

**PENENTUAN DAN INTERPRETASI FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT
DENGAN TEKNIK ANALISIS KORELASI KANONIK**

(Skripsi)

Oleh

DELLA EGIDIA GOEBA

1757031008



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

ABSTRACT

DETERMINATION AND INTERPRETATION OF MULTIVARIATE CANONIC FUNCTIONS WITH CANONIC CORRELATION ANALYSIS TECHNIQUES

By

DELLA EGIDIA GOEBA

Canonical correlation analysis is a multivariate statistical method that is used to examine and measure the level of linear relationship between two sets of variables, the set of dependent variables (Y) and the set of independent variables (X). This study focuses on getting the canonical correlation coefficient value between the linear combination of the set of dependent variables and the set of independent variables, determining the canonical function, testing the canonical correlation significance simultaneously and partially, explaining the magnitude of variance proportion of each variable, and interpreting the canonical function based on canonical weight, canonical loadings, and canonical cross-loadings. The data used is the set of variables of the Farmer's Exchange Rate Index (Y) which consists of 2 variables and the set of variables of the Farmer's Exchange Rate (X) which consists of 6 variables. Based on the analysis, it was found that the assumptions of multivariate normality, non-multicollinearity, and linearity are fulfilled. There are 2 canonical functions formed, the first function has a correlation coefficient of 0.896 with a variance proportion of 95.02% and the second function has a correlation coefficient of 0.420 with a variance proportion of 4.98%. The results of the significance test shows that only the first function can be interpreted. Based on canonical weights, canonical loadings, and canonical cross-loadings, the order of contributions to the dependent canonical variables is Y_2 dan Y_1 then the order of contributions to the independent canonical variables is X_3 dan X_1 .

Keywords: Canonical Correlation Analysis, Canonical Function, Canonical Weight Canonical loadings, Canonical Cross-Loadings.

ABSTRAK

PENENTUAN DAN INTERPRETASI FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT DENGAN TEKNIK ANALISIS KORELASI KANONIK

By

DELLA EGIDIA GOEBA

Analisis korelasi kanonik merupakan metode statistika multivariat untuk menelaah dan mengukur tingkat keeratan hubungan linear antar dua himpunan variabel yaitu himpunan variabel dependen (Y) dengan himpunan variabel independen (X). Penelitian ini berfokus untuk mendapatkan nilai koefisien korelasi kanonik antara kombinasi linear dari himpunan variabel dependen dengan himpunan variabel independen, menentukan fungsi kanonik, melakukan pengujian signifikansi korelasi kanonik secara simultan dan parsial, menerangkan besarnya proporsi keragaman setiap variabel, dan menginterpretasi fungsi kanonik berdasarkan bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik. Data yang digunakan yaitu himpunan variabel Indeks Nilai Tukar Petani (Y) yang terdiri dari 2 variabel dan himpunan variabel Nilai Tukar Petani (X) yang terdiri dari 6 variabel. Berdasarkan analisis, diperoleh bahwa asumsi normalitas multivariat, *non-multikolinearitas*, dan linearitas terpenuhi. Terdapat 2 fungsi kanonik terbentuk, fungsi pertama memiliki koefisien korelasi sebesar 0,896 dengan proporsi keragaman sebesar 95,02% dan fungsi kedua memiliki koefisien korelasi sebesar 0,420 dengan proporsi keragaman sebesar 4,98%. Hasil pengujian signifikansi menunjukkan bahwa hanya fungsi pertama yang dapat diinterpretasi. Berdasarkan bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik, urutan kontribusi pada variabel kanonik dependen yaitu Y_2 dan Y_1 kemudian urutan kontribusi pada variabel kanonik independen yaitu X_3 dan X_1 .

Kata kunci: Analisis Korelasi Kanonik, Fungsi Kanonik, Bobot Kanonik, Muatan Kanonik, Muatan Silang Kanonik.

**PENENTUAN DAN INTERPRETASI FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT
DENGAN TEKNIK ANALISIS KORELASI KANONIK**

Oleh

DELLA EGIDIA GOEBA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar

SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Lampung



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021**

Judul Skripsi

: **Penentuan dan Interpretasi Fungsi
Kanonik Multivariat dengan Teknik
Analisis Korelasi Kanonik**

Nama Mahasiswa

: **Della Egidia Goeba**

Nomor Pokok Mahasiswa : 1757031008

Jurusan

: **Matematika**

Fakultas

: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. Komisi Pembimbing

Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.
NIP. 195701011984031020

Dra. Dorrah Azis, M.Si.
NIP. 196101281988112001

2. Ketua Jurusan Matematika

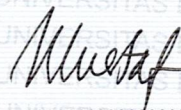
Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

: **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.**



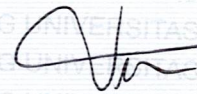
Sekretaris

: **Dra. Dorrah Azis, M.Si.**

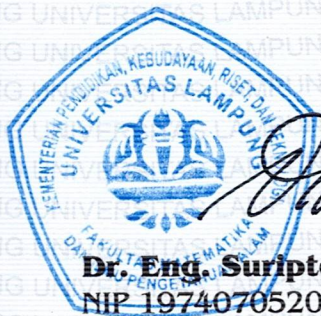


Penguji

Bukan Pembimbing : **Drs. Nusyirwan, M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T.
NIP. 197407052000031001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **30 November 2021**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : **Della Egidia Goeba**
Nomor Pokok Mahasiswa : **1757031008**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Penentuan dan Interpretasi Fungsi Kanonik
Multivariat dengan Teknik Analisis Korelasi
Kanonik**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 30 November 2021

Yang menyatakan



Della Egidia Goeba

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 11 Mei 1999 sebagai putri tunggal dari pasangan Bapak Swasta Surya Deddy dan Ibu Ely Yatie.

Penulis menyelesaikan pendidikan di Sekolah Dasar di SDS 02 Gula Putih Mataram tahun 2012. Sekolah Menengah Pertama di SMP Gula Putih Mataram tahun 2014, dan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Metro tahun 2017.

Penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Mandiri Masuk Perguruan Tinggi Negeri Barat (SMMPTN Barat) pada tahun 2017.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam organisasi Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) FMIPA Unila sebagai anggota Garuda BEM FMIPA Unila dan anggota Generasi Penerus Himatika (GEMATIKA) pada periode 2017. Pada periode 2018, sebagai anggota biro Dana dan Usaha Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) dan staf departemen Sains dan Pengabdian Masyarakat (SPM) BEM FMIPA Unila. Kemudian, sebagai staf komisi 4 Hubungan Luar Dewan Perwakilan Mahasiswa (DPM) Unila periode 2019.

Pada tahun 2020 sebagai bentuk aplikasi bidang ilmu kepada masyarakat, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sriwijaya, Kecamatan Tanjung Raya, Kabupaten Mesuji, serta melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistika (BPS) Kota Metro.

KATA INSPIRASI

Barang siapa bersungguh-sungguh, sesungguhnya kesungguhan tersebut untuk kebaikan dirinya sendiri.

(QS Al-Ankabut : 6)

Time is free, but it's priceless.
You can't own it, but you can use it.
You can't keep it, but you can spend it.
Once you've lost it, you can never get it back.

(Harvey Mackay)

Believe in your own dream and someday they will come true.

(Della Egidia Goeba)

PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim

Dengan segala kerendahan hati mengucapkan syukur
atas segala karunia Allah SWT.

Ku persembahkan karya sederhana ini kepada:

Ayahanda Swasta Surya Deddy dan Ibunda Ely Yatie

Terima kasih atas segala cinta dan kasih sayang, pengorbanan, doa, serta nasihat.
Terima kasih yang tiada terhingga telah mempercayai setiap mimpi-mimpi penulis
dan menjadi sosok orang tua yang sempurna. Tanpa Ayah dan Ibu, penulis tidak
akan bisa menjadi seperti ini. Semoga kemuliaan dan keberkahan hidup selalu
menyertai Ayah dan Ibu.

Almamater tercinta, Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat limpahan rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Penentuan dan Interpretasi Fungsi Kanonik Multivariat dengan Teknik Analisis Korelasi Kanonik”**.

Proses penyusunan skripsi ini tidak dapat terselesaikan dengan lancar tanpa bantuan dan dukungan dari banyak pihak, maka pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang tulus kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing utama yang memberikan bimbingan, saran, dan motivasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi.
2. Ibu Dra. Dorrah Azis. M.Si., selaku pembimbing kedua yang telah banyak memberikan saran dan masukan yang sangat bermanfaat dalam penyusunan skripsi.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku pembahas dan penguji skripsi yang telah memberikan evaluasi dan saran perbaikan guna penyempurnaan skripsi.
4. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan nasehat selama penulis menjalankan perkuliahan.

5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Suropto Dwi Yuwono, M.T., selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung
7. Seluruh dosen, staff, dan civitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah memberikan banyak ilmu pengetahuan dan bantuan kepada penulis.
8. Ayah dan Ibu tercinta, dua orang paling berharga dan terhebat dalam hidup penulis atas segala usaha untuk mewujudkan semua harapan, untuk pengingat saat penulis sedang dalam masa pencarian, untuk penguat saat penulis ragu di persimpangan, untuk semangat yang tak ternilai, serta doa baik yang tak pernah berhenti mengiringi langkah penulis.
9. Keluarga besar ASTARI dan keluarga besar ONENG, atas segala kebaikan, doa, masukan, bantuan, dan dukungannya selama ini.
10. Hikma dan Sandra sahabat terbaik penulis sejak kecil, terima kasih karena bersedia menyediakan pundak untuk menangis, berkeluh kesah, setia menemani baik suka maupun duka.
11. Vika, sahabat se atap sejak awal perkuliahan, terima kasih untuk segala suka duka serta kebersamaan yang telah terajut. Percayalah, empat tahun bukanlah waktu yang singkat.
12. Sahabat *Menantu Idaman*, Nadhira, Vina, Shintia, Maul, dan Dindha. Terima kasih untuk segala dukungan dan kebersamaan yang telah mewarnai kehidupan kampus penulis sehingga membuat hari-hari semasa kuliah lebih berarti.

13. Teman - teman seperjuangan skripsi, Nadhira, Shintia, Yustika, Atina, Amalia, dan Ichsan. Terima kasih untuk segala *support*, saling menguatkan, dan berbagi informasi selama melakukan bimbingan skripsi.
14. Teman – Teman Kerja Praktik di BPS Kota Metro, Ananto, Atina, dan Inas. Terima kasih untuk segala bantuan serta kebersamaannya selama KP di Metro.
15. Teman – teman *Lambetika*, atas segala kebersamaan dan bantuannya selama perkuliahan.
16. Teman – teman Matematika 2017, atas semangat dan masukan di dalam setiap kegiatan perkuliahan.
17. Teman – teman KKN Sriwijaya, Aulia, Rizki, Bang Ivan, Vita, Naomi, dan Endang, untuk segala kebersamaannya di Mesuji.
18. Seluruh pihak yang telah membantu penulis selama proses penyusunan skripsi yang namanya tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, maka dari itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada kita.

Bandar Lampung, 30 November 2021

Penulis

Della Egidia Goeba

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL	xvii
---------------------------	-------------

DAFTAR GAMBAR.....	xix
---------------------------	------------

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Manfaat Penelitian	3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Multivariat	4
2.2 Analisis Korelasi Kanonik.....	5
2.3 Korelasi Kanonik dan Variat Kanonik.....	5
2.4 Pengujian Asumsi Korelasi Kanonik	8
2.4.1 Normalitas Multivariat.....	8
2.4.2 Non-Multikolinearitas.....	10
2.4.3 Linearitas.....	11
2.5 Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik	12
2.6 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik	15
2.6.1 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Simultan...	15
2.6.2 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Parsial	16
2.7 Analisis Redundansi.....	17
2.8 Interpretasi Fungsi Kanonik	18
2.8.1 Bobot Kanonik (<i>Canonical Weight</i>).....	18
2.8.2 Muatan Kanonik (<i>Canonical Loadings</i>)	18
2.8.3 Muatan Silang Kanonik (<i>Canonical Cross-Loadings</i>)	19

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	21
3.2 Data Penelitian.....	21
3.3 Metode Penelitian	24

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Analisis Statistika Deskriptif	26
4.2 Pengujian Asumsi Korelasi Kanonik	28
4.2.1 Uji Normalitas Multivariat.....	28
4.2.2 Uji Non-Multikolinearitas	31
4.2.3 Uji Linearitas	33
4.3 Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik	34
4.4 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik	37
4.4.1 Uji Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Simultan	37
4.4.2 Uji Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Parsial	38
4.5 Analisis Redundansi	39
4.6 Interpretasi Fungsi Kanonik	40
4.6.1 Bobot Kanonik (<i>Canonical Weight</i>).....	41
4.6.2 Muatan Kanonik (<i>Canonical Loadings</i>).....	42
4.6.3 Muatan Silang Kanonik (<i>Canonical Cross-Loadings</i>)	44
V. KESIMPULAN	46

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1 Statistika Deskriptif	26
2 Hasil Uji <i>Mardia</i>	29
3 Hasil Uji <i>Non-Multikolinearitas</i> Variabel Indeks Yang Dibayar Petani (Y_1) dengan Variabel Independen	31
4 Hasil Uji <i>Non-Multikolinearitas</i> Variabel Indeks Yang Diterima Petani (Y_2) dengan Variabel Independen	32
5 Hasil Uji Ramsey	33
6 Koefisien Korelasi Kanonik	34
7 <i>Raw Canonical Coefficient</i> Pada Variabel Indeks Nilai Tukar Petani (Y)	35
8 <i>Raw Canonical Coefficient</i> Pada Variabel Nilai Tukar Petani (X)	35
9 Hasil Uji Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Simultan	37
10 Hasil Uji Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Parsial	38
11 Hasil Analisis Redundansi	40
12 Bobot Kanonik Pada Variabel Indeks Nilai Tukar Petani (Y)	41
13 Bobot Kanonik Pada Variabel Nilai Tukar Petani (X)	42
14 Muatan Kanonik Pada Variabel Indeks Nilai Tukar Petani (Y)	43
15 Muatan Kanonik Pada Variabel Nilai Tukar Petani (X)	43
16 Muatan Silang Kanonik Pada Variabel Indeks Nilai Tukar Petani (Y) ...	44

17	Muatan Silang Kanonik Pada Variabel Nilai Tukar Petani (X)	45
18	Nilai Korelasi Terhadap Variabel Kanonik Y	47
19	Nilai Korelasi Terhadap Variabel Kanonik X	47

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1 <i>Q-Q Plot</i>	30

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Analisis korelasi merupakan studi yang mengkaji derajat hubungan antara variabel independen dengan variabel dependen. Baik antara beberapa variabel independen dengan satu variabel dependen, ataupun satu variabel independen dengan satu variabel dependen. Namun, tidak semua permasalahan dapat teratasi oleh analisis korelasi. Apabila ingin mengetahui hubungan antara sekumpulan variabel dengan sekumpulan variabel lainnya, analisis korelasi tidak dapat digunakan untuk mengukurnya, maka selanjutnya yaitu dengan menggunakan analisis korelasi kanonik.

Analisis korelasi kanonik merupakan suatu metode statistika multivariat yang dikembangkan oleh Hotelling pada tahun 1936, metode ini dipergunakan untuk menelaah dan mengukur tingkat keeratan hubungan linear antar dua kelompok variabel yaitu kelompok variabel dependen (y) dengan kelompok variabel independen (x) yang pengukurannya dengan unit *sampling* sama. Korelasi kanonik berfokus untuk memaksimumkan korelasi antara kombinasi linear sekumpulan variabel $y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dengan kombinasi linear kelompok variabel $x = (x_1, x_2, \dots, x_q)^{[1]}$.

Salah satu sumber utama kebutuhan manusia berasal dari sektor pertanian. Namun, pada kenyataannya petani Indonesia seringkali dirugikan oleh pendapatan yang rendah. Kenaikan harga pangan saat ini terkait dengan nilai yang harus dibayar petani yang jumlahnya lebih besar dari nilai yang mereka terima.

Nilai Tukar Petani (NTP) merupakan indikator *proxy* kesejahteraan petani. NTP lebih besar dari 100 menunjukkan petani mengalami surplus, yaitu pendapatan petani lebih besar daripada pengeluarannya. NTP sama dengan 100 menunjukkan bahwa tingkat kesejahteraan petani tidak mengalami perubahan. NTP lebih kecil dari 100 menunjukkan petani mengalami defisit, yaitu tingkat kesejahteraan petani mengalami penurunan.

Indeks harga yang dibayar petani (IB) merupakan indeks harga yang mempresentasikan fluktuasi harga permintaan rumah tangga petani, yang meliputi tidak hanya kebutuhan konsumsi rumah tangga, tetapi juga kebutuhan proses produksi pertanian. Indeks harga yang diterima petani (IT) merupakan indeks harga yang mempresentasikan fluktuasi harga produsen terhadap hasil produksi petani.

Berdasarkan penguraian di atas, penulis tertarik untuk mengukur hubungan linear dan kerterikatan antara dua kelompok variabel, yaitu kelompok variabel Indeks Harga Nilai Tukar Petani dengan kelompok variabel Nilai Tukar Petani menurut provinsi di Indonesia tahun 2019.

Skripsi ini berfokus untuk mendapatkan nilai koefisien korelasi kanonik antara kombinasi linear dari sekelompok variabel dependen dengan sekelompok variabel independen, menentukan fungsi kanonik, melakukan pengujian signifikansi korelasi kanonik secara simultan dan parsial, menerangkan besarnya keragaman setiap variabel, dan menginterpretasi fungsi kanonik berdasarkan bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Melakukan pengujian asumsi pada analisis korelasi kanonik.
2. Memperoleh nilai koefisien korelasi kanonik dan fungsi kanonik.
3. Melakukan pengujian signifikansi analisis korelasi kanonik.
4. Menginterpretasikan fungsi kanonik.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Mengetahui tingkat keeratan hubungan antara Indeks Nilai Tukar Petani dengan Nilai Tukar Petani.
2. Menambah wawasan bagi pembaca mengenai analisis korelasi kanonik.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Multivariat

Analisis multivariat didefinisikan sebagai metode statistik untuk menganalisis data yang mengandung lebih dari dua variabel secara bersamaan ^[2].

Analisis statistika multivariat merupakan teknik analisis statistik pada sekelompok variabel dependen yang saling berkorelasi sebagai suatu sistem dengan mempertimbangkan korelasi antar variabel ^[3]. Pada analisis multivariat, data didapatkan dari hasil pengukuran beberapa variabel dependen dijumlahkan dengan hasil pengukuran dari satu atau beberapa variabel independen.

Teknik analisis multivariat digunakan untuk menganalisis pengaruh beberapa variabel terhadap variabel lainnya secara bersamaan. Berdasarkan karakteristiknya metode analisis multivariat dapat dibedakan menjadi dua macam yaitu sebagai berikut ^[4]:

1. Metode Dependensi (Metode Ketergantungan)

Suatu metode yang digunakan apabila persoalan utama yang akan diselesaikan yaitu tentang hubungan antar dua kelompok variabel, yaitu antara variabel dependen dengan variabel independen.

2. Metode Interdependensi (Metode Saling Ketergantungan)

Suatu metode yang digunakan apabila tidak ada perbedaan antara variabel dependen dan variabel independen, sehingga tujuan utamanya adalah tentang saling ketergantungan, dengan kata lain hubungan bersifat simetris.

2.2 Analisis Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik yaitu suatu teknik statistika multivariat untuk menyelidiki hubungan diantara dua kumpulan variabel, yaitu kumpulan variabel independen dan variabel dependen ^[4].

Analisis korelasi kanonik yaitu teknik statistika yang digunakan untuk melihat hubungan himpunan variabel dependen $y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dengan himpunan variabel independen $x = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ ^[2]. Tujuannya adalah untuk mengidentifikasi pasangan dari kombinasi linear yang mempunyai korelasi terbesar, mendapatkan pasangan dari kombinasi linear di antara pasangan yang tidak berkorelasi pada pasangan bagian di awal yang telah dipilih. Pasangan dari kombinasi linear disebut fungsi kanonik sedangkan korelasinya disebut korelasi kanonik.

2.3 Korelasi Kanonik dan Variat Kanonik

Misalkan diasumsikan n vektor pengamatan

$$(Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{ip} \quad X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iq})' \quad (2.1)$$

dengan $i=1, 2, \dots, n$

Matriks kovarians sampel, yaitu sebagai berikut:

$$S = \begin{pmatrix} S_{YY} & S_{YX} \\ S_{XY} & S_{XX} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

dimana,

S_{YY} : Matriks kovarians sampel Y

S_{YX} : Matriks kovarians sampel Y dan X

S_{XX} : Matriks kovarians sampel X

Didefinisikan korelasi kanonikal kuadrat r^2 sebagai korelasi kuadrat maksimum antara kombinasi linear Y dan kombinasi linear X. Kemudian dicari koefisien vektor a dan b sedemikian rupa sehingga korelasi antara $U = \mathbf{a}'\mathbf{Y}$ dan $V = \mathbf{b}'\mathbf{X}$, r^2_{UV} maksimum.

Korelasi sampel antara $U = \mathbf{a}'\mathbf{Y}$ dan $V = \mathbf{b}'\mathbf{X}$ adalah sebagai berikut:

$$r_{UV} = \frac{\mathbf{a}' S_{YX} \mathbf{b}}{\sqrt{(\mathbf{a}' S_{YY} \mathbf{a}) (\mathbf{b}' S_{XX} \mathbf{b})}} \quad (2.3)$$

Korelasi kanonikal kuadrat didefinisikan sebagai:

$$r^2 = \max_{\mathbf{a}, \mathbf{b}} r^2_{UV} \quad (2.4)$$

Dan kombinasi linear $U = \mathbf{a}'\mathbf{Y}$ dan $V = \mathbf{b}'\mathbf{X}$ yang memberikan korelasi kuadrat maksimum dinamakan variat kanonik ^[1].

Teorema berikut ini memberikan nilai r^2 , $\mathbf{a}$, dan $\mathbf{b}$.

Korelasi kanonikal kuadrat $r^2 = \max_{\mathbf{a}, \mathbf{b}} r^2_{UV}$ adalah nilai eigen terbesar dari salah satu $S_{YY}^{-1} S_{YX} S_{XX}^{-1} S_{XY}$ atau $S_{XX}^{-1} S_{XY} S_{YY}^{-1} S_{YX}$, dan koefisien vektor a dan b dalam variat kanonik $U = \mathbf{a}'\mathbf{Y}$ dan $V = \mathbf{b}'\mathbf{X}$ adalah eigen vektor-vektornya.

Bukti:

Mendiferensialkan kuadrat dari r_{UV} terhadap $\mathbf{a}$ dan $\mathbf{b}$, kemudian di set sama dengan nol.

$$r_{UV}^2 = \frac{(\mathbf{a}' S_{YX} \mathbf{b})^2}{(\mathbf{a}' S_{YY} \mathbf{a}) (\mathbf{b}' S_{XX} \mathbf{b})} \quad (2.5)$$

Untuk $\mathbf{a}$, maka diperoleh:

$$\frac{dr_{UV}^2}{d\mathbf{a}} = \frac{(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a})(\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b})(2\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b})(\mathbf{S}_{YX} \mathbf{b}) - (\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b})^2 (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b})(2 \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a})}{(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a})^2 (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b})^2}$$

Kalikan dengan $(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a}) (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b})$ dan bagi dengan 2, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b}) \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b} - \left[\frac{(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b})^2}{(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a}) (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b})} \right] (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b}) \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a} &= 0 \\ (\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b}) \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b} - r^2 (\mathbf{b}' \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b}) \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dengan cara yang sama, diferensial persamaan (2.5) terhadap $\mathbf{b}$ menghasilkan:

$$(\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b}) \mathbf{S}_{XY} \mathbf{a} - r^2 (\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a}) \mathbf{S}_{XX} \mathbf{b} = 0 \quad (2.7)$$

Selesaikan persamaan (2.7) untuk $\mathbf{b}$ terhadap $\mathbf{a}$

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YX} \mathbf{b}}{r^2 (\mathbf{a}' \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a})} \mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} \mathbf{a} \quad (2.8)$$

Substitusikan ke persamaan (2.6) menghasilkan

$$\mathbf{S}_{YX} \mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} - r^2 \mathbf{S}_{YY} \mathbf{a} = 0 \quad (2.9)$$

Kalikan persamaan (2.9) sebelah kiri dengan $\mathbf{S}_{YY}^{-1}$, maka

$$(\mathbf{S}_{YY}^{-1} \mathbf{S}_{YX} \mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} - r^2 \mathbf{I}) \mathbf{a} = 0 \quad (2.10)$$

Dengan cara yang sama persamaan (2.6) untuk $\mathbf{a}$ terhadap $\mathbf{b}$, maka diperoleh

$$(\mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} \mathbf{S}_{YY}^{-1} \mathbf{S}_{YX} - r^2 \mathbf{I}) \mathbf{b} = 0 \quad (2.11)$$

Nilai eigen r^2 dapat diperoleh dari salah satu:

$$|\mathbf{S}_{YY}^{-1} \mathbf{S}_{YX} \mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} - r^2 \mathbf{I}| = 0 \quad (2.12)$$

$$|\mathbf{S}_{XX}^{-1} \mathbf{S}_{XY} \mathbf{S}_{YY}^{-1} \mathbf{S}_{YX} - r^2 \mathbf{I}| = 0 \quad (2.13)$$

Persamaan (2.12) dan (2.13) menghasilkan nilai eigen yang sama r^2 , karena kedua matriks melibatkan bentuk $\mathbf{AB}$ dan $\mathbf{BA}$, matriks $\mathbf{AB}$ dan $\mathbf{BA}$ menghasilkan eigen yang sama tetapi vektor eigen yang berbeda, dalam hal ini $\mathbf{a}$ adalah $p \times 1$ dan $\mathbf{b}$ adalah $q \times 1$.

2.4 Pengujian Asumsi Korelasi Kanonik

Terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi sebelum melakukan analisis korelasi kanonik yaitu normalitas multivariat, *non*-multikolinearitas, dan linearitas [8].

2.4.1 Normalitas Multivariat

Terdapat beberapa cara untuk menduga normalitas multivariat. Salah satu cara adalah dengan menggeneralisasi uji normalitas univariat yang didasarkan pada *skewness* (kemiringan) dan *kurtosis* (keruncingan) atau biasa disebut sebagai uji *Mardia (Kurtosis-Skewness Test)* [11].

Pemeriksaan distribusi normal multivariat dapat dikaji melalui ukuran *multivariate skewness* ($\beta_{1,p}$) dan *kurtosis* ($\beta_{2,p}$) dengan rumus yaitu sebagai berikut:

$$(\beta_{1,p}) = E((x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu))^3 \quad (2.14)$$

$$(\beta_{2,p}) = E((x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu))^2 \quad (2.15)$$

Ukuran *multivariate skewness* ($b_{1,p}$) dan *kurtosis* ($b_{2,p}$) pada sampel acak adalah:

$$b_{1,p} = \frac{1}{n^2} \left[\sum_{i,j=1}^n \{ (x_i - \bar{x})^T S^{-1} (x_j - \bar{x}) \}^3 \right] \quad (2.16)$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{n} \left[\sum_{i,j=1}^n \{ (x_i - \bar{x})^T S^{-1} (x_j - \bar{x}) \}^2 \right] \quad (2.17)$$

dimana,

x_i : $[x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}]$ dengan i : 1, 2, ..., n

n : Banyaknya pengamatan.

$\bar{x}$: $[\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p]$ adalah vektor rata-rata sampel.

S : Matriks kovarians sampel.

Data berdistribusi normal apabila $\beta_{1,p} = 0$ dan $\beta_{2,p} = p(p+2)$.

Hipotesis pengujian untuk menentukan data berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak, yaitu sebagai berikut:

1. Uji *Skewness*

$H_0 : \beta_{1,p} = 0$ (Data berdistribusi normalitas multivariat)

$H_1 : \beta_{1,p} \neq 0$ (Data tidak berdistribusi normalitas multivariat)

$$\text{Statistik Uji: } \frac{n}{6} b_{1,p}^2 \sim X_{\frac{p(p+1)(p+2)}{6}}^2 \quad (2.18)$$

2. Uji *Kurtosis*

$H_0 : \beta_{2,p} = p(p+2)$ (Data berdistribusi normalitas multivariat)

$H_1 : \beta_{2,p} \neq p(p+2)$ (Data tidak berdistribusi normalitas multivariat)

$$\text{Statistik Uji: } \frac{b_{2,p} \frac{n-1}{n+1} p(p+2)}{\sqrt{\frac{8}{n} p(p+2)}} \sim N(0,1) \quad (2.19)$$

Data dikatakan berdistribusi normalitas multivariat apabila *p-value* pada nilai *skewness* dan *kurtosis* nya melebihi nilai α (0,05). Penolakan uji normalitas pada uji *Mardia* menandakan bahwa adanya pencilan pada data.

Selain dengan uji *Mardia*, normalitas multivariat juga dapat dilihat dengan membuat *Q-Q plot* (untuk $p \geq 2$). Adapun Langkah-langkahnya yaitu:

1. Menghitung nilai vektor rata-rata ($\bar{x}$) serta invers dari matriks kovarians (S)
2. Menghitung nilai $d_j^2 = (x_j - \bar{x})^T S^{-1} (x_j - \bar{x}), j = 1, 2, \dots, n$
3. Melakukan pengurutan d_j^2 terkecil sampai terbesar $d_1^2 \leq d_2^2 \leq \dots \leq d_n^2$

4. Tentukan nilai q_i yang didekati dengan $\chi_p^2 = \left(\frac{(n-j+\frac{1}{2})}{n} \right)$ dengan p merupakan derajat bebas.
5. Membuat *scatter-plot* dengan ordinat d_j^2 dan absis q_i yaitu $\chi_p^2 = \left(\frac{(n-j+\frac{1}{2})}{n} \right), d_j^2$
6. Apabila plot membentuk garis lurus yang melalui (0,0) dan gradien mendekati 1, dapat ditarik kesimpulan bahwa data memiliki distribusi normal p-variat, dan kelengkungan menandakan adanya penyimpangan. Titik – titik pengamatan yang berada jauh pada garis merupakan *outlier*.

2.4.2 Non-Multikolinearitas

Multikolinearitas yaitu suatu keadaan apabila terdapat korelasi antar variabel independen. Uji *non-multikolinearitas* dilakukan untuk melihat apakah ada korelasi yang tinggi antar variabel-variabel independen serta menghindari terjadinya kebiasaan pada proses penentuan keputusan pengaruh parsial tiap variabel independen terhadap variabel dependen.

Untuk mengetahui adanya gejala multikolinearitas adalah dengan melihat nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) dan TOL (*tolerance*) dari setiap variabel independen terhadap variabel dependennya [5]. VIF digunakan sebagai kriteria untuk mendeteksi multikolinearitas apabila terdapat lebih dari dua variabel independen. Suatu model bebas multikolinearitas apabila memiliki nilai VIF < 10. Nilai VIF > 10 menandakan terdapat masalah multikolinearitas yang serius [6].

Rumus VIF pada koefisien regresi-j yaitu:

$$VIF_j = \left(\frac{1}{1-R_j^2} \right) \quad (2.20)$$

dimana,

R_j^2 : Koefisien determinasi antara X_j dengan variabel independen yang lain
pada model dugaan

j : 1, 2, ... , p

2.4.3 Linearitas

Linearitas merupakan kondisi dimana hubungan antara himpunan variabel dependen dengan variabel independen bersifat linear. Tujuan dilakukannya uji linearitas untuk menentukan apakah dua variabel memiliki hubungan yang linear. Linearitas penting untuk analisis korelasi kanonik, karena koefisien korelasi kanonik antara sepasang variabel kanonik didasarkan pada hubungan linear. Apabila tidak ada kelinearan antar variabel, hubungan tidak bisa dijelaskan dengan korelasi kanonik. Selain itu, korelasi kanonik memaksimumkan hubungan linear antar kelompok variabel. Linearitas dapat diuji menggunakan Uji Ramsey (*Ramsey Reset Test*). Apabila p -value melebihi nilai α yaitu 0,05, maka ditarik kesimpulan bahwa model linear.

Langkah – langkah pada RESET Test adalah sebagai berikut:

1. Lakukan estimasi dengan menggunakan persamaan di bawah ini sehingga mendapatkan nilai dugaan dari Y_i atau $\hat{Y}_i$.

$$Y_i = a_1 + a_2 X_i + u_i \quad (2.21)$$

2. Lakukan regresi dengan memasukkan nilai $\hat{Y}_i$ yaitu sebagai variabel tambahan variabel independen dengan model persamaan regresinya sebagai berikut :

$$Y_i = a_1 + a_2 X_i + a_3 \hat{Y}_i^2 + a_4 \hat{Y}_i^3 + u_i \quad (2.22)$$

3. Dapatkan nilai R^2 dari persamaan (2.22) yang selanjutnya diberi nama dengan R^2_{new} dan dapatkan nilai R^2 dari persamaan (2.21) yang selanjutnya diberi nama R^2_{old} .

Setelah nilai R^2 kedua persamaan tersebut ditemukan kemudian hitunglah nilai F_{hitung} atau F_{tes} dengan rumus berikut:

$$F = \frac{\frac{R^2_{new} - R^2_{old}}{m}}{\frac{1 - R^2_{new}}{(n-k)}} \quad (2.23)$$

dimana,

m : Jumlah variabel dependen yang baru masuk

n : Jumlah data

k : Banyaknya parameter dalam persamaan baru

4. Dari hasil perhitungan nilai F_{hitung} dengan menggunakan persamaan (2.23) diatas kemudian bandingkan nilai F_{hitung} dengan nilai F_{tabel} dengan pedoman bila nilai $F_{hitung} > \text{nilai } F_{tabel}$, maka hipotesis nol (H_0) yang menyatakan bahwa spesifikasi model digunakan dalam bentuk fungsi linear ditolak dan sebaliknya, bila nilai $F_{hitung} < \text{nilai } F_{tabel}$ maka hipotesis H_0 yang menyatakan bahwa spesifikasi model digunakan dalam bentuk fungsi linear diterima.

2.5 Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik

Fungsi kanonik dapat ditentukan menggunakan matriks kovarians atau matriks korelasi. Perbedaan antara keduanya yaitu pada penggunaan data dalam analisis. Matriks kovarians menggunakan data sebenarnya (data tidak dibakukan dan dengan unit yang sama). Matriks korelasi digunakan apabila data telah dibakukan (dalam unit yang sama). Proses untuk menentukan fungsi kanonik dari dua jenis matriks adalah sama.

Misalkan terdapat hubungan antara himpunan variabel dependen $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$ dinotasikan oleh vektor variabel acak $\mathbf{Y}$ dengan himpunan variabel independen $X_1, X_2, \dots, X_q$ dinotasikan oleh vektor variabel acak $\mathbf{X}$, dengan $p \leq q$. Misal, vektor dari variabel acak $\mathbf{X}$ dan $\mathbf{Y}$ yaitu ^[2]:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{Y}) &= \mu_Y & \text{Cov}(\mathbf{Y}) &= \Sigma_{YY} \\ E(\mathbf{X}) &= \mu_X & \text{Cov}(\mathbf{X}) &= \Sigma_{XX} \\ \text{Cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}) &= \Sigma_{YX} = \Sigma'_{XY} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Kombinasi linear dari dua himpunan variabel dapat ditulis sebagai berikut ^[2]:

$$\begin{aligned} U &= \mathbf{a}'\mathbf{Y} = \mathbf{a}_1 Y_1 + \mathbf{a}_2 Y_2 + \dots + \mathbf{a}_p Y_p \\ V &= \mathbf{b}'\mathbf{X} = \mathbf{b}_1 X_1 + \mathbf{b}_2 X_2 + \dots + \mathbf{b}_q X_q \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \text{Var}(U) &= \mathbf{a}' \text{Cov}(\mathbf{Y}) \mathbf{a} = \mathbf{a}' \Sigma_{YY} \mathbf{a} \\ \text{Var}(V) &= \mathbf{b}' \text{Cov}(\mathbf{X}) \mathbf{b} = \mathbf{b}' \Sigma_{XX} \mathbf{b} \\ \text{Cov}(U, V) &= \mathbf{a}' \text{Cov}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}) \mathbf{b} = \mathbf{a}' \Sigma_{YX} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Vektor koefisien $\mathbf{a}$ dan $\mathbf{b}$ diperoleh dengan mencari $\lambda_1^2 > \lambda_2^2 > \lambda_k^2$ dengan $k = \min(p, q)$ adalah nilai eigen dari matriks $\Sigma_{YY}^{-1} \Sigma_{YX} \Sigma_{XX}^{-1} \Sigma_{XY}$ yang berpadanan dengan vektor eigen $e_1, e_2, \dots, e_k$.

$\lambda_1^2 > \lambda_2^2 > \lambda_k^2$ adalah nilai eigen dari matriks $\Sigma_{XX}^{-1} \Sigma_{XY} \Sigma_{YY}^{-1} \Sigma_{YX}$ yang berpadanan dengan vektor eigen $f_1, f_2, \dots, f_k$.

Maka, vektor koefisien $\mathbf{a}$ dan $\mathbf{b}$ diperoleh dengan ^[2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= e_1 \Sigma_{YY}^{-1/2} & \mathbf{b}_1 &= f_1 \Sigma_{XX}^{-1/2} \\ \mathbf{a}_2 &= e_2 \Sigma_{YY}^{-1/2} & \mathbf{b}_2 &= f_2 \Sigma_{XX}^{-1/2} \\ &\vdots & &\vdots \\ \mathbf{a}_k &= e_k \Sigma_{YY}^{-1/2} & \mathbf{b}_k &= f_k \Sigma_{XX}^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Rumus Korelasi kanonik diperoleh dengan memaksimumkan nilai ^[2]:

$$\text{Corr}(U_k, V_k) = \frac{\mathbf{a}'_k \Sigma_{YX} \mathbf{b}_k}{\sqrt{\mathbf{a}'_k \Sigma_{YY} \mathbf{a}_k} \sqrt{\mathbf{b}'_k \Sigma_{XX} \mathbf{b}_k}} \quad (2.28)$$

Pasangan pertama variabel kanonik didefinisikan sebagai kombinasi linear U_1, V_1 dengan ragam satu dan korelasi terbesar. Pasangan kedua variabel kanonik didefinisikan sebagai kombinasi linear U_2, V_2 dengan ragam satu, korelasinya terbesar kedua dan tidak berkorelasi dengan variabel kanonik pertama. Pasangan ke-k variabel kanonik merupakan kombinasi linear U_k, V_k dengan ragam satu, korelasi terbesar ke-k dan tidak berkorelasi dengan variabel kanonik 1, 2, ..., k-1.

Maka dapat dituliskan ^[2]:

a. Fungsi kanonik pertama:

$$\begin{aligned} U_1 &= \mathbf{a}'_1 \mathbf{Y} & \text{Var}(U_1) &= 1 \\ V_1 &= \mathbf{b}'_1 \mathbf{X} & \text{Var}(V_1) &= 1 \\ \text{Maksimum Corr}(U_1, V_1) &= \rho_1^* \end{aligned} \quad (2.29)$$

b. Fungsi kanonik kedua:

$$\begin{aligned} U_2 &= \mathbf{a}'_2 \mathbf{Y} & \text{Var}(U_2) &= 1 & \text{Cov}(U_1, U_2) &= 0 \\ V_2 &= \mathbf{b}'_2 \mathbf{X} & \text{Var}(V_2) &= 1 & \text{Cov}(V_1, V_2) &= 0 \\ \text{Cov}(U_1, V_2) &= \text{Cov}(U_2, V_1) &= 0 \\ \text{Maksimum Corr}(U_2, V_2) &= \rho_2^* \end{aligned} \quad (2.30)$$

c. Fungsi kanonik ke-k:

$$\begin{aligned} U_k &= \mathbf{a}'_k \mathbf{Y} & \text{Var}(U_k) &= 1 & \text{Cov}(U_1, U_k) &= 0 \\ V_k &= \mathbf{b}'_k \mathbf{X} & \text{Var}(V_k) &= 1 & \text{Cov}(V_1, V_k) &= 0 \\ \text{Maksimum Corr}(U_k, V_k) &= \rho_k^* \end{aligned} \quad (2.31)$$

Selain menggunakan matriks kovarians, korelasi kanonik bisa ditentukan menggunakan matriks korelasi partisi $\mathbf{R}$ ^[1].

2.6 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik

Terdapat dua signifikansi yang akan diuji dalam analisis korelasi kanonik yaitu pengujian signifikansi untuk mengetahui apakah korelasi kanonik signifikan secara keseluruhan (simultan) dan pengujian signifikansi secara sebagian (parsial) [1]. Apabila pada pengujian pertama diperoleh kesimpulan bahwa setidaknya terdapat satu korelasi kanonik yang tidak memiliki nilai nol, maka pengujian signifikansi kedua akan dilakukan untuk menentukan apakah ada sebagian korelasi kanonik yang signifikan.

2.6.1 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Simultan

a. Hipotesis

$H_0: r_{c1} = r_{c2} = \dots = r_{ck} = 0$ (semua korelasi kanonik tidak signifikan)

$H_1: r_{ci} \neq 0$ (paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan dengan $i = 1, 2, \dots, k$)

b. Taraf signifikansi: α (5%)

c. Statistik uji:

$$B = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda \quad (2.32)$$

dengan,

$$\Lambda = \prod_{i=1}^k (1 - r_i^2) \quad (2.33)$$

dimana,

n : Banyaknya pengamatan.

p : Banyaknya peubah dependen.

q : Banyaknya peubah independen.

Λ : Peubah lambda Wilks's.

d. Kriteria keputusan

Tolak H_0 jika $B > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas $p \times q$ atau $p\text{-value} < \alpha$ (5%)

Terima H_0 jika $B < \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas $p \times q$ atau $p\text{-value} > \alpha$ (5%)

2.6.2 Pengujian Signifikansi Korelasi Kanonik Secara Parsial

Pengujian korelasi kanonik secara parsial dilakukan jika pada pengujian korelasi kanonik secara keseluruhan (simultan), setidaknya terdapat satu fungsi yang signifikan. Sehingga pengujian individu dilakukan terhadap korelasi kanonik yang kedua, ketiga, dan seterusnya sampai ke- k ^[1].

a. Hipotesis:

$H_0: r_{cj} = 0$ (korelasi kanonik tidak signifikan)

$H_1: r_{cj} \neq 0$ (korelasi kanonik signifikan)

b. Taraf signifikansi: α (5%)

c. Statistik uji:

$$B_r = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda \quad (2.34)$$

dengan,

$$\Lambda_r = \prod_{i=r}^k (1 - r_i^2) \quad (2.35)$$

dimana,

n : Banyaknya pengamatan.

p : Banyaknya peubah dependen.

q : Banyaknya peubah independen.

Λ : Peubah lambda Wilks's.

k : Min (p, q)

d. Kriteria keputusan

Tolak H_0 jika $B > \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas (p-r) (q-r) atau $p\text{-value} < \alpha$ (5%)

Terima H_0 jika $B < \chi^2_{\alpha}$ dengan derajat bebas (p-r) (q-r) atau $p\text{-value} > \alpha$ (5%)

2.7 Analisis Redundansi

Redundansi yaitu suatu indikator atau yang menjelaskan besarnya keragaman yang dapat dijelaskan berdasarkan korelasi antara variabel dependen dan independen dengan variabel kanonik ^[7].

Besar keragaman pada himpunan y yang dijelaskan oleh $V_1, V_2, \dots, V_k$ yaitu sebagai berikut ^[7]:

$$R(y | V) = \frac{\sum_{i=1}^p R_{yi}^2 | x}{p} \quad (2.36)$$

Indeks redundansi y yang dijelaskan oleh $V_1, V_2, \dots, V_k$ ^[8]:

$$RI(y | V) = (y | V) r_{ck}^2 \quad (2.37)$$

Besar keragaman pada himpunan x yang dijelaskan oleh $U_1, U_2, \dots, U_k$ yaitu sebagai berikut ^[7]:

$$R(x | U) = \frac{\sum_{i=1}^p R_{xi}^2 | y}{p} \quad (2.38)$$

Indeks redundansi x yang dijelaskan oleh $U_1, U_2, \dots, U_k$ ^[8]:

$$RI(x | U) = (x | U) r_{ck}^2 \quad (2.39)$$

Nilai proporsi keragaman merepresentasikan baik tidaknya jumlah peubah kanonik yang dipilih. Semakin besar nilai proporsi keragaman menunjukkan semakin baik peubah-peubah kanonik yang dipilih untuk menjelaskan keragaman data asal. Batasan nilai proporsi kergaman bersifat relatif, dikatakan cukup baik apabila lebih dari 25% ^[9].

Hal tersebut memperhitungkan kemungkinan terdapat variabel lain yang berkontribusi dalam perhitungan, tetapi tidak dimasukkan dalam penelitian.

2.8 Interpretasi Fungsi Kanonik

Terdapat tiga interpretasi pada analisis korelasi kanonik yaitu sebagai berikut: bobot kanonik (*canonical weight*), muatan kanonik (*canonical loadings*), dan muatan silang kanonik (*canonical cross-loadings*)^[8].

2.8.1 Bobot Kanonik (*Canonical Weight*)

Bobot kanonik adalah koefisien kanonik yang sudah dibakukan, diartikan sebagai besarnya keeratan variabel asal terhadap variabel kanonik. Sehingga apabila nilai koefisien semakin besar, menunjukkan tingkat keeratan variabel yang bersangkutan terhadap variabel kanonik akan semakin tinggi, begitu juga apabila nilai bobot kanonik semakin kecil menunjukkan tingkat keeratan variabel yang semakin rendah.

Sifat bobot kanonik tidak stabil karena dampak multikolinearitas. Oleh karena itu, untuk memaksimumkan hasil perhitungan korelasi kanonik, sebaiknya menggunakan muatan kanonik dan muatan silang kanonik untuk menginterpretasikan hasil analisis korelasi kanonik.

2.8.2 Muatan Kanonik (*Canonical Loadings*)

Muatan kanonik atau dapat disebut sebagai korelasi struktur kanonik yaitu korelasi linear sederhana antara variabel asal dengan setiap variabel kanoniknya.

Dalam penggunaannya, karena bobot kanonik memiliki kekurangan maka muatan kanonik sering dipakai untuk menginterpretasi fungsi kanonik. Nilai muatan kanonik yang semakin besar, menandakan bahwa hubungan kanonik yang bersangkutan dengan variabel asal akan semakin dekat.

Muatan kanonik menginterpretasikan keragaman variabel bersama yang diamati dengan variabel kanonik serta diinterpretasikan seperti *factor loading* dalam menduga kontribusi tiap-tiap variabel terhadap fungsi kanoniknya.

Muatan kanonik variabel independen dapat dicari menggunakan rumus ^[8]:

$$R_{XV} = R_{XX} A_Z \quad (2.40)$$

dimana,

R_{XX} : Korelasi sederhana antar gugus peubah X

A_Z : Vektor koefisien kanonik peubah V

Sedangkan rumus muatan kanonik variabel dependen yaitu ^[8]:

$$R_{YV} = R_{YY} B_Z \quad (2.41)$$

dimana,

R_{YY} : Korelasi sederhana antar gugus peubah Y

B_Z : Vektor koefisien kanonik peubah U

2.8.3 Muatan Silang Kanonik (*Canonical Cross-Loadings*)

Muatan silang kanonik memberikan sebuah ukuran yang lebih tepat pada hubungan variabel dependen dan independen. Muatan silang kanonik lebih disarankan sebagai sebuah alternatif untuk menginterpretasi fungsi kanonik daripada muatan kanonik. Nilai muatan kanonik dapat diperoleh dengan mengalikan nilai korelasi kanonik dengan nilai muatan kanonik.

Perhitungannya mencakup korelasi tiap-tiap kelompok variabel dependen dengan variabel kanonik dari kelompok variabel independen. Nilai muatan silang kanonik yang semakin besar menunjukkan bahwa hubungan variabel kanonik akan semakin dekat.

Muatan silang kanonik himpunan variabel independen dapat dicari menggunakan rumus ^[8]:

$$R_{XU} = R_{XV} \rho_i \quad (2.42)$$

dimana,

R_{XU} : Muatan silang kanonik himpunan variabel X

ρ_i : Korelasi kanonik ke-i

i : 1, 2, ..., k

Sedangkan rumus muatan silang kanonik himpunan variabel variabel dependen yaitu ^[8]:

$$R_{YV} = R_{YU} \rho_i \quad (2.43)$$

dimana,

R_{YV} : Muatan silang kanonik himpunan variabel Y

ρ_i : Korelasi kanonik ke-i

i : 1, 2, ..., k

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2020/2021 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari *website* Badan Pusat Statistik (BPS). Data yang digunakan terdiri dari dua himpunan variabel, yaitu himpunan variabel dependen dan himpunan variabel independen.

Himpunan variabel dependen yaitu Indeks Harga Nilai Tukar Petani menurut provinsi di Indonesia pada tahun 2019 yaitu sebagai berikut ^[10]:

1. Indeks Harga Yang Dibayar Petani (Y_1)

Indeks harga yang dibayar petani (IB) merupakan indeks harga yang mempresentasikan fluktuasi harga permintaan rumah tangga petani, yang meliputi tidak hanya kebutuhan konsumsi rumah tangga, tetapi juga kebutuhan proses produksi pertanian.

2. Indeks Harga Yang Diterima Petani (Y_2)

Indeks harga yang diterima petani (IT) merupakan indeks harga yang mempresentasikan fluktuasi harga produsen terhadap hasil produksi petani.

BPS menghitung Indeks Nilai Tukar Petani dengan rumus sebagai berikut:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{P_{ti}}{P_{(t-1)i}} P_{(t-1)i} Q_{0i}}{\sum_{i=1}^m P_{0i} Q_{0i}} \quad (3.1)$$

dimana,

I_t : Indeks harga bulan ke-t baik IT maupun IB

P_{ti} : Harga bulan ke-t untuk jenis barang ke-i

$P_{(t-1)i}$: Harga bulan ke- (t-1) untuk jenis barang ke-i

$\frac{P_{ti}}{P_{(t-1)i}}$: Relatif harga bulan ke-t disbanding ke- (t-1) untuk jenis barang ke-i

P_{0i} : Harga pada tahun dasar untuk jenis barang ke-i

Q_{0i} : Kuantitas pada tahun dasar untuk jenis barang ke-i

Sedangkan himpunan variabel independennya yaitu Nilai Tukar Petani menurut provinsi di Indonesia tahun 2019 yaitu sebagai berikut ^[11]:

1. Nilai Tukar Petani Tanaman Pangan (X_1)

Nilai Tukar Petani yang mencakup tanaman pangan seperti palawija dan padi.

2. Nilai Tukar Petani Tanaman Hortikultura (X_2)

Nilai Tukar Petani yang mencakup sayuran, buah-buahan, tanaman obat, dan tanaman hias.

3. Nilai Tukar Petani Tanaman Perkebunan (X_3)

Nilai Tukar Petani yang mencakup kelapa, kopi robusta, cengkeh, tembakau, dan kapuk odolan.

4. Nilai Tukar Petani Peternakan (X_4)

Nilai Tukar Petani yang mencakup ternak kecil (babi, domba, kambing, dan lain-lain), ternak besar (kerbau, sapi, dan lain-lain), unggas, dan hasil ternak seperti telur, susu sapi, dan lain-lain).

5. Nilai Tukar Nelayan (X_5)

Nilai tukar nelayan adalah indikator untuk mengetahui kemampuan tukar ikan hasil tangkapan dengan barang atau jasa yang dibutuhkan untuk kebutuhan produksi dan konsumsi rumah tangga.

6. Nilai Tukar Pembudidayaan Ikan (X_6)

Nilai tukar pembudidayaan ikan adalah indikator untuk mengetahui kemampuan tukar ikan hasil budidaya dengan barang atau jasa yang dibutuhkan untuk kebutuhan produksi dan konsumsi rumah tangga.

BPS menghitung Nilai Tukar Petani (NTP) dengan rumus sebagai berikut:

$$NTP = \frac{I_t}{I_b} \times 100\% \quad (3.2)$$

dimana,

NTP : Nilai Tukar Petani

I_t : Indeks harga yang diterima petani

I_b : Indeks harga yang diterima petani

Nilai Tukar Petani menggambarkan tingkat kemampuan tukar produk yang dihasilkan oleh petani terhadap barang/jasa yang dibutuhkan untuk konsumsi rumah tangga dalam proses produksi pertanian.

$NTP > 100$ menunjukkan petani mengalami surplus, yaitu pendapatan petani lebih besar daripada pengeluarannya, demikian tingkat kesejahteraan petani lebih baik daripada tingkat kesejahteraan petani sebelumnya. $NTP = 100$ menunjukkan bahwa tingkat kesejahteraan petani tidak mengalami perubahan. $NTP < 100$ menunjukkan petani mengalami defisit, yaitu tingkat kesejahteraan petani mengalami penurunan ^[11].

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan bantuan *software* SAS 9.4 dan R 4.0.5. Adapun langkah-langkah analisis data sebagai berikut:

1. Melakukan analisis statistika deskriptif
2. Melakukan pengujian asumsi korelasi kanonik
 - a. Melakukan pengujian normalitas multivariat menggunakan uji Mardia (*Kurtosis-Skewness Test*).
 - b. Melakukan pengujian *non* multikolinearitas dengan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*).
 - c. Melakukan pengujian linearitas dengan uji Ramsey (*Ramsey Reset Test*).
3. Melakukan analisis korelasi kanonik terhadap data tersebut sehingga didapatkan koefisien korelasi kanonik dan fungsi kanonik.
4. Melakukan pengujian signifikansi pada korelasi kanonik yang didapatkan secara keseluruhan (simultan) maupun sebagian (parsial).
5. Mencari nilai redundansi berdasarkan fungsi kanonik yang signifikan untuk mengetahui besarnya keragaman yang dijelaskan variabel asal dan variabel lawan.

6. Menginterpretasi fungsi kanonik menggunakan bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik sehingga diketahui variabel yang mempunyai hubungan paling erat baik di dalam himpunan variabel maupun antar himpunan variabel.
7. Kesimpulan.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Pada pengujian asumsi korelasi kanonik, seluruh asumsi yaitu normalitas multivariat, *non-multikolinearitas*, dan linearitas terpenuhi.
2. Fungsi pertama memiliki koefisien korelasi sebesar 0,896 dengan proporsi keragaman sebesar 95,02 %. Koefisien korelasi kanonik kedua yaitu sebesar 0,420 dengan proporsi keragaman 4,98 %.

3. Fungsi Kanonik Pertama (U_1, V_1)

$$U_1 = 0,3500 Y_2 - 0,2217 Y_1$$

$$V_1 = 0,1604 X_3 + 0,1379 X_1 + 0,0747 X_6 + 0,0397 X_2 + 0,0173 X_4 + 0,0037 X_5$$

Fungsi kanonikal pertama dapat menerangkan hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen sebesar 95,02 %.

Fungsi Kanonik Kedua (U_2, V_2)

$$U_2 = 1,6630 Y_1 + 0,400 Y_2$$

$$V_2 = -0,3321 X_4 + 0,2528 X_6 - 0,1453 X_2 + 0,1046 X_1 - 0,0329 X_5 + 0,0121 X_3$$

Fungsi kanonikal kedua dapat menerangkan hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen sebesar 4,98 %.

4. Berdasarkan hasil pengujian signifikansi korelasi kanonik secara simultan, menunjukkan bahwa setidaknya terdapat satu korelasi kanonik yang signifikan. Berdasarkan hasil pengujian signifikansi korelasi kanonik secara parsial hanya fungsi pertama yang dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut atau diinterpretasi.
5. Berdasarkan bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik, variabel yang mempunyai hubungan paling erat pada variabel kanonik Indeks Nilai Tukar Petani (Y) yaitu Indeks Yang Diterima Petani (Y_2), kemudian diikuti oleh variabel Indeks Yang Dibayar Petani (Y_1). Sedangkan pada variabel kanonik Nilai Tukar Petani (X) variabel yang mempunyai hubungan paling erat yaitu Nilai Tukar Petani Tanaman Perkebunan (X_3) dan Nilai Tukar Petani Tanaman Pangan (X_1).

Tabel 18. Nilai Korelasi Terhadap Variabel Kanonik Y

	Bobot Kanonik	Muatan Kanonik	Muatan Silang Kanonik
Y2	0,9937	0,9912	0,3500
Y1	-0,1322	-0,1135	-0,2217

Tabel 19. Nilai Korelasi Terhadap Variabel Kanonik X

	Bobot Kanonik	Muatan Kanonik	Muatan Silang Kanonik
X3	0,8162	0,8936	0,1604
X1	0,3653	0,6517	0,1379

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Rencher, A.C. 2002. *Methods of Multivariate Analysis*. 2th edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Johnson, R.A & D.W. Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis* 6th edition. New Jersey: Prentice Hall International, Inc.
- [3] Suryanto. 1988. *Metode Statistika Multivariat*. IKIP Yogyakarta, Yogyakarta.
- [4] Dillon, W & Goldstein, M. 1984. *Multivariate Analysis: Method And Application*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- [5] Gujarati, D. 1995. *Ekonometrika Dasar*. Erlangga, Jakarta.
- [6] Ryan, T.P. 1997. *Modern Regression Methods*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [7] Timm, N. H. 2002. *Applied Multivariate Analysis*. New York: Springer – Verlag New York, Inc.
- [8] Hair, et al. 2010. *Multivariate Data Analysis*. 7th edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall International Inc.
- [9] Keramati, A. 2007. *Assessing the Effects of Information Technology on Firm Performance Using Canonical Correlation Analysis: A Survey in Iran Car Part Suppliers Sector*. World Academy of Science, Engineering & Technology 35 2007, pp:11-18.

- [10] Badan Pusat Statistik. 2019. Indeks Nilai Tukar Petani Tahun 2019.
www.bps.go.id. Diakses pada hari Sabtu 10 April 2021 pukul 15.20
WIB
- [11] Badan Pusat Statistik. 2019. Nilai Tukar Petani Tahun 2019.
www.bps.go.id. Diakses pada hari Sabtu 10 April 2021 pukul 15.42
WIB