1 Proses *Moving Average* Orde Pertama........ 12

2.8.2 Proses *Moving Average* Orde Kedua........ 12

2.9 Proses ARMA(p,q)........ 13

2.10 Model Var........ 14

2.10.1 Penduga Parameter Var........ 14

2.11 Heteroskedastisitas........ 16

2.12 GARCH Univariat........ 16

2.13 Model GARCH Multivariat........ 17

2.14 Model DCC 18

2.15 Model Pemeriksaan Diagnostik........ 19

2.15.1 Model Pemeriksaan Diagnostik Multivariat 19
2.15.2 Model Pemeriksaan Univariat...20
2.16 VARMA (*Vector Autoregressive Moving Average*) 20

III.METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu danTempat Penelitian 22
3.2 Data Penelitian 22
3.3 Metode Penelitian..22
3.4 Diagram Alir Analisis Model VARMA-GARCH.......................................24

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Data 25
4.2 Estimasi Model VARMA..33
4.3 Pendugaan Parameter dan Uji Signifikansi Parameter...............................33
4.4 Evaluasi Model VARMA..37
4.5 Pendugaan Parameter Model VARMA(2,1)-GARCH(1,1) 40
4.6 Peramalan...43

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Rangkuman Statistik Data *Return* Saham Perusahaan Energi 26

2. Uji ADF Saham CVX, EXXON dan MEDC 32

3. Estimasi Model VARMA Terbaik 33

4. Hasil Pendugaan Model VARMA Terbaik (2,1) 35

5. Uji Portmanteau 37

6. Uji *White Noise* Data *Return* Saham CVX, EXXON dan MEDC 39

7. Hasil Output Parameter VARMA(2,1)-GARCH(1,1) 40

8. Hasil Kriteria Informasi Model VARMA(2,1)-GARCH(1,1) 43

9. Ramalan Data *Return* Harian 44

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Diagram Alir Analisis Model VARMA-GARCH 24
2. Grafik Plot Data *Return* Saham CVX..37
3. Grafik Plot Data *Return* Saham EXXON 28
4. Grafik Plot Data *Return* Saham MEDC..29
5. Plot PACF Data *Return* Saham CVX 30
6. Plot PACF Data *Return* Saham EXXON... 31
7. Plot PACF Data *Return* Saham MEDC 31
8. Plot perkiraan galat untuk variable CVX...38
9. Plot perkiraan galat untuk variable EXXON 38
10. Plot perkiraan galat untuk variable MEDC...39
11. Model VARMA (2,1)–GARCH (1,1) pada *Return* Saham CVX 46
12. Grafik Ramalan Data *R*eturn Harian Saham CVX 46
13. Model VARMA (2,1)–GARCH (1,1) pada *Return* Saham EXXON............. 47
14. Grafik Ramalan Data *R*eturn Harian Saham EXXON...................................47
15. Model VARMA (2,1)–GARCH (1,1) pada *Return* Saham MEDC 48
16. Grafik Ramalan Data *R*eturn Harian Saham MEDC 48

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Peramalan merupakan suatu kegiatan untuk mengetahui apa yang akan terjadi dimasa yang akan datang menggunakan dan mempertimbangkan data dari masa lampau. Ketepatan secara mutlak dalam memprediksi suatu peristiwa adalah tidak mungkin dicapai. Oleh karena itu, ketika tidak dapat melihat kejadian yang akan datang secara pasti, diperlukan waktu dan biaya yang besar agar mereka dapat memiliki kekuatan dalam menghadapi masa yang akan datang. Peramalan merupakan alat bantu yang penting dalam sebuah perencanaan yang efektif. Runtun waktu adalah rangkaian data yang diukur berdasarkan waktu dengan interval yang sama (Wei,2006).

Pada awal perkembangannya pemodelan data deret waktu khususnya deret waktu univariat hanya melibatkan pemodelan mean saja, misal model *Autoregressive* (AR), Model *Moving average* (MA) dan *Autoregressive Moving Average* (ARMA). Sedangkan dalam pemodelan deret waktu multivariat yang melibatkan lebih dari satu variabel, analisis secara simultan diperlukan guna mendapatkan kesimpulan yang akurat tanpa meninggalkan unsur penting yaitu keberadaan variabel lain selain hanya bergantung pada faktor waktu semata. Menurut Tsay (2014), untuk menganalisis data runtun waktu dengan banyak variabel dapat menggunakan model *Vector Autoregressive* (VAR). Namun dalam pengaplikasiannya, model VAR dinilai kurang baik dalam pengaplikasian data yang bersifat heterokedastisitas.

Selain pemodelan *mean*, pemodelan yang meliputi variansi juga menarik untuk dikaji. Pemodelan yang melibatkan pemodelan variansi adalah *ARCH* yang diperkenalkan oleh Engle (1982). Pada tahun 1986, Bollerslev melakukan pengembangan terhadap model *ARCH* yang dikenal dengan model *GARCH*

(*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) untuk data deret waktu univariat.

Orskaug (2001) menyatakan DCC-GARCH adalah salah satu model yang ide dasarnya yaitu varians bersyarat dan korelasi sehingga model ini memungkinkan untuk mengatasi dinamika asimetris volatilitas. Model DCC adalah model lanjutan dari CCC. Pada model CCC, matriks korelasi bersyarat dianggap konstan terhadap waktu, namun menurut Bollerslev (1990) model dengan korelasi bersyaratnya konstan terhadap waktu akan membatasi dalam penerapannya. DCC merupakan model yang cukup baik dalam memodelkan analisis deret waktu multivariat karena model DCC menggunakan informasi masa lalu untukmemperkirakan korelasi pada nilai *return* saham sebagai fungsi volatilitas masa lalu.

Menurut Pankratz (1991), model yang memungkinkan untuk mengatasi model VAR adalah *Vector Autoregressive Moving Average Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (VARMA-GARCH). VARMA-GARCH adalah bentuk multivariat dari GARCH. Model VARMA-GARCH memiliki kelebihan yaitu dapat memodelkan gabungan dari rata-rata dan varians bersyarat.

Pada pengaplikasiannya, data yang cukup baik untuk dimodelkan dan memiliki volatilitas yang tinggi adalah data saham. Saham merupakan salah satu bentuk investasi yang banyak diminati oleh masyarakat karena dinilai menjanjikan bagi para investor. Dalam investasi saham pengamatan naik turunnya harga saham haruslah menjadi acuan bagi para investor, hal inilah yang disebut nilai volatilitas. Dalam teknikal analisis data saham digunakan tiga data yaitu *open*, harga *high* dan *low*, serta harga close. Harga *close* merupakan harga terpenting dikarenakan harga close mencerminkan semua informasi yang ada pada semua pelaku pasar pada satu perdagangan saham tersebut berakhir (Sudarsono, 2016).

Dalam penelitian ini akan dilakukan penerapan model VARMA-GARCH pada data *return* harian harga saham PT. Chevron Pasific Indonesia, PT. Medco Energi Internasional Tbk, dan Exxon Mobile Cepu Limited periode Desember 2015 sampai Desember 2020. Model ini melibatkan pemodelan *mean* dan varians yang selanjutnya akan digunakan untuk melakukan peramalan.

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah:

1. Memformulasikan model data multivariat deret waktu dengan pendekatan VARMA-GARCH pada data *return* saham perusahaan energi.
2. Dapat menerapkan model VARMA-GARCH pada studi kasus untuk mendapatkan model terbaik dan memprediksi atau meramalkannya pada periode selanjutnya

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini yaitu dapat digunakan untuk mengetahui model data *mutivariate deret waktu* dengan metode VARMA-GARCH, mengetahui perilaku data serta penerapannya pada data *return* saham PT. Chevron Pasific Indonesia, PT. Medco Energi Internasional Tbk, dan Exxon Mobile Cepu Limited. Selain itu dapat digunakan sebagai referensi bagi penelitian lanjutan dan masukan bagi para peneliti, mahasiswa, dan pembaca tentang model VARMA-GARCH dalam menganalisis data.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Jenis Data Berdasarkan Waktu Pengumpulannya

Menurut Gujarati & Porter (2009) jenis data berdasarkan waktu pengumpulannya terbagi menjadi tiga, yaitu *time series, cross-section* dan panel.

1. Data *Time series*

   Time series merupakan serangkaian observasi terhadap suatu variabel yang diambil secara beruntun berdasarkan interval waktu yang tetap (Wei, 2006). Rangkaian data pengamatan *time series* dinyatakan dengan variabel X_t dimana t adalah indeks waktu dari urutan pengamatan. Data jenis ini dikumpulkan pada interval waktu tertentu, misalnya harian, mingguan, bulanan, dan tahunan.

2. Data *Cross-section*

   Data *cross-section* adalah data dari satu variabel atau lebih yang dikumpulkan pada waktu tertentu secara bersamaan.

3. Data Panel

   Data panel adalah data yang elemen-elemennya merupakan kombinasi dari data *time series* dan data *cross-section*.

2.2 Stasioneritas

Stasioner berarti bahwa tidak terdapat perubahan drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Stasioneritas dibagi menjadi 2 yaitu stasioner kuat dan stasioner lemah.

1. Stasioner dalam rata-rata

   Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk plot data seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner.

2. Stasioner dalam variansi

   Sebuah data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series,* yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu (Wei, 2006).

2.3 Pengujian Stasioneritas

Terdapat tiga cara yang umum digunakan dalam melakukan pengujian terhadap kestasioneran data. Ketiga cara tersebut yaitu menggunakan uji *control chart* atau bagan kendali, uji Correlogram dengan melihat hasil ACF dan PACF kemudian yang paling popular yaitu uji akar-akar unit *Augmented Dickey Fuller* (ADF).

2.3.1 Metode Control Chart

Menurut Gaspersz (1997) *control chart* atau bagan kendali adalah suatu grafik garis patah-patah yang mengilustrasikan suatu proses pengamatan berjalan terhadap satuan waktu. Pada dasarnya setiap bagan kendali memiliki:

1. Garis tengah (*central line*), yang biasa dinotasikan CL.
2. Sepasang batas kontrol, di mana satu batas kontrol ditempatkan di atas garis tengah yang dikenal sebagai batas kontrol atas (*upper control limit*), dan yang satu lagi ditempatkan di bawah garis tengah yang dikenal sebagai batas kontrol bawah (*lower control limit*).

3. Sebaran nilai-nilai karakteristik kualitas yang menggambarkan keadaan dari proses. Jika semua nilai-nilai yang ditebarkan pada peta itu berada di dalam batas-batas kontrol tanpa memperlihatkan kecenderungan tertentu, maka proses yang berlangsung dianggap sebagai berada dalam keadaan terkontrol atau terkendali secara statistikal.

   Proses yang tidak terkontrol secara statistik akan menunjukan suatu variasi yang berlebih sebanding dengan perubahan waktu. Untuk menduga apakah suatu data bersifat stasioner atau tidak, secara visual dapat dilihat dari tren (kecenderungan pola) data tersebut.

2.3.2 Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Uji ADF adalah salah satu test yag biasa digunakan untuk melihat stasioneritas deret waktu. Tesnya juga dikeal sebagai unit root test.

Adapun persamaan ADF sebagai berikut:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad ; -1 \leq \rho \leq 1. \qquad (2.1)$$

Dimana apabila ρ=1 maka memiliki akar unit, jika maka ρ=1 maka dengan mengurangi Y_{t-1} dikedua ruas pada persamaan 2.1 sehingga berlaku:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = (\rho - 1) Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$= \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t. \qquad (2..2)$$

Dengan $\delta = (\rho - 1) = 0$ atau $\rho = 1$ yang berarti data tidak bersifat stasioner.

Hipotesis :

H_0 : $\delta = \rho - 1 = 0$ data tidak stasioner

H_1 : $\delta = \rho - 1 \neq 0$ data stasioner

Jika uji terhadap δ menghasilkan p-value < α maka tolak H_0 yang berarti persamaan tidak mengandung akar unit sehingga data stasioner (Gujarati & Porter, 2009).

2.4 Fungsi Autokorelasi

Menurut Wei (2006) proses stasioner suatu data *time series* (Y_t) memilih $E(Y_t) = \mu$ dan variansi $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yang konstan dan kovarian $Cov(X_t, X_{t+k})$, yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t - (t+k)|$. Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai kovariansi antara Y_t dan Y_t +k sebagai berikut :

$$\gamma = Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)$$

dan korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} didefinisikan sebagai

$$\rho_k = \frac{Cov(Yt, Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Dimana notasi $Var(Y_t)$ dan $Var(Y_{t+k}) = \gamma_0$. Sebagai fungsi dari k, γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi (ACF = *Autocorrelation Function*). Dalam analisis *time series,* γ_k dan ρ_k menggambarkan kovarian dan korelasi antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama, hanya dipisahkan oleh *lag* ke-k. Fungsi autokovariasi γ_k dan fungsi autokorelasi $\rho_k$memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1. $\gamma_k = Var(Y_t)$; $\rho_0 = 1$
2. $|\gamma_k| \le \gamma_0$; $|\rho_k| \le 1$
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$ untuk semua k, γ_k dan ρ_k adalah fungsi yang sama dan simetrik lag k=0

   Bukti

   1. Dengan menggunakan definisi korelasi antara Y_t dan Y_{t+k}, akan dibuktikan bahwa γ_k - $Var(Y_t)$; $\rho_0 = 1$

   $$\rho_k = \frac{Cov(Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

   Diberikan k = 0, maka

   $$\rho_0 = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+0})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t+0})}}$$

   $$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_t)}{\sqrt{Var(Y)Var(Y_t)}}$$

   $$\rho_k = \frac{Var(Y_t)}{\sqrt{Var^2(Y_t)}}$$

   $$\rho_k = \frac{Var(Y_t)}{Var(Y_t)}$$

   $$\rho_k = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$\rho_k = 1$

2. Sifat kedua merupakan akibat dari persamaan autokorelasi kurang dari atau sama dengan 1 dalam nilai mutlak.
3. Sifat tersebut diperoleh dari perbedaan waktu antara dan Y_t dan Y_{t+k},
   γ_k = Cov (Y_{t+k}, Y_t) = Cov (Y_t,Y_{t+k}) = $\gamma_{(-k)}$
   Oleh sebab itu, fungsi autokorelasi sering hanya diplotkan untuk *lag* nonnegatif. Plot tersebut kadang disebut korrelogram.

Menurut Pankratz (1991), penduga koefisien (r_k) adalah dugaan dari koefisien autokorelasi secara teoritis yang bersangkutan (ρ_k). Nilai r_k tidak sama persis dengan ρ_k yang berkorespondensi dikarenakan *error* sampling. Distribusi dari kemungkinan nilai-nilai disebut dengan distribusi sampel. Galat baku dari distribusi sampling adalah akar dari penduga variansinya.

Pengujian koefisien autokorelasi :

H_0 : ρ_k= 0 (Koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

H_1 : $\rho_k \neq 0$ (Koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Statistik uji : t = $\frac{r_k}{SE\ r_k}$

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k}(y_t-\bar{y})(y_{t-k}-\bar{y})}{\sum_{t=1}^{T}(y_t-\bar{y})^2} \qquad \text{dan} \qquad SE(r_k) = \sqrt{\frac{1+2\sum_{j=1}^{k-1} r_j}{T}} \approx \frac{1}{\sqrt{T}}$$

dengan

SE (r_k): *standard error* autokorelasi pada saat *lag* k

r_k : autokorelasi pada saat *lag* k

k : time *lag*

T : jumlah observasi dalam data *time series*

Kriteria keputusan : tolak H_0 jika nilai │t *hitung*│> tα/2, *df* dengan derajat bebas *df* = T-1, T merupakan banyaknya data dan *k* adalah *lag* koefisien autokorelasi yang diuji.

2.5 Proses *White Noise*

Sebuah proses $\{a_t\}$ dikatakan proses *white noise* apabila ada barisan *random variable* yang berkorelasi dari distribusi tetap dengan nilai rata-rata konstan

E(a_t) =μ_a diasumsikan sama dengan 0, varians konstan Var (a_t)=σ_a^2 dan $\gamma_k = Cov\ (a_t, a_{t+k}) = 0$ untuk semua k ≠0. Proses tersebut mengikuti proses *white noise* $\{a_t\}$ adalah stasioner dengan fungsi autokovarians :

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

Dengan definisi ρ_0= ϕ_0 = 1 untuk setiap proses autokorelasi dan autokorelasi parsial, akan lebih diarahkan kepada ρ_k= ϕ_{kk} untuk k $\neq 0$. Fenomena dasar dari proses *white noise* adalah ACF (*Autocorrelation Function*) dan PACF (*Partial Autocorrelation Function*) mendekati nilai 0.

(Gujarati & Porter, 2009)

2.6 Volatilitas

Hal penting yang dilakukan pada pasar uang adalah melakukan pemilihan, pemilihan dilakukan dengan cara melihat volatilitas / pergerakan dari data-data keuangan tersebut. Semua partisipan pasar akan setuju mengenai harga yang "pantas" dari suatu pilihan apabila volatilitas dari pergerakan harga dasar dapat diramalkan secara akurat, tetapi biasanya hal tersebut tidak dapat dilakukan. Selanjutnya sensitivitas terhadap perubahan volatilitas tidak dapat diperkirakan, para pelaku trading yang berbeda akan mempunyai tinjauan pasar yang berbeda yang menyebabkan kenaikan pada *bid offer spread*.

Menurut Attari & Javaid (2013) perkiraan dan peramalan volatilitas dan korelasi adalah pada pusat permodelan resiko keuangan yaitu :

1. Trader membuat daftar pilihan yang perlu diramalkan volatilitas dari proses harga terhadap umur/daya tahan suatu pilihan.
2. Manajemen resiko dari posisi mereka yang berdasar pada perkiraan optimal, juga memerlukan peramalan volatilitas dan korelasi, tetapi hanya dalam jangka pendek.
3. Penerapan dan korelasi adalah untuk menghitung rasio perkiraan yang tepat

untuk posisinya.

4. Perkiraan statistik volatilitas dan korelasi atas semua faktor resiko yang mungkin didalam pasar adalah penting dalam *net position* dan untuk menghitung kebutuhan suatu resiko modal pasar total dari keseluruhan perusahaan.
5. Volatilitas statistik bergantung pada pilihan model statististik yang diaplikasikan pada pengembalian asset. Model statistik biasanya merupakan suatu model *time series* seperti rata-rata pergerakan atau proses *Generalized Autoregresive Conditional heteroscedastisity* (*GARCH*). Penerapan model tersebut pada data historis akan membangkitkan perkiraan statistik volatilitas pada masa lalu, dimana data dari waktu ke waktu tersedia. Hal itu juga akan menimbulkan peramalan terhadap volatilitas dari sekarang sampai suatu titik dimasa yang akan datang yang disebut *risk horizon*. Hal ini untuk menyajikan perkiraan statistik atau peramalan volatilitas dan korelasi diantara keseluruhan pengembalian aset atau faktor resiko dalam suatu portofolio dalam bentuk matriks kovarian.

Ukuran volatilitas menurut Gujarati (2003) adalah:

$$\sigma_t^2 = (\mathrm{d}W_t^* - \mathrm{d}\overline{W_t})^2 \quad (2.4)$$

dengan : σ_t^2 = nilai volatilitas

$\mathrm{d}W_t^*$ = nilai *differencing*

$\mathrm{d}\overline{W_t}$ = rata-rata *differencing*

2.7 Model *Autoregressive* (AR)

Autoregressive adalah suatu bentuk regresi tetapi bukan yang menghubungkan variabel tak bebas, melainkan menghubungkan nilai-nilai sebelumnya pada *time lag* (selang waktu) yang bermacam-macam. Jadi suatu model *autoregressive* akan menyatakan suatu ramalan sebagai fungsi nilai-nilai sebelumnya dari *time series* tertentu (Makridarkis *et al*., 1992).

2.7.1 Bentuk Umum Model *Autoregressif* (AR)

Bentuk umum orde ke-p model *autoregressive* adalah :

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.5)$$

Dimana ε_t merupakan *error* model AR yang bersifat *white noise*. Persamaan (2.5) dapat juga ditulis :

$\Phi B y_t = \delta + \varepsilon_t$

dimana $\Phi B = 1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \ldots - \alpha_p B^p$

untuk AR (p) stasioner

$$E(y_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\emptyset_1-\emptyset_2-\cdots-\emptyset_p}$$

dan

$$\begin{aligned}\gamma(k) &= \text{Cov}\ (\gamma_t, \gamma_{t-k}) \\ &= \text{Cov}\ (\delta + \alpha_1\gamma_{t-1} + \alpha_2\gamma_{t-2} + \ldots + \alpha_p\gamma_{t-p} + \varepsilon_t, \gamma_{t-k} \qquad (2.6) \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{p} \alpha_1\ Cov\ (\gamma_{t-i}, \gamma_{t-k}) + \text{Cov}\ (\varepsilon_t, \gamma_{t-k}) \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{p} \alpha_1\ \gamma(k-i) + \begin{cases} \sigma^2 & k = 0 \\ 0 & k > 0 \end{cases}\end{aligned}$$

Kemudian kita miliki,

$$\gamma(0) = \textstyle\sum_{i=1}^{p} \alpha_1\ \gamma(i) + \sigma^2$$

$$\rightarrow \qquad \gamma(0) = \left[1 - \textstyle\sum_{i=1}^{p} \alpha_1\ \gamma(i)\right] = \sigma^2$$

Hasil pembagian persamaan (2.6) dengan $\gamma(0)$ dengan k>0 dapat digunakan untuk mencari nilai ACF pada proses AR(p) yang memenuhi persamaan *Yule-Walker:*

$\rho(k) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_1\ \gamma(k-i), \quad$ k = 1,2,…

(Montgomery, et.al., 2008).

2.7.2 Orde Pertama *Autoregressive* (AR(1))

Order pertama *autoregressive* artinya *autoregressive* hanya dipengaruhi satu periode sebelumnya saja. Model *autoregressive* orde pertama atau disingkat AR(1), persamaannya adalah

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.7)$$

Sifat-sifat AR(1) yang stasioner adalah

i. $E(Y_t) = 1$

ii. γ_0 = Var (Y_t) $=\sigma^2 \,/\, (1-\beta^2)$

iii. γ_k $= \beta_{\gamma_{k-1}} = \beta^k \sigma^2 / \, (1-\beta^2)$

iv. ρ^k $= \gamma_k - \gamma_0$

Syarat kestasioneran proses AR(1) ini ialah bahwa $|\alpha| < 1$

2.8 Model *Moving Average*

Proses *moving average* pertama kali diperkenalkan oleh Slutsky. Model ini regersinya melibatkan selisih nilai variabel sekarang dengan nilai dari variabel sebelumnya. Proses *moving average* disingkat sebagai MA(q), persamaannya adalah

$$Y_t = \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2\, \varepsilon_{t-2} + \ldots + \beta_p\, \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \qquad (2.8)$$

dimana:

β : parameter model MA

ε_t : nilai error pada waktu ke-t

2.8.1 Proses *Moving Average* Orde Pertama

Model yang paling sederhana adalah MA(1), persamaannya adalah

$$Y_t = \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Sifat-sifat model ini adalah

i. $E(Y_t) = 0$

ii. $\gamma_0 = Var\ (Y_t) = \sigma^2 / (1+ \beta_2)$

iii. $\gamma_1 = -\beta\sigma^2$

iv. $\rho 1 = -\beta / (1+ \beta^2)$

v. $\gamma_k = \rho_k = 0$ untuk $k \geq 2$.

2.8.2 Proses *Moving Average Orde* Kedua

Model MA(2), persamaannya adalah

$$Y_t = \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2\, \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

Sifat-sifat model ini adalah

i. $E(Y_t) = 0$

ii. $\gamma_0 = Var\ (Y_t) = \sigma^2 / (1 + \beta_1^2 + \beta_2^2)\sigma^2$

iii. $\gamma_1 = (-\beta_1 + \beta_1\ \beta_2)\sigma^2$

iv. $\gamma_1 = -\beta_1\sigma^2$

v. $\rho_1 = (-\beta_1 + \beta_1\ \beta_2)\ (1 + \beta_1^2 + \beta_2^2)$

vi. $\gamma_k = \rho_k = 0$ untuk $k \geq 3$.

2.9 Proses ARMA(p,q)

Proses ini terdiri dari penggabungan antara model AR dan MA. Nilai Yt tidak hanya dipengaruhi oleh nilai peubah tersebut, tetapi juga oleh galat perubah Dalam bentuk umum, model *Autoregressive Moving Average* atau ARMA(p,q) diberikan sebagai

$$y_t = \delta + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \ldots - \beta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

$$= \delta + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Persamaan diatas dapat ditulis dengan *backshift operator* menjadi:

$$(1 - \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \ldots + \alpha_p B^p)\ y_t = (1 - \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \ldots + \beta_q B^q)\ \varepsilon_t$$

Atau

$$\Phi(B) y_t = \delta + \Theta(B) \varepsilon_t \qquad (2.9)$$

dengan

y_t = nilai variabel pada waktu ke-t

α_i = koefisien regresi ke-I, i=1,2,3,…,p

p = order AR

β_i = parameter model MA ke-i, i=1,2,3,…,q

ε_t = nilai error pada waktu ke-t

$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots, \varepsilon_{t-q}$ = error pada saat t, t-1, t-2, … ,t-q dan ε_t diasumsikan *white noise* dan normal.

Salah satu contoh untuk ARMA (p,q) adalah ARMA (1,1) yang dapat dituliskan sebagai berikut :

- **ARMA(1.1)**

Persamaan Yule Walker untuk ARMA(1,1) adalah,

$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

Dengan :

i. $\gamma_0 = \beta_1 Y_1 + [1- \alpha (\beta - \alpha)]\sigma^2$ untuk k = 0

ii. $\gamma_k = (1- \alpha\beta) (\alpha - \beta)\beta^{k-1} \sigma^2 / (1 - \alpha^2)$ untuk k = 1

iii. $\rho_k = (1- \alpha\beta) (\alpha - \beta)\beta^{k-1} \sigma^2 / (1 - 2 \alpha\beta + \alpha^2)$ untuk k = 1

(Wei,2006).

2.10 Model Var

Menurut Tsay (2014), untuk menganalisis secara kuantitatif data *time series* dengan melibatkan lebih dari satu variabel (*multivariate time series*) digunakan *Vektor Autoregresive* (Var). Metode Var memeperlakukan semua secara simetris. Satu vektor berisi lebih dari dua variable dan pada sisi kanan terdapat nilai *lag* dari variable tak bebas sebagai representasi dari sifat *Autoregressive* dalam model. Model Var (p) dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$\boldsymbol{Y_t} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{\Phi_i}\ \boldsymbol{Y_{t-i}} + \boldsymbol{\alpha_t} \qquad (2.10)$$

dimana: $\boldsymbol{Y_t}$ = elemen vektor observasi pada waktu *t* berukuran n x 1

$\boldsymbol{\Phi_1}$ = matriks berukuran n x n yang merupakan koefisien dari vektor $\boldsymbol{Y_{t-1}}$, untuk *i* = 1,2,…p

p = panjang lag

$\boldsymbol{\alpha_t}$ = vektor dari *shock* terhadap masing-masing variable n x 1.

2.10.1 Penduga Parameter Var

Salah satu cara untuk menduga parameter Var adalah dengan *Maximum Likelihood Estimation (MLE).*

Menurut Tsay (2014), misalkan a_t dari model Var (p) mengikuti distribusi normal *multivariate*. Dengan $z_{h:q}$ melambangkan pengamatan dari *t=h* ke *t=q*. Maka fungsi conditional *likelihood* dari data dapat ditulis sebagai:

$$L(z_{(p+1):T} | z_{1:p}, \beta, \Sigma_{\boldsymbol{a}}) = \prod_{t=p+1}^{T} p(z_{(p+1):T} | z_{1:p}, \boldsymbol{\beta}, \Sigma_{\boldsymbol{a}})$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} p(a_t | z_{1:p}, \boldsymbol{\beta}, \Sigma_{\boldsymbol{a}})$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} p(\,a_t|\boldsymbol{\beta}, \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,)$$

$$= \prod_{t=p+1}^{T} \frac{1}{(2k)^{k/2}\left|\Sigma_{\boldsymbol{a}}\,^{½}\right|} \exp\left[\frac{-1}{2} a_t' \,\Sigma_{\boldsymbol{a}}^{-\mathbf{1}}\, \boldsymbol{a_t}\right]$$

$$\alpha|\Sigma_{\boldsymbol{a}}\,|^{-(T-p)/2} \exp\left[\frac{-1}{2} \sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{tr}(\boldsymbol{a_t'}\, \Sigma_{\boldsymbol{a}}^{-\mathbf{1}}\, \boldsymbol{a_t})\right]$$

Fungsi *lag-likelihood* menjadi :

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,) \quad = c - \frac{T-p}{2} \log(\,|\Sigma_{\boldsymbol{a}}\,|) - \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{tr}(\boldsymbol{a_t'}\, \Sigma_{\boldsymbol{a}}^{-\mathbf{1}}\, \boldsymbol{a_t})$$

$$= c - \frac{T-p}{2} \log(\,|\Sigma_{\boldsymbol{a}}\,|) - \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{tr}(\Sigma_{\boldsymbol{a}}^{-\mathbf{1}} \sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{a_t}\, \boldsymbol{a_t'})$$

Dimana c adalah nilai konstan dan kita gunakan sifat bahwa *tr (**CD**)* dan *tr* (**C + D**) = © + tr (**D**). perlu diperhatikan bahwa $\sum_{\boldsymbol{t=p+1}}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{a_t}\, \boldsymbol{a_t'}$ ***= A'A*** dimana ***A = Z – Xβ*** adalah matriks error, kita dapat menulis ulang fungsi *log-likelihood* VAR(p) sebagai berikut:

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,) = c - \frac{T-p}{2} \log(\,|\Sigma_{\boldsymbol{a}}\,|) - \frac{1}{2}\, S(\boldsymbol{\beta})$$

Karena matriks parameter β hanya muncul pada bagian akhir $\ell(\boldsymbol{\beta},\ \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,)$, memaksimalkan fungsi *log-likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}$ sama dengan meminimalisir $S(\boldsymbol{\beta})$. Konsekuensinya, estimasi ML dari $\boldsymbol{\beta}$ sama dengan estimasi LS. Selanjutnya, pendugaan turunan parsial dari fungsi *lag-likelihood* dengan pendekatan terhadap $\Sigma_{\boldsymbol{a}}$.

Sehingga :

$$\frac{\partial \ell(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,)}{\partial \sum_{\boldsymbol{a}}} = -\frac{T-p}{2} \boldsymbol{\Sigma} \widehat{\boldsymbol{A}'} \widehat{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{\Sigma}$$

Penyamaan persamaan prior normal menjadi 0, didapatkan estimasi ML dari $\Sigma_{\boldsymbol{a}}$ adalah :

$$\widehat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{1}{\mathrm{T-p}} \widehat{\boldsymbol{A}'} \widehat{\boldsymbol{A}} = \frac{1}{\mathrm{T-p}} \widehat{\boldsymbol{a_t}} \widehat{\boldsymbol{a_t'}}$$

Estimasi ML dari Σ_a hanyalah secara asimtotik tidak bias. Akhirnya, matriks Hessian dari β dapat didapatkan dengan menerapkan turunan parsial, sebagai berikut :

$$-\frac{\partial^2 \ell(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \Sigma_{\boldsymbol{a}}\,)}{\partial vec(\boldsymbol{\beta}\,) \partial vec(\boldsymbol{\beta}')} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\beta})}{\partial vec(\boldsymbol{\beta}\,) \partial vec(\boldsymbol{\beta}')} = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{X}'\mathbf{X}$$

Invers dari matriks Hessian memberikan matriks kovarians asimtotik dari estimasi ML dari vec ($\boldsymbol{\beta}$). Sehingga :

$$-\frac{\partial^2 \ell(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \Sigma_{\boldsymbol{a}})}{\partial vec(\boldsymbol{\beta})\partial vec(\boldsymbol{\beta}')} = \frac{T-p}{2}(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\boldsymbol{\Sigma}) - \frac{1}{2}\left[(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\boldsymbol{\Sigma})\widehat{\boldsymbol{A}'}\,\widehat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\Sigma}\right]$$
$$-\tfrac{1}{2}\left[\widehat{\boldsymbol{A}'}\,\widehat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\Sigma}\,(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\boldsymbol{\Sigma})\right].$$

Sebagai akibatnya, didapatkan :

$$-\frac{\partial^2 \ell(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \Sigma_{\boldsymbol{a}})}{\partial vec(\Sigma_{\boldsymbol{a}})\partial vec(\Sigma_{\boldsymbol{a}})'} = \frac{T-p}{2}(\boldsymbol{\Sigma}\otimes\boldsymbol{\Sigma})$$

Sehingga, jika diberikan kumpulan data{$z_1, \ldots, z_T$), likelihood maksimum dari model Var(p) adalah :

$$L(\hat{\beta}, \widehat{\boldsymbol{\Sigma}} | z_{1-p}) = (2\pi)^{-\frac{k(T-p)}{2}} |, \widehat{\boldsymbol{\Sigma}}|^{-(T-p)/2} \exp\left[-\frac{k(T-p)}{2}\right].$$

2.11 Heteroskedastisitas

Data deret waktu bidang keuangan yang memperlihatkan adanya periode-periode dengan volatilitas besar diikuti oleh periode-periode yang relatif stabil, menunjukkan bahwa asumsi galat konstan menjadi tak terpenuhi. Dalam deret waktu terdapat proses galat yang biasanya dinotasikan dengan e_t, salah satu asumsi yang harus dipenuhi adalah asumsi homoskedastis.

Var(ε_t) = σ^2 ; t = 1, 2, 3, ... , T.

Menurut Lo (2003), data pada bidang keuangan mempunyai tiga karakteristik:

1. Sebaran bersyarat dari deret waktu, misalnya pengembalian saham (y_t) memiliki ekor yang lenih panjang dari sebaran normal.
2. Nilai y_t tidak memiliki autokorelasi tinggi, tetapi nilai y_t^2 memiliki autokorelasi tinggi
3. Perubahan pada y_t cenderung menggerombol. Besar atau kecil perubahan pada y_t cenderung diikuti oleh besar atau kecil perubahan pada periode berikutnya.

2.12 GARCH Univariat (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*)

Model GARCH merupakan perkembangan lebih lanjut dari ARCH (*Autoregresive Conditional Heteroscedastic*). Model ini dibangun untuk menghindari ordo yang terlalu tinggi pada model ARCH dengan berdasar pada prinsip memilih model yang lebih sederhana, sehingga akan menjamin variansinya selalu positif. Model GARCH tidak hanya melihat hubungan antara variansi kesalahan terhadap beberapa nilai variable acak, tetapi juga melihat bahwa variabel kesalahanjuga bergantung pada beberapa variabel kesalahan data acak sebelumnya yang dikembangkan oleh Bollerslev dan Taylor (1986). Secara lengkap model GARCH dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y_t = \delta + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i Y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=1}^{q} \beta_i \varepsilon_{t-i} \tag{2.11}$$

$$\varepsilon_t = N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{q} \lambda_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \varepsilon_{t-j}^2$$

Dengan Y_t merupakan persamaan *conditional mean*.

(Brooks, 2014).

2.13 Model GARCH Multivariat

Model GARCH mutivariat adalah perluasan dari bentuk GARCH univariat. Model multivariate dinilai memiliki kelebihan dalam pergerakan volatilitas financial, karena dalam pergerakan bersama akan lebih mendekati seiring berjalannya waktu berdasarkan saham dan harga. Mengenali hal-hal ini maka model multivariate lebih menuntun untuk mencapai model empiris yang lebih relevan disbanding dengan model univariat. Model *multivariate* GARCH dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\mu_t} + \boldsymbol{a_t} \tag{2.12}$$

$$\boldsymbol{a_t} = \boldsymbol{H_t^{1/2} z_t}$$

dimana:

$\boldsymbol{Y_t}$ = vektor n x 1 pada waktu t.

$\boldsymbol{a_t}$ = vektor n x 1dari mean-corrected pada waktu t.

$\boldsymbol{\mu_t}$ = vektor n x 1dari nilai harapan dari nilai kondisional r_t

$\boldsymbol{H_t}$ = matriks n x 1dari kondisional varians a_t pada waku t.

$\boldsymbol{z_t}$ = vektor n x 1dari $\varepsilon \sim iid$ dimana E(z_t) = 0, E(z_t, z_t^T) =1.

Model multivariate GARCH dapat dibedakan menjadi empat kategori, yaitu :

1. Model dengan matriks *conditional covariances*

   Pada kategori ini $\boldsymbol{H_t}$ dimodelkan secara langsung. Pada kategori ini model MGARCH yang termasuk adalah BEKK.

2. Model Faktor

   Ide model faktor dating dari teori ekonomi. Pada kategori ini matriks *conditional covariances* dibangun dari sifat kesederhanaan. Proses $\boldsymbol{a_t}$ diasumsikan menjadi jumlah yang kecil yang digerakan dari faktor heteroskedastik yang tak terobservasi, maka dari itu model ini disebut model faktor.

3. Model dari *conditional covariances and correlation*

   Model ini dibangun dari ide untuk memodelkan *conditional covariances* dan *correlation* dari pada memodelkan langsung matriks *conditional covariances*-nya . Contoh pada kategori ini adalah *Constant Conditional Correlation* (CCC) dan *Dynamic Conditional Correlation* (DCC).

4. Pendekatan nonparametrik dan semiparametrik

   Model pada kategori ini membentuk sebuah alternatif untuk estimasi parameter dari struktur *conditional covariances.* Kelebihan dari model ini adalah model ini tidak perlu menjatuhkan struktur partikularnya.

(Orskaug, 2009).

2.14 Model *Dynamic Conditional Correlation* (DCC)

Model DCC diperkenalkan oleh Engle dan Sheppard pada tahu 2001. Ide pada model ini adalah matriks kovarian, $\boldsymbol{H_t}$ dapat dikomposisikan menjadi standar deviasi kondisional, $\mathbf{D_t}$ dan oreasi matriks $\mathbf{R_t}$ pada model DCC GARCH kedua model $\mathbf{D_t}$ dan $\mathbf{R_t}$ didesain menjadi *time-varying*. Model DCC GARCH pada umumnya didefenisikan sebagai:

$$\boldsymbol{Y_t = \mu_t + a_t}$$

$$\boldsymbol{a_t = H_t^{1/2} z_t}$$

$$\boldsymbol{H_t = D_t R_t D_t}$$

di mana: $\boldsymbol{R}$:matriks n x n *conditional correlation* dari a_t pada waktu ke-t

$\boldsymbol{D_t}$:nxn, matriks diagonal dari standar deviasi kondisional dari a_t pada waktu ke-t

Elemen pada matriks diagonal $\boldsymbol{D_t}$ adalah standar deviasi dari model univariat GARCH.

$$\boldsymbol{D_t} = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{1t}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \sqrt{h_{2t}} & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sqrt{h_{nt}} & 0 \end{bmatrix}$$

Dimana $h_{it} = \alpha_{i0} + \sum_{q=1}^{Q_i} \alpha_{iq}\, \alpha_{i,-q}^2 + \sum_{p=1}^{P_i} \beta_{iq} h_{i,t-p}$

2.15 Model Pemeriksaan Diagnostik

2.15.1 Model Pemeriksaan Diagnostik Multivariat

Pada model pemeriksaan *diagnostic multivariate* terdapat dua uji yang diperlukan, yaitu :

a. Kriteria informasi setelah melengkapi beberapa model kandidat dengan data, berbagai kriteria pemilihan model (dinormalisasi dengan *T*) dapat digunakan untuk memilih model yang sesuai. Uji yang termasuk dalam hal ini adalah *Akaike Information Criteriation (AIC), Akaike Corrected Information Criterion (AICC), Final Prediction Error Criterion (FPE), Hannan-Quinn Criterion (HQC), Schwarz Bayesian Criterion (SBC atau AIC) :*

   AIC $= \log(|\tilde{\Sigma}|) + 2r / T$

   AICC $= \log(|\tilde{\Sigma}|) + 2r / (T - r/k)$

   FPE $= \left(\frac{T+r/k}{T+r/k}\right)^2 (|\tilde{\Sigma}|)$

   HQC $= \log(|\tilde{\Sigma}|) + 2r \log(\log(T)) / T$

   SBC $= \log(|\tilde{\Sigma}|) + r \log(T) / T$

   Dimana *r* melambangkan jumlah estimasi parameter, *k* adalah jumlah variabel dependen. *T* adalah jumlah observasi, digunakan untuk mengestimasi model, dan $|\tilde{\Sigma}|$ adalah estimasi *maximum likelihood* dari Σ. Ketika membandingkan model, pilihlah model dengan *criterion* terkecil.

b. Statistik Portmentau Q_s, digunakan dalam menguji apakah korelasi tetap pada model residual. Hipotesis nol yang digunakan adalah residual tidak berkorelasi. Misal ***Cε(l)*** adalah residual silang matriks kovarians, $\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{(l)}$ adalah residual silang matriks korelasi, sehingga :

$$\boldsymbol{C\varepsilon(l)} = \boldsymbol{T^{1}} \sum_{t-1}^{T-1} \boldsymbol{\varepsilon_t \varepsilon'_{t+1}}.$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{(l)} = \hat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1/2} \boldsymbol{C\varepsilon(l)}\, \hat{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1/2}.$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{(-l)} = \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{(l)}'.$$

Dimana $\hat{\boldsymbol{V}}_{\varepsilon}$ = Diag(σ_{11}^2, … , σ_{kk}^2) dan σ_{ii}^2 adalah elemen dari $\boldsymbol{\Sigma}$. Uji Portmentau *multivariate* yang didefenisikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Q_s} = \boldsymbol{T^2} \sum_{l-1}^{s} (\boldsymbol{T}-\boldsymbol{1})^{-1} \boldsymbol{tr}\{\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{l})\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{0})^{-1}\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}(-\boldsymbol{l})\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{0})^{-1}\}$$

Statistik Q_s memiliki aproksimasi dengan distribusi *chi-square* dengan derajat bebas $k^2 (s - p - q)$.

2.15.2 Model Pemeriksaan Univariat

Berikut adalah beberapa cara untuk melakukan model pemeriksaan univariat :

a. Uji Normalitas (*Jarque-Bera Normality Test)*

   Pada uji ini diuji apakah pada residual model menunjukkan proses *white noise*. Dengan hipotesis nol yaitu residual berdistribusi normal.

b. Uji F

   Pada uji ini akan diuji apakah terdapat efek heteroskedastisitas pada residual. Dengan hipotesis nol yaitu residual memiliki kovarians yang sama.

2.16 VARMA (*Vector Autoregressive Moving Average*)

Proses VARMA dapat ditulis sebagai:

$$\mathbf{y_t} = \boldsymbol{\delta} + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\Phi_i y_{t-i}} + \boldsymbol{\varepsilon_t} - \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{\Theta_i \varepsilon_{t-i}} \qquad (2.13)$$

atau

$$\boldsymbol{\Phi}(B)\boldsymbol{y_t} = \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\Theta}(\mathrm{B})\boldsymbol{\varepsilon_t}.$$

Dimana

$$\Phi(B) = \boldsymbol{I_k} - \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{\Phi_i B^i} \quad \textbf{dan} \quad \Theta(\mathrm{B}) = \boldsymbol{I_k} - \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{\Phi_i B^i}.$$

Salah satu bentuk pengembangan dari VARMA adalah VARMA-GARCH. VARMA-GARCH merupakan penggabungan antara model VARMA dan model GARCH.

Proses VARMA-GARCH dapat ditulis sebagai:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{L})(\boldsymbol{Y_t}\text{-}\ \boldsymbol{\mu}) = \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{L})\boldsymbol{\varepsilon_t}.$$
$$\boldsymbol{\varepsilon_t} = \boldsymbol{D_t}\boldsymbol{\eta_t}.$$
$$\boldsymbol{H_t} = \boldsymbol{W_t} + \textstyle\sum_{i=1}^{r} \boldsymbol{A_i}\,\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t-i} + \textstyle\sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{B_i}\,\boldsymbol{H_{t-i}}. \quad (2.14)$$

Dimana D_t = diag $(h_{i,t}^{1/2})$, $H_t = (h_{1t}, \ldots, h_{mt})'$, $W_t = (\omega_{1t}, \ldots, \omega_{mt})'$, $\eta_t = (\eta_{1t}, \ldots, \eta_{mt})'$ adalah urutan vektor acak indepeden dan identik (iid). $\vec{\varepsilon_t} = (\varepsilon_{1t}^2, \ldots, \varepsilon_{mt}^2)'$, A_i , B_i adalah matriks mxm dengan elemen khas masing- masing α_{ij} dan β_{ij}, untuk i,j = 1, ... , m, $I(\eta_t) = diag\, I(\eta_{it}))$ adalah matriks mxm. $\Phi(L) = I_m - \Phi_1 L - \cdots - \Phi_p L^p$ dan $\Psi(L) = I_m - \Psi_1 L - \cdots - \Psi_q L^q$ adalah polinomial di L, operator lag, dan F$_t$ adalah informasi masa lampau ada waktu ke-t. α_l mewakili efek arch dan β_l mewakili efek GARCH.

Model untuk parameter yang tidak diketahui $\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\varphi}', \boldsymbol{\delta}', \boldsymbol{\sigma}')'$, dengan $\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\delta},$ dan $\boldsymbol{\sigma}$ didefinisikan dengan cara yang sama untuk $\boldsymbol{\varphi_0}$, $\boldsymbol{\delta_0}$ dan $\boldsymbol{\sigma_0}$ masing-masing adalah

$$\Phi_0(L)(\boldsymbol{Y_t}\text{-}\ \boldsymbol{\mu}) = \Psi(L)\boldsymbol{\varepsilon_t}.$$
$$\boldsymbol{H_t} = \boldsymbol{W} + \textstyle\sum_{i=1}^{r} \boldsymbol{A_i}\,\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t-i} + \textstyle\sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{B_i}\,\boldsymbol{H_{t-i}}.$$

(Wong, *et al*., 2000).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2020/2021, bertempat di Program Studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data *return* harian harga saham yang diperoleh dari http://finance.yahoo.com/ yaitu data PT. Chevron Pasific Indonesia, PT. Medco Energi Internasional Tbk, dan PT. Exxon Mobile Cepu Limited. pada periode Desember 2015 sampai Desember 2020 sebanyak 1245 data.

3.3 Metode Penelitian

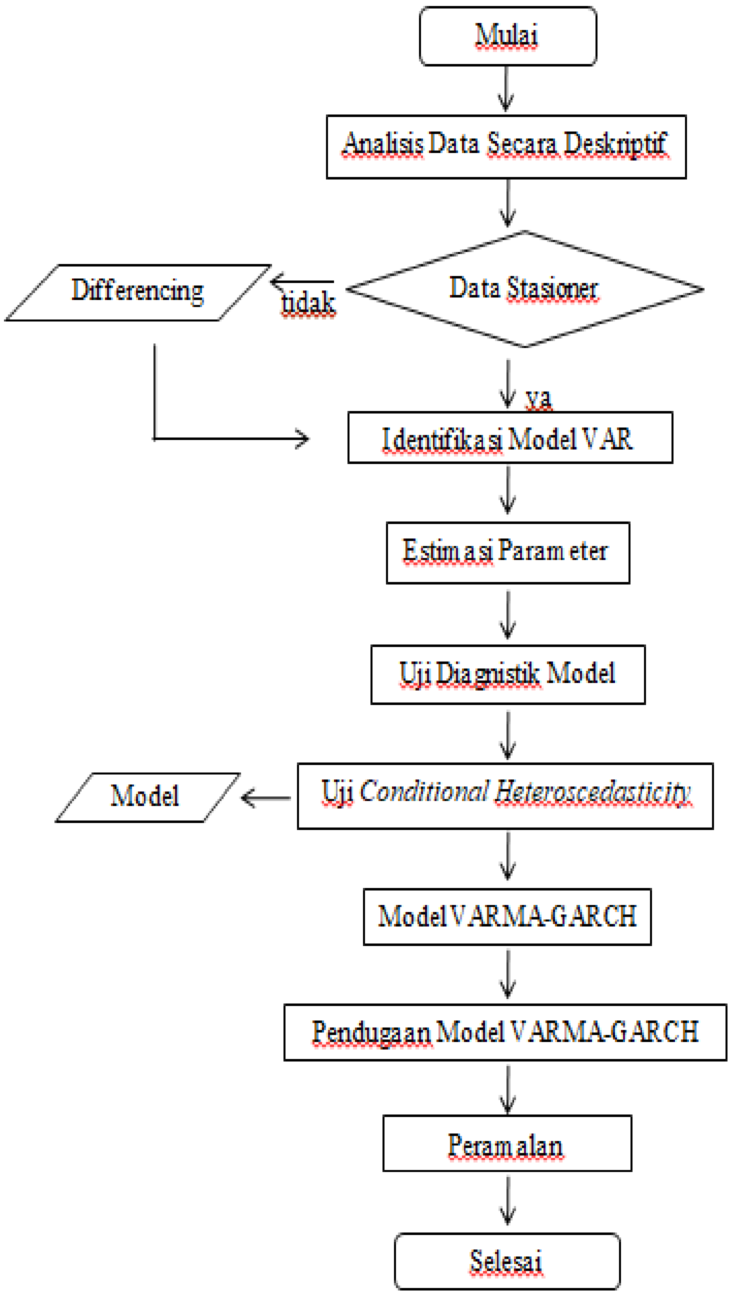
Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku maupun media lain untuk mendapatkan informasi sebanyak mungkin untuk mendukung penulisan tesis ini, kemudian melakukan simulasi sebagai aplikasi untuk menjelaskan teori yang telah didapat. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. mengkaji studi literatur yang mendukung penelitian.
2. melakukan analisa data secara deskriptif untuk melihat kriteria dan strukturdata, dan melihat korelasi antar data.
3. melakukan uji *unit root* menggunakan uji ADF untuk melihat apakah databersifat stasioner atau tidak.
4. apabila data tidak stasioner lakukan *differencing*.

5. membentuk model VARMA.
6. menentukan model VAR terbaik dengan melihat nilai AIC yang terkecil.
7. melakukan pemilihan *order* pada model VARMA.
8. melakukan pemeriksaaan diagnostik terhadap model VARMA terbaik yaitu dengan pemeriksaan model multivariat. Salah satu uji untuk pemeriksaan model multivariat adalah dengan *Portmentau Test. Portmentau Test* digunakanuntuk melihat ada tidaknya autokorelasi pada residual.
9. melihat apakah ada efek heteroskedastisitas pada residual VARMA dengan melihat ARCH *effect* pada uji F.
10. apabila terdapat efek heteroskedastisitas, maka data akan dimodelkan dengan model VARMA-GARCH
11. melakukan peramalan data dengan model VARMA-GARCH

3.4 Diagram Alir Analisis Model VARMA-GARCH

Adapun bentuk diagram alir dari metode penelitian yang akan dilakukan adalahsebagai berikut :



Gambar 1. Diagram Alir Analisis Model VARMA-GARCH.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dalam penelitian ini, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model terbaik yang terbentuk untuk pengaplikasian pada data *return* harian harga saham PT. Chevron Pasific Indonesia, PT. *Medco Energi Internasional Tbk*, dan Exxon Mobile Cepu Limited periode Desember 2015- Desember 2020 adalah VARMA(2,1)-GARCH(1,1) dengan model seperti pada persamaan (4.1).

2. Berdasarkan hasil analisis dapat dilihat bahwa nilai ramalan ketiga variabel untuk 20 periode selanjutnya mendekati data asli dan masih berada didalan interval selang kepercayan 95% yang berarti bahwa tingkat kepercayaan hasil peramalan sebesar 95%. Sehingga dapat dikatakan bahwa model VARMA(2,1)-GARCH(1,1) cukup baik dalam memodelkan data *return* harian harga saham PT. Chevron Pasific Indonesia, PT. *Medco Energi Internasional Tbk*, dan Exxon Mobile Cepu Limited.

DAFTAR PUSTAKA

Attari,M. I. J. 2013. The relationship between Macroeconomic Volatility and Stock Market Volatility: Empirical Evidence from Pakistan. *Pakistan Journal of Commerce and Social Sciences*, Vol.7 (2). Hal. 309-320.

Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH). *Journal of Econometrics*, 31:307-327.

Bollerslev, T., Engle,R.F., & Wooldridge,J.M (1988). A Capital asset pricing model with time varying covariances. *Journal of political economy*, 96: 116-131.

Box, G. & G. Jenkins (1976). *Time series Analysis, Forecasting and Control*, San Fransisco: Holden-Day.

Brockwell, P.J. & Davis, R.A. (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 2nd ed. Springer-Verlag, New York

Brooks,C.(2004). *Introductory Econometrics for finance* (3rd ed.), Cambridge University Press, New York.

Dickey, D.A. & W.A. Fuller (1979) "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-31.

Engle R.F., & Shepard, K.(2001). *Theoretical and Empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH. Mimeo, UCSD.*

Engle, R.F., Granger C.W.J., & Kraft D.(1984). Combining Competing forecast of inflation based on a bivariate ARCH model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 8: 151-165.

Firmansyah. 2006. *Analisis Volatilitas Harga Kopi Internasional.* Jakarta : Usahawan.

Francq, C., and Zakoian,J-M.,(2010). GARCH Models, John Wiley, New York.

Ginting, S. & Edward. 2013. Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Analisis Return Saham Pada Perusahaan Manufaktur yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Wira Ekonomi Mikroskill*, Vol. 3, No.1.

Glosten,L.R., Jagannathan R., & Runkle,D.E(1993). On the relation between expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance,* 48:1779-1801.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. 2009. *Basic Econometrics* (5th ed.). McGraw-Hill Irwin, New York

Kirchgassner, G & Wolters, J. (2007). *Introduction to Modern Time Series Analysis*. Berlin:Springer.

Lo, M. 2003. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Time Series Model*. Thesis Departmen of Statistik and Actuaria Science. Simon Farser University.

Lutkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer-Verlag.

Makridakis,S.,Wheelwright,S.C, & Mc Gee,V.E. 1992. *Metode Aplikasi Peramalan.Ed.Ke*-2. Terjemahan Untung Sus Andriyanto. Erlangga, Jakarta.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., & Kulahci, M. 2008. *Introduction Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression Models.* Willey Intersciences Publication, Canada.

SAS/ETS 9.2. 2008. *User's Guide*. SAS Instistute Inc. Cary, NC, USA.

Schwert, G.W.(1989). Why does stock market volatility change over time Journal of finance, 14:1115-1153.

Taylor, S.J.(1986). *Modeling financial time series*. Chichester: John Wiley&Sons.

Tsay, R.S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, New Jersey.

Tse,Y.K. & Tsui,A.(2002). A multivariate GARCH model with time varying correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20: 351-362.

Usman, M., Ambarwati, R., Barusman, M.Y.S., Elfaki, F.A.M & Widiarti. (2018). Modeling and Forecasting Time Series Data By EGARCH Model. *Journal of Engineering and Aplied Science*, Vol. 13, No. 9.

Usman, M., Fatin, D.F., Barusman, Y.S., Elfaki, F.A.M. & Widiarti. (2017). Application of Vector Error Correction Model (Vecm) And Impulse Response Function For Analysis Data Index of Farmers Terms Of Trade, *Indian Journal of Science and Technology,* Vol.10, No.19.

Warsono, Russel, E., Wamiliana, Widiarti & Usman, M. (2019). Modeling and Forecasting by the Vector Autoregressive Moving Average Model for Export Coal and Oil Data. *IJEEP*, 9(3).

Warsono, Russel, E., Wamiliana, Widiarti & Usman, M. (2019). Vector Autoregressive with Exogenous Variable Model and Its Application in Modeling and Forecasting Energy Data: Case study of PTBA and HRUM Energy. *IJEEP*, 9(2):390-398.

Widiarti, Usman, M., Anwar, R., Russel, E., & Elfaki, F.A.M. (2017) ,Application of Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)Model to Determine The Value at Risk on The Analysis of Risk Investment. *Sci.Int.(Lahore)*,29(5),1147-11 53.