

**ANALISIS PEWARISAN GENOTIP PADA PERSILANGAN TRIHIBRID  
DENGAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**MARSELA NUVELA SYANUR**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2021**

## ABSTRACT

### AN ANALYSIS OF GENOTYPE INHERITANCE IN TRIHYBRID CROSS USING BY MATRIX DIAGONALIZATION METHOD

By

MARSELA NUVELA SYANUR

The aim of this research were to find out the formulation inheritance to know a genotype of the  $n$ -th generation in trihybrid crosses with controlled parent genotype and analyzed by applying diagonalization of matrix. Matrix diagonalization application take it easier to find out inheritance genotype of the  $n$ -th generation in trihybrid to obtain superior offspring compared with cross it one by one which requires a lot of time and cost. Based on analysis, an equation for the probability of inheritance being obtained 27 genotype of the  $n$ -th generation and the resulting offspring in infinite generation are likely to have TTKKBB genotype.

**Keyword: diagonalization of matrix, genotype, trihybrid cross.**

## **ABSTRAK**

### **ANALISIS PEWARISAN GENOTIP PADA PERSILANGAN TRIHIBRID DENGAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS**

**Oleh**

**MARSELA NUVELA SYANUR**

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh formula dalam pewarisan untuk mengetahui genotip generasi ke- $n$  pada persilangan trihibrid dengan genotip induk yang terkontrol yang dianalisis dengan menerapkan diagonalisasi matriks. Aplikasi diagonalisasi matrik dapat mempermudah mengetahui pewarisan genotip generasi ke- $n$  pada persilangan untuk memperoleh keturunan yang bersifat unggul dibandingkan dengan menyilangkan satu persatu yang membutuhkan waktu dan biaya yang tidak sedikit. Berdasarkan analisis diperoleh persamaan untuk peluang pewarisan 27 genotip pada generasi ke- $n$  dan pada generasi tak hingga keturunan yang dihasilkan cenderung memiliki genotip TTKKBB.

**Kata kunci:** diagonalisasi matriks, genotip, persilangan trihibrid.

**ANALISIS PEWARISAN GENOTIP PADA PERSILANGAN TRIHIBRID  
DENGAN METODE DIAGONALISASI MATRIKS**

**Oleh**

**MARSELA NUVELA SYANUR**

**(Skripsi)**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar  
SARJANA MATEMATIKA**

**Pada  
Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2021**

Judul Skripsi : **ANALISIS PEWARISAN GENOTIP PADA  
PERSILANGAN TRIHIBRID DENGAN  
METODE DIAGONALISASI MATRIKS**

Nama Mahasiswa : **Marsela Nuvela Syanur**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1717031053**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**MENYETUJUI**

1. **Komisi Pembimbing**

**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**  
NIP.19610128 198811 2 001

**Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**  
NIP. 19690213 199402 1 001

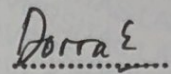
2. **Ketua Jurusan Matematika**

**Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**  
NIP 19631108 198902 2 001

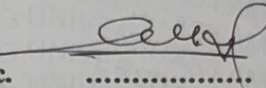
**MENGESAHKAN**

1. Tim Penguji

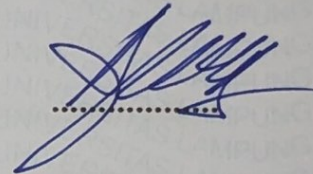
Ketua : Dra. Dorrah Aziz, M.Si.



Sekretaris : Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.



Penguji  
Bukan Pembimbing : Amanto, S.Si., M.Si.



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, M.T.**  
NIP. 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 25 Juni 2021



## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Marsela Nuvela Syanur  
Nomor Pokok Mahasiswa : 1717031053  
Jurusan : Matematika  
Judul Skripsi : ANALISIS PEWARISAN GENOTIP PADA  
PERSILANGAN TRIHIBRID DENGAN METODE  
DIAGONALISASI MATRIKS

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri,  
dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan  
atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan  
penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar Lampung, 3 Agustus 2021  
Yang Menyatakan



**Marsela Nuvela Syanur**  
**NPM. 1717031053**

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis lahir di Labuhan Maringgai, Lampung Timur pada tanggal 27 November 1997, sebagai anak ketiga dari tiga bersaudara, dari pasangan Bapak Umar Baqi Syanur dan Ibu Laily.

Penulis telah menempuh pendidikan di Taman Kanak-kanak (TK) Tunas Harapan pada tahun 2002-2004, selanjutnya Sekolah Dasar (SD) di SDN 1 Muara Gading Mas pada tahun 2004-2010, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 1 Labuhan Maringgai pada tahun 2010-2013, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 1 Labuhan Maringgai pada tahun 2013-2016.

Pada tahun 2017 penulis terdaftar sebagai Mahasiswi program studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Pada tahun 2020 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sidodadi Kecamatan Air Hitam Kabupaten Lampung Barat dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Bank Lampung (Pusat) Bandar Lampung.



## **KATA INSPIRASI**

*“Dan bersabarlah kamu, sesungguhnya janji Allah adalah benar”  
(Q.S. Ar-Rum: 60)*

## **PERSEMBAHAN**

Dengan penuh rasa syukur kepada ALLAH SWT, ku persembahkan karya sederhana ini kepada:

Emak dan Puang tercinta yang selalu mendoakan, mendukung, dan menjadi motivasi terbesar selama ini.

Kakak-kakakku tersayang yang selalu bersedia menjadi tempat ku berbagi keluh-kesah, dan selalu memberi semangat agar aku bisa menjadi seorang yang membanggakan.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang telah membimbing dan memberikan arahan serta motivasi.

Semua teman-temanku dari kecil hingga sekarang yang telah menemani dan membentuk diri ini menjadi seorang yang lebih baik lagi.

Serta

Almamater tercinta, Universitas Lampung.

## SANWACANA

Puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya hingga dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Pewarisan Genotip pada Persilangan Trihibrid dengan Metode Diagonalisasi Matriks”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Dengan terselesaikannya skripsi ini tentu tidak terlepas dari bantuan, arahan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak, maka pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku dosen pembimbing pertama dan dosen pembimbing akademik yang dengan sabar meluangkan waktu, pikiran, tenaga, ilmu, serta senantiasa mengarahkan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing kedua yang senantiasa mengarahkan penulis dan dengan sabar meluangkan waktu, pikiran, ilmu, serta tenaga dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji, terima kasih atas kritik dan saran-saran yang diberikan dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku ketua jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

5. Bapak Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, M.T. selaku dekan FMIPA Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen dan staf jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
7. Kedua orang tua tercinta, Bapak Umar Baqi Syanur dan Ibu Laily, serta kedua kakakku Mariza Maladi Syanur dan Mardela Noviagina Syanur yang senantiasa memberikan dukungan moril dan materiil kepada penulis.
8. Keluarga besar Syanur dan keluarga besar Hasiyah yang telah memberikan semangat dan motivasi.
9. Teman satu atap, Dwiyana Ramadhanti Syanur dan Syafira Clarisa Huda yang telah memberi semangat selama penulis menjalani proses perkuliahan.
10. Aqila Rufifah Jasmine, Felicia Indriastuti, dan Santi Deviana serta teman-teman Matematika'17 yang telah menjadi keluarga baru dalam kehidupan penulis selama masa perkuliahan.
11. Semua pihak yang terlibat dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.
12. *Last but not least, I wanna thank me, for believing in me, for doing all this hard work, for having no days off, for never quitting, for just being me at all times.*

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Bandar Lampung, Juni 2021  
Penulis

**Marsela Nuvella Syanur**

## DAFTAR ISI

Halaman

### I. PENDAHULUAN

1.1	Latar Belakang.....	1
1.2	Rumusan Masalah .....	3
1.3	Tujuan Penelitian .....	3
1.4	Batasan Penelitian .....	3
1.5	Manfaat Penelitian .....	4

### II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1	Diagonalisasi Matriks .....	5
2.2	Genetika.....	8

### III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1	Waktu dan Tempat Penelitian.....	11
3.2	Metode Penelitian .....	11

### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Penentuan Distribusi Genotip.....	13
4.2	Identifikasi Bentuk Persamaan Linear .....	27
4.3	Nilai Eigen dan Vektor Eigen Matriks A.....	32
4.4	Diagonalisasi Matriks A.....	35
4.5	Hasil Analisis Pewarisan Genotip .....	39

### V. KESIMPULAN

5.1	Kesimpulan.....	42
5.2	Saran .....	42

### DAFTAR PUSTAKA

### LAMPIRAN

## **DAFTAR SIMBOL**

T : genotip untuk tinggi

t : genotip untuk pendek

K : genotip untuk warna hijau

k : genotip untuk warna kuning

B : genotip untuk bentuk bulat

b : genotip untuk bentuk lonjong



## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Persilangan Trihibrid .....	9
2. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKKBB.....	14
3. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKKBb .....	14
4. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKkBB .....	14
5. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKkBb .....	15
6. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKKBB.....	15
7. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKKBb.....	15
8. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKkBB.....	16
9. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKkBb .....	16
10. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKKbb.....	16
11. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTKkbb.....	17
12. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKKbb .....	17
13. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKkbb .....	18
14. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTkKBB .....	18
15. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTkkBb .....	18
16. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtkkBB.....	19

17. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtkkBb .....	19
18. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TTkkbb.....	19
19. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan Ttkkbb .....	20
20. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan TtKKBB .....	20
21. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttKKB .....	20
22. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttKkBB .....	21
23. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttKkBb.....	21
24. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttKKbb.....	22
25. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttKkbb .....	22
26. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttkkBB .....	22
27. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttkkBb.....	23
28. Persilangan induk bergenotip TTKKBB dengan pasangan ttkkbb .....	23
29. Peluang genotip dari persilangan induk normal TTKKBB dengan seluruh kemungkinan genotip yang ada .....	24
30. Nilai $a_n + b_n + \dots + z_n + \alpha_n$ untuk $n = 1, 2, 3$ .....	41

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam matematika, matriks merupakan salah satu cabang dari ilmu aljabar linear yang mempunyai peran sangat penting dalam penerapannya. Matriks dapat dikatakan salah satu metode yang sangat baik dalam menyelesaikan persamaan matematika. Aplikasi matriks juga tidak hanya dipergunakan dalam ilmu matematika itu sendiri, namun digunakan juga dalam bidang lain, seperti fisika, ekonomi, biologi, dan lain-lain. Dalam matriks sendiri dikenal istilah diagonalisasi matriks yaitu pembentukan suatu matriks diagonal dengan melibatkan nilai eigen dan vektor eigen dalam prosesnya. Aplikasi diagonalisasi matriks dapat menyelesaikan persoalan dalam bidang biologi, khususnya genetika untuk memudahkan dalam memprediksi pewarisan genotip dari generasi ke generasi.

Genetika ialah ilmu yang mempelajari tentang gen yaitu faktor yang menentukan sifat-sifat organisme. Dalam genetika terdapat beberapa sifat pewarisan dengan menggunakan persilangan. Persilangan monohybrid, persilangan dihibrid, dan persilangan trihibrid yaitu persilangan dengan satu, dua, dan tiga sifat beda. Persilangan sendiri dilakukan untuk menggabungkan sifat-sifat dari dua individu

sehingga dihasilkan keturunan baru dengan kualitas yang lebih baik. Salah satu masalah dalam persilangan yaitu sifat pewarisannya. Semakin banyak jumlah sifat beda maka akan semakin lama dan sulit juga proses persilangannya.

Untuk mengetahui individu yang unggul dari beberapa generasi harus dilakukan persilangan secara berkelanjutan terhadap individu tersebut dan memerlukan waktu yang cukup lama jika persilangannya dilakukan satu persatu dengan cara yang biasanya. Sehingga akan sangat merugikan jika spesies yang akan disilangkan tergolong langka dan mahal karena selain membutuhkan waktu yang cukup lama proses persilangan tersebut akan memerlukan biaya yang sangat tinggi. Sehingga diperlukan analisis dalam masalah pewarisan tersebut agar diperoleh solusi persamaan untuk peluang pewarisannya.

Pada penelitian sebelumnya, Kaffah dan Romdhini (2015) telah menggunakan metode diagonalisasi matriks untuk menentukan individu ke- $n$  berdasarkan peluang genotip induk dan diperoleh hasil berupa persamaan  $x^n = A^n x^0$  sehingga dapat diketahui peluang genotip individu pada generasi ke- $n$  ketika limit  $n$  menuju tak hingga. Pada penelitian ini juga akan menerapkan diagonalisasi matriks untuk memperoleh solusi persamaan peluang pewarisan genotip induk normal dengan seluruh kemungkinan genotip trihibrid.

Diagonalisasi matriks adalah suatu metode perhitungan yang dapat digunakan dalam mempermudah mengetahui pewarisan genotip pada keturunan yang tak hingga dibandingkan menyilangkan satu persatu induk dengan waktu yang cukup lama. Salah satu syarat dalam menentukan diagonalisasi sebuah matriks adalah matriks tersebut harus matriks bujur sangkar ( $n \times n$ ).

Berdasarkan latar belakang yang sudah dijelaskan sebelumnya, penulis melakukan suatu penelitian tentang “Analisis Pewarisan Genotip pada Persilangan Trihibrid dengan Metode Diagonalisasi Matriks”.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan informasi yang diberikan pada latar belakang permasalahan yang perlu diselidiki dalam penelitian ini adalah bagaimana memformulasikan perumusan pewarisan genotip generasi ke- $n$  pada persilangan trihibrid menggunakan konsep diagonalisasi matriks?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah diperoleh formula dalam pewarisan untuk mengetahui genotip pada generasi ke- $n$  pada persilangan trihibrid menggunakan konsep diagonalisasi matriks.

## **1.4 Batasan Masalah**

Agar pembahasan dalam penelitian ini lebih fokus, maka peneliti memberikan batasan-batasan sebagai berikut:

1. Pewarisan genotip yang digunakan ialah perkawinan silang dengan tiga sifat beda (trihybrid).
2. Perkawinan dengan genotip induk yang terkontrol (persilangan genotip induk

normal dengan seluruh kemungkinan genotip trihibrid).

3. Matriks yang digunakan adalah matriks yang dapat didiagonalisasi.

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah dapat digunakan untuk mengetahui pewarisan genotip generasi ke- $n$  pada persilangan trihibrid menggunakan konsep diagonalisasi matriks.



## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Diagonalisasi Matriks

Suatu matriks kuadran  $A_{n \times n}$  dikatakan dapat didiagonalkan (*diagonalizable*) jika terdapat matriks  $P$  yang mempunyai invers sehingga:

$$D = P^{-1}AP \quad (2.1)$$

merupakan matriks diagonal. Matriks  $P$  dinamakan matriks yang mendiagonalkan matriks  $A$  (Anton dan Rorres, 2004).

**Teorema 2.1 (Howard Anton dan Chris Rorres, 2000)** Jika  $A$  adalah sebuah matriks  $n \times n$ , maka kedua pernyataan berikut adalah ekuivalen.

1.  $A$  dapat didiagonalisasi
2.  $A$  memiliki  $n$  vektor eigen yang bebas linear.

**Bukti:**

(1)  $\Rightarrow$  (2). Karena  $A$  diasumsikan dapat didiagonalisasi, maka terdapat sebuah matriks yang dapat dibalik.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

Sedemikian sehingga  $P^{-1}AP$  adalah diagonal, anggap  $P^{-1}AP = D$ , dimana

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Berdasarkan rumus  $P^{-1}AP = D$  bahwa  $AP = PD$ , jelasnya

$$AP = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 p_{11} & \lambda_2 p_{12} & \dots & \lambda_n p_{1n} \\ \lambda_1 p_{21} & \lambda_2 p_{22} & \dots & \lambda_n p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1 p_{n1} & \lambda_2 p_{n2} & \dots & \lambda_n p_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Jika dimisalkan bahwa  $p_1, p_2, \dots, p_n$  menyatakan vektor-vektor kolom dari matriks  $P$ , maka dari persamaan (2.2) kolom-kolom  $AP$  yang berurutan adalah  $\lambda_1 p_1, \lambda_2 p_2, \dots, \lambda_n p_n$ . Akan tetapi, kolom-kolom dari  $AP$  yang berurutan adalah  $Ap_1, Ap_2, \dots, Ap_n$  sehingga diperoleh

$$Ap_1 = \lambda_1 p_1, \quad Ap_2 = \lambda_2 p_2, \quad \dots, \quad Ap_n = \lambda_n p_n \quad (2.3)$$

Karena  $P$  dapat dibalik, maka vektor-vektor kolomnya semuanya tak nol, sehingga berdasarkan (2.3)  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  adalah nilai-nilai eigen dari  $A$ , dan  $p_1, p_2, \dots, p_n$  adalah vektor-vektor eigen yang bersesuaian. Karena  $P$  dapat dibalik, diperoleh  $p_1, p_2, \dots, p_n$  bebas linear. Dengan demikian,  $A$  memiliki  $n$  vektor eigen yang bebas linear.

(2)  $\Rightarrow$  (1). Misalkan bahwa  $A$  memiliki  $n$  vektor eigen  $p_1, p_2, \dots, p_n$  yang bebas linear dengan nilai-nilai eigen yang bersesuaian  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  dan misalkan

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

adalah sebuah matriks yang vektor-vektor kolomnya adalah  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , kolom-kolom dari hasil kali  $AP$  adalah

$$Ap_1, Ap_2, \dots, Ap_n$$

Namun

$$Ap_1 = \lambda_1 p_1, \quad Ap_2 = \lambda_2 p_2, \quad \dots, \quad Ap_n = \lambda_n p_n$$

Sehingga

$$\begin{aligned} AP &= \begin{bmatrix} \lambda_1 p_{11} & \lambda_2 p_{12} & \dots & \lambda_n p_{1n} \\ \lambda_1 p_{21} & \lambda_2 p_{22} & \dots & \lambda_n p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1 p_{n1} & \lambda_2 p_{n2} & \dots & \lambda_n p_{nn} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \\ &= PD \end{aligned} \tag{2.4}$$

dimana  $D$  adalah matriks diagonal yang memiliki nilai-nilai eigen  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  sebagai entri-entri diagonal utamanya. Oleh karena itu vektor-vektor kolom dari  $P$  bebas linear, maka  $P$  dapat dibalik, sehingga persamaan (2.4) dapat ditulis kembali sebagai  $P^{-1}AP = D$ , berarti  $A$  dapat didiagonalisasi.

Dari bukti di atas maka menghasilkan sebuah metode untuk mendiagonalisasikan matriks  $A$  seperti langkah berikut:

1. Tentukan nilai-nilai eigen dari matriks  $A$
2. Tentukan  $n$  vektor eigen yang bebas linear,  $p_1, p_2, \dots, p_n$  berdasarkan nilai-nilai eigen pada langkah 1.
3. Bentuk matriks  $P$  dimana vektor-vektor kolomnya adalah vektor-vektor  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .
4. Carilah matriks  $P^{-1}$ .
5.  $P^{-1}AP = D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  dengan  $\lambda_i$  adalah akar-akar karakteristik dari matriks  $A$ .
6. Selesai.

**Teorema 2.2 (Wono Setya Budhi, 1995)** Jika matriks  $A$  berukuran  $n \times n$

mempunyai  $n$  buah nilai eigen yang berbeda, maka  $A$  dapat didiagonalkan.

Suatu matriks yang berukuran  $n \times n$  dapat mempunyai maksimal  $n$  buah nilai eigen. Namun dimungkinkan diantara  $n$  buah nilai eigen tersebut ada yang sama.

Untuk nilai eigen yang sama dapat diambil salah satu saja untuk mengetahui vektor eigen yang bersesuaian.

## 2.2 Genetika

Genetika adalah salah satu cabang biologi yang mempelajari pewarisan sifat dari satu generasi ke generasi berikutnya. Gregor Mendel dikenal sebagai Bapak genetika, ia mempelajari pewarisan sifat dengan melakukan percobaan penyilangan pada kacang ercis untuk mengetahui distribusi genotipe dari sifat tertentu dalam suatu populasi (Kumari, dkk., 2018).

### 1. Peristilahan

Berikut merupakan beberapa peristilahan menurut Elrod dan Stansfield (2007).

- **Fenotipe** adalah karakteristik terukur atau sifat berbeda apapun yang dimiliki oleh suatu organisme. Sifat itu mungkin bisa dilihat oleh mata, misalnya warna bunga dan tekstur rambut, atau mungkin memerlukan uji-uji khusus agar bisa diidentifikasi, seperti misalnya uji serologis (pemeriksaan berbasis darah) untuk mengetahui golongan darah. Fenotipe adalah hasil produk-produk gen yang diekspresikan dalam lingkungan tertentu.

- Semua alel (urutan kode pada suatu gen) yang dimiliki suatu individu menyusun **genotip**-nya
  - a) Homozigot. Persatuan gamet-gamet yang membawa alel-alel identik menghasilkan sebuah genotip homozigot. Suatu homozigot mengandung alel-alel yang sama pada suatu lokus tunggal dan menghasilkan hanya satu jenis gamet saja.
  - b) Heterozigot. Persatuan gamet-gamet yang membawa alel-alel yang berbeda menghasilkan genotip heterozigot. Suatu heterozigot mengandung dua alel yang berbeda pada satu lokus tunggal dan menghasilkan jenis-jenis gamet yang berbeda.  
  
Dengan kata lain, genotip adalah sifat menurun yang tidak nampak dari luar.

## 2. Persilangan Trihibrid

Persilangan trihibrid adalah persilangan dua individu dengan tiga sifat beda. Pada persilangan trihibrid akan diperoleh  $2^3$  atau sama dengan 8 gamet dan  $4^3$  atau sama dengan 64 kombinasi persilangan (Sobir dan Syukur, 2015).

**Tabel 2.1.** Persilangan Trihibrid

	TKB	TKb	TkB	Tkb	tKB	tKb	tkB	Tkb
TKB	TTKKBB	TTKKBb	TTKkBB	TTKkBb	TtKKBB	TtKKBb	TtKkBB	TtKkBb
TKb	TTKKBb	TTKKbb	TTkKbB	TTkKbb	TtKKBb	TtKKbb	TtKkbb	TtKkbb
TkB	TTkKBB	TTkKbB	TtkkBB	Ttkkbb	TtKkBB	TtKkbb	TtkkBB	Ttkkbb
Tkb	TTkKbB	TTkKbb	Ttkkbb	Ttkkbb	TtKkbb	TtKkbb	Ttkkbb	Ttkkbb
tKB	TtKKBB	TtKKBb	TtKkBB	TtKkBb	ttKKBB	ttKKBb	ttKkBB	ttKkBb
tKb	TtKKBb	TtKKbb	TtKkbb	TtKkbb	ttKKBb	ttKKbb	ttKkbb	ttKkbb
tkB	TtKkBB	TtKkbb	TtkkBB	Ttkkbb	ttKkBB	ttKkbb	ttkkBB	ttkkbb
Tkb	TTkKbB	TTkKbb	TTkKbB	TTkKbb	TtKkbb	TtKkbb	Ttkkbb	Ttkkbb

Dari pemasangan genotip dapat ditentukan kemungkinan jenis genotip keturunannya dengan merubah hasil persilangan genotip ke dalam bentuk matriks. Dengan mencari nilai eigen dan vektor eigen dapat menjadi salah satu cara dalam aljabar linier yang dapat digunakan untuk menentukan jenis genotip keturunan untuk generasi selanjutnya (Syafwan dan Nurwati, 2015).



### III. METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini akan dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2020/2021 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

#### 3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur. Sumber-sumber yang digunakan berasal dari buku-buku di perpustakaan Universitas Lampung dan *browsing* internet. Dalam perhitungannya menggunakan bantuan aplikasi program *Wolfram Mathematica*.

Untuk mencapai tujuan penelitian, maka langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan simbol gen dalam bentuk peubah.
2. Membentuk tabel probabilitas genotip keturunan yang mungkin dari genotip induknya melalui uji persilangan tiga sifat beda.
3. Mengidentifikasi bentuk persamaan-persamaan linear berdasarkan tabel probabilitas, sehingga didapat sebuah sistem persamaan linear dalam bentuk

matriks  $A$ .

4. Mencari nilai-nilai eigen dari matriks  $A$  dan vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai-nilai eigen tersebut.
5. Membentuk matriks  $P$  serta menentukan invers matriks  $P$ .
6. Membentuk matriks diagonal dengan menggunakan persamaan (2.1).
7. Menentukan keturunan pada generasi ke- $n$ .
8. Menganalisis hasil dan menarik kesimpulan.

## V. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa pewarisan genotip generasi ke- $n$  pada persilangan trihibrid dengan genotip induk terkontrol dapat diperoleh dari persamaan yang didapat dengan mengaplikasikan diagonalisasi matriks.

Selain itu, pada generasi tak hingga untuk pewarisan genotip induk terkontrol generasi ke- $n$  dapat digunakan perhitungan limit  $n$  menuju tak hingga dan diperoleh semua keturunan yang akan dihasilkan cenderung memiliki genotip TTKKBB.

### 5.2 Saran

Adapun saran yang dapat diberikan berkenaan dengan penelitian ini yaitu untuk penelitian mengenai pewarisan genotip menggunakan diagonalisasi matriks dapat dikembangkan untuk persilangan dengan sifat yang lebih banyak.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. dan Rorres, C. 2000. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*. Terjemahan Refina Indriasari dan Irzam Harmein. Erlangga, Jakarta.
- Anton, H. dan Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elementer*. Terjemahan Refina Indriasari dan Irzam Harmein. Erlangga, Jakarta.
- Budhi, W.S. 1995. *Aljabar Linear*. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Elrod, S. dan Stansfield, W. 2007. *Genetika Edisi Keempat*. Terjemahan Damaring Tyas W. Erlangga, Jakarta.
- Kaffah, M.Y.S., dan Romdhini, M.U. 2015. Analisis Diagonalisasi Matriks untuk Menentukan Individu ke- $n$  Berdasarkan Peluang Genotip Induk. *Jurnal Ilmu Biologi*, 1(2): 98-103, ISSN: 2442-2622.
- Kumari, M.N.M., Kavya, H.U., dan Krupashree, Y.N. 2018. Applications of Linear Algebra in Genetics. *Journal of Harmonized Research in Applied Science*, 6(4): 236-240, ISSN: 2321-7456.
- Syafwan, H. dan Nurwati. 2015. Penggunaan Nilai Eigen dan Vektor Eigen untuk Menentukan Model Genotip Keturunan yang Tertaut Kromosom X. *Jurnal Manajemen Informatika dan Teknik Komputer*, 1(1): 15-20.
- Sobir dan Syukur, M. 2015. *Genetika Tanaman*. PT Penerbit IPB Press, Bogor.