

**BAGAN KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING
AVERAGE* PADA DATA CPO PT ASTRA AGRO LESTARI
PADA TAHUN 2018 - 2020 DENGAN MENGGUNAKAN
RESIDUAL MODEL ARIMA**

(Skripsi)

Oleh

AL ARHAM
NPM 1517031162



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

ABSTRACT

EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE CONTROL CHART ON PT ASTRA AGRO LESTARI CPO DATA IN 2018 - 2020 USING RESIDUAL ARIMA MODEL

BY

AL ARHAM

In a production process, it is necessary to have a control chart that can be used as a tool to control a production process. The data used in the control chart must meet the assumption that the data is not autocorrelated. The aims of this research to describe the steps of making control chart boundaries on the data in which the autocorrelation process occurs.

The data used in this research are data from PT. Astaro Agro Lestari, period January 2018 – December 2020. The data was analyzed using the ARIMA model to solve the autocorrelation problem in the data. From the ARIMA process, Residual data is obtained which will be used to create an Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart.

The results of this study indicate that the best model obtained is from the ARIMA model (1,1,1), with $\lambda = 0.2$ as the most effective lambda for detecting small process mean shifts, with the result that the residuals are not controlled.

Keywords : EWMA, *Residual*, ARIMA, Control Chart

ABSTRAK

BAGAN KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* PADA DATA CPO PT ASTRA AGRO LESTARI PADA TAHUN 2018 - 2020 DENGAN MENGGUNAKAN *RESIDUAL* MODEL ARIMA

OLEH

AL ARHAM

Dalam suatu proses produksi perlu adanya bagan kendali yang dapat di gunakan sebagai alat untuk mengontrol suatu proses produksi. Data yang digunakan dalam bagan kendali harus memenuhi asumsi bahwa data tidak berautokorelasi. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan langkah-langkah pembuatan batas-batas bagan kendali pada data yang di dalamnya terjadi proses autokorelasi.

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data PT. Astara Agro Lestari, periode Januari 2018 – Desember 2020. Data tersebut di analisis menggunakan model ARIMA untuk menyelesaikan masalah autokorelasi pada data. Dari proses ARIMA di peroleh data *Residual* yang akan digunakan unuk Membuat bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA).

Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa model terbaik yang diperoleh ialah dari model ARIMA (1,1,1), dengan $\lambda = 0,2$ sebagai lambda yang paling efektif untuk mendeteksi pergeseran mean proses yang kecil, dengan diperoleh bahwa residual tidak terkendali.

Kata kunci : EWMA, *Residual*, ARIMA, Bagan Kendali

**BAGAN KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING
AVERAGE* PADA DATA CPO PT ASTRA AGRO LESTARI
PADA TAHUN 2018 - 2020 DENGAN MENGGUNAKAN
RESIDUAL MODEL ARIMA**

Oleh

AL ARHAM

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDARLAMPUNG
2021**

Judul Skripsi : **BAGAN KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* PADA DATA CPO PT ASTRA AGRO LESTARI PADA TAHUN 2018 - 2020 DENGAN MENGGUNAKAN *RESIDUAL* MODEL ARIMA**

Nama Mahasiswa : **Al Arham**

Nomor Pokok Mahasiswa : 1517031162

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199203 1 028

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Si.
NIP 19690213 199402 1 001

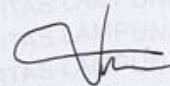
2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

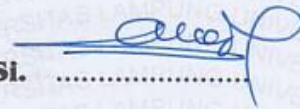
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

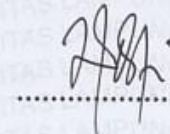
Ketua : Drs. Nusyirwan, M.Si.



Sekretaris : Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Si.



**Penguji
Bukan Pembimbing : Widiarti, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Supto Dwi Yuwono, M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 18 Agustus 2021

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama mahasiswa : Al Arham
Nomor pokok mahasiswa : 1517031162
Jurusan : Matematika
Judul Skripsi : BAGAN KENDALI *EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* PADA DATA CPO PT ASTRA AGRO LESTARI PADA TAHUN 2018 - 2020 DENGAN MENGGUNAKAN *RESIDUAL* MODEL ARIMA

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Semua hasil tulisan dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 18 Agustus 2021

Penulis,



Al Arham
NPM. 1517031162

RIWAYAT HIDUP

Penulis merupakan anak terakhir dari tiga bersaudara yang dilahirkan di Trimulyo pada tanggal 16 November 1995 oleh pasangan Bapak Tri Prasetyo Broto dan Ibu Heru Materi.

Penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SDN 1 Trimulyo pada tahun 2002-2008, pendidikan SMP di SMPN 3 Tegineneng pada tahun 2008-2011, dan melanjutkan di SMA N 3 Metro pada tahun 2011-2014. Hingga pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Selama menjadi mahasiswa, Penulis pernah menjadi asisten praktikum matakuliah Algoritma dan Pemrograman dan Pengantar Teknologi Informasi . Penulis aktif di berbagai organisasi kampus, diantaranya pernah aktif sebagai anggota muda di berbagai organisasi, selanjutnya menjadi Anggota Biro Danus di Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila, Anggota Biro Kesekretariatan di Rohani Islam (ROIS) FMIPA Unila, Kepala Biro Dana dan Usaha Rohani Islam (ROIS) FMIPA Unila pada periode berikutnya, dan Pada Periode Selanjutnya Menjadi Kepala Biro dan Usaha Bina Rohani Islam Mahasiswa (BIROHMAH) Unila.

Sebagai bentuk penerapan bidang ilmu yang dipelajari, pada tanggal 18 Januari-28 Febuari 2018 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Kependudukan dan Keluarga Berencana Nasional Provinsi Lampung. Adapun

sebagai bentuk pengabdian mahasiswa dan menjalankan Tri Dharma Perguruan Tinggi Penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Totomulyo, Kecamatan Gunung Terang, Kabupaten Tulang Bawang Barat, Provinsi Lampung pada tanggal 29 Juli – 27 Agustus 2018.

MOTO

Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kadar kesanggupannya (Q.S AL-Baqarah: 286)

Wahai orang-orang yang beriman, jika kamu menolong agama Allah niscaya dia akan menolongmu dan meneguhkan kedudukanmu (Q.S. Muhammad: 7).

Sebaik-baik manusia adalah yang bermanfaat bagi yang lainnya (Al hadist)

Jangan takut gagal, karena yang tidak pernah gagal hanyalah orang-orang yang tidak pernah melangkah (Buya Hamka)

Hari ini harus lebih baik dari hari kemarin dan hari esok harus lebih baik dari hari ini (penulis)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang memberikan petunjuk dan kemudahan untuk menyelesaikan studi

Ku ini, Ku persembahkan karya Ku ini untuk:

Bapak dan Ibu Ku tercinta yang selalu mendidik, mendoakan, memberi semangat dan motivasi, dan hal lain yang tak dapat Ku ungkapkan dengan kata-kata .

Kakak-kakak tercinta yang banyak membantu, menemani, memotivasi dan memberi kasih sayang kepadaku agar aku bisa menjadi seseorang yang bermanfaat bagi kalian dan orangtua.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi kepada penulis untuk segera menyelesaikan kewajibanku.

Sahabat dan teman-teman ku, Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan kepadaku

Almamater Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah Robbil 'alamin, Puji dan syukur Penulis ucapkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga Penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serafim senantiasa tetap tercurah kepada nabi Muhammad SAW, tuntunan dan tauladan utama bagi seluruh umat manusia.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu Penulis dalam memberikan bimbingan, dorongan, dan saran-saran. Sehingga dengan segala ketulusan dan kerendahan hati pada kesempatan ini Penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, S.Si., M.T., selaku Dekan FMIPA Unila.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Pembimbing I yang telah memotivasi, membantu dan memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi.
4. Bapak Dr. La Zakaria S.Si., M.Si., selaku pembimbing II atas kesediaan waktu luangnya untuk membantu dan membimbing selama penulisan skripsi..
5. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji atas kesediaannya menguji dan memberikan kritik serta sarannya yang sangat membangun dalam proses penyusunan skripsi.
6. Ibu Dra. Wamiliana, M.A.,Ph.D., selaku pembimbing akademik yang telah membimbing Penulis selama mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika

FMIPA Unila.

7. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Jurusan Matematika FMIPA Unila.
8. Ibu dan Bapak Penulis yang telah memberikan banyak hal yang tidak dapat Penulis nyatakan dalam kata-kata.
9. Kakak-kakak kandung penulis yang telah memberikan dukungan, memberikan doa, nasihat dan semangat yang sangat membantu Penulis dalam penyusunan skripsi
10. Sahabat dan teman-teman seperjuangan Matematika angkatan 2013. Diantaranya Anis, Rofi, Eko, Krisnawan, Yonanda, Randy, dan Irsan serta semua sahabat laki-laki dan perempuan lainnya yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu. Terima kasih atas segala motivasi, bantuan, dan hal lain yang telah kalian berikan kepada Penulis
11. Keluarga besar HIMATIKA FMIPA UNILA, ROIS FMIPA UNILA dan BIROHMAH UNILA atas kebersamaan dan perjuangan dalam memperbaiki dan mengembangkan diri untuk menjadi pribadi yang berguna bagi agama, bangsa, dan negara.
12. Kepada semua pihak yang telah membantu dan kebersamai Saya dalam menjalani perkuliahan hingga terselesaikannya skripsi ini semoga mendapat balasan kebaikan dari Allah SWT.

Bandar Lampung, 21 Agustus 2021

Penulis,

Al Arham

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR TABEL	iv
DAFTAR GAMBAR	v
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
2.2 Tujuan Penelitian.....	3
2.3 Manfaat Penelitian.....	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Kualitas.....	5
2.2 Pengendalian Kualitas	5
2.3 Bagan Kendali EWMA	6
2.4 Bagan Kendali EWMA Alternatif.....	7
2.5 Deret Waktu	8
2.6 Stasioneritas.....	9
2.7 <i>Differencing</i>	11
2.8 <i>Autocorrelation Function</i> / Fungsi Autokorealsi (<i>ACF</i>)	12
2.9 <i>Partial Autocorrelation Function</i> / Fungsi Autokorelasi Parsial (<i>PACF</i>)	14
2.10 Metode <i>Maximum Likelihood</i>	16
2.11 Pemeriksaan diagnostik	17
2.12 Proses <i>White Noise</i>	17

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	19
3.2 Data Penelitian	19
3.3 Metode Penelitian.....	19

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Uji Kenormalan data	21
4.2 Mengidentifikasi Kestasioneran Data	23
4.3 Identifikasi Model	27
4.4 Estimasi Parameter	28
4.5 UJI Asumsi <i>Residual</i>	30
4.6 Memilih Model Terbaik Berdasarkan Nilai AIC	32
4.7 Membuat Peta Kendali	33

V. KESIMPULAN**DAFTAR PUSTAKA****LAMPIRAN**

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Output Minitab Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> (ADF)	27
2. Output Minitab Estimasi Model ARIMA (1,1,1)	28
3. Output Minitab Estimasi Model ARIMA (0,1,1)	29
4. Output Minitab Estimasi Model ARIMA (1,1,0)	30
5. Output Minitab Uji Korelasi	31

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. <i>Hirarki control chart</i> (Montgomery, 2001)	8
2. Plot <i>time series</i> data stasioner dalam rata-rata dan variansi	9
3. Plot ACF data stasioner.....	10
4. Plot ACF data tidak stasioner.....	10
5. Plot ACF <i>Residual</i> untuk koefisien autokorelasi signifikan.....	14
6. <i>Probability polt</i> dari data produksi CPO	22
7. Plot <i>time series</i> data CPO.....	23
8. <i>Box – Cox</i> plot data CPO	24
9. <i>Box – Cox</i> plot data hasil transformasi data CPO	24
10. Grafik ACF hasil transformasi data CPO	25
11. Grafik ACF data yang telah di <i>Differencing</i>	26
12. Plot ACF dan PACF data produksi CPO yang di <i>Differencing</i>	28
13. Plot Probabilitas dari <i>Residual</i> data CPO	32
14. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 3$	33
15. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,05$ dan $L = 1$	34
16. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,1$ dan $L = 3$	35
17. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,1$ dan $L = 1$	36
18. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,2$ dan $L = 3$	37
19. Peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,2$ dan $L = 1$	38
20. Peta kendali EWMA observasi dengan $\lambda = 0,2$ dan $L = 1$	39

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era modern seperti saat ini banyak perusahaan yang bersaing untuk meningkatkan kualitas produk guna untuk menarik minat konsumen. Dalam peningkatan kualitas produk setiap perusahaan harus memiliki perencanaan yang baik terhadap produk yang dihasilkan, apabila produk yang dihasilkan berkualitas baik, maka produk tersebut dapat menarik minat konsumen, sehingga konsumen akan percaya terhadap perusahaan tersebut.

Proses produksi adalah suatu kegiatan perbaikan terus menerus yang dimulai dari sederet siklus, sejak adanya ide menghasilkan produk, mengembangkan produk, kegiatan produksi, sampai distribusi kepada konsumen. Selama produksi berlangsung tidak dipungkiri adanya produk yang memiliki kualitas buruk. Produk yang memiliki kualitas buruk tergolong ke dalam produk yang cacat. Untuk meminimalisir produk yang cacat perlu dilakukan kontrol kualitas. Kontrol kualitas dilakukan perusahaan untuk mengukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkannya dengan kualitas standar sehingga perusahaan dapat mengambil tindakan yang sesuai apabila terdapat perbedaan kualitas pada produk yang dihasilkan

Bagan kendali merupakan salah satu alat yang dapat digunakan untuk mengontrol proses produksi agar berjalan dengan stabil dan meminimalisir keragaman hasil produksi. Bagan kendali dapat mendeteksi proses yang *out-of-control*. Bagan kendali yang sering digunakan untuk mendeteksi pergeseran nilai *mean* pada proses produksi adalah bagan kendali *Shewhart*, namun bagan kendali *Shewhart* kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil. Salah satu metode bagan kendali yang efektif untuk mendeteksi pergeseran yang kecil dalam proses produksi adalah bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) (Montgomery, 2009)

Bagan kendali di bentuk berdasarkan asumsi bahwa pengamatan dari proses produksi saling bebas (Timmer dkk, 1998). Namun dalam praktiknya dimungkinkan terjadi proses berautokorelasi. Keadaan ini akan berdampak pada performa bagan kendali. Jika suatu data memiliki hubungan dari waktu ke waktu dengan data yang lain, seperti autokorelasi yang menunjukkan hubungan antara pengamatan pada dua titik waktu yang berbeda, maka pembentukan batas kendali akan bergantung pada nilai autokorelasi.

Autokorelasi akan muncul karena berdasarkan sifat data sekarang dipengaruhi oleh data pada waktu-waktu sebelumnya. Autokorelasi sering dijumpai pada data deret waktu baik itu yang *univariate* (variabel tunggal) ataupun yang *multivariate* (variabel jamak). Aplikasi dari deret waktu dapat dijumpai dalam beberapa bidang misalnya industri, bisnis, pertanian, keuangan, kependudukan, kedokteran, ekologi, dan meteorologi. Contohnya seperti data penumpang pesawat internasional di suatu bandara untuk periode tertentu. Dalam konteks lain data

pada suatu periode biasanya di pengaruhi oleh periode sebelumnya dan cenderung memiliki pola tertentu. Deret waktu merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap (Sukarna, 2006). Pada penulisan skripsi ini, data yang berautokorelasi akan diaplikasikan pada bagan kendali EWMA. Perancangan bagan kendali EWMA yang digunakan untuk mengetahui pengaruh autokorelasi dengan membandingkan nilai aktual dan menggunakan peta kendali EWMA *Residual*. Berdasarkan hal tersebut, penulis ingin membahas tentang bagan kendali EWMA yang akan dimodifikasi untuk kasus *Autoregressive Integerated Moving Average (ARIMA)* dengan menggunakan *Residual* dari hasil ARIMA .

2.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mendeskripsikan langkah – langkah pembuatan batas-batas bagan kendali EWMA dan cara pengaplikasiannya pada data yang saling berautokorelasi.
2. Mengetahui perbedaan bagan kendali EWMA standar dengan bagan kendali EWMA pada data yang saling berautokorelasi

2.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini sebagai berikut:

1. Hasil Penelitian ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi gejala penyimpangan suatu proses yakni dengan memperhatikan pola atas pergerakan titik-titik sehingga dapat dihindari *over control* (pengontrolan terlalu ketat sehingga dapat menurunkan efisiensi) maupun *under control* (pengontrolan terlalu longgar sehingga dapat menurunkan mutu),
2. Sebagai salah satu tolak ukur pengambilan keputusan yang didasarkan pada ada atau tidaknya produksi yang berada diluar bagan kendali.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kualitas

Kualitas merupakan faktor utama dalam sebuah perusahaan atau instansi. Segala upaya dilakukan untuk meningkatkan kualitas. Menurut Ariani (2004) keseluruhan karakteristik produk dan jasa yang meliputi *marketing, engineering, manufacture, dan maintenance*, dimana produk dan jasa tersebut dalam pemakaiannya akan sesuai dengan kebutuhan dan harapan pelanggan.

2.2 Pengendalian Kualitas

Statistical Process Control (SPC) merupakan pengendalian kualitas statistika dengan memantau dan mengendalikan proses produksi. Pengendalian kualitas perlu dilakukan untuk memantau dan mengendalikan produk atau jasa agar sesuai dengan standar. Pengendalian kualitas dilakukan sebagai upaya mengurangi variabilitas atau kesalahan yang dapat menyebabkan produk atau jasa tidak sesuai dengan konsumen. Tujuan dari *Statistical Process control* (SPC) adalah untuk mencapai mutu produk yang lebih tinggi dan meminimalkan biaya produksi dengan cara mengurangi produk cacat yang dihasilkan.

Salah satu alat pengendali kualitas statistika atau SPC, yaitu bagan kendali atau peta kendali. Bagan kendali memperlihatkan kestabilan suatu proses secara statistik. Bagan kendali merupakan alat yang membedakan adanya variasi dari sebab umum (*common cause*) dan sebab khusus (*assignable cause*). Variasi dari sebab khusus biasanya berada di luar batas pengendalian dan sebab umum berada di dalam batas pengendalian (Ariani, 2004).

2.3 Bagan Kendali EWMA

Bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* atau dapat disingkat EWMA diperkenalkan pertama kali oleh S.W Roberts pada tahun 1959 dan digunakan untuk memonitor proses dan mendeteksi adanya sebab-sebab terusut yang terlihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses. Peta kendali EWMA ini terutama digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran nilai rata-rata yang kecil dalam suatu proses. Peta kendali EWMA secara luas digunakan untuk peramalan data *Time Series*.

EWMA dapat didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2005):

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (2.1)$$

Dengan Z_i merupakan nilai EWMA pengamatan ke - i , x_i merupakan data pengamatan ke - i , dan λ merupakan nilai pembobot dengan $0 < \lambda \leq 1$ adalah konstan (sampel pertama pada $i = 1$) sehingga $Z_0 = \mu_0$, dengan μ_0 merupakan rata - rata dari observasi. Lebih lanjut lagi (Montgomery, 2005) menyatakan bahwa dalam praktiknya, nilai $\lambda = 0,05$; $\lambda = 0,1$ dan $\lambda = 0,2$ adalah pilihan yang populer dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil.

Batas kontrol dari peta kendali EWMA adalah :

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2t})} \\
 CL &= \mu_0 \\
 LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2t})}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

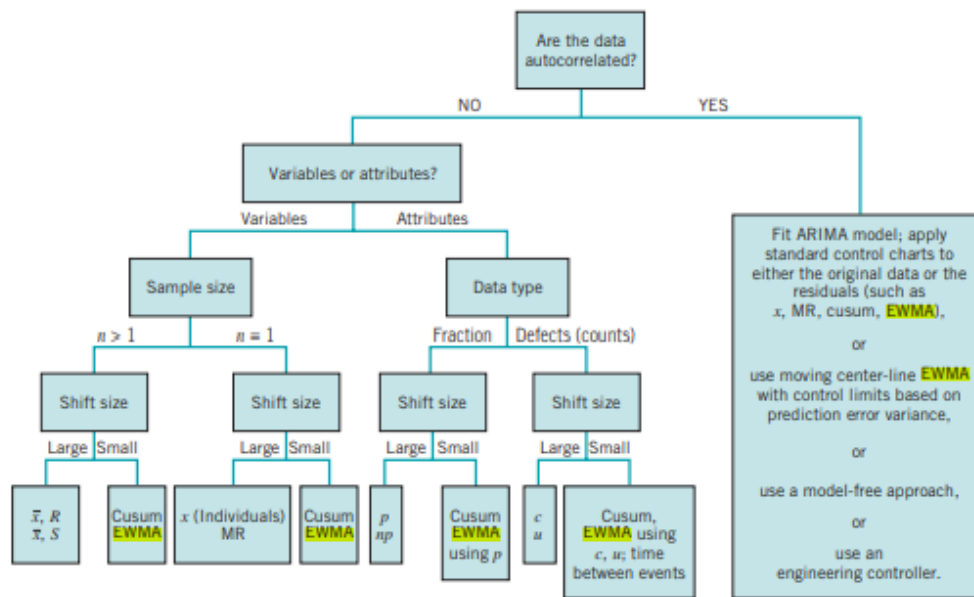
Atau

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \\
 CL &= \mu_0 \\
 LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dengan L adalah lebar dari batas kendalinya, μ_0 adalah rata-rata observasi, σ adalah simpangan baku dari observasi, *upper control limit* (UCL) adalah batas kendali atas, *central limit* (CL) adalah titik tengah, dan *lower control limit* (LCL) adalah batas kendali bawah.

2.4 Bagan Kendali EWMA Alternatif

Peta kendali EWMA alternative merupakan peta kendali yang dapat digunakan untuk melihat pergeseran proses yang kecil. Kelebihan dari pergeseran proses yang kecil (*small shift*) yaitu dapat digunakan dalam tipe data variabel dan atribut, kemudian dapat juga dipakai untuk data yang berautokorelasi atau adanya hubungan antar observasi deret waktu.



Gambar 1. Hirarki control chart (Montgomery, 2001).

Pada Gambar 1 menjelaskan bahwa apabila data berautokorelasi atau adanya hubungan antar pengamatan baik itu dalam deret waktu (*time series*), maka dapat dilakukan beberapa metode seperti FIT ARIMA, EWMA dan apabila data tersebut tidak berkorelasi maka dapat melakukan beberapa model yang pertama apakah data tersebut variabel atau atribut, jika data tersebut subgrup yang $n > 1$ maka dapat menggunakan \bar{X} -R, \bar{X} -S dan jika individual maka menggunakan peta I-MR yang $n=1$.

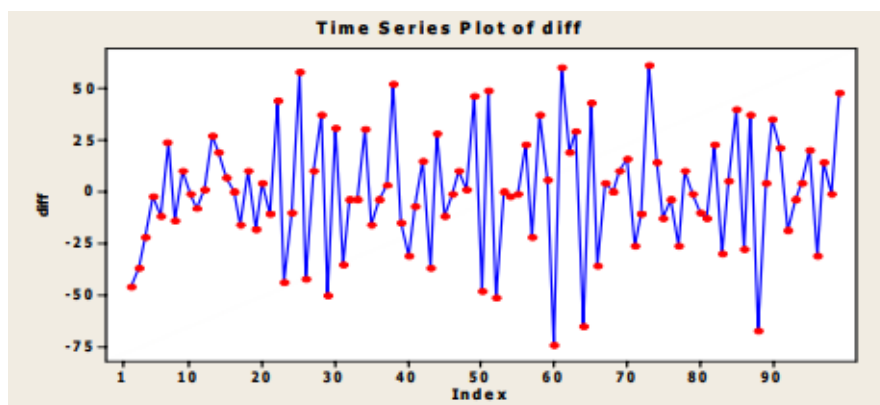
2.5 Deret Waktu

Deret waktu atau runtun waktu adalah himpunan observasi data terurut dalam waktu (Hanke dkk, 2005). Metode deret waktu adalah metode peramalan dengan menggunakan analisa pola hubungan antara variabel yang akan dipekirakan dengan variabel waktu. Peramalan suatu data deret waktu perlu memperhatikan tipe atau pola data. Secara umum terdapat empat macam pola data deret waktu, yaitu horizontal, *trend*, musiman, dan siklis (Hanke dkk, 2005). Pola horizontal

merupakan kejadian yang tidak terduga dan bersifat acak, tetapi kemunculannya dapat memengaruhi fluktuasi data deret waktu. Pola *trend* merupakan kecenderungan arah data dalam jangka panjang, dapat berupa kenaikan maupun penurunan. Pola musiman merupakan fluktuasi dari data yang terjadi secara periodik dalam kurun waktu satu tahun, seperti triwulan, kuartalan, bulanan, mingguan, atau harian. Sedangkan pola siklis merupakan fluktuasi dari data untuk waktu yang lebih dari satu tahun.

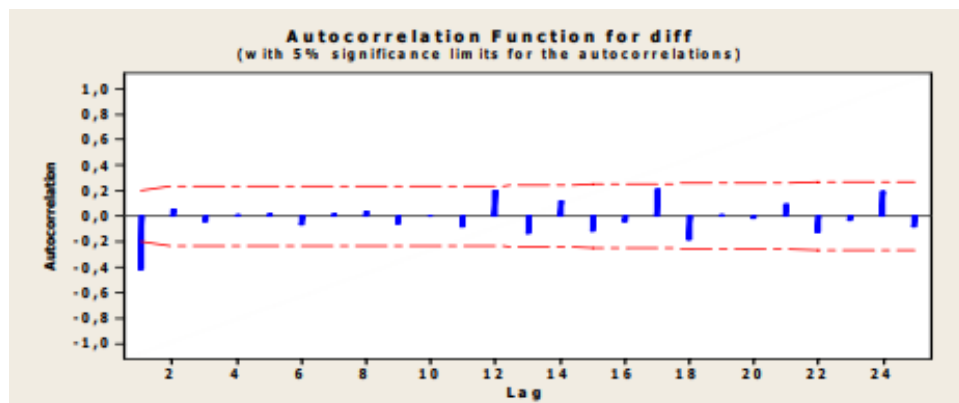
2.6 Stasioneritas

Stasioneritas berarti bahwa tidak terjadinya pertumbuhan dan penurunan data. Suatu data dapat dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan disekitar nilai rata-rata yang konstan dan variansi disekitar rata-rata tersebut konstan selama waktu tertentu (Makridakis, 1999). Deret Waktu dikatakan stasioner apabila tidak ada unsur *trend* dalam data dan tidak ada unsur musiman atau rata-rata dan variannya tetap, seperti pada Gambar 2.



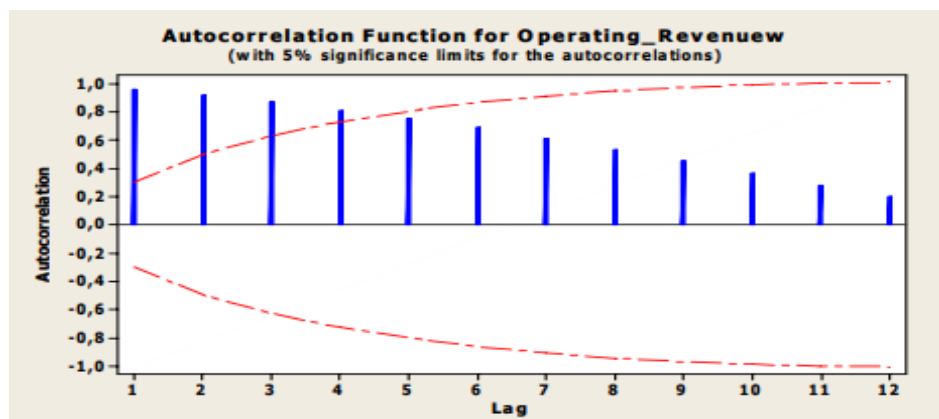
Gambar 2. Plot *Time series* data stasioner dalam rata-rata dan variansi.

Selain dari plot *Time series*, stasioner dapat dilihat dari plot *Autocorrelation Function* (ACF) data tersebut. Apabila plot data *Autocorrelation Function* (ACF) turun mendekati nol secara cepat, pada umumnya setelah lag kedua atau ketiga maka dapat dikatakan stasioner (Hanke dkk, 2005).



Gambar 3. Plot ACF data stasioner.

Data nonstasioner apabila terdapat unsur *trend* dalam data, yaitu mengalami kenaikan dan penurunan seiring bertambahnya periode waktu. Pada data nonstasioner yang memiliki *trend* akan memiliki nilai *Autocorrelation Function* (ACF) yang signifikan pada lag-lag awal kemudian mengecil secara bertahap, seperti Gambar 4.



Gambar 4. Plot ACF data tidak stasioner.

2.7 Differencing

Differencing (pembedaan) dilakukan untuk menstasionerkan data nonstasioner. Operator *shift* mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis, 1999). Penggunaan *backward shift* adalah sebagai berikut :

$$BX_t = X_{t-1} \quad (2.4)$$

dengan X_t = nilai variabel X pada waktu t

X_{t-1} = nilai variabel X pada waktu t - 1

B = *backward shift*

Notasi B yang dipasang pada X mempunyai pengaruh menggeser data satu waktu kebelakang. Sebagai contoh, jika suatu data time series nonstasioner maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* orde pertama dari data. Rumus untuk *differencing* orde pertama, yaitu

$$X'_t = X_t - X_{t-1} \quad (2.5)$$

dengan X'_t = nilai variabel X pada waktu t setelah *differencing* dengan menggunakan *backward shift*, persamaan (2.13) dapat ditulis menjadi

$$X'_t = X_t - B X_t \quad (2.6)$$

atau

$$X'_t = (1 - B) X_t \quad (2.7)$$

Differencing pertama pada persamaan (2.15) dinyatakan oleh $(1 - B)$

2.8 Autocorrelation Function / Fungsi Autokorealsi (ACF)

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pengamatan suatu data deret waktu. Menurut Wei (2006), koefisien autokorelasi untuk $lag - k$ dari data runtun waktu dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t)}\sqrt{Var(X_{t+k})}} = \frac{E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)}{\sqrt{E(X_t - \mu)^2} \sqrt{E(X_{t+k} - \mu)^2}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.8)$$

dengan

μ = rata-rata

ρ_k = autokovariansi pada $lag-k$

γ_k = autokorelasi pada $lag- k$

t = waktu pengamatan, $t = 1, 2, 3, \dots$

$Var(X_t) = Var(X_{t+k}) = \gamma_0$

Menurut Mulyana (2004), karena ρ_k merupakan fungsi atas k , maka hubungan koefisien autokorealsi dengan lagnya disebut dengan fungsi autokorelasi. Koefisien autokorelasi ρ_k diduga dengan koefisien autokorelasi sampel (Makridakis, 1999).

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \quad (2.9)$$

Dengan $\bar{X} = \sum_{t=1}^n \frac{X_t}{n}$ adalah rata-rata pengamatan (Z_t)

k = Selisih waktu

n = total banyaknya data

X_t = pengamatan pada waktu ke t

X_{t+k} = pengamatan pada waktu $t+k$, $k=1,2,3,4,\dots$

Untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi signifikan atau tidak, maka perlu dilakukan Pengujian signifikan autokorelasi, pengujian dapat dilakukan dengan :

1. Hipotesis

$H_0: r_k = 0$ (koefisien autokorelasi tidak signifikan)

$H_1: r_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi signifikan)

2. Statistik uji yang digunakan adalah

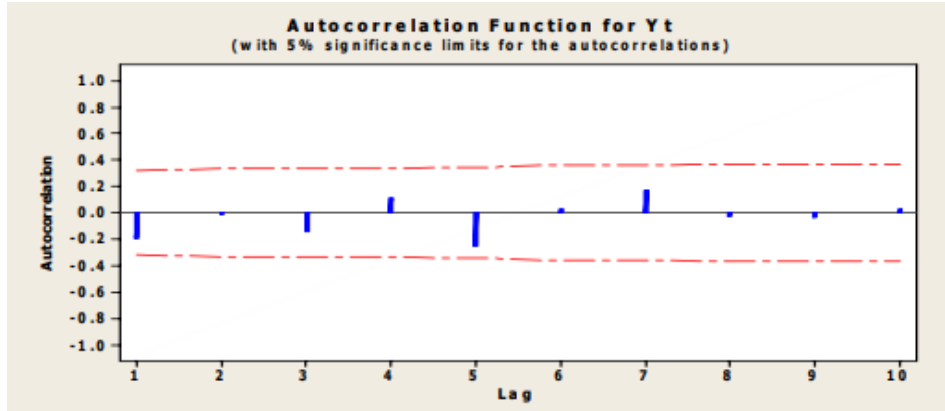
$$t = \frac{r_k}{SE(r_k)} \quad (2.10)$$

Dengan

$$SE(r_k) = \sqrt{\frac{1+2\sum_{i=1}^{k-1} r_i^2}{n}} \quad (2.11)$$

3. Kriteria keputusan : H_0 ditolak jika $|t_{hit}| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

Selain menggunakan uji tersebut, untuk mengetahui apakah koefisien autokorelasi yang diperoleh signifikan atau tidak dapat dilihat pada *output software* MINITAB 16, yaitu grafik *ACF residual*. Jika pada grafik ACF tidak ada *lag* yang melebihi garis batas signifikansi (garis putus-putus), maka koefisien autokorelasi yang diperoleh signifikan atau tidak terjadi korelasi antar lag seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5 berikut



Gambar 5. Plot ACF *Residual* untuk koefisien autokorelasi signifikan.

2.9 Partial Autocorrelation Function / Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Autokorelasi parsial merupakan korelasi antara X_t dan X_{t+k} dengan mengabaikan ketidakbebasan X_{t+1} , X_{t+2} , X_{t+3} , ..., X_{t+k-1} . Menurut Wei (2006), autokorelasi parsial X_t dan X_{t+k} dapat diturunkan dari model regresi linear, dengan variabel dependent X_{t+k} dan independent X_{t+k-1} , X_{t+k-2} , ..., X_t yaitu:

$$X_{t+k} = \phi_{k1}X_{t+k-1} + \phi_{k2}X_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}X_t + a_{t+k} \quad (2.12)$$

dengan ϕ_{k1} merupakan parameter regresi ke- i untuk $i = 1, 2, \dots, k$ dan a_{t+k} merupakan residu dengan rata-rata nol dan tidak berkorelasi dengan X_{t+k+j} untuk $j = 1, 2, \dots, k$. Dengan mengalikan X_{t+k-j} pada kedua ruas persamaan (9) dan menghitung nilai nol harapannya (*expected value*), diperoleh

$$\begin{aligned} E(X_{t+k-j}X_{t+k}) &= \phi_{k1}E(X_{t+k-j}X_{t+k}) + \phi_{k2}E(X_{t+k-j}X_{t+k-1}) + \dots + \\ &\quad \phi_{kk}E(X_{t+k-j}X_{t+k-2}) + E(X_{t+k-j}X_{t+k}) \\ \gamma_j &= \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dan

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (2.14)$$

2. Statistik uji yang digunakan:

$$t = \frac{\phi_{kk}}{SE(\phi_{kk})}$$

$$SE(\phi_{kk}) = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

3. Kriteria keputusan tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}, df}$, dengan derajat

bebas $df = n - 1$, n adalah banyaknya data (Wei, 2006).

2.10 Metode *Maximum Likelihood*

Maximum likelihood adalah sebuah metode perkiraan yang penting dalam analisis statistik. Tujuan utama dari estimasi *maximum likelihood* adalah untuk menemukan parameter-parameter yang memaksimalkan kemungkinan bersama (*joint likelihood*) dari sebuah data. Misalkan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ memiliki kepadatan bersama $f_0(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n | \theta)$ dalam hal ini $X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3, \dots, X_n = x_n$ adalah nilai yang diamati sehingga fungsi *likelihood* dari θ adalah

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \quad (2.15)$$

Untuk memaksimalkan fungsi *likelihood* umumnya digunakan logaritma atau lebih dikenal dengan fungsi *loglikelihood*:

$$L(\theta | X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_n | \theta) \quad (2.16)$$

Pada persamaan (2.16) jelas terlihat bahwa berupaya memaksimalkan fungsi *likelihood*. Berberapa nilai yang memaksimalkan fungsi *likelihood* juga memaksimalkan fungsi *loglikelihood* $\ln L(\theta)$ dan membuat nilai $\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\theta) = 0$ (Boldstad, 1998).

2.11 Pemeriksaan diagnostik

Pemeriksaan diagnostik (*diagnostic checking*) dengan menguji kesignifikanan model meliputi uji asumsi *white noise* dan kenormalan residu. Pengujian tentang asumsi sisa (*residual*, pengujian *white noise* dengan metode Uji *Ljung-Box*, dan pengujian sisa berdistribusi normal dengan uji *jarque bera* (Sukarna, 2006)

2.12 Proses White Noise

Residu (α_t) adalah perbedaan antara nilai observasi dan nilai taksiran. Karena asumsi bahwa residual adalah independen dan berdistribusi secara identik, maka harus diperiksa apakah residu mengikuti proses *white noise*. sebuah proses (α_t) disebut *white noise* jika merupakan serangkaian variable acak yang tidak berautokorelasi dengan rata-rata $E(\alpha_t) = 0$, dan variansi konstan. Langkah pengujian *white noise* (wei,2006):

Langkah pengujian *ljung-Box* :

1. Hipotesis

$$H_0: r_1 = r_2 = \dots = r_k = 0 \text{ (tidak ada korelasi pada residu)}$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } r_k \neq 0 \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, k$$

(ada korelasi pada residu)

2. Statistik uji yang digunakan adalah statistik *Ljung Box-Pierce* yang dirumuskan dengan,

$$Q_K = n(n + 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n-k} \quad (2.17)$$

Denagn n adalah nbanyaknya observasi, K adalah banyaknya lag yang diuji, r_k adalah nilai koefisien autokorelasi pada *lag-k*.

3. Kriteria keputusan $Q < X_{\alpha,df}^2$ dengan $(df=k-p)$ jika p -value dari Q-statistik $\geq \alpha$, maka H_0 diterima dan menunjukkan bahwa tidak ada autokorelasi dalam sisaan sampai lag ke $-k$, begitu juga sebaliknya (wei,2006).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester Genap tahun akademik 2020/2021 bertempat di jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder bulanan yang diperoleh dari web resmi PT Agro Lestari Tbk. , yaitu data Produksi CPO Pada bulan Januari 2018 sampai bulan Desember 2020.

3.3 Metode Penelitian

Langkah -langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Uji kenormalan data dengan menggunakan Uji Plot Probabilitas dan Uji *Kolmogorov-Smirnov*
2. Memplot data untuk melihat data stationer atau belum dalam Varian Maupun dalam rata-rata. Untuk melihat data sudah stationer dalam varian digunakan uji *Box-Cox*. Dan untuk melihat data sudah stationer dalam rata-rata

digunakan uji ACF. Apabila data belum stationer dalam rata-rata maka data perlu dilakukan *differencing*. Bila data belum stationer dalam varians, maka perlu dilakukan transformasi.

3. Apabila data sudah stationer, dilanjutkan dengan mengidentifikasi model dengan melihat plot dari ACF dan PACF
4. Menduga parameter dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood*
5. Melakukan pemeriksaan diagnostik yaitu meliputi uji kesignifikanan parameter dengan statistik uji-t dan uji kesesuaian model yaitu uji sisa *white noise* dengan menggunakan statistik uji *Ljung Box* dan uji kenormalan Residu dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*
6. Memilih model terbaik berdasarkan nilai AIC yang minimum
7. Menentukan nilai lambda (bobot) yang paling efektif, yaitu dengan melihat seberapa banyak titik mengalami pergeseran dan ditemukan pola yang paling signifikan memberikan informasi tingkah laku pola grafik yang tidak random pada setiap lambda yang dicobakan (Antono, dkk, 2016) . Lambda 0,05 ; 0,1 dan 0,2 merupakan lambda yang populer digunakan untuk mendeteksi pergeseran mean proses yang kecil pada peta kendali EWMA (Montgomery, 2005). Sehingga peneliti ingin mencobakan pada ketiga lambda tersebut dan menentukan satu lambda alternatif yang dapat mendeteksi pergeseran kecil.
8. Membandingkan hasil interpretasi bagan kendali EWMA berdasarkan data aktual dan data *Residual* Hasil Proses ARIMA.

V. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil dan pembahasan yang telah di keluarkan sebelumnya pada penelitian adalah setelah di plot peta kendali EWMA observasi dari data CPO PT Astra Agro Lestari terdapat data yang out of control, sehingga proses tidak stabil. Akan tetapi, penyebab *out of control* pada observasi disebabkan oleh data yang mengandung autokorelasi. Untuk mengatasi terdapatnya data yang mengandung autokorelasi maka dilakukan dengan menggunakan model ARIMA.

Model peramalan ARIMA yang paling sesuai berdasarkan data CPO PT Astra Agro Lestari dengan data bulanan berjumlah 36 pada periode Januari 2018 sampai Desember 2020 adalah ARIMA(1,1,1). Setelah dicobakan $\lambda = 0,2$; 0,1 dan 0,05 diperoleh $\lambda = 0,2$ sebagai lambda yang paling efektif untuk mendeteksi pergeseran mean proses yang kecil. Setelah di plot peta kendali EWMA residual dari model peramalan ARIMA(1,1,1) dengan diperoleh bahwa residual tidak terkendali. Sehingga, produksi CPO PT Astra Agro Lestari tidak terkendali (stabil).

DAFTAR PUSTAKA

- Antono, I., Santoso, R., & Wilandari, Y. (2016). Komputasi Metode Exponentially Weighted Moving Average Untuk Pengendalian Kualitas Proses Produksi Menggunakan GUI Matlab (Studi Kasus : PT Djarum Kudus SKT Brak Megawon III). *Jurnal Gaussian*, Volume 5, Nomor 4, Tahun 2016 Halaman 673-682.
- Ariani, D.W. (2004). Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas). Yogyakarta : Andi.
- Bolstad, B.M. (1998). *Comparing some iterative method of parameter estimation for censored gamma data*. The University of Waikato.
- Cryer, J. (1986). *Time Series Analysis*. United State : PWS-KENT.
- Hanke, J. E. & Whichers, D. W. (2005). *Bussines Forcasting Eight Edition*. New Jersy : Preason Prantice Hall.
- Makridakis, S., Wheelwright S.C., dan McGee V.E. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Jakarta: Erlangga.
- Mulyana. (2004) . *Analisis Data Deret Waktu*. Padjajaran : Universitas Padjajaran.
- Montgomery, D. C. (2001). *Statistical Quality Control, Six edition*. United Stade America (USA).
- Montgomery, D. C. (2005). *Introduction to Statistical Quality Control Fifth Edition*. New York :Jhon Wiley &Sons, Inc.

Sukarna, A. (2006). Analisis Deret Waktu. Makasar : Andira Publisher.

Timmer, H.D. Pignatiello, J.R. & Longnecker , M. (1988). *The Development and evaluating of CUSUM-based Control Charts for an AR(1) Process*. Institute of Industrial Engineers Transactions, 30 ,525-534.

Wei, W.W.S. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*, California : Addison -Wesley Publishing Company.

<https://www.astra-agro.co.id/en/monthly-report/>