

III. TEORI DASAR

A. Hukum Newton

Metoda gayaberat menggunakan hukum dasar, yaitu Hukum Newton tentang gravitasi dan teori medan potensial. Newton menyatakan bahwa besar gaya tarik menarik antara dua buah partikel yang mempunyai massa m_1 dan m_2 dengan jarak antara kedua titik pusat partikel tersebut r adalah (Grant, 1965):

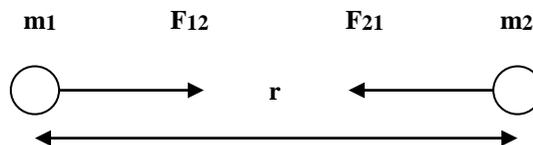
$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad (1)$$

dimana :

F = Gaya antara benda m_1 dan m_2

G = konstanta gravitasi = $(6,672 \times 10^{-11} m^3/kg s^2)$

r = jarak antara m_1 dan m_2



Gambar 5. Gaya tarik menarik antara dua benda (Sutopo, 2008)

Gaya persatuan massa dari m_1 terhadap suatu partikel yang mempunyai jarak r dari m_1 disebut medan gaya berat dari partikel m_1 yang besarnya:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -G \frac{m_1}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

dimana : G = Konstanta gravitasi = $6,672 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$

Gaya persatuan massa pada sembarang titik berjarak r dari m_1 , didefinisikan sebagai kuat medan gravitasi m_1 , dan diungkapkan :

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{Gm_1}{r^2} \hat{r}$$

Jika m_1 adalah massa bumi (M), gravitasi yang disebabkan oleh bumi (gayaberat di permukaan bumi) adalah percepatan gravitasi bumi, yang biasa diberi simbol g , maka:

$$g = \vec{E}(\hat{r}) = -G \frac{M}{R^2}$$

dimana : M = massa bumi

R = jari-jari bumi

Medan gravitasi adalah medan konservatif dan dapat dinyatakan sebagai gradien dari suatu fungsi potensial skalar $U(r)$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$$

dimana $U(\vec{r}) = -\frac{GM}{R}$ adalah merupakan potensial gravitasi m_1

Potensial gravitasi di suatu titik pada ruang bersifat penjumlahan, sedang potensial gravitasi dari suatu distribusi massa yang *kontinu* di suatu titik P di luar distribusi massa tersebut merupakan suatu bentuk integral. Jika massa terdistribusi secara *kontinu* dengan densitas ρ di dalam bentuk volume V , maka potensial gravitasi pada sembarang titik P di luar benda adalah :

$$U_p(\vec{r}) = -G \int \frac{\rho(\vec{r}_0) d^3 r_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (3)$$

dengan $|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \gamma} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$

\vec{r}_0 = vektor posisi elemen masa

\vec{r} = vektor posisi pengamat

Jika integral volume pada persamaan diatas diambil untuk seluruh bumi, maka akan diperoleh potensial gayaberat bumi diruang bebas, sedang medan gravitasinya diperoleh dengan mendiferensialkan potensial gayaberat tersebut.

$$\vec{E}(\vec{r}) = |\nabla U_p(\vec{r})|$$

Untuk percepatan gayaberat bumi :

$$\begin{aligned} g_z &= |\vec{E}(\vec{r})| = |\nabla U_p(\vec{r})| \\ &= \frac{\partial U_p(\vec{r})}{\partial z} \\ &= -G \int \frac{\rho(\vec{r}_0)(z_0 - z) d^3 r_0}{\{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \end{aligned}$$

Dari persamaan di atas tampak bahwa percepatan gayaberat g dipermukaan bumi bervariasi dan harganya tergantung pada distribusi massa di bawah permukaan.

Sebagaimana ditunjukkan oleh fungsi densitas $\rho(\vec{r})$ dan bentuk bumi yang sebenarnya sebagaimana ditunjukkan oleh batas integral. Satuan g dalam CGS adalah gal ($1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2$).

Dalam kenyataannya bentuk bumi tidak bulat sempurna, tetapi berbentuk elipsoid (agak gepat pada kutubnya). Dengan demikian variasi gayaberat di setiap titik permukaan bumi dipengaruhi oleh 4 faktor yaitu:

1. Lintang
2. Topografi
3. Pasang surut
4. Variasi rapat massa bawah permukaan

B. Potensial Gayaberat

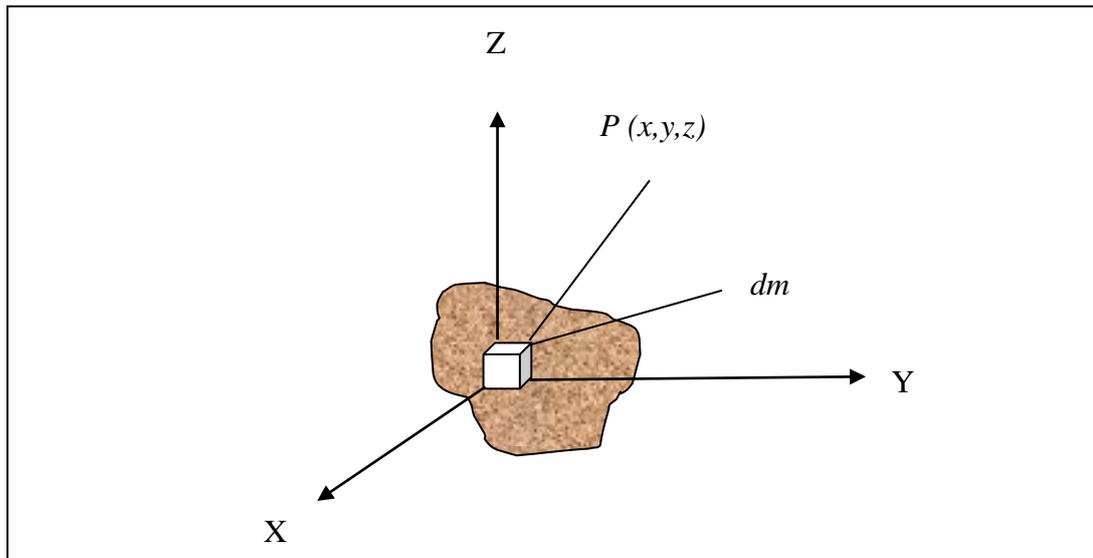
Potensial pada suatu titik dalam suatu medan gayaberat didefinisikan sebagai energi yang digunakan untuk memindahkan satu satuan massa dari suatu titik (titik awal) ketitik lainnya (titik akhir). Lintasan yang diambil tidak mempengaruhi kerja yang dilakukan atau bersifat konservatif sehingga hanya bergantung pada titik awal dan titik akhirnya saja. Potensial gayaberat dapat dinyatakan sebagai fungsi potensial skalar $U(r)$ yaitu:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \quad (4)$$

dengan $U(r)$ merupakan potensial medan gayaberat dan potensial total gayaberat di suatu titik dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$U(\vec{r}) = \int_{\infty}^r g dr = -Gm_1 \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = G \frac{m_1}{r} \quad (5)$$

Potensial total gayaberat bersifat penjumlahan sedangkan potensial gayaberat oleh distribusi massa yang kontinu atau benda berdimensi yaitu dalam ruang bervolume V dengan rapatmassa yang konstan ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Potensial dan kuat medan massa tiga dimensi (Sutopo, 2008)

Gambar 6 menunjukkan sebuah massa tiga dimensi dengan bentuk sembarang, dimana potensial dan kuat medan gravitasi di titik P dapat dihitung dengan jalan membagi massa m menjadi elemen-elemen kecil dm kemudian diintegrasikan untuk memperoleh efek totalnya. Besarnya potensial pada sembarang titik P di luar benda bervolume V adalah potensial dari elemen massa dm berjarak r dari titik P , yaitu:

$$dU = G \frac{dm}{r} = \frac{G\rho dx dy dz}{r} \quad (6)$$

dimana :

$$\rho = \text{densitas} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Potensial di titik P karena pengaruh massa total m adalah:

$$U = G\rho \iiint_V \frac{1}{r} dx dy dz \quad (7)$$

Dari persamaan tersebut, medan gayaberat g di permukaan bumi mempunyai nilai yang bervariasi tergantung pada distribusi massa di bawah permukaan seperti yang dinyatakan dalam fungsi densitas dan batas integrasi yang berupa volume.

C. Koreksi-koreksi Gayaberat

C.1 Koreksi pasang surut

Percepatan gravitasi di permukaan bumi di samping dipengaruhi oleh adanya gaya tarik bumi juga dipengaruhi oleh gayatarik matahari dan bulan, sehingga untuk mendapatkan percepatan gayaberat yang akurat harus memperhitungkan pengaruh dari gaya tarik bulan dan matahari yang sering disebut dengan koreksi pasang surut.

Besarnya koreksi pasang surut dapat diukur langsung dengan menggunakan Gravimeter secara periodik maupun hitungan dengan menggunakan komputer berdasarkan perumusan Longman (1969).

C.2 Koreksi *drift* (Apungan)

Koreksi *drift* adalah koreksi yang dilakukan sebagai akibat adanya perbedaan pembacaan harga gayaberat dari stasiun yang sama pada waktu yang berbeda yang disebabkan oleh adanya goncangan pada pegas selama proses pengukuran dari stasiun satu ke stasiun lain. Jadi koreksi *drift* dapat diartikan sebagai koreksi yang disebabkan karena sifat alat itu sendiri yang selalu menunjukkan perubahan harga setiap waktu. Secara matematik koreksi *drift* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$DA = \frac{t_A - t_0}{t_t - t_0} x(C_t - C_0) \quad (8)$$

dimana : D_A = koreksi *drift* pada titik pengamatan (*station*) A

t_A = waktu pembacaan pada titik pengamatan (*station*) A

t_0 = waktu pengukuran awal di *Base Station*

t_t = waktu pengukuran akhir di *Base Station*

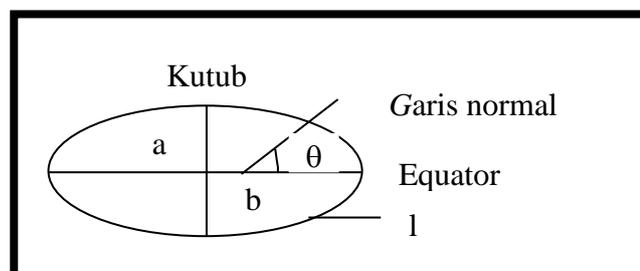
C_0 = Harga pembacaan (*counter reading*) pengukuran awal di *Base Station*

C_t = Harga pembacaan (*counter reading*) pengukuran akhir di *Base Station*

C.3 Koreksi lintang (*Latitude Correction*)

Telah diketahui bahwa bentuk bumi tidaklah bulat sempurna akan tetapi berbentuk sferoid dengan pepat pada kedua kutubnya, sehingga besarnya harga gravitasi di kutub dan di khatulistiwa tidak sama. Dengan adanya perbedaan ini maka, koreksi lintang sangat mempengaruhi besar gayaberat di suatu daerah. Dalam penelitian ini digunakan koreksi lintang dari *International Assosiation of Geodesy System* (IAG.1967) dengan rumusan (Blakely, 1955) yaitu:

$$g_n = 978031.846(1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.0000058 \sin^2 2\varphi) \quad (9)$$



Gambar 7. Elipsoid sebagai bentuk bumi (Sutopo, 2008)

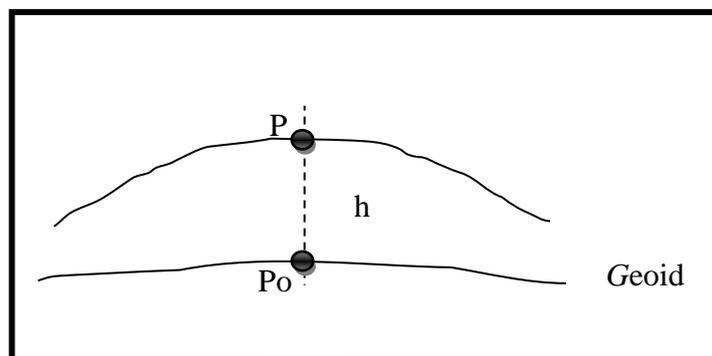
C.4 Koreksi udara bebas (*Free Air Correction*)

Koreksi udara bebas adalah koreksi yang digunakan untuk menghilangkan perbedaan harga gayaberat yang disebabkan oleh pengaruh ketinggian antara pengamatan dengan titik datum referensi. Pada koreksi udara bebas hanya memperhitungkan elevasi antara titik pengamatan dengan titik datum referensi dengan mengabaikan massa di antaranya. Besar koreksi udara bebas ini adalah:

$$KUB = 0,3086 h \quad \text{mgal} \quad (10)$$

dimana : h = ketinggian titik amat

KUB = koreksi udara bebas



Gambar 8. Titik amat P pada ketinggian h terhadap permukaan acuan (Sutopo, 2008)

C.5 Koreksi Bouguer (*Bouguer Correction*)

Setelah dikoreksi oleh udara bebas maka pengaruh tinggi rendah bisa dihindari, namun dengan adanya bukit dan jurang yang tersusun oleh material, maka pengaruh massa dari material tersebut harus diperhitungkan. Perhitungan ini disebut koreksi bouguer. Koreksi ini memperhitungkan efek massa yang ada di

atas maupun di bawah bidang referensi. Misalkan, jika suatu titik amat berada di atas *slab* (bidang datar) yang luas maka distribusi massa luasan tersebut akan memperbesar pengukuran gayaberat di titik tersebut. Untuk menurunkan koreksi bouguer didekati dengan anggapan bahwa *slab* suatu luasan horizontal yang tak berhingga dengan rapat massa dan ketebalan yang *uniform*.

$$\begin{aligned} KB &= 2 \pi G \rho z \text{ mgal} \\ &= 0.04193 \rho h \text{ (mgal)} \end{aligned} \quad (11)$$

dimana : ρ = rapat massa (densitas) Bouguer (kg/m^3)

z = ketinggian titik amat (meter)

G = konstanta gaya berat ($6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$)

KB = Koreksi Bouguer (mgal)

C.6 Koreksi medan (*Terrain Correction*)

Pada koreksi bouguer kita menganggap permukaan lempeng di atas bidang acuan adalah rata, akan tetapi pada kenyataannya tidak demikian melainkan berlembah dan bergunung-gunung sehingga tidak mewakili keadaan yang sebenarnya. Adanya lembah akan, mengurangi nilai percepatan gayaberat di titik ukur, demikian dengan adanya bukit mengakibatkan berkurangnya percepatan gayaberat di titik ukur karena pengaruh adanya massa bukit.

C.7 Anomali Bouguer (*Bouguer Anomaly*)

Anomali Bouguer di suatu titik amat dapat didefinisikan sebagai penyimpangan harga gayaberat pengamatan (g_{obs}) terhadap gayaberat normal teoritis. Besarnya harga gayaberat normal di titik tersebut diperkirakan dari harga gayaberat normal

dengan memasukkan nilai koreksi udara bebas, koreksi ketinggian dan koreksi medan. Jika seluruh koreksi tersebut telah dihitung maka besarnya anomali Bouguernya adalah:

$$\Delta g = g_{obs} - (g_n - KUB + KB - KM) \quad (12)$$

dimana:

Δg = Anomali Bouguer

g_{obs} = Percepatan gayaberat teramati

g_n = Percepatan gayaberat setelah dikoreksi lintang

KUB = Koreksi udara bebas

KB = Koreksi Bouguer

KM = Koreksi Medan

Nilai anomali ini merupakan harga anomali Bouguer di titik pengamatan pada ketinggian h dan merupakan anomali kumulatif akibat semua penyebab anomali yang berada di bawah ketinggian titik amat.

D. Analisis Spektrum

Analisis spektrum dilakukan untuk mengestimasi lebar jendela (digunakan pada *moving average*) serta estimasi kedalaman anomali gayaberat. Analisis spektrum dilakukan dengan cara mentransformasi Fourier lintasan yang telah ditentukan pada peta kontur Anomali Bouguer Lengkap. Secara umum, suatu transformasi Fourier adalah menyusun kembali/mengurai suatu bentuk gelombang sembarang ke dalam gelombang sinus dengan frekuensi bervariasi dimana hasil penjumlahan gelombang-gelombang sinus tersebut adalah bentuk gelombang aslinya (Kadir,

2002). Untuk analisis lebih lanjut, amplitudo gelombang-gelombang sinus tersebut didisplay sebagai fungsi dari frekuensinya. Secara matematis hubungan antara gelombang $s(t)$ yang akan diidentifikasi gelombang sinusnya (*input*) dan $S(f)$ sebagai hasil transformasi Fourier diberikan oleh persamaan berikut :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (13)$$

dimana $j = \sqrt{-1}$

Pada metoda gayaberat, spektrum diturunkan dari potensial gayaberat yang teramati pada suatu bidang horizontal dimana transformasi Fouriernya sebagai berikut (Blakely, 1996) :

$$F(U) = \gamma \mu F\left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{dan} \quad F\left(\frac{1}{r}\right) = 2\pi \frac{e^{|k|(z_0-z')}}{|k|} \quad (14)$$

dimana, U = potensial gayaberat μ = anomali rapat massa

γ = konstanta gayaberat r = jarak

sehingga persamaannya menjadi :

$$F(U) = 2\pi \gamma \mu \frac{e^{|k|(z_0-z')}}{|k|} \quad (15)$$

Berdasarkan persamaan 12, transformasi Fourier anomali gayaberat yang diamati pada bidang horizontal diberikan oleh :

$$\begin{aligned} F(g_z) &= \gamma \mu F\left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r}\right) \\ &= \gamma \mu \frac{\partial}{\partial z} F\left(\frac{1}{r}\right) \\ F(g_z) &= 2\pi \gamma \mu e^{|k|(z_0-z')} \end{aligned} \quad (16)$$

dimana g_z = anomali gayaberat z_0 = ketinggian titik amat

k = bilangan gelombang z = kedalaman benda anomali

Jika distribusi rapat massa bersifat random dan tidak ada korelasi antara masing-masing nilai gayaberat, maka $\mu = 1$, sehingga hasil transformasi Fourier anomali gayaberat menjadi :

$$A = C e^{|k|(z_0 - z')} \quad (17)$$

dimana A = amplitudo dan C = konstanta

Estimasi lebar jendela dilakukan untuk menentukan lebar jendela yang akan digunakan untuk memisahkan data regional dan residual. Untuk mendapatkan estimasi lebar jendela yang optimal dilakukan dengan cara menghitung logaritma spektrum amplitudo yang dihasilkan dari transformasi Fourier pada persamaan 12 sehingga memberikan hasil persamaan garis lurus. Komponen k menjadi berbanding lurus dengan spektrum amplitudo.

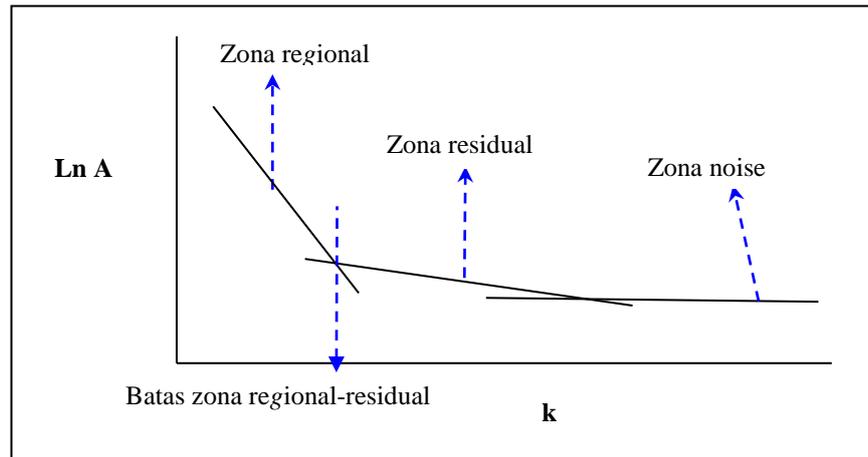
$$\ln A = (z_0 - z')|k| \quad (18)$$

Dari persamaan garis lurus di atas, melalui regresi linier diperoleh batas antara orde satu (regional) dengan orde dua (residual), sehingga nilai k pada batas tersebut digunakan sebagai penentu lebar jendela. Hubungan panjang gelombang (λ) dengan k diperoleh dari persamaan (Blakely, 1996):

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (19)$$

$$\lambda = (N - 1)\Delta x$$

dimana N = lebar jendela, maka didapatkan nilai estimasi lebar jendela.



Gambar 9. Kurva Ln A terhadap k (Blakely, 1996)

Untuk estimasi kedalaman didapatkan dari nilai gradien persamaan garis lurus dari masing-masing zona.

E.Teknik Gradien

Interpretasi anomali gayaberat memberikan hasil yang tidak unik yaitu untuk satu penampang anomali gayaberat dapat memberikan hasil yang beragam (sifat *ambiguity*). Untuk mengurangi ambiguitas dari hasil interpretasi anomali gayaberat maka dikembangkan beberapa teknik.

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai teknik gradien yaitu gradien vertikal dan horizontal dari anomali gayaberat untuk membantu analisis dan interpretasi anomali gayaberat.

E.1 Gradien Horisontal

Gradien horisontal anomali gayaberat adalah perubahan nilai anomali gayaberat dari satu titik ke titik lainnya secara horisontal dengan jarak tertentu. Gradien horisontal cenderung memiliki karakteristik yang baik untuk menunjukkan tepi

dari suatu benda anomali, sehingga teknik gradien horisontal sangat baik untuk mendeteksi batas horisontal dari data gayabarat.

Teknik gradien horisontal ini dapat digunakan untuk mendeteksi struktur geologi dalam maupun dangkal. Amplitudo dari gradien horisontal adalah sebagai berikut (Cordell and Grauch, 1985):

$$HG = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} \quad (20)$$

First Horizontal Derivative (FHD) dan *Second Horizontal Gradien* (SHD)

menggunakan rumus sebagai berikut :

$$FHD = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} \quad (21)$$

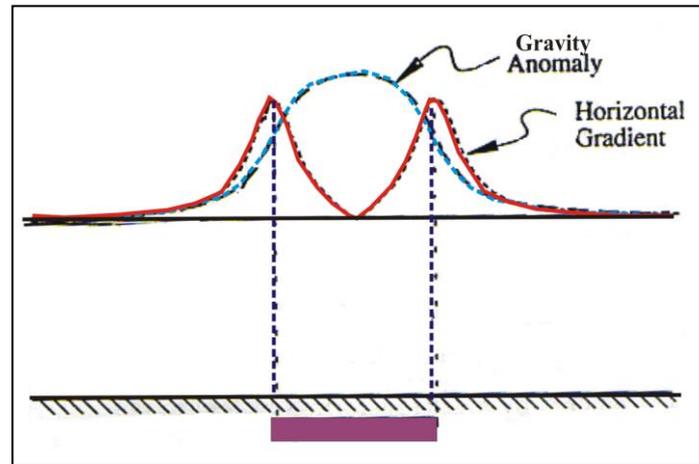
Untuk model dalam bentuk penampang hanya dalam arah x, maka rumus FHD menjadi lebih praktis, yaitu :

$$FHD = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2} \quad (22)$$

dan SHD :

$$SHD = \left(\frac{\partial^2 g}{\partial^2 x}\right) \quad (23)$$

dimana $\frac{\partial g}{\partial x}$ dan $\frac{\partial g}{\partial y}$ merupakan turunan horisontal gayabarat pada arah x dan y.



Gambar 10. Anomali gayaberat dan gradien horisontal pada model tabular (Blakely, 1996)

E.2 Gradien Vertikal

Analisis struktur menggunakan *second vertical derivative* dapat digunakan untuk mendeteksi jenis struktur cekungan atau intrusi dan patahan turun atau patahan naik. Secara teoritis teknik *second vertical derivative* diturunkan dari persamaan Laplace's untuk anomali gayaberat di permukaan yang diberikan sebagai berikut :

$$\nabla^2 \Delta g = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} = 0 \quad (24)$$

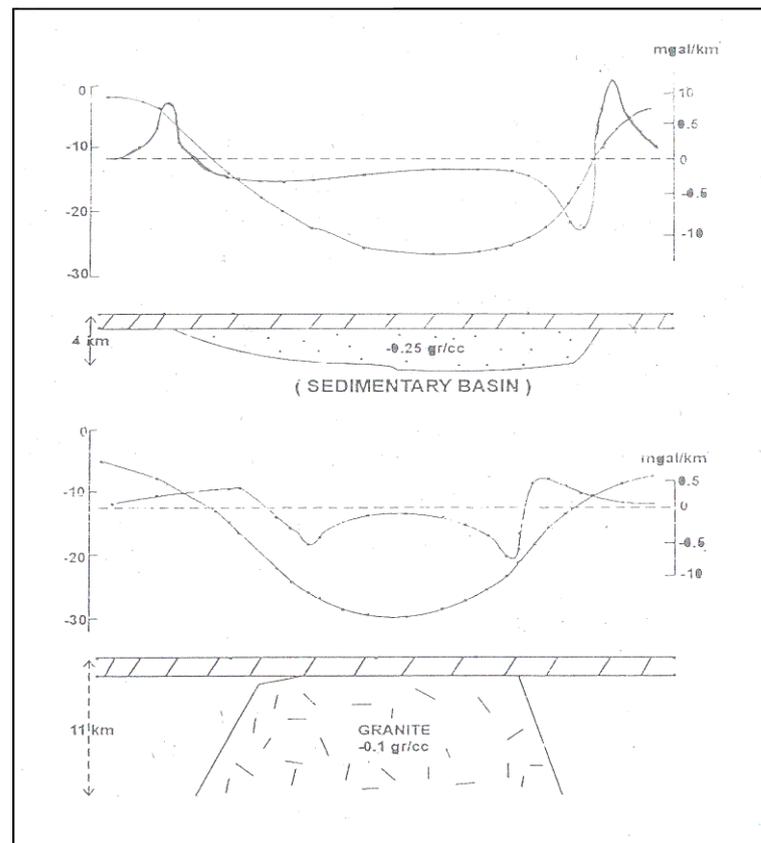
sehingga *second vertical derivative* diberikan oleh :

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} = - \left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial y^2} \right) \quad (25)$$

Untuk data 1-D (data penampang) persamaannya menjadi :

$$\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} = - \frac{\partial^2 \Delta g}{\partial x^2} \quad (26)$$

Persamaan (25) menunjukkan *second vertical derivative* (SVD) dari suatu anomali gayaberat permukaan adalah sama dengan negatif dari *second horizontal derivative* (SHD).



Gambar 11. Analisis struktur cekungan dan intrusi menggunakan SVD dari anomali gayaberat (Reynold, 1997)

Dari respon pada Gambar 11 didapatkan karakteristik :

1. Untuk cekungan atau patahan turun berlaku :

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} \right)_{maks} > \left| \left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} \right)_{min} \right| \quad (27)$$

2. Untuk intrusi atau patahan naik berlaku :

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} \right)_{maks} < \left| \left(\frac{\partial^2 \Delta g}{\partial z^2} \right)_{min} \right| \quad (28)$$