

**SIMULASI KONDISI ARUS LALU LINTAS SATU ARAH
MENGUNAKAN FUNGSI VELOSITAS GREENSHIELD YANG
DIMODIFIKASI**

(Skripsi)

Oleh

SOFIAN MULYADI SURYADI



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

ABSTRAK

SIMULASI KONDISI ARUS LALU LINTAS SATU ARAH MENGUNAKAN FUNGSI VELOSITAS GREENSHIELD YANG DIMODIFIKASI

Oleh

SOFIAN MULYADI SURYADI

Masalah kemacetan lalu lintas sering terjadi di daerah perkotaan karena banyaknya kendaraan yang melintas melebihi kapasitas jalan. Dalam pemodelan matematika, hubungan antara kecepatan dengan kepadatan kendaraan dapat dinyatakan dalam beberapa fungsi velositas, salah satunya fungsi velositas Greenshield yang dimodifikasi. Pada penelitian ini, fungsi velositas tersebut akan diterapkan untuk mensimulasikan arus lalu lintas menggunakan model LWR dan skema numerik volume hingga. Sebagai tambahan, model ini dikaji lebih lanjut pada data real di jalan raya. Dari pengkajian yang telah dilakukan terlihat bahwa kendaraan dapat menempuh jarak yang lebih jauh ketika kondisi arus lalu lintas lancar dibandingkan ketika kondisi arus lalu lintas padat merayap pada saat waktu yang sama. Selain itu, skema numerik volume hingga yang dihasilkan memiliki keakuratan yang tinggi dengan nilai galat mutlak sebesar 0,0002 untuk kondisi arus lalu lintas lancar dan 0,0004 untuk kondisi arus lalu lintas padat merayap.

Kata Kunci : Model LWR, Fungsi Velositas Greenshield yang Dimodifikasi,
Arus Lalu Lintas

ABSTRACT

SIMULATION OF ONE-WAY TRAFFIC FLOW CONDITIONS USING A MODIFIED GREENSHIELD VELOCITY FUNCTION

By

SOFIAN MULYADI SURYADI

The problem of traffic jams often occurs in urban areas because the number of vehicles that pass exceeds the capacity of the road. In mathematical modeling, the relationship between speed and vehicle density can be expressed in several velocity functions, one of which is the modified Greenshield velocity function. In this research, its velocity function will be applied to simulate traffic flow using LWR model and finite volume numerical scheme. In addition, this model is further studied on the real data on the highway. From the studies that have been carried out, it can be seen that vehicles can travel longer distances when traffic conditions are smooth than when traffic flows are dense at the same time. Moreover, the finite volume numerical scheme produced has high accuracy with absolute error values of 0.0002 for smooth traffic flow conditions and 0.0004 for creeping dense traffic flow conditions.

Keywords : LWR Model, Modified Greenshield Velocity Function, Traffic Flow

**SIMULASI KONDISI ARUS LALU LINTAS SATU ARAH
MENGUNAKAN FUNGSI VELOSITAS GREENSHIELD YANG
DIMODIFIKASI**

Oleh

SOFIAN MULYADI SURYADI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar

SARJANA MATEMATIKA

Pada Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

Judul Skripsi : **SIMULASI KONDISI ARUS LALU
LINTAS SATU ARAH
MENGUNAKAN FUNGSI
VELOSITAS GREENSHIELD
YANG DIMODIFIKASI**

Nama Mahasiswa : **Sofian Mulyadi Suryadi**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1717031001**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



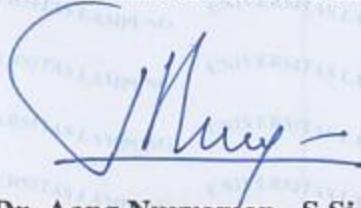


Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 197403162005011001



Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.
NIP 198406272006042001

2. **Ketua Jurusan Matematika**



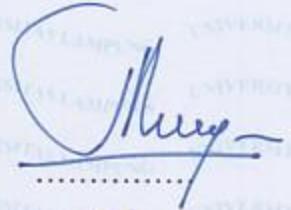
Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

: Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.



Sekretaris

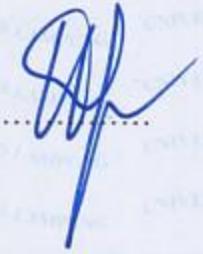
: Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.



Penguji

Bukan Pembimbing

: Prof. Dra. Wamilliana, M.A, Ph.D.



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T.

NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 3 Agustus 2021

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Sofian Mulyadi Suryadi**
Nomor Pokok Mahasiswa : **1717031001**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **SIMULASI KONDISI ARUS LALU LINTAS
SATU ARAH MENGGUNAKAN FUNGSI
VELOSITAS GREENSHIELD YANG
DIMODIFIKASI**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 3 Agustus 2021

Yang Menyatakan,



Sofian Mulyadi Suryadi

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 21 Juli 1999 di Tangerang, anak tunggal dari pasangan Bapak Aman Dasuki Suryadi dan Ibu Tintin Ria Sari.

Penulis memulai pendidikan di TK Kristen I Metro pada tahun 2004-2005, pendidikan tingkat dasar di SD Kristen I Metro pada tahun 2005-2011. Pada tahun 2011-2014, penulis melanjutkan ke pendidikan tingkat menengah pertama di SMP Kristen I Metro. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan tingkat menengah atas di SMA Kristen I Metro pada tahun 2014-2017. Pada tahun 2017 melalui jalur SNMPTN, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Pada Januari-Februari 2020, penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) periode pertama di Pekon Campang Tiga, Kecamatan Kota Agung Pusat, Kabupaten Tanggamus selama 40 hari, sebagai salah satu bentuk pengabdian mahasiswa dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi. Kemudian pada Juli-Agustus 2020, penulis melakukan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di SMP Kristen I Metro selama 40 hari.

KATA INSPIRASI

“Mintalah maka akan diberikan kepadamu; carilah maka kamu akan mendapat;
ketoklah maka pintu akan dibukakan bagimu.”

(Matius 7:7)

“Aku telah mengakhiri pertandingan yang baik, aku telah mencapai garis akhir
dan aku telah memelihara iman.”

(2 Timotius 4:7)

“Sebab Aku ini mengetahui rancangan-rancangan apa yang ada pada-Ku
mengenai kamu, demikianlah firman Tuhan, yaitu rancangan damai sejahtera dan
bukan rancangan kecelakaan, untuk memberikan kepadamu hari depan yang
penuh harapan.”

(Yeremia 29:11)

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Tuhan karena berkat dan karunia-Nya, skripsi ini dapat ditulis dengan baik dan lancar. Semoga Tuhan YME senantiasa memberkati kita semua.

Ku persembahkan karya ini dengan penuh perjuangan kepada:

Bapak dan Ibu Guru Tercinta

Dengan rasa terima kasih yang tak terhingga kepada Bapak dan Ibu Guru yang telah memberikan segala ilmu, doa, dan dukungannya.

Dosen Pembimbing dan Penguji

Yang telah senantiasa membantu dalam proses pembimbingan atas ilmu, serta waktu luangnya dan juga memberi motivasi kepada penulis.

Almameter Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kepada Tuhan YME karena berkat dan karunia-Nya skripsi dengan Judul “Simulasi Kondisi Arus Lalu Lintas Satu Arah Menggunakan Fungsi Velocitas Greenshield yang Dimodifikasi” dapat diselesaikan dengan baik. Semoga Tuhan YME senantiasa memberkati kita semua.

Penelitian yang dilakukan sebagai dasar penulisan skripsi ini, tidaklah terlepas dari bantuan, kerjasama, dan dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini ucapan terima kasih disampaikan secara tulus kepada:

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing utama yang telah banyak memberikan bimbingan, kritik, saran, dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini sehingga penulis tidak hanya menyelesaikan skripsi ini, tetapi penulis juga mendapatkan ilmu yang bermanfaat di kemudian hari.
2. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing pendamping yang memberikan pengarahan dan memberikan pembelajaran bermanfaat untuk penulis.
3. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku dosen penguji/pembahas yang telah memberikan kritik dan saran yang bermanfaat untuk kesempurnaan skripsi ini.

4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, M.T., selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ibu Dra. Rumingsih W.S., yang telah memberikan didikan dan ilmu yang bermanfaat sehingga penulis dapat berkembang dan menyelesaikan perkuliahan dengan baik.
8. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu, serta mendoakan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna penelitian selanjutnya agar lebih baik.

Bandar Lampung, 3 Agustus 2021

Penulis,

Sofian Mulyadi Suryadi

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvi
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Model LWR	5
2.2 Fungsi Velositas.....	6
2.2.1 Fungsi Velositas Greenshield.....	7
2.2.2 Fungsi Velositas Greenberg	7
2.2.3 Fungsi Velositas <i>Underwood</i>	8
2.2.4 Fungsi Velositas Drake	8
2.2.5 Fungsi Velositas Greenshield yang Dimodifikasi.....	8
2.3 Metode Volume Hingga.....	9
2.4 Metode Newton-Raphson	9
2.5 Metode Interpolasi Newton	10
2.6 Metode Bagi Dua	11
2.7 Metode Kuadrat Terkecil	11
III. METODE PENELITIAN	
3.1 Tempat dan Waktu Penelitian.....	13
3.2 Metode Penelitian	13
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1. Fungsi Velositas Greenshield yang Dimodifikasi	15
4.2. Solusi Analitik dan Perbandingannya dengan Numerik.....	16
4.2.1 Solusi Analitik untuk $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$	18
4.2.1.1 Kasus Arus Lalu Lintas Lancar ($\beta_0 = 0,04$)	19
4.2.1.2 Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap ($\beta_0 = 0,08$)	20

4.2.2	Solusi Analitik untuk $\alpha = \frac{1}{2}, v_0 > 0$	22
4.2.2.1	Kasus Arus Lalu Lintas Lancar ($\beta_0 = 0,04$)	23
4.2.2.2	Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap ($\beta_0 = 0,08$)	25
4.2.3	Solusi Analitik untuk $\alpha = 1, v_0 > 0$	27
4.2.3.1	Kasus Arus Lalu Lintas Lancar ($\beta_0 = 0,04$)	29
4.2.3.2	Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap ($\beta_0 = 0,08$)	29
4.3.	Studi Kasus	31
4.3.1	Kasus Arus Lalu Lintas Lancar ($\beta_0 = 0,04$)	34
4.3.2	Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap ($\beta_0 = 0,08$)	36
4.4.	Validasi Galat Mutlak untuk Nilai Kepadatan Maksimum yang Mungkin Terjadi	38
V.	KESIMPULAN DAN SARAN	
4.1	Kesimpulan	40
4.2	Saran	41
	DAFTAR PUSTAKA	42
	LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Lancar.....	19
4.2. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap.....	20
4.3. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 > 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Lancar.....	24
4.4. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 > 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap.....	25
4.5. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = 2,7$, $v_0 = 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap.....	35
4.6. Hasil Skema Iterasi Newton-Raphson ketika Nilai $\alpha = 2,7$, $v_0 = 0$ untuk Kasus Arus Lalu Lintas Padat Merayap.....	36
4.7. Hasil Nilai Kepadatan Maksimum yang Mungkin Terjadi secara Analitik dan Numerik serta Galat Mutlaknya untuk Kondisi Arus Lalu Lintas Lancar.....	38
4.8. Hasil Nilai Kepadatan Maksimum yang Mungkin Terjadi secara Analitik dan Numerik serta Galat Mutlaknya untuk Kondisi Arus Lalu Lintas Padat Merayap.....	38

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1. Grafik Fungsi Kecepatan terhadap Kepadatan.....	16
4.2. Grafik Fungsi Fluks terhadap Kepadatan.....	16
4.3. Plot Grafik $x(t)$ untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$ pada Kasus $\beta_0 = 0,04$ dan $\beta_0 = 0,08$	18
4.4. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Lancar secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$	20
4.5. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Padat Merayap Secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 = 0$	21
4.6. Plot Grafik $x(t)$ untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 > 0$ pada Kasus $\beta_0 = 0,04$ dan $\beta_0 = 0,08$	23
4.7. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Lancar Secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 > 0$	24
4.8. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Padat Merayap secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = \frac{1}{2}$, $v_0 > 0$	26
4.9. Plot Grafik $x(t)$ untuk Nilai $\alpha = 1$, $v_0 > 0$ pada Kasus $\beta_0 = 0,04$ dan $\beta_0 = 0,08$	27
4.10. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Lancar secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = 1$, $v_0 > 0$	29
4.11. Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Padat Merayap secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = 1$, $v_0 > 0$	30
4.12. Situasi Arus Lalu Lintas di Daerah Lampu Lalu Lintas Terminal Rajabasa di Jalan Z.A. Pagar Alam Bandar Lampung	31

4.13.	Hubungan antara Kecepatan dengan Kepadatan berdasarkan Data Hasil Pengamatan dan Hampiran Fungsi Velositas	33
4.14.	Hubungan antara Fluks dengan Kepadatan berdasarkan Data Hasil Pengamatan dan Hampiran Fungsi Fluks	33
4.15.	Plot Grafik $x(t)$ berdasarkan Hampiran Fungsi Velositas pada Kasus $\beta_0 = 0,04$ dan $\beta_0 = 0,08$	34
4.16.	Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Lancar secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = 2,7, v_0 = 0$	35
4.17.	Simulasi Kepadatan Kendaraan saat Kondisi Arus Lalu Lintas Padat Merayap secara Numerik dan Analitik untuk Nilai $\alpha = 2,7, v_0 = 0$	37

I. PENDAHULUAN

Bab ini akan membahas mengenai latar belakang dan masalah yang sering dijumpai pada arus lalu lintas kendaraan di jalan raya. Selain itu pada bab ini juga akan membahas mengenai pentingnya penelitian ini sehingga diharapkan dapat bermanfaat untuk perkembangan penelitian berikutnya dan penyelidikan lebih lanjut mengenai kemacetan lalu lintas yang sering terjadi di perkotaan.

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Seiring dengan kemajuan teknologi yang semakin pesat, transportasi menjadi kebutuhan penting untuk menunjang pergerakan manusia. Dengan adanya sarana transportasi, manusia dapat menghemat waktu untuk melakukan perjalanan dari suatu tempat ke tempat lain. Banyaknya kendaraan yang melintas di suatu ruas jalan hendaknya disesuaikan dengan kapasitas jalan yang memadai. Jika banyaknya kendaraan yang melintas melebihi kapasitas jalan, maka akan terjadi penumpukan kendaraan yang mengakibatkan kemacetan. Jika kondisi lalu lintas lengang, maka kendaraan dapat bergerak dengan kecepatan yang lebih tinggi dibandingkan dengan kondisi saat lalu lintas padat merayap.

Fenomena arus lalu lintas ini dapat dimodelkan secara matematis. Beberapa ahli telah memformulasikan velositas (kecepatan) sebagai fungsi dari kepadatan kendaraan berdasarkan kejadian di lapangan. Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengkaji fenomena ini dengan menggunakan berbagai fungsi velositas. Fungsi velositas Greenshield sering digunakan dalam beberapa penelitian, di antaranya untuk menyelidiki hubungan antara kecepatan dengan arus lalu lintas pada jalan arteri di Malaysia (Raqib dkk., 2006), menyelidiki hubungan antara kecepatan dengan kepadatan kendaraan dari arus lalu lintas yang terganggu (Yu dkk., 2016), membuat pemodelan arus lalu lintas pada jalan di perkotaan dengan kecepatan tinggi (Kumar dkk., 2018), mensimulasikan model arus lalu lintas secara numerik dengan skema volume hingga (Pudjaprasetya dan Kamalia, 2018), dan mensimulasikan bertambahnya kepadatan kendaraan akibat penyempitan dan penutupan jalan (Putra dan Gunawan, 2018). Fungsi velositas *Underwood* pernah digunakan untuk melakukan simulasi model arus lalu lintas satu arah dengan metode beda hingga skema implisit untuk konstruksi numeriknya (Pratama, 2016). Selain itu, fungsi velositas kuadratik juga digunakan untuk melakukan simulasi arus lalu lintas dengan skema beda hingga untuk konstruksi numeriknya (Noviantri, 2019).

Dari beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, penelitian ini akan menganalisis situasi arus lalu lintas menggunakan fungsi velositas Greenshield yang dimodifikasi. Kelebihan dari fungsi velositas ini dibandingkan dengan fungsi velositas Greenshield adalah mempertimbangkan kecepatan awal dari kendaraan yang melintas. Selain itu, penelitian ini akan menggunakan skema

finite volume untuk konstruksi numeriknya, serta membandingkan beberapa *constant rate* terhadap kepadatan kendaraan. Penelitian ini juga dilakukan dengan pendekatan makroskopik, sehingga tidak membedakan perilaku pengendara (setiap pengendara akan menjalankan kendaraannya bergantung pada kepadatan kendaraan di sekitarnya).

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana pengaruh antara kondisi arus lalu lintas dengan jarak yang ditempuh kendaraan pada selang waktu tertentu?
2. Bagaimana pengaruh antara kondisi arus lalu lintas dengan kepadatan maksimum yang mungkin terjadi?
3. Bagaimana kesesuaian nilai kepadatan maksimum antara solusi analitik dengan skema numerik untuk hubungan antara panjang lintasan pada selang waktu tertentu dengan kepadatan kendaraan?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menyelidiki pengaruh antara kondisi arus lalu lintas dengan jarak yang ditempuh kendaraan pada selang waktu tertentu.
2. Menyelidiki pengaruh antara kondisi arus lalu lintas dengan kepadatan maksimum yang mungkin terjadi.

3. Memeriksa kesesuaian nilai kepadatan maksimum antara solusi analitik dengan skema numerik untuk hubungan antara panjang lintasan pada selang waktu tertentu dengan kepadatan kendaraan dengan meninjau nilai galat mutlaknya.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menerapkan ilmu matematika dalam kehidupan sehari-hari, khususnya pada fenomena arus lalu lintas.
2. Sebagai salah satu referensi untuk penelitian selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan disajikan model matematika yang digunakan pada penelitian mengenai fenomena arus lalu lintas dan beberapa fungsi velositas yang cukup terkenal. Selain itu pada bab ini juga akan membahas beberapa metode numerik yang diperlukan untuk menunjang penelitian tersebut, seperti metode volume hingga, Newton-Raphson, dan interpolasi Newton.

2.1 Model LWR

Model LWR merupakan sebuah persamaan kinematik yang digunakan pada fenomena arus lalu lintas. Persamaan ini diberi nama oleh penemunya, yaitu Lighthill dan Whitham (1955), Richards (1956) dengan tujuan untuk memodelkan kepadatan lalu lintas secara makroskopik. Model ini menggunakan hukum konservasi untuk mendeskripsikan kondisi lalu lintas kendaraan di suatu ruas jalan. Model LWR dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} f(n(x, t)) = \beta, \quad (2.1)$$

dengan n menyatakan kepadatan kendaraan (kendaraan/meter) yang terjadi pada posisi x dan waktu t , f menyatakan fluks lalu lintas (kendaraan/detik) pada posisi x dan waktu t tertentu, sedangkan β menyatakan perubahan kepadatan kendaraan per satuan waktu, atau jumlah kendaraan per meter per detik yang

masuk atau keluar pada posisi tertentu (Pudjaprasetya dan Kamalia, 2018). Fluks lalu lintas merupakan fungsi yang bergantung pada kepadatan kendaraan yang diberikan oleh

$$f(n) = n \cdot v(n), \quad (2.2)$$

dengan $v(n)$ adalah fungsi velositas yang nilainya bergantung pada kepadatan kendaraan. Kecepatan kendaraan akan berkurang seiring meningkatnya kepadatan. Jika kepadatan kendaraan tinggi, maka kendaraan akan melaju dengan kecepatan rendah. Sebaliknya jika kepadatan kendaraan rendah, maka kendaraan dapat melaju dengan kecepatan tinggi. Sedangkan nilai fluks kecil (mendekati nol) pada saat kondisi jalan sepi, dan kondisi jalan padat merayap.

2.2 Fungsi Velositas

Fungsi velositas merupakan model yang menggambarkan kecepatan rata-rata kendaraan yang diukur dalam jarak per satuan waktu (meter/detik). Selain itu, fungsi ini juga menggambarkan hubungan antara kecepatan dengan kepadatan kendaraan. Pada tahun 1939, Greenshield mengajukan fungsi velositas pertama berupa fungsi linear. Seiring dengan kemajuan ilmu pengetahuan, beberapa ahli telah mengajukan fungsi velositas yang lain (Pratama, 2016).

2.2.1 Fungsi Velositas Greenshield

Fungsi velositas ini diperkenalkan oleh Greenshield pada tahun 1939 yang menggambarkan hubungan antara kecepatan dengan kepadatan kendaraan secara linear sebagai berikut.

$$v(n) = v_m \left(1 - \frac{n}{n_m}\right), \quad (2.3)$$

dengan n_m merupakan kepadatan maksimum dan v_m merupakan kecepatan maksimum lalu lintas pada waktu t (Pratama, 2016).

2.2.2 Fungsi Velositas Greenberg

Fungsi ini dikembangkan oleh Greenberg pada tahun 1959 berdasarkan analogi aliran fluida dan data dari Terowongan Lincoln di New York. Model ini menggunakan hubungan logaritmik antara kecepatan dengan kepadatan sebagai berikut.

$$v(n) = v_m \ln \left(\frac{n}{n_m}\right), \quad (2.4)$$

dengan n_m merupakan kepadatan maksimum dan v_m merupakan kecepatan maksimum lalu lintas pada waktu t (Pratama, 2016).

2.2.3 Fungsi Velositas *Underwood*

Fungsi velositas *Underwood* dikembangkan oleh *Underwood* pada tahun 1961. Pada model ini, kecepatan kendaraan tidak pernah mencapai nol walaupun situasi macet total. Fungsi velositas *Underwood* dituliskan sebagai berikut.

$$v(n) = v_m e^{-\frac{n}{n_0}}, \quad (2.5)$$

dengan n_0 menyatakan kepadatan mula-mula, dan v_m menyatakan kecepatan maksimum kendaraan pada waktu t (Kumar dkk., 2018).

2.2.4 Fungsi Velositas Drake

Pada tahun 1961, Drake mengajukan fungsi velositas berbentuk fungsi eksponensial. Model ini merupakan pengembangan dari *Underwood* dan mempertimbangkan kepadatan awal yang dituliskan sebagai berikut.

$$v(n) = v_m e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{n_0}\right)^2}, \quad (2.6)$$

dengan n_0 menyatakan kepadatan mula-mula, dan v_m menyatakan kecepatan maksimum kendaraan pada waktu t (Kumar dkk., 2018).

2.2.5 Fungsi Velositas Greenshield yang Dimodifikasi

Fungsi velositas ini merupakan pengembangan dari fungsi velositas Greenshield yang diajukan pertama kali oleh Jayakrishnan, Tsai, dan Chen pada tahun 1995 dengan mempertimbangkan kecepatan awal dari kendaraan yang melintas (Jayakrishnan dkk., 1995). Fungsi velositas Greenshield yang dimodifikasi

dituliskan sebagai berikut.

$$v(n) = v_0 + (v_m - v_0) \left(1 - \frac{n}{n_m}\right)^\alpha, \quad (2.7)$$

dengan n_m merupakan kepadatan maksimum, v_0 merupakan kecepatan awal, v_m merupakan kecepatan maksimum lalu lintas pada waktu t , dan α merupakan parameter tambahan yang nilainya dapat diatur sedemikian rupa sehingga kurva fungsi velositas dan fungsi fluks yang dihasilkan mendekati kejadian sebenarnya (Yu dkk., 2016).

2.3 Metode Volume Hingga

Metode volume hingga merupakan salah satu metode numerik untuk mencari hampiran dari solusi persamaan diferensial parsial. Ide dari metode ini adalah mengintegrasikan persamaan menjadi lebih kecil yang disebut volume kontrol, kemudian menggunakan teorema divergensi untuk mengubah integral volume menjadi batas integral yang melibatkan fluks sebelum akhirnya nilai pendekatan fluks tersebut melampaui batas (Gander dan Kwok, 2018).

2.4 Metode Newton-Raphson

Metode Newton-Raphson merupakan metode untuk mencari nilai hampiran dari solusi persamaan nonlinear $f(x) = 0$. Ide dasar dari metode ini adalah menggunakan pendekatan garis singgung $y = f(x)$ pada titik $(x_0, f(x_0))$ (Epperson, 2013). Keunggulan dari metode ini adalah konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode lainnya, asalkan nilai iterasi awal cukup

dekat dengan solusi yang diharapkan. Metode Newton-Raphson dapat ditulis dalam bentuk rekursif sebagai berikut.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad (2.8)$$

dengan $n = 0, 1, 2, \dots$ dan x_0 merupakan nilai iterasi awal.

2.5 Metode Interpolasi Newton

Metode interpolasi Newton adalah metode untuk mencari fungsi polinomial berderajat n dari $(n + 1)$ buah titik $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ dengan $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$. Dimisalkan p_n adalah polinomial yang menginterpolasikan f pada titik (x_i, y_i) , $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ dan p_{n+1} adalah polinomial yang menginterpolasikan f pada titik (x_i, y_i) , $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n + 1$. Polinomial p_{n+1} diberikan oleh

$$p_{n+1}(x) = p_n(x) + a_{n+1}w_n(x) \quad (2.9)$$

dengan

$$w_n(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i) \quad (2.10)$$

$$a_{n+1} = \frac{f(x_{n+1}) - p_n(x_{n+1})}{w_n(x_{n+1})} \quad (2.11)$$

dan

$$p_0(x) = a_0 = f(x_0) \quad (2.12)$$

Polinomial orde n yang melalui titik-titik tersebut adalah berbentuk

$$p_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (2.13)$$

(Epperson, 2013).

2.6 Metode Bagi Dua

Metode bagi dua (biseksi) merupakan metode numerik sederhana untuk mencari nilai hampiran dari solusi persamaan nonlinear $f(x) = 0$. Jika a dan b merupakan nilai iterasi awal yang memenuhi $f(a).f(b) < 0$ dengan $a < b$, maka terdapat $\alpha \in [a, b]$ sehingga $f(\alpha) = 0$. Dimisalkan c merupakan titik tengah dari $[a, b]$ yang memenuhi

$$c = \frac{a + b}{2}, \quad (2.14)$$

maka terdapat tiga kemungkinan untuk nilai $f(a).f(c)$.

1. Jika $f(a).f(c) < 0$, maka terdapat solusi α dengan $\alpha \in [a, c]$.
2. Jika $f(a).f(c) = 0$, maka terdapat solusi α dengan $\alpha = c$.
3. Jika $f(a).f(c) > 0$, maka terdapat solusi α dengan $\alpha \in [c, b]$.

(Epperson, 2013)

2.7 Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil merupakan metode untuk menentukan sebuah persamaan regresi dengan meminimumkan penjumlahan dari kuadrat jarak vertikal antara nilai Y yang sesungguhnya dengan nilai Y yang diramalkan (Lind, dkk., 2008). Misalkan diketahui N buah titik $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$, dan $\hat{y} = ax + b$ merupakan nilai variabel y yang diperkirakan untuk nilai x tertentu. Metode kuadrat terkecil untuk pemisalan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S = \min_{(a,b)} \sum_{i=1}^N (y_i - (ax_i + b))^2 \quad (2.15)$$

Supaya nilai S pada Persamaan (2.15) minimum, harus ditentukan nilai a dan b sehingga turunan parsial pertama S terhadap a dan b sama dengan nol, atau dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 0 \quad (2.17)$$

III. METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan disajikan mengenai tempat dan waktu penelitian, serta langkah-langkah yang diperlukan dalam penelitian ini.

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2020/2021 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengumpulkan bahan literatur dan studi kepustakaan yang berhubungan dengan fenomena arus lalu lintas.
2. Menentukan model kecepatan dan kepadatan kendaraan yang digunakan.
3. Membuat pemisalan untuk nilai kecepatan awal (v_0), kecepatan maksimum (v_m), kepadatan maksimum (n_m), dan mengkajinya lebih lanjut berdasarkan kondisi arus lalu lintasnya (Nilai $\beta_0 = 0,04$ untuk arus lalu lintas lancar dan $\beta_0 = 0,08$ untuk arus lalu lintas padat merayap).

4. Mencari beberapa titik pada interval x tertentu dengan skema iterasi Newton-Raphson dan menentukan hampiran fungsi kepadatan terhadap jarak dan waktu dari titik-titik yang diperoleh dengan metode interpolasi Newton untuk nilai $\alpha \neq 1$ (khusus untuk nilai $\alpha = 1$, fungsi kepadatan ditentukan secara analitik).
5. Mengonstruksi formula kepadatan dalam bentuk diskritnya secara numerik dengan metode volume hingga pada persamaan kinematik LWR.
6. Memeriksa nilai galat mutlak antara nilai analitik dan numerik untuk kepadatan maksimum yang mungkin terjadi pada masing-masing kondisi arus lalu lintas.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan disajikan mengenai kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian, dan saran untuk peneliti berikutnya yang ingin melanjutkan penelitian mengenai fenomena arus lalu lintas.

5.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini telah dikaji simulasi kondisi arus lalu lintas untuk model LWR menggunakan fungsi velositas Greenshield yang dimodifikasi dan skema volume hingga sebagai konstruksi numeriknya, serta pengkajian lebih lanjut telah dilakukan pada data real di jalan raya. Dari penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa ketika kondisi arus lalu lintas lancar, kendaraan dapat menempuh jarak yang lebih jauh dibandingkan ketika kondisi arus lalu lintas padat merayap pada saat waktu yang sama. Sebagai contoh pada Gambar 4.15 terlihat bahwa selama 5 detik kendaraan dapat menempuh jarak 15,22 meter ketika kondisi arus lalu lintas lancar dan 11,77 meter ketika kondisi arus lalu lintas padat merayap. Selain itu, kepadatan kendaraan akan meningkat lebih cepat ketika kondisi arus lalu lintas padat merayap dibandingkan ketika kondisi arus lalu lintas lancar. Sebagai contoh pada Gambar 4.16 kepadatan yang terjadi saat kondisi arus lalu lintas lancar sekitar 0,1272 kendaraan/meter ketika lampu merah

menyala selama 3 detik, sedangkan pada Gambar 4.17 kepadatan yang terjadi saat kondisi arus lalu lintas padat merayap sekitar 0,3564 kendaraan/meter ketika lampu merah menyala selama 3 detik. Selanjutnya dari skema numerik volume hingga yang dihasilkan memiliki keakuratan yang tinggi terhadap solusi analitiknya sehingga skema numerik tersebut juga dapat menggambarkan situasi yang sesungguhnya. Hal ini terlihat dari nilai galat mutlak pada Tabel 4.7 dan 4.8 sebesar 0,0002 untuk kondisi arus lalu lintas lancar dan 0,0004 untuk kondisi arus lalu lintas padat merayap.

5.2 Saran

Penelitian ini berfokus pada arus lalu lintas satu arah menggunakan fungsi velositas Greenshield yang dimodifikasi, sehingga diharapkan kepada peneliti berikutnya untuk melanjutkan penelitian pada bentuk jalan yang bervariasi, seperti persimpangan, bundaran, jalan layang (*fly over*), dan lain-lain. Kemudian, disarankan juga kepada peneliti selanjutnya untuk menggunakan fungsi velositas yang lainnya. Selain itu, pengaturan durasi lampu merah pada *traffic light* hendaknya disesuaikan dengan kondisi arus lalu lintasnya agar tidak terjadi kemacetan.

DAFTAR PUSTAKA

- Epperson, J. F. (2013). *An Introduction to Numerical Methods and Analysis* (2nd ed.). John Wiley & Son, New Jersey.
- Gander, M. J., and Kwok, F. (2018). Numerical Analysis of Partial Differential Equations Using Maple and MATLAB. In *Numerical Analysis of Partial Differential Equations Using Maple and MATLAB*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- Jayakrishnan, R., Tsai, W. K., dan Chen, A. (1995). A dynamic traffic assignment model with traffic-flow relationships. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 3(1), 51–72.
- Kumar, P., Arkatkar, S., and Joshi, G. (2018). Calibration of traffic stream models on high-speed urban roads with heterogeneous traffic conditions. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Transport*, 173(5), 321–332.
- Lighthill, M. J., dan Whitham, G. B. (1955). On kinematic waves I. Flood movement in long rivers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 229(1178), 281–316.
- Lind, D. A., Marchal, W. G., dan Wathen, S. A. (2008). *Teknik-Teknik Statistika dalam Bisnis dan Ekonomi* (13th ed., Vol. 2). Penerbit Salemba Empat, Jakarta.
- Noviantri, V. (2019). Tinjauan Makroskopik Kepadatan Lalu Lintas Berdasarkan Dinamika Fluida. *Media Bina Ilimiah*, 14(4), 2407–2414.

- Pratama, M. I. (2016). *Simulasi Numerik Model Arus Lalu Lintas Satu Arah Berbasis Fungsi Velositas Underwood*. Institut Pertanian Bogor.
- Pudjaprasetya, S. R., dan Kamalia, P. Z. (2018). Finite volume method for simulations of traffic dynamics with exits and entrances. *ANZIAM Journal*, 60, 1.
- Putra, Y. M., dan Gunawan, P. H. (2018). Simulasi Berbagai Situasi Traffic Flow Menggunakan Persamaan Kinematik dan Implementasi Metode Finite Volume. *Indonesian Journal on Computing (Indo-JC)*, 3(2), 45.
- Raqib, A., Ghani, A., Hashim, W., Ibrahim, W., dan Mohd, F. (2006). Penentuan hubungan laju-aliran lalu lintas jalan arteri. *Jurnal Kejuruteraan*, 18, 117–133.
- Richards, P. I. (1956). Shock Waves on the Highway. *Operations Research*, 4(1), 42–51.
- Yu, C., Zhang, J., Yao, D., Zhang, R., dan Jin, H. (2016). Speed-Density Model of Interrupted Traffic Flow Based on Coil Data. *Mobile Information Systems*, 2016, 1-12.