PEMODELAN MATEMATIKA DAN SIMULASI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *BRUCELLOSIS* PADA TERNAK SAPI

(Skripsi)

Oleh

AZZAHRA RIOZIAH

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA DAN SIMULASI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *BRUCELLOSIS* PADA TERNAK SAPI

Oleh

Azzahra Rioziah

Penelitian ini membahas tentang analisis dan model matematika penyebaran penyakit *Brucellosis* pada ternak sapi. *Brucellosis* adalah penyakit yang disebabkan oleh bakteri dari genus *Brucella* yaitu bakteri *Brucella Abortus*. Penularan terjadi melalui kontak langsung, yaitu ketika terjadi perkawinan dan melalui air atau pakan yang sudah terkontaminasi. Dalam penelitian ini model matematika yang digunakan adalah model SIR (*Susceptable, Infected, Recovered*), yang menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis kestabilan titik kesetimbangan dilalukan dengan menggunakan bilangan reproduksi dasar (R_0). Sebagai ilustrasi dilakukan simulasi komputasi untuk melihat perilaku dari masing-masing variabel tak bebas. Hasil yang diperoleh menunjukkan pada waktu tertentu dengan di pengaruhi oleh laju transmisi yang menurun dan tingkat pengobatan yang meningkat maka penyakit akan hilang dari populasi karena tidak ada lagi individu yang terinfeksi dan titik kesetimbangan bersifat stabil asimtotik.

Kata kunci*: Brucellosis, titik kesetimbangan, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar (R_0).*

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL SIMULATION OF THE SPREAD OF BRUCELLOSIS IN CATTLE

By

Azzahra Rioziah

This study discusses the analysis and mathematical model of the spread of Brucellosis in cattles. Brucellosis is a disease caused by bacteria of the genus Brucella, namely Brucella abortus. This study aims to determine the mathematical model of the spread of brucellosis in cattles, determine the equilibrium points, basic reproductive numbers, the stability of equilibrium points and numerical simulations of the spread of brucellosis in cattles. In this study the model used is the SIR (Susceptable, Infected, Recovery) model, from the SIR model, two equilibrium points are produced, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The analysis carried out produces basic reproduction numbers (R_0). Next, a numerical simulation is performed to find out the behavior and stability around the equilibrium point.

Key Words: *Brucellosis, equilibrium point, stability analysis, basic reproduction numbers* (R_0).

PEMODELAN MATEMATIKA DAN SIMULASI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *BRUCELLOSIS* PADA TERNAK SAPI

Oleh

AZZAHRA RIOZIAH

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar

SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2021

Judul Skripsi : **PEMODELAN MATEMATIKA DAN SIMULASI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *BRUCELLOSIS* PADA TERNAK SAPI**

Nama Mahasiswa : Azzahra Rioziah

No. Pokok Mahasiswa : 1517031043

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.	**Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**
NIP 19740316 200501 1 001	NIP 19700831 199903 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

Sekretaris : **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **16 Juni 2021**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: Azzahra Rioziah
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031043
Judul Skripsi	: Pemodelan Matematika dan Simulasi Numerik Model Penyebaran Penyakit *Brucellosis* pada Ternak Sapi
Jurusan	: Matematika

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri dan bukan karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya tulis ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Juni 2021

Azzahra Rioziah
NPM. 151703104

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Azzahra Rioziah, dilahirkan di kota Pagaralam pada tanggal 18 Agustus 1997. Penulis merupakan anak kelima dari enam bersaudara, putri dari bapak Mulyadi (Alm) dan ibu Sri Niswati. Penulis memiliki adik bernama Zikril Hamid dan kakak bernama Nina Ana Lisa, Heliya Handayani, Syuaif Amien Asrovi dan Arina Khoirunnisa.

Penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar pada tahun 2003 di SD Negeri 20 Pagaralam, kemudian melanjutkan Sekolah Menengah Pertama pada tahun 2009 di SMP Negeri 05 Pagaralam, lalu Sekolah Menengah Atas pada tahun 2012 di SMA Negeri 01 Pagaralam. Pada tahun 2015 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN (Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri). Selama menjadi mahasiswa penulis aktif di organisasi Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) sebagai anggota Departemen Pemberdayaan Perempuan (PW) pada tahun 2016, penulis juga aktif di organisasi Rohani Islam (ROIS) FMIPA sebagai anggota bidang kajian pada tahun 2016, kemudian pada tahun 2017 menjadi Ketua Badan Pelaksana Harian Badan Khusus Pemberdayaan Perempuan (BPH BKPM). Selain itu, penulis juga aktif di organisasi Bina Rohani Islam Mahasiswa (BIROHMAH) sebagai Sekretaris Departemen Kesekretariatan dan Masjid pada tahun 2018.

Pada tahun 2018 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di KP2KP (Kantor Pelayanan Penyuluhan dan Konsultasi Perpajakan) Pringsewu, Kabupaten Pringsewu. Pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Tiyuh Pagar Dewa Suka Mulya, kecamatan Pagar Dewa, kabupaten Tulang Bawang Barat, provinsi Lampung.

Kata Inspirasi

" sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan"
(Asy-Syarh 94:6)

"Maka nikmat Tuhanmu yang manakah yang kamu dustakan"
(Ar-Rahman 55:13)

If you can't fly, then run
If you can't run, then walk
If you can't walk, then crawl
But whatever you do, keep moving
Don't give up
(dr. Martin luther king jr)

Dengan mengucapakan Alhamdulillah,
segala puji hanya milik Allah Rabb semesta alam yang telah melimpahkan begitu banyak nikmat sehingga dengan segala perjuangan dan pengorbanan karya kecil ini dapat diselesaikan.
Shalawat dan salam selalu tercurah kepada Murrobi terbaik sepanjang masa Nabi Allah Muhammad Shalallahu'Alaihi Wassallam.

Ku persembahkan karya ini untuk :

Ayahanda dan Ibunda tercinta*:*

Bapak Mulyadi (Alm) dan Ibu Sri Niswati

Kakak tercinta:

Nina Ana Lisa, Heliya Handayani, Syuaif Amien Asrofi, dan Arina Khoirunnisa

Adik Tercinta:

Zikril Hamid

keponakan Tercinta:

Nazella Efriliani, Khoirul Adzam Pramudia, Muhammad Arga, Novia Salsabila, Dhanu Al-Hafidz Ramadhan, Yudha Al-Rasyid, Yumna Hafeeza, Rafasya Al-Syakib Ramadhan.

Terima kasih yang tak terhingga atas semua cinta, do'a, motivasi, pengorbanan, dukungan baik berupa dukungan moril ataupun materil dan limpahan kasih sayang yang selalu diberikan.

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah yang telah memberikan begitu banyak nikmat, sehingga dengan segenap perjuangan dan pengorbanan penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Pemodelan dan Simulasi Numerik Model Penyebaran Penyakit Penyakit *Brucellosis* pada Ternak Sapi**”. Shalawat beserta salam tak lupa senantiasa tercurah kepada Nabi Allah Muhammad SAW. semoga kita di akui sebagai umatnya di hari akhir kelak.

Pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada :

1. Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku pembimbing I dan ketua jurusan yang selalu memberikan motivasi, semangat, bimbingan, arahan, kritik dan saran untuk penulis.
2. Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku pembimbing II yang telah memberikan motivasi, kritik dan arahan kepada penulis.
3. Prof. Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku penguji yang telah memberikan ide, kritik dan saran untuk penulis.
4. Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku pembimbing akademik yang selalu memberikan motivasi dan arahan kepada penulis mengenai permasalah akademik.

5. Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Seluruh Dosen, Staf dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Kedua orangtuaku yang selalu memberikan do’a, semangat dan motivasi disetiap langkah penulis. Terima kasih untuk semua cinta yang ku dapatkan.
8. Kakak, Adik dan keponakan yang selalu memberi semangat dan dukungan serta do’a untuk penulis.
9. Teman-teman matematika 2015, keluarga ROIS FMIPA dan BIROHMAH Unila, serta tak lupa bocil-bocil yang selalu menyemangati.
10. Sahabat FUJ Atika Ayu Listiyaningsih, Risna Fitriyani, Cynthia Wulandari, Azizah Nurhidayah, dan Indah Susilowati yang selalu dan tak bosan memberikan semangat dan mendengar keluh kesah penulis.
11. Anak hits kosan dede Sindi, Mpi imut, Milea (Mila), Mba Gita, dan Finu.
12. Pagaralam squad Etika, Intan, Mia, dan Mareta, Adel, dan Sukma.
13. Keluarga “Calon S.Si.” Silvi, Ribut, Moni, Kiki, Liza, Uli, Wilda, Saesti.
14. Teman-teman tercinta Fatiya, Nurul, Riana, Rizka, Birgita, Lena.
15. Teman-teman KKN Reni, Lena, Pera, Akbar, Fizi dan Lingga.
16. Seluruh pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam skripsi ini terdapat banyak kekurangan, untuk itu saran dan kritik yang sifatnya membangun senantiasa penulis harapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pihak yang memerlukan.

Bandar Lampung,   Juni 2021

Penulis,

Azzahra Rioziah

DAFTAR ISI

Halaman

III. METODOLOGI PENELITIAN

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

V. PENUTUP

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR GAMBAR

Gambar **Halaman**

DAFTAR TABEL

Tabel **Halaman**

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Dalam dunia kesehatan, sering dijumpai berbagai macam penyakit yang disebabkan oleh bakteri. Salah satunya adalah penyakit *Brucellosis.* Penyebab penyakit ini adalah bakteri dari genus *Brucella* yaitu bakteri *Brucella Abortus. Brucellosis* telah lama dikenal dan diketahui menyerang manusia dan hewan, termasuk hewan pada ternak sapi.
Brucellosis adalah penyakit zoonosis yang menularkan penyakit dari hewan dan manusia. Sebagian besar kerugian ekonomi dan tingginya jumlah infeksi manusia dilaporkan di wilayah Afrika, Asia, Suriah, Iran, Irak, dan Saudi Arabia. *Brucellosis* menyebabkan kerugian ekonomi karena penurunan berat badan dan kehilangan anak sapi yang menyebabkan berkurangnya produksi daging dan susu (Tumwiine dan Robert, 2017).

Penyakit ini ditandai oleh peradangan pada selaput lendir janin yang berakibat terjadinya keguguran atau janin prematur. Kerugian ekonomi yang ditimbulkan sangat besar berupa kluron (keguguran), anak terlahir lemah kemudian mati, dan gangguan alat reproduksi yang menyebabkan kemajiran (keadaan tidak dapat beranak). Pada sapi perah terjadi penurunan produksi susu. Manusia biasanya terinfeksi penyakit ini karena minum susu sapi dari hewan sakit yang tidak dimasak sempurna, karena menolong menangani kelahiran pada sapi atau mengambil plasenta yang tertinggal (Akoso, 1996).

Munculnya penyakit ini mendapat perhatian khusus dari masyarakat tak terkecuali ilmuwan, karena penyakit ini sangat merugikan baik dari segi kesehatan maupun ekonomi. Saat ini belum ada vaksin yang benar-benar dapat menyembuhkan penyakit karena terinfeksi oleh bakteri genus *Brucella* ini. Oleh karena itu perlu ada intervensi yang dapat mengendalikan infeksi *zoonotik* pada hewan dan mencegah penularan penyakit dari hewan dan manusia yang mungkin dapat menggunakan pendekatan yang lebih efektif dan ekonomis. Infeksi *zoonotik* adalah infeksi yang secara alami dapat ditularkan dari hewan ke manusia atau sebaliknya.

Mengingat bahayanya penyakit *Brucellosis* pada sapi ini maka diperlukan pengetahuan tentang bagaimana dinamika penyebaran penyakit *Brucelosis* pada sapi. Banyak cara atau pendekatan untuk mengetahui dinamika penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi ini salah satunya dengan pendekatan model matematika. Dengan demikian masalah yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana dinamika perilaku penyebaran penyakit *Brucellosis* melalui pendekatan model matematika. Dengan mengetahui dinamika perilaku penyebaran penyakit ini diharapkan dapat memperoleh strategi kontrol dalam mengendalikan penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi.

Model matematika berdasarkan dinamika penularan penyakit hewan telah lama memberikan wawasan penting untuk memandu pencegahan dan kontrol penyakit. Ini karena hasil dari pemodelan matematika dapat membantu untuk mencari keputusan yang sangat penting dan memberikan pemeriksaan dalam pembuatan keputusan. Pemodelan juga dapat digunakan untuk mengevaluasi strategi kontrol terhadap infeksi untuk menentukan langkah-langkah kontrol yang optimal. Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model epidemi SIR. Model epidemi SIR membagi populasi sapi menjadi tiga kelompok yaitu kelompok yang rentan atau *suspectible* (S) yaitu kelompok individu sehat tetapi dapat tertular penyakit, kemudian kelompok yang terinfeksi atau *infected* (I) yaitu kelompok individu yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit serta kelompok yang sembuh atau *recovered* (R) yaitu kelompok yang sembuh setelah terinfeksi penyakit.

Setelah mendapatkan model maka selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan bantuan salah satu program aplikasi matematika. Simulasi numerik bertujuan untuk melihat penyebaran penyakit *Brucellosis* pada ternak sapi dan perilaku dinamik model.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model matematika dari penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi dan perilaku dinamik model tersebut melalui pendekatan analitik dan numerik.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan model matematika dari penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi.

2. Mengetahui analisis kestabilan dan simulasi numerik dari penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi.
3. Menambah pengetahuan tentang pemodelan matematika serta metode numerik dari penyebaran penyakit *Brucellosis* pada sapi.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial (*differential equation*) adalah persamaan yang melibatkan variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derivatifnya terhadap variabel bebas. Persamaan diferensial terbagi menjadi dua jenis yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang menghubungkan fungsi yang tidak diketahui dari satu variabel dengan satu atau lebih fungsi turunannya. Jika x adalah fungsi dari t, maka contoh persamaan diferensial biasa adalah

$$y' + xy = 2x$$

Sedangkan persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang di dalamnya terdapat suku-suku diferensial parsial, yang dalam matematika diartikan sebagai suatu hubungan yang mengaitkan suatu fungsi yang tidak diketahui, yang merupakan fungsi dari beberapa variabel bebas, dengan turunan-turunannya melalui variabel yang dimaksud, contoh persamaan diferensial parsial adalah

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

(Campbell & Haberman, 2008).

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n persamaan diferensial, dengan n fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua. Bentuk umum dari suatu sistem n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = g_1(t, x_{1,} x_{2,} \dots, x_n)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g_2(t, x_{1,} x_{2,} \dots, x_n)$$

.

.

$$\frac{dx_n}{dt} = g_n(t, x_{1,} x_{2,} \dots, x_n)$$

Dengan t adalah variabel bebas dan $x_{1,} x_{2,} \dots, x_n$ adalah variabel terikat, sehingga $x_1 = x_1(t),\ x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t),$ dimana $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_n terhadap t, dan g adalah yang tergantung pada variabel $x_{1,} x_{2,} \dots, x_n$ dan t (Neuhauser, 2004).

2.2 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena-

fenomena lainnya. Secara umum dalam menerapkan model matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi 3 langkah, yaitu:

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah.

   Langkah ini untuk menerjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika.

2. Pencarian solusi/kesimpulan matematika.

   Setelah model matematika diperoleh, solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode-metode matematika yang sesuai.

3. Interpretasi solusi/kesimpulan matematika pada fenomena yang dipelajari.

   Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal (Cahyono, 2013).

2.3 *Brucellosis*

Brucellosis adalah penyakit yang disebabkan oleh bakteri dari genus *Brucella* yaitu bakteri *Brucella Abortus*. *Brucellosis* telah lama dikenal dan diketahui menyerang manusia dan hewan, termasuk hewan pada ternak sapi. Penyakit ini ditandai oleh peradangan pada selaput lendir janin yang berakibat terjadinya keguguran atau janin prematur. Angka kematian induk sangat kecil, namun kerugian ekonomi yang ditimbulkan sangat besar berupa kluron (keguguran) anak, anak terlahir lemah dan kemudian mati, dan gangguan alat reproduksi yang menyebabkan kemajiran (keadaan tidak dapat beranak). Pada sapi perah terjadi penurunan produksi susu.

Manusia biasanya terinfeksi penyakit ini karena minum susu sapi dari hewan sakit yang tidak dimasak sempurna, karena menolong menangani kelahiran pada sapi atau mengambil plasenta yang tertinggal. Infeksi terjadi melalui saluran makanan, saluran kelamin, selaput lender atau kulit yang luka. Kuman ini juga akan memasuki uterus (rahim) sewaktu hewan bunting. Anak sapi betina yang lahir dari induk terinfeksi akan terus menyimpan bibit penyakit sampai mencapai usia dewasa. Gejala yang paling terlihat adalah keguguran janin antara bulan ke 5 sampai bulan ke 8. Pada sapi jantan penyakit dapat menyebabkan peradangan testis.

Pencegahan *Brucellosis* dapat dilakukan dengan menjaga kebersihan, manajemen beternak yang baik, dan vaksinasi. Sapi yang terinfeksi *Brucellosis* dapat dipotong untuk dikonsumsi di bawah pengawasan dokter hewan. Pemotongan dilakukan dengan tetap menjaga lingkungan agar tidak tercemar. Tempat pemotongan harus dibersihkan dan dibebashamakan. Daging dapat dijual setelah dilayukan dan sisa pemotongan dimusnahkan dengan dibakar dan dikubur (Akoso, 1996).

2.4 Model (S-I-R)

Model SIR adalah model dasar tentang penyebaran penyakit. Model SIR ini pertama kali diperkenalkan oleh W.O. Kermack dan Mc. Kendrick dan kemudian menjadi peranan penting dalam perkembangan matematika epidemi. Di dalam modelnya, populasi manusia dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu populasi rentan atau *susceptible* disimbolkan dengan S, populasi yang terinfeksi atau *infected* disimbolkan dengan I dan sembuh atau *recovered* disimbolkan dengan R.

S atau *susceptible* dalam pemodelan SIR merupakan individu yang tidak terinfeksi tetapi golongan ini dapat tertular penyakit. Oleh karena itu golongan ini juga memiliki kemungkinan atau menjadi terinfeksi menjadi I atau *infected.*

I atau *infected* merupakan individu yang dapat menyebarkan penyakit pada individu yang *susceptable.* Waktu yang diperlukan oleh penderita infeksi penyakit dinamakan periode penyakit. Setelah mengalami periode penyakit kemudian individu ini pindah dan menjadi individu yang sembuh atau *recovered.*

R atau *recovered* merupakan individu yang telah sembuh dan kebal dalam kehidupannya.

Laju perubahan individu terinfeksi didefinisikan sebagai αsi-βi, dengan α merupakan nilai transmisivitas, sedangkan β merupakan nilai laju penyembuhan. Individu yang terinfeksi diasumsikan dapat kembali sembuh dengan probabilitas konstan sepanjang waktu. Berdasarkan asumsi ini, dapat dibentuk persamaan diferensial sebagai berikut :

$$\frac{ds}{dt} = -\alpha si$$

$$\frac{di}{dt} = asi - \beta i$$

$$\frac{dr}{dt} = \beta i$$

Persamaan ini menggambarkan mengenai transmisi masing-masing individu dari S ke I lalu ke R (Iswanto, 2012).

2.5 Linierisasi

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui proses linearisasi. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial digunakan matriks Jacobi. Diberikan fungsi $f = (f_1, ..., f_n)$ pada sistem $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E)$, $i = 1,2, ... , n$. Matriks

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{bmatrix}$$

dinamakan matriks Jacobian dari f di titik $\bar{x}$ (Kocak dan Hole, 1991).

2.6 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan adalah sebuah keadaan dari suatu sistem yang tidak berubah terhadap waktu. Jika sistem dinamika diuraikan dalam sebuah persamaan differensial, maka titik kesetimbangan dapat diperoleh dengan mengambil turunan pertama yang sama dengan nol. Misalkan suatu sistem persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut

$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n$ (2.1)

Titik $x \in \mathbb{R}^n$ disebut titik kesetimbangan (titik equilibrium) Sistem (2.1) jika $f(x) = 0$. Titik ekuilibrium $x \in \mathbb{R}^n$ sistem (2.1) di katakan :

1. Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\|x(t) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.
2. Stabil asimtotik lokal jika titik ekuilibrium $x \in \mathbb{R}^n$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta_0$. Berlaku $lim_{t\to\infty} x(t) = x$.
3. Tidak stabil jika titik ekuilibrium $x \in \mathbb{R}^n$ tidak memenuhi (1) (Wiggins, 2003).

2.7 Kestabilan Sistem

Kestabilan titik kesetimbangan merupakan kestabilan dari sistem linier atau kestabilan dari linierisasi sistem tak linier. Kestabilan pada titik kesetimbangan ditentukan oleh tanda bagian real dari matriks Jacobian yang dihitung disekitar titik kesetimbangan. Jika J adalah matriks yang berukuran $n \times n$ maka vektor tak nol dinamakan vektor karakteristik dari J jika memenuhi

$$Jx = \lambda x$$

untuk suatu skalar λ yang memenuhi disebut nilai karakteristik matriks J dan x dikatakan vektor karakteristik yang bersesuaian dengan λ.

Matriks Jaccobi dinyatakan sebagai berikut:

$$J = \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari nilai karakteristik matriks J yang berukuran $n \times n$, maka dapat dituliskan kembali persamaan $Jx = \lambda Ix$ atau ekuivalen dengan $(\lambda I - J)x = 0$, mempunyai penyelesaian tak nol jika dan hanya jika $|\lambda I - J|=0$. Jika matriks $J = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, maka dapat ditulis $\lambda^2 - \lambda(a+d) + (ad - bc) = 0$ (Derouich dan Boutayeb, 2008).

2.8 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar dinotasikan dengan R_0 adalah rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu yang telah terinfeksi. Kondisi yang timbul adalah salah satu diantara kemungkinan berikut:

a. Jika $R_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang.

b. Jika $R_0 > 1$ maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Bilangan reproduksi dasar merupakan parameter yang dapat digunakan untuk melihat seberapa besar potensi penyebaran penyakit dalam suatu populasi. Bilangan reproduksi dasar mempunyai nilai batas 1 sehingga jika nilai R_0 kurang dari satu ($R_0 < 1$), maka satu individu yang terinfeksi akan menginfeksi kurang dari satu individu rentan sehingga penyakit kemungkinan akan hilang dari populasi. Sebaliknya, jika R_0 lebih dari satu ($R_0 > 1$), maka individu yang terinfeksi penyakit akan menginfeksi lebih dari satu individu yang rentan sehingga individu yang terinfeksi di dalam populasi menyebar (Derouich dan Boutayeb, 2008).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2020/2021 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model epidemi SIR. Model epidemi SIR membagi populasi sapi menjadi tiga kelompok yaitu kelompok yang sehat tetapi dapat tertular penyakit, kemudian kelompok yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit serta kelompok yang sembuh.
Adapun langkah-langkah yang di lakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat asumsi-asumsi yang akan dilakukan.
2. Memformulasikan model penyebaran penyakit *Brucellosis* berdasarkan asumsi.
3. Menganalisis model penyebaran penyakit *Brucellosis.*
4. Menentukan titik kesetimbangan dari penyebaran penyakit *Brucellosis.*

5. Menentukan kestabilan sistem dengan mencari nilai eigen dari matriks Jacobian.
6. Melakukan interpretasi.

V. PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dipaparkan mengenai penyebaran penyakit *Brucellosis* pada ternak sapi, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika SIR pada penyebaran penyakit *Brucellosis* pada ternak sapi, yaitu

$$\frac{ds}{dt} = \omega r + (1-\epsilon)\omega i + (\alpha - \beta)si$$

$$\frac{di}{dt} = \beta si - [(1-\epsilon)\omega + \tau + \alpha]i + \sigma\beta ri + \alpha i^2$$

$$\frac{dr}{dt} = \tau i - \omega r + (\alpha - \sigma\beta)ri$$

2. Dari model penyebaran penyakit *Brucellosis* yang didapatkan maka diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dengan $E_0 = (s_0(t), i_0(t)) = (1,0)$ dan titik kesetimbangan endemik dengan $E_1 = \left(s_1(t), i_1(t)\right) = \left(\frac{2\phi(\beta-\alpha)-\psi}{2(\beta-\alpha)}, \frac{\psi}{2\rho(\beta-\alpha)}\right)$.
3. Dari titik kesetimbangan yang didapatkan maka didapatkan titik kestabilan yaitu stabil asimtotik untuk semua titik kesetimbangan karena nilai dari $R_0 < 1$.

DAFTAR PUSTAKA

Akoso, B.T. 1997. *Kesehatan Sapi Panduan Bagi Petugas Teknis, Mahasiswa, Penyuluh, dan Peternak*. Kanisius. Yogyakarta.

Cahyono, Edi. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu. Yogyakarta.

Campbell, S.L. and Haberman, R. 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems*. Princeton University Press. New Jersey

Derouich, M. and Boutayeb, A. 2008. *An Avian Mathematical Model. Applied* Mathematical Science. 36(2): 1749-1760.

Iswanto, R.J. 2012. *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya.* Graha Ilmu. Yogyakarta.

Kocak, H. and Hole, J.K. 1991. *Dynamic and Bifurcation*. New York: Springer – Verlag. Berlin Heidelberg.

Neuhauser, C. 2004. *Calculus for Biology and Medicine*. Pearson Education, New Jersey.

Tumwiine, J. And Robert, G. 2017. A Mathematical Model for Treatment of Bovine Brecellosis in Cattle Population. *Journal of Mathematical Modeling.* 5(2):137-152.

Wiggins, S. 2003. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos*, Second Edition. New York: Springer – Verlag.