PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) MENGGUNAKAN METODE PROSEDUR ITERATIF PADA DATA PENCILAN DERET WAKTU

(Skripsi)

Oleh

BETA PUTRI ANZELA
NPM 1717031036

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

ABSTRACT

MODELLING AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARIMA) WITH ITERATIVE PROCEDURE METHOD IN CASE OUTLIERS OF TIME SERIES DATA

By

BETA PUTRI ANZELA

In this study, the best ARIMA (*Autoregessive Integrated Moving Average*) modelling will be used to produce a high level of accuracy in predicting IDX price in the future. ARIMA modelling can result the accurate data, if the model has been met by assumption of the residuals. The iterative procedure method is using to help solve the problem when the assumption of ARIMA model is unfulfilled. Based on detection outlier of IHSG data, there are two type significant outliers, where the items can be inserted into ARIMA model so the result of MAPE is 1,1% and the accuracy of foecasting is 98.9%. The model of ARIMA with outlier is as following: $Z_t = 0.5125Z_{t-1} + 0.4875Z_{t-2} + a_t - 0.6529a_{t-1} - 567.2498\ I_t^{(99)} - 1518.2698\ \ I_t^{(105)}$.

Keywords: ARIMA (*Autoregessive Integrated Moving Average*), Iterative Procedure, Outlier Detection

ABSTRAK

PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) MENGGUNAKAN METODE PROSEDUR ITERATIF PADA DATA PENCILAN DERET WAKTU

Oleh

BETA PUTRI ANZELA

Dalam penelitian ini akan ditentukan model ARIMA (*Autoregessive Integrated Moving Average*) terbaik dengan tujuan menghasilkan tingkat keakuratan yang tinggi dalam memprediksi nilai IHSG yang akan datang. Model ARIMA dikatakan layak dalam melakukan peramalan adalah jika model tersebut telah memenuhi asumsi untuk residualnya. Metode prosedur iteratif digunakan untuk mengatasi masalah ketika tidak terpenuhinya salah satu asumsi model ARIMA yaitu asumsi normalitas. Berdasarkan deteksi pencilan pada residual data IHSG yang dilakukan terdapat dua jenis pencilan yang signifikan masuk ke dalam model ARIMA dengan MAPE 1,1% sehingga akurasi peramalan sebesar 98.9%. Adapun model ARIMA dengan penambahan pencilan yang terbentuk sebagai berikut: $Z_t = 0.5125Z_{t-1} + 0.4875Z_{t-2} + a_t - 0.6529a_{t-1} - 567.2498\, I_t^{(99)} - 1518.2698\;\; I_t^{(105)}$.

Kata Kunci: ARIMA (*Autoregessive Integrated Moving Average*), Prosedur Iteratif, Deteksi Pencilan

PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) MENGGUNAKAN METODE PROSEDUR ITERATIF PADA DATA PENCILAN DERET WAKTU

Oleh

BETA PUTRI ANZELA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

Judul Skripsi : **PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) MENGGUNAKAN METODE PROSEDUR ITERATIF PADA DATA PENCILAN DERET WAKTU**

Nama Mahasiswa : Beta Putri Anzela

Nomor Pokok Mahasiswa : 1717031036

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199203 1 028

Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.
NIP 19840627 200604 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

Sekretaris : **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **10 Desember 2021**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama Mahasiswa	: **Beta Putri Anzela**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **171731036**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **PEMODELAN *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARIMA) MENGGUNAKAN METODE PROSEDUR ITERATIF PADA DATA PENCILAN DERET WAKTU**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 10 Desember 2021

Penulis

Beta Putri Anzela

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Beta Putri Anzela dilahirkan di Kota Bandar Lampung, Lampung pada tanggal 23 Oktober 1998. Penulis adalah anak pertama dari tiga bersaudara, dari Bapak Zeal Cerpen dan Ibu Eva Nusilah.

Penulis mengawali pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) Aisyah pada tahun 2004-2005. Pada tahun 2005, penulis menempuh pendidikan di Sekolah Dasar di SDN 2 Talang dan lulus pada tahun 2011, dan melanjutkan sekolah kejenjang Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 3 Bandar Lampung dan lulus pada tahun 2014. Pada tahun 2014 dan lulus pada tahun 2017 penulis bersekolah di Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 9 Bandar Lampung.

Pada tahun 2017, penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Unila melalui jalur SNMPTN. Selama menjalani perkuliahan penulis juga aktif dalam organisasi Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila selama dua periode, pada tahun 2018 penulis diamanahkan sebagai Anggota Biro Kesekretariatan, kemudian pada tahun 2019, penulis diamanahkan sebagai Kepala Biro Kesekretariatan. Pada tahun 2020, penulis melakukan Kuliah Praktik (KP) di PT. Taspen Persero Kantor Cabang Utama Lampung dan melakukan

Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Lingkungan Kelurahan Talang Kecamatan Teluk Betung Selatan Bandar Lampung selama 40 hari.

KATA INSPIRASI

"Cukuplah Allah sebagai penolong dan sebaik-baiknya pelindung"

(Q.S. Al-Imran: 173)

"Dan Dia bersama kamu dimana saja kamu berada, dan Allah maha melihat apa yang kamu kerja"

(Q.S. Al Hadid: 4)

"Barang siapa yang bertakwa kepada Allah, niscaya Allah menjadikan baginya kemudahan dalam urusannya"

(Q.S. At-Talaq: 4)

"Sesungguhnya jika kamu bersyukur, niscaya Aku akan menambah (nikmat) kepadamu, tetapi jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), maka pasti azab-Ku

sangat berat"

(Q.S. Ibrahim: 7)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan rasa syukur atas segala puji dan kehadirat Allah SWT. yang telah melimpahkan nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan. Tak lupa juga sholawat beserta salam selalu tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW. Dengan penuh ketulusan, penulis mempersembahkan karya kecil ini untuk:

Mandeh dan Abak

Sosok penyayang yang tiada putus dalam mendoakan dan memberikan dukungan atas segala keputusanku, yang tiada kata lelah dalam mencintai dan memberikan hal terbaik untuk anak-anaknya, terima kasih atas cinta kasih mande dan abak.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sangat berjasa dalam membantu, memberikan arahan, masukan dan ilmu yang sangat bermanfaat.

Adik-adik Tercinta, Vita dan Irsyad

Yang selalu berusaha menjadi anak baik, yang selalu mengerti dan saling menjaga dalam kondisi apapun.

Keluarga dan Sahabat-sahabatku

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT. atas rahmat dan hidayah-Nya, shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada baginda besar Nabi Muhammad SAW. sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Pemodelan Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Menggunakan Prosedur Iteratif Pada Data Pencilan Deret Waktu”. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terwujud tanpa adanya bantuan, bimbingan serta saran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis ingin menyampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang selalu memberikan arahan, bantuan, bimbingan, motivasi dan saran yang mendukung sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing II atas saran dan masukan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun selama proses penyusunan skripsi.
4. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama masa perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staff, karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Mandeh dan Abak yang selalu memberikan doa, dukungan, kasih sayang dan motivasi, serta segala hal terbaik kepada penulis.
9. Adek Vita, Irsyad, dan Keluarga yang turut membantu dalam mendukung, hadir setiap keadaan, dan memberi doa tulus kepada penulis.

10. Amora Squad (Nabil, Uum, Rafa, Vio, dan Arin) yang telah menemani dan memberi dukungan dalam berbagai keadaan, terima kasih sudah selalu hadir dan saling menjaga.
11. Sahabat-sahabat Dedek, Ainun, Yola, Dila, Stefani, Yulica, Chaterina dan Dini yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama ini.
12. Seluruh pihak terkait yang telah banyak membantu dan tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan guna penyempurnaan skripsi ini.

Bandar Lampung, 10 Desember 2021
Penulis,

Beta Putri Anzela

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis data deret waktu merupakan serangkaian pengamatan terhadap suatu variable yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat bedasarkan runtun waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap (Wei, 2006). Analisis data deret waktu diterapkan untuk meramalkan struktur probabilitas kejadian yang akan datang dan kemudian akan digunakan sebagai bahan pengambilan keputusan. Pemodelan deret waktu seringkali dikaitkan dengan proses peramalan (*forecasting*) suatu nilai dengan karakteristik tertentu pada periode yang akan datang.

Berbagai metode telah dikembangkan dalam mengelola data deret waktu untuk memperoleh suatu model yang memberikan hasil ramalan yang lebih akurat. Model deret waktu yang paling popular dan banyak digunakan dalam peramalan adalah model *autoregressive intergrated moving average* atau yang dikenal dengan model ARIMA. Model ARIMA hanya dapat berlaku pada data stasioner. Meskipun model ARIMA ini dinilai cukup efisien dalam peramalan deret waktu namun tidak menutup kemungkinan terdapat kekurangan dalam proses terbentuknya model ini. Kekurangan yang terjadi dapat diakibatkan ketika terjadi gangguan atau *noise* pada data. Adanya gangguan atau *noise* pada data tersebut dapat mengindikasikan adanya pencilan.

Menurut Tarno (2013), jika pada data deret waktu terdapat pengamatan yang nampak berbeda dengan pengamatan lain, maka dapat mengindikasikan pengamatan menjadi tidak konsisten. Bentuk pengamatan yang tidak konsisten ini dinamakan pencilan. Pencilan pada data disebabkan oleh beberapa kemungkinan, yaitu terdapatnya kesalahan prosedur dalam memasukkan data, kesalahan dalam pengukuran atau analisis dan dikarenakan adanya keadaan yang benar-benar khusus seperti pandangan respon terhadap sesuatu yang tidak diketahui alasannya. Jenis pencilan terdiri atas *additive outlier* (AO) dan *innovational outlier* (IO). Keberadaan jenis pencilan ini dapat mempengaruhi stabilitas model deret waktu. Hal tersebut diakibatkan karena pencilan dalam data deret waktu tidak mudah dihilangkan yang disebabkan adanya korelasi yang kuat antar data yang diamati. Dalam kasus tertentu, keberadaan pencilan sering kali tersamarkan atau dapat dikatakan bahwa tidak semua pencilan dalam data deret waktu dapat terlihat secara langsung dari plot deret waktu, sehingga diperlukan metode untuk mendeteksi dan mengatasi pengaruh dari keberadaan pencilan (Wei, 2006). Pada tahun 1988, Chang Tioao dan Chen mengembangkan suatu metode untuk mendeteksi keberadaan pencilan dalam data deret waktu melalui metode pendeteksian pencilan secara iteratif.

Dalam penelitian ini data yang mengandung pencilan akan dimodelkan dengan analisis ARIMA dan deteksi pencilan dapat menggunakan metode prosedur iteratif, sehingga diharapkan pemodelan dengan penggunaan deteksi pencilan akan menghasilkan peramalan yang lebih akurat.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model *autoregressive intergrated moving average* (ARIMA) yang lebih akurat dengan mendeteksi pencilan menggunakan prosedur iteratif.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai referensi atau acuan dalam melakukan pemodelan dan peramalan pada suatu data deret waktu yang berindikasi terdapat pencilan agar lebih akurat.

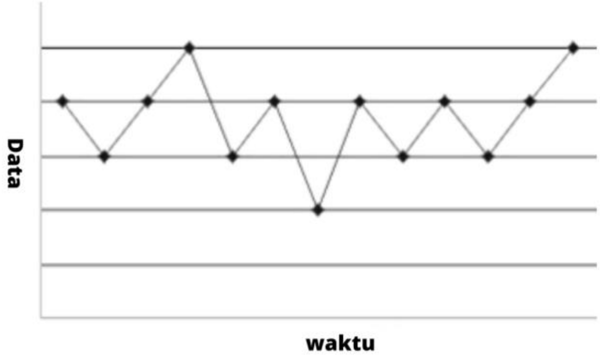
II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Menurut Brockwell dan Davis (2016), deret waktu adalah serangkaian pengamatan sekarang (Z_t) yang tergantung pada satu atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-1}). Adapun analisis deret waktu adalah proses memahami, menjelaskan mekanisme tertentu, dan meramalkan suatu nilai dimasa depan untuk mengoptimalkan sistem kendali (Makridakis dkk., 1999). Pada data deret waktu nilai pengamatan suatu periode waktu diasumsikan dipengaruhi oleh nilai pengamatan pada periode waktu sebelumnya. Dengan kata lain, model deret waktu dibuat akibat adanya korelasi antar deret pengamatan.

2.2 Stasioneritas

Menurut Makridakis dkk. (1999), suatu data dapat dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan disekitar nilai rata-rata yang konstan dan variasi disekitar rata-rata tersebut konstan selama waktu tertentu. Data deret waktu dikatakan stasioner pada rataan jika nilai rata-ratanya tetap (tidak terdapat pola trend). Data deret waktu dikatakan stasioner terhadap ragam jika fluktuasi datanya tetap atau konstan (horizontal sepanjang sumbu waktu). Suatu data runtut waktu (*time series*) dikatakan tidak stasioner dalam *mean* jika rata-ratanya memiliki pola naik maupun turun.



Gambar 2.1. Plot Data Stasioner Pada Ragam dan Rataan

Sebelum melakukan analisis data, jika data diketahui tidak stasioner maka data harus distasionerkan terlebih dahulu menggunakan metode yang sesuai. Apabila data yang digunakan dalam model tidak memenuhi bentuk stasioner maka data harus dipertimbangkan kembali validitas dan kestabilannya. Oleh karena itu, hal ini merupakan syarat utama sebelum membentuk model ARIMA.

Data deret waktu yang tidak stasioner terhadap nilai tengah dapat diatasi dengan diferensiasi sehingga data tersebut stasioner terhadap nilai tengah (Wei, 2006). Proses diferensiasi merupakan proses mencari selisih antara data satu periode dengan periode sebelumnya secara berurutan. Proses diferensiasi (ΔZ_t) pada orde ke-*d* dapat dilakukan hingga beberapa periode sampai data stasioner. Adapun persamaan diferensiasi yang dapat digunakan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Delta Z_t &= Z_t - Z_{t-1} \\ &= Z_t - Z_{t-1} = (1-B)Z_t \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan Z_t adalah data asli setelah dilakukan pembedaan tingkat pertama dan B adalah *Backshift* operator. Notasi B jika dipasangkan pada Z maka mempunyai pengaruh untuk menggeser data satu waktu belakang. Adapun kegunaan dari Persamaan (2.1) yaitu digunakan untuk melakukan pembedaan orde pertama dari data yang diharapkan setelah dilakukan pembedaan, maka data dapat berbentuk stasioner. Namun apabila setelah dilakukan pembedaan tingkat satu suatu data deret waktu Z_t masih belum stasioner maka dilakukan pembedaan ke-*d*. Pembedaan ke-*d* didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\Delta^d Z_t &= \Delta^{d-1} Z_t - \Delta^{d-1} Z_{t-1} \\ &= \Delta^{d-1} Z_t - \Delta^{d-1} B Z_t \\ &= \Delta^{d-1} Z_t (1-B) \\ &= (1-B)^{d-1}(1-B) Z_t \\ &= (1-B)^d Z_t. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Menurut Gujarati dan Porter (2009), uji *Augmented Dickey Fuller* merupakan salah satu uji akar unit yang digunakan untuk melakukan pengecekan stasioneritas terhadap rata-rata. Teknik pengujiannya yaitu membentuk regresi antara ΔZ_t dan Z_{t-1}. Secara umum persamaan *Augmented Dickey Fuller* sebagai berikut:

$$\Delta Z_t = \mu + \beta_t + \delta Z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} u_i \Delta Z_{t-1} + \alpha_t \tag{2.3}$$

dengan: $\delta = \sum_{i=1}^{p} \phi_i - 1$ dan $u_i = -\sum_{j=1}^{p-1} \phi_j$, α_t adalah variabel residual dan $p-1$ adalah panjang *lag*.

Berdasarkan Persamaan (2.3), terdapat tiga jenis model yang digunakan untuk uji *Augmented Dickey Fuller*, yaitu:

1. model dengan konstanta (μ) dan tren (β), ditunjukkan pada Persamaan (2.3);
2. model dengan konstanta (μ)
$$\Delta Z_t = \mu + \delta Z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} u_i \Delta Z_{t-1} + \alpha_t; \tag{2.4}$$
3. model tanpa konstanta (μ) dan tren (β)
$$\Delta Z_t = \delta Z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} u_i \Delta Z_{t-1} + \alpha_t. \tag{2.5}$$

Adapun uji statistik *Augmented Dickey Fuller* dinyatakan sebagai berikut:

$$\tau = \frac{\phi-1}{Se_{(\phi)}} = \frac{\delta}{Se_{(\delta)}} \tag{2.6}$$

dengan,

ϕ : nilai duga parameter *autoregressive* (AR)

Se : standar *error* .

Hipotesis dalam pengujian ini, yaitu:

H_0 : $\delta = 0$ (Data tidak stasioner terhadap rata-rata)

H_1 : $\delta < 0$ (Data stasioner terhadap rata-rata)

Kriteria pengujian:

Pengambilan keputusan dilakukan dengan membandingkan nilai τ dan τ tabel. Jika $\tau < \tau$ tabel maka tidak tolak H_0 yang berarti data tidak stasioner terhadap rata-rata.

2.3 Model *Autoregresive* (AR)

Model *Autoregessive* (AR) dengan orde-*p* dinotasikan dengan AR*(p*). Bentuk umum model AR(*p*) adalah:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \tag{2.7}$$

dengan:

Z_t : nilai vaiabel tak bebas pada waktu ke-*t*

ϕ_i : koefisien *autoregressive*, $i = 1,2,3, \ldots, p$

a_t : nilai residual pada waktu ke-*t*

p : orde AR .

Persamaan (2.7) dapat ditulis menggunakan operator B (*backshift*) sebagai berikut:

$$Z_t = \phi_1 B Z_t + \phi_2 B^2 Z_t \ldots + \phi_p B^p Z_t + \alpha_t$$

$$\alpha_t = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p) Z_t$$

atau

$$a_t = \phi_p(B)Z_t \tag{2.8}$$

dan $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$ disebut sebagai operator AR(p) (Wei, 2006).

2.4 Model *Moving Average* (MA)

Moving average (MA) merupakan nilai deret waktu pada waktu t yang dipengaruhi oleh unsur kesalahan (galat) saat ini (t) dan pada masa lalu (t-q). Model *moving Average* (MA) pada order ke-q, dinotasikan menjadi MA(q). Adapun model MA(q) secara umum yaitu (Box dkk., 2008):

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} + \cdots + \theta_q a_{t-q} \tag{2.9}$$

dengan:

Z_t	: nilai variabel tak bebas pada waktu ke-t
θ_q	: koefisien *moving average* (MA)
$a_t, a_{t-1}, \ldots, a_{t-q}$	: nilai galat pada waktu ke-t, dengan $t-1, \ldots, t-q$
q	: order MA

Persamaan (2.9) dapat ditulis menggunakan operator B (*backshift*) sebagai berikut:

$$Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)a_t$$

$$Z_t = \theta(B)a_t \tag{2.10}$$

dengan:

$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$ adalah operator MA.

2.5 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model ARMA (*p*,*q*) merupakan kombinasi dari model AR (*p*) dan MA(*q*) yang memiliki asumsi bahwa data periode sekarang dipengaruhi oleh data pada periode sebelumnya dan nilai residual pada periode sebelumnya (Assauri, 1984). Model ARMA (*p,q*) dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} +_{\dots} + \phi_p Z_{t-p} + \alpha_t - \theta_1 \alpha_{t-1} -_{\dots} - \theta_q \alpha_{t-q} \tag{2.11}$$

Persamaan (2.11) dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$\left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p\right) Z_t = \left(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_p B^p\right) \alpha_t$$

atau

$$\phi_p(B) Z_t = \ \theta_q(B) Z_t. \tag{2.12}$$

2.6 *Integrated* (I)

Bentuk umum dari model *integrated* dengan orde-*d* (*I*(*d*)) atau model ARIMA(*0,d,0*). *Integreted* di sini adalah menyatakan *difference* dari data. Maksudnya bahwa dalam membuat model ARIMA syarat keharusan yang harus dipenuhi adalah stasioneritas data. Apabila data stasioner terhadap mean maka ordenya sama dengan 0, namun apabila stasioner pada *difference* pertama maka ordonya 1, dan seterusnya.

2.7 Model ARIMA

ARIMA sering juga disebut metode Box-Jenkins. ARIMA sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Biasanya akan cenderung *flat* (mendatar atau konstan) untuk periode yang cukup panjang (Ekananda, 2014). Secara umum model ARIMA dapat dituliskan dengan notasi ARIMA (p, d, q) dimana *p* menyatakan orde dari proses AR, *d* menyatakan orde dari *difference* (pembedaan) yang dilakukan agar data menjadi stasioner dan *q* menyatakan orde dari proses MA.

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah model yang secara penuh mengabaikan independen variabel dalam membuat peramalan. ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan sekarang dari variabel dependen untuk menghasilkan peramalan jangka pendek yang akurat. ARIMA cocok jika observasi dari deret waktu (*time series*) secara statistik berhubungan satu sama lain (*dependent*). Tujuan model ARIMA adalah untuk menentukan hubungan statistik yang baik antar variabel yang diramal dengan nilai historis variabel tersebut sehingga peramalan dapat dilakukan dengan model tersebut.

Model *Autoregressive Integrated Moving Avarage* (ARIMA) adalah model ARMA nonstasioner yang telah di *differencing* sehingga menjadi model stasioner. Adapun model ARIMA secara umum (Montgomery dkk., 2008) sebagai berikut:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \tag{2.13}$$

dengan:

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1(B) - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 \mathrm{B}^2 - \dots - \theta_q \mathrm{B}^q$

B adalah operator *backshift* dan a_t adalah nilai *error* pada waktu ke-*t*.

2.8 *Autocorrelation Function* dan *Partial Autocorrelation Function*

Untuk melihat kestasioneran data dalam *mean* bisa dilihat dari perhitungan ACF dan PACF (Lestari dan Wahyuningsih, 2012).

a. *Autocorrelation Function* (ACF)

Autokorelasi adalah hubungan yang terjadi antara data runtun waktu melalui pengamatan yang dilakukan (Makridakis dkk., 1999). Jika tidak terdapat autokorelasi dalam data, maka dapat dikatakan bahwa data tersebut random atau tidak memiliki pola. Nilai ACF pada *lag-k* sebagai berikut :

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_t-\bar{Z})(Z_{t+k}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(Z_t-\bar{Z})^2} \tag{2.14}$$

dengan :

ρ_k : nilai korelasi pada *lag k*

Z_t : data waktu-t

$\bar{Z}$: rata-rata data ke-*t*

Z_{t+k} : data waktu $t + k$.

b. *Partial Autocorrelation Function* (PACF)

Partial Autocorrelation Function menunjukan tingkat keeratan antara Z_t dan Z_{t+k} dengan syarat menghilangkan pengaruh dari lag 1, 2, dan seterusnya sampai *k-1*. Nilai *PACF* pada *lag-k* dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\emptyset_{kk} = \frac{\rho_k-\sum_{j=1}^{k-1}\emptyset_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\emptyset_{k-1,j}\rho_{k-j}} \tag{2.15}$$

dengan:

$\emptyset_{kk}$: *Partial Autocorrelation Function*

ρ_k : fungsi autokorelasi.

2.9 Uji Asumsi *White Noise*

Suatu proses $\{\alpha_t\}$ disebut proses *white noise* jika data terdiri dari variabel acak yang tidak berkorelasi. Proses *white noise* dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis galat-nya. Uji korelasi residual digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi residual antar lag. Uji statistik yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya autokorelasi adalah uji *Ljung-Box*, dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_o: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$ (Residual tidak berautokorelasi)

$H_1: \exists \rho_k \neq 0, k = 1,2,3, \dots, k$ (Residual berautokorelasi)

Taraf signifikasi atau α yang digunakan sebesar 5%.

Adapun rumus uji *Ljung-Box* yaitu:

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^{K} \frac{\rho_k^2}{(n-k)} \tag{2.16}$$

dengan,

n : banyaknya pengamatan

k : selisih *lag*

K : banyaknya *lag* yang diuji

ρ_k : nilai koefisien autokorelasi pada *lag*-*k*

Kriteria uji : H_o ditolak jika $p-value < \alpha$ atau $LB > \chi^2_{(\alpha,db)}$ dengan derajat bebas (db) $= k - p$ dan p adalah banyaknya parameter.

2.10 Uji Asumsi Normalitas

Uji normalitas residual digunakan untuk memeriksa apakah suatu residual α_t mempunyai distribusi normal atau tidak. Uji normalitas residual dilakukan dengan statistik uji yang digunakan adalah Kolmogorov-Smirnov. Adapun rumus uji Kolmogorov-Smirnov dinyatakan sebagai berikut:

$$D = KS = max|F_0(X) - S_n(X)| \tag{2.17}$$

dengan,

$F_0(X)$: fungsi distribusi kumulatif pembanding

$S_n(X)$: fungsi distribusi kumulatif observasi.

Hipotesis yang digunakan sebagai berikut:

H_0 : residual α_t berdistribusi normal

H_1 : residual α_t tidak berdistribusi normal

Taraf signifikasi atau α yang digunakan sebesar 5%.

Kriteria uji :

$p - value < a$ atau $D_{hitung} > D_{(\alpha,n)}$ maka H_0 ditolak yang artinya residual tidak berdistribusi normal.

2.11 Deteksi Pencilan

Pencilan adalah data pengamatan yang tidak konsisten pada deretnya. Deteksi pencilan pertama kali dikemukakan oleh Fox pada tahun 1972 yang memperkenalkan pencilan jenis *Additive Outlier* (AO) dan *Innovative Outlier* (IO) (Wei, 2006).

2.11.1 *Additive Outlier* (AO)

Additive Outlier (AO) adalah kejadian yang mempunyai efek dalam data deret waktu pada satu periode saja. Bentuk umum *additive outlier* (AO) dalam proses ARIMA dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_t &= X_t + \omega_{AO} I_t^{(T)} \\ &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)\Delta^d} a_t + \omega_{AO} I_t^{(T)} \end{aligned} \tag{2.18}$$

dengan

$$I_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & ; t \neq T \\ 0 & ; t = T \end{cases}$$

$I_t^{(T)}$ adalah variable indikator yang mewakili ada atau tidak adanya pencilan pada waktu *T*.

2.11.2 *Innovative Outlier* (IO)

Innovative Outlier (IO) adalah kejadian yang efeknya mengikuti proses ARIMA. Bentuk umum *Innovative Outlier* (IO) adalah:

$$\begin{aligned} Z_t &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)\Delta^d}(a_t + \omega_{IO} I_t^{(T)}) \\ &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)\Delta^d} a_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)\Delta^d} \omega_{IO} I_t^{(T)} \end{aligned} \qquad (2.19)$$

dengan,

$$I_t^{(T)} = \begin{cases} 1 & ; t \geq T \\ 0 & ; t < T \end{cases} \qquad .$$

2.12 Prosedur Iteratif

Prosedur iteratif diterapkan dalam memodelkan data yang diduga mengandung pencilan (Wei, 2006). Prosedur iteratif ditetapkan dalam memodelkan data yang diduga mengandung *outliers*. Prosedur ini bertujuan untuk mendeteksi keberadaan outliers serta mengidentifikasi jenis atau tipe *outliers* yang mempengaruhi data deret waktu yang diamati. Dampak *outliers* dideteksi dari nilai sisaan yang dihasilkan. Sisaan dihasilkan oleh setiap tipe pencilan diperoleh dari persamaan berikut:

$$e_t = \pi(B) Z_t \qquad (2.20)$$

dengan,

$$\pi(B) = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} \Delta^d \qquad (2.21)$$

dimana:

$$\pi(B) = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \cdots)$$

Dari Persamaan (2.20) estimasi residual dari pencilan tipe AO dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} e_t &= \pi(B) Z_t \\ &= \pi(B) \left[\frac{\theta(B)}{\phi(B)} \alpha_t + \omega_{AO} I_t^{(T)} \right] \\ &= \frac{\phi(B)}{\theta(B)} \left[\frac{\theta(B)}{\phi(B)} \alpha_t + \omega_{AO} I_t^{(T)} \right] \\ &= \alpha_t + \omega_{AO} \frac{\theta(B)}{\phi(B)} I_t^{(T)}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Dengan persamaan tersebut estimasi residual dari pencilan dapat ditulis sebagai berikut:

AO : $e_t = \alpha_t + \omega_{AO} \frac{\theta(B)}{\phi(B)} I_t^{(T)}$ (2.23)

IO : $e_t = \omega_{IO} I_t^{(T)} + a_t$ (2.24)

Menurut Chen dan Liu (1993), deteksi keberadaan pencilan dilakukan melalui pendugaan nilai maksimum statistik baku akibat pengaruh pencilan. Persamaan yang digunakan untuk menduga nilai maksimum statistik baku untuk setiap tipe pencilan dinotasikan sebagai berikut (Bui & Jun, 2012)::

AO : $\lambda_{AO,T} = \left(\tau_{AO,T} \frac{\widehat{\omega}_{AO}(T)}{\sigma_\alpha} \right)$ (2.24)

IO : $\lambda_{IO,T} = \left(\frac{\widehat{\omega}_{IO}(T)}{\sigma_\alpha} \right)$ (2.25)

dengan, $\widehat{\omega}$ adalah penduga bagi ω dan $\tau^2 = \sum_{j=0}^{n-1} \pi_j^2$.

Suatu data dikatakan mengandung pencilan jika pendugaan nilai maksimum statistik bakunya lebuh besar disbanding ketetapan nilai kritis $\lambda_T = |\lambda_{i,T}| > C$. Dengan nilai ketetapan batas kritis (C) yang digunakan didasarkan pada jumlah data pengamatan. Nilai C akan bernilai 3 jika $n = 50$, C akan bernilai 4 jika $n \geq$

450, dan untuk jumlah data pengamatan diantaranya dapat dihitung dengan $3 + 0.0025(n - 50)$.

2.13 Kriteria Pemilihan Model

Berdasarkan hasil model dari beberapa model yang telah dibentuk, terdapat banyak kemungkinan model untuk menggambarkan beberapa proses yang terjadi dalam data. Oleh sebab itu,selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik.

2.13.1 Kriteria Pemilihan Model pada Data Pemodelan

Pemilihan model terbaik dari beberapa model yang sesuai dapat berdasarkan nilai *Akaike's Information Criteria* (AIC).
Rumus kriteria tersebut, yaitu:

$$AIC = \ln\left(\sum_{t=1}^{n} \frac{a_t^2}{n}\right) + \frac{2v}{n} \qquad (2.20)$$

dengan,
a_t^2 : kuadrat residual
v : jumlah parameter yang diduga
n : jumlah pengamatan
Nilai minimum pada AIC mengindikasikan model terbaik.

2.13.2 Kriteria Pemilihan Model Terbaik pada Data Validasi

Kriteria pemilihan model yang dapat digunakan sebagai acuan untuk memilih model terbaik. Adapun kriteria pemilihan model yang dapat digunakan dalam analisis ini adalah *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Semakin kecil nilai

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) maka semakin baik model itu untuk dipilih. Rumus MAPE sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Z_t - \widehat{Z}_t}{Z_t}\right| \times 100\% \qquad (2.21)$$

dengan:

n : banyaknya pengamatan

Z_t : nilai amatan ke-t

$\hat{Z}_t$: nilai dugaan ke-t hasil pemodelan.

2.14 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) secara internasional disebut Indonesia composite index (IDI) atau IDX *Composite* merupakan salah satu indeks dalam Bursa Efek Indonesia (BEI). Indeks harga saham gabungan digunakan untuk melihat situasi dan perkembangan pasar modal secara keseluruhan dan bukan untuk melihat kondisi suatu perusahaan tertentu.

IHSG dapat dikatakan sebagai rata-rata harga dari seluruh harga saham perusahaan yang terdaftar dalam Bursa Efek. Apabila nilai IHSG naik, kemungkinan sebagian besar harga saham meningkat, namun bukan berarti tidak ada perusahaan yang mengalami penurunan harga saham. Maka dapat dikatakan bahwa fluktuasi IHSG disebabkan oleh fluktuasi harga-harga saham milik emiten yang terdaftar dalam BEI. Tidak hanya sebagai tolak ukur dalam kegiatan investasi, IHSG juga memiliki peranan yang besar dalam menunjukkan pertumbuhan ekonomi di Indonesia.

Seperti hal nya saat kasus *Corona Virus Desease-19* (COVID-19) pertama kali ditemukan di Indonesia, IHSG mengalami penurunan sejak bulan Maret 2020 dan kembali menguat di bulan November 2020. COVID-19 sangat memberikan dampak yang serius bagi pergerakan ekonomi di Indonesia. Oleh karena itu, teknik peramalan sangat dibutuhkan para investor untuk mengetahui nilai IHSG di masa yang akan datang berdasarkan nilai-nilai IHSG yang sudah ada di masa lalu.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2020/2021 yang bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Pada penelitian ini digunakan data indeks harga saham gabungan (IHSG) di Indonesia dari bulan Januari 2012-Desember 2020 yang diperoleh dari https://www.bps.go.id/linkTableDinamis/view/id/1075.

3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini yaitu:

1. Menentukan data
2. Membentuk model ARIMA sementara
    a. Uji Stasioneritas

       Data yang belum stasioner dalam ragam maka dapat dilakukan transformasi Box-Cox dan apabila data belum stasioner terhadap rata-rata, maka dapat dilakukan *differencing.*

    b. Identifikasi model dugaan

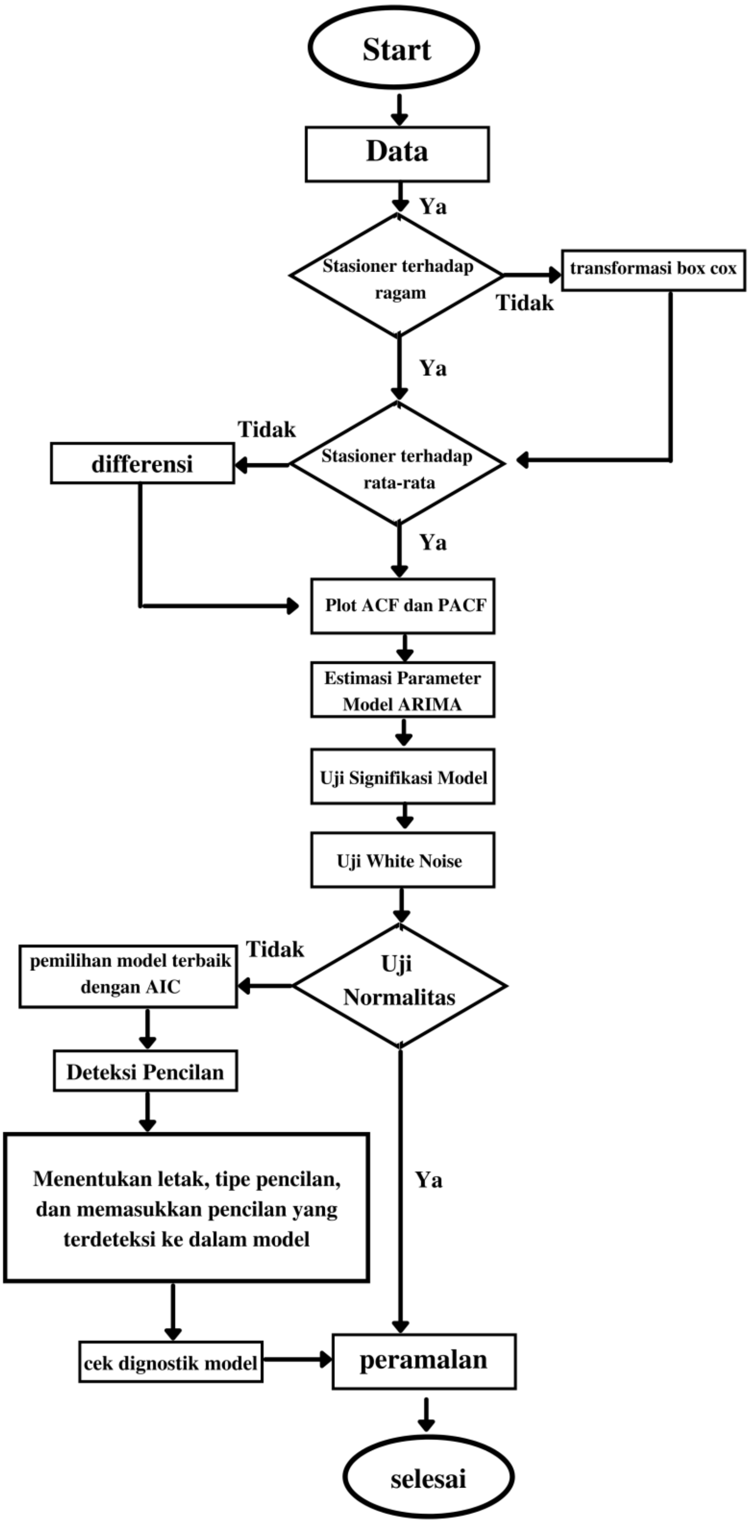
       Setelah data stasioner terhadap ragam dan rata-rata, maka dilakukan proses pembentukan model dugaan dengan mengidentifikasi orde AR dan MA.

    c. Melakukan pengecekan *diagnostic* model

Setelah model dugaan terbentuk, selanjutnya dilakukan uji kelayakan model yang harus memenuhi beberapa asumsi yaitu asumsi *white noise* yang dapat dilakukan menggunakan uji Ljung-Box, dan asumsi normalitas dengan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.

3. Apabila ketika dilakukan pengecekan diagnosa diketahui bahwa asumsi normalitas tidak terpenuhi, selanjutnya akan dilakukan deteksi pencilan.
   a. Mendeteksi pencilan
      Dalam melakukan analisis deteksi pencilan maka langkah yang harus dilakukan yaitu membuat plot *standarlized residuals* yang didapatkan dari pembagian antara nilai residual dan nilai RMSE untuk mengetahui letak titik yang berindikasi merupakan pencilan.
   b. Menghitung pendugaan nilai maksimum statistik baku penyebab outlier.
      Suatu data dikatakan terdapat pencilan apabila pendugaan nilai maksimum statistik bakunya lebih besar dibanding ketetapan batas kritis pencilan.
   c. Jika terdapat pencilan yang terdeteksi dan telah diketahui jenis pencilan tersebut, maka pencilan dimasukkan dalam model secara bertahap hingga memenuhi uji asumsi signifikasi model.
4. Peramalan menggunakan model terbaik yang telah memenuhi asumsi kebaikan model.

Secara singkat proses pemodelan ARIMA dengan deteksi pencilan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Diagram Alir Pemodelan ARIMA dan Deteksi Pencilan

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan bahwa model ARIMA dengan penambahan dua pencilan untuk data indeks harga saham gabungan (IHSG) di Indonesia Januari 2012-Desember 2020 memenuhi asumsi normalitas sehingga dapat dikatakan bahwa masalah terdapatnya pencilan pada residual telah teratasi. Model ARIMA dengan penambahan dua pencilan menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil dibandingkan model ARIMA tanpa penambahan pencilan. Nilai MAPE dijadikan pedoman dalam menilai layak atau tidaknya suatu model untuk meramalkan data yang akan datang. Berdasarkan nilai MAPE yang dihasilkan maka dapat disimpulkan bahwa model ARIMA tanpa penambahan pencilan tidak lebih baik digunakan dibandingkan Model ARIMA dengan penambahan dua pencilan.

Dengan menggunakan model ARIMA menggunakan persamaan tersebut untuk data indeks harga saham gabungan (IHSG) maka diperoleh hasil peramalan lima periode ke depan Januari 2021-Mei 2021, yaitu: 6068.62, 6006.53, 5848.51, 5871.41, dan 5888.57.

DAFTAR PUSTAKA

Assauri, S. 1984. *Teknik dan Metode Peramalan*. Fakultas Ekonomi UI, Jakarta.

Box, G., Jenkins, G., & Reinsel, G. 2008. *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. John Wiley & Sons Inc, New York.

Brockwell, P., & Davis, R. 1996. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York.

Bui, T.A., & Jun, C. 2012. An Improved Iterative Procedure for Outlier Detection in Time Series. *Journal of The Korean Institute of Industial Engineers*. **38**:17-24.

Chang, I., & Tiao, G. 1983. *Estimation of Time Series Parameters in The Presence of Outliers*. Statistics Research Center, University of Chicago.

Chen, C., & Liu, L. M. 1993. Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effect in Time Series. *Journal of the American Statistical Association*. **88**: 284-297.

Cryer, J. D., & Chan, K. S. 2008. *Time Series Analysis With Apllication in R*. Springer Science, New York.

Ekananda, M. 2014. *Analisis Data Time Series Untuk Penelitian Ekonomi*. Mitra Wacana Media, Jakarta.

Gujarati, D.N., & Porter, D.C. 2009. *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Terjemahan Mangunsong. Salemba Empat, Jakarta.

Lestari, N., dan Wahyuningsih. 2012. Peramalan Kunjungan Wisata dengan Pendekatan Model Sarima.. *Journal Sains dan Seni*. **1**: 29-33.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & Mc Gee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jilid 1. Edisi ke 2. Terjemahan Untung Sus Andriyanto. Erlangga, Jakarta.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L. & Kulahci, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. J Wiley, New Jersey (US).

Sari, P.K.S., Santoso, R., & Suparti. 2017. Prediksi Simpanan Berjangka Pada Bank Umum dan BPR Menggunakan Metode ARIMA Dengan *Outlier* dan ARIMA *Bootstrap*. *Journal Gaussian*. **6**:459-468.

Tarno. 2013. Kombinasi prosedur pemodelan subset hlm. 88-94. Prosiding Seminar Nasional Statistik UNDIP, Semarang.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. Addison Wesley.