APLIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL LINIER HOMOGEN ORDE 1

(Skripsi)

Oleh

GALEH WICAKSONO

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2022

ABSTRAK

APLIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL LINIER HOMOGEN ORDE 1

Oleh

GALEH WICAKSONO

Metode Dekomposisi Adomian telah banyak digunakan pada penyelesaian model-model matematika dalam bentuk persamaan diferensial baik Persamaan Diferensial Biasa (PDB) maupun Persamaan Diferensial Parsial (PDP). Metode Dekomposisi Adomian terbagi menjadi tiga langkah inti. Pertama mendekomposisikan bagian F dari persamaan operator $F\mathbf{u}(x,t) = \mathbf{g}(x)$ menjadi R dan L dengan L merupakan operator linier yang mempunyai invers L^{-1} dan R merupakan operator linier lainnya. Langkah yang kedua yaitu dengan mengoperasikan operator L^{-1} pada persamaan tersebut sehingga didapatkan $\mathbf{u}(x,t)$ dan yang ketiga mengasumsikan solusi yang diperoleh pada langkah kedua adalah berbentuk $\mathbf{u}(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{u}_n(x,t)$, yang memberikan relasi rekursif dan menyelesaikannya. Berdasarkan hasil relasi rekursif diperoleh solusi $\mathbf{u}_i$ untuk $i = 0,1,2,3,\ldots$ sehingga solusi penyelesaiannya berbentuk deret. Pada penelitian ini, Metode Dekomposisi Adomian diterapkan pada masalah nilai awal sistem persamaan diferensial parsial linier homogen orde satu. Dari perbandingan solusi eksak dengan hasil solusi yang diperoleh menunjukan bahwa Metode Dekomposisi Adomian memberikan hasil yang sama dengan solusi eksaknya.

Kata Kunci: Metode Dekomposisi Adomian, Persamaan Diferensial Parsial, masalah nilai awal.

ABSTRACT

APPLICATION OF ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD ON THE SOLUTION OF ORDER 1 HOMOGENIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION SYSTEMS

By

GALEH WICAKSONO

The Adomian Decomposition Method has been widely used in solving mathematical models in the form of differential equations, both Ordinary Differential Equations (PDB) and Partial Differential Equations (PDP). The Adomian Decomposition Method is divided into three core steps. First decompose the parts F of the operator equation $F\boldsymbol{u}(x,t) = \boldsymbol{g}(x)$ into L and R where L is a linear operator that has an inverse L^{-1} and R is another linear operator. the second step is to operate the L^{-1} in this equation to get $\boldsymbol{u}(x,t)$ and the third assumes the solution obtained in the second step is of form $\boldsymbol{u}(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \boldsymbol{u}_n(x,t)$ which provides a recursive relation and resolves it. Based on the results of the recursive relation, the $\boldsymbol{u}_i$ solution for $i = 0,1,2,3,\ldots$ so that the solution is in the form of a series. In this study, the Adomian Decomposition Method was applied to the initial value problem of a first order homogeneous linear partial differential equation. From the comparison of the exact solution with the results obtained, it shows that the Adomian Decomposition Method gives the same results as the exact solution

Keyword: *Adomian Decomposition Method, Partial Differential Equations, the problem of initial value.*

APLIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL LINIER HOMOGEN ORDE 1

Oleh

GALEH WICAKSONO

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA MATEMATIKA

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2022

Judul Skripsi	: **APLIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL LINIER HOMOGEN ORDE 1**
Nama Mahasiswa	: **GALEH WICAKSONO**
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1517031083
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.	**Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**
NIP 19740316 200501 1 001	NIP. 196902131994021001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** .....

Sekretaris : **Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Amanto, S.Si., M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **21 Februari 2022**

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini;

Nama	: **GALEH WICAKSONO**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1517031083**
Jurusan	: **Matematika**
Judul Skripsi	: **APLIKASI METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN PADA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL LINIER HOMOGEN ORDE 1**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau telah dibuat orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 21 Februari 2022
Menyatakan

Galeh Wicaksono
NPM. 1517031083

RIWAYAT HIDUP

Galeh wicaksono, dilahirkan di Kabupaten Tulang Bawang tepatnya di Desa Karya Bhakti Kecamatan Meraksa Aji pada hari Jumat tanggal 26 September 1997 sebagai anak Pertama dari tiga bersaudara pasangan bapak Boiran dan ibu Eko Sumaningtyas. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 1 Rajawali pada tahun 2009, Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Meraksa Aji pada tahun 2012 dan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Meraksa Aji pada tahun 2015.

Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi negeri, tepatnya di Universitas Lampung Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dikegiatan kampus yaitu Badan Eksekutif Mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam sebagai Anggota Dinas Adkesma pada tahun 2016 dan 2017.

Pada tahun 2018 penulis melakukan Pt PLN Persero Rayon Bandar Jaya. Pada tahun yang sama penulis juga melakukan kegiatan Kuliah Kerja Nyata di Desa Way Mili Kecamatan Gunung Pelindung Kabupaten Lampung Timur Provinsi Lampung.

MOTTO

"Barang siapa keluar rumah untuk menuntut ilmu, maka ia berada di jalan Allah hingga ia pulang"

(HR. Tirmidzi)

"Orang yang dicintai Allah adalah orang yang paling bermanfaat bagi orang lain ..."

(HR. Thabrani)

"Maka sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan"

(QS. Al Insyirah : 5)

"Dunia ini penuh dengan orang-orang baik. Jika kamu tidak dapat menemukannya, jadilah salah satunya "

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah

Puji dan syukur hanya milik Allah Subhanahu Wata'ala atas nikmat dan hidayah yang diberikan, sholawat dan salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi Wasallam

Kupersembahkan karya ini untuk:

Ayah, Ibu, dan Keluargaku

Terimakasih kepada Ayah, Ibu dan Keluargaku yang selalu mendoakan kesuksesanku, memberi semangat, nasihat, dukungan serta kasih sayang yang tiada henti.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada para sahabatku yang selelu memberikan semangat, doa dan motivasi, serta kenangan yang indah selama ini.

Almamaterku Tercinta

UNIVERSITAS LAMPUNG

SANWACANA

Puji dan syukur hanya milik Allah Subhanahu Wata'ala atas segala rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad Shallallahu 'Alaihi Wasallam atas dakwah dan risalah Beliau, sehingga kita berada di zaman yang penuh ilmu. Skripsi dengan Judul "Aplikasi Metode Dekomposisi Adomian Pada Penyelesaian Sistem Persamaan Diferensial Parsial Linier Homogen Orde 1" adalah salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Universitas Lampung.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik karena dukungan, bimbingan, saran serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing utama dan Dosen Pembimbing Akademik yang senantiasa memberikan arahan, bantuan, bimbingan, nasehat, motivasi serta saran sehingga tersusunlah skripsi ini.
2. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembing kedua yang telah memberikan bimbingan dan saran dalam penyusunan skripsi ini.

3. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembahas yang telah memberikan kritik dan saran dalam penyusunan skripsi ini.
4. Dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis.
5. Ayah, Ibu, dan Keluarga yang tidak pernah lelah memberikan doa, dukungan, kasih sayang, pengorbanan dan motivasi.
6. Sahabat seperjuangan Mahmud Tri Setiadi, S.Si., Edi Saputra, S.Mat., Dimas Prayoga, S.Mat., Birgita Suryandari, S.Si., Siska Diah Pramesti, S.Si., yang sudah berjuang bersama-sama, memberi motivasi dan selalu membantu.
7. Teman – teman seperjuangan jurusan Matematika Angkatan 2015 yang selalu menjadi inspirasi bagi penulis.

Serta berbagai pihak yang ikut serta membantu dalam menyelesaikan skripsi dan masa studi penulis yang tidak dapat disebutkan satu-persatu. Semoga Allah Subhanahu Wata'ala membalas dengan kebaikan dan kemudahan dalam segala urusannya.

Bandar Lampung, 21 Februari 2022
Penulis

Galeh Wicaksono

DAFTAR ISI

Halaman

ABSTRAK ..... **i**

ABSTRACT ..... **ii**

HALAMAN JUDUL ..... **iii**

LEMBAR PERSETUJUAN ..... **iv**

LEMBAR PENGESAHAN ..... **v**

HALAMAN PERNYATAAN ..... **vi**

RIWAYAT HIDUP ..... **vii**

MOTTO ..... **viii**

PERSEMBAHAN ..... **ix**

KATA PENGANTAR ..... **x**

SAN WACANA ..... **xi**

DAFTAR ISI ..... **xii**

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1

1.2 Tujuan 3

1.3 Manfaat 3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferesial 4
2.2 Klasifikasi Persamaan Parsial 6
2.2.1 Order Persamaan Diferensial Parsial…….. 7
2.2.2 Jumlah Variabel Persamaan Difirensial Parsial…….. 7
2.2.3 Persamaan Diferensial Parsial Linier dan Non Linier…… 8
2.2.4 Persamaan Diferensial Parsial Linier Homogen……. 8
2.2.5 Tipe-Tipe Persamaan Diferensial Parsial…… 9
2.3 Metode Dekomposisi Adomian 9

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 13
3.2 Metode Penelitian 13

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Linear
Dengan Metode Dekomposisi Adomian 15
4.2 Metode Dekomposisi Adomian pada Penentuan Sebuah
Persamaan Diferensial Parsial Linier Homogen..... 17

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan 30
5.2 Saran 31

DAFTAR PUSTAKA

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

Persamaan diferensial parsial dijumpai dalam kaitan dengan berbagai masalah fisik dan geometris bila fungsi yang terlibat memiliki terdapat suku – suku diferensial parsial dan tergantung pada dua atau lebih variabel bebas. Sistem fisik yang sederhana dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial biasa, sedangkan masalah-masalah yang lebih rumit, seperti topik-topik dalam fisika lanjut, pada umumnya dimodelkan dengan persamaan diferensial parsial. Namun, persamaan diferensial parsial umumnya sulit diperoleh solusi eksaknya, terutama untuk persamaan yang non-linear. Umumnya, hanya solusi hampiran saja yang dapat didapat (baik secara numerik maupun analitik).

Saat ini, telah berkembang berbagai metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial, baik itu metode numerik (metode yang menggunakan angka sebagai objek masalah) maupun analitik (metode yang menggunakan simbol sebagai objek masalah). Solusi numerik dapat diperoleh dari beberapa metode, misalnya, metode beda hingga, dan metode elemen hingga. Sementara itu, solusi analitik dapat diperoleh dari beberapa metode, misalnya, metode pertubasi, metode transformasi Darboux, metode Tanh, ADM (Adomain Decomposition Method), VIM (Variation Iteration

Method), HAM (Homotopy Analysis Method), dan HPM (Homotopy Pertubation Method).

Permasalahan yang sering dijumpai adalah terkadang teknik-teknik analitik tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan persamaan diferensial tertentu, khususnya persamaan diferensial nonlinier yang sangat sulit diselesaikan secara analitik walaupun sebagian kecil dapat diselesaikan dengan metode variabel terpisah. Untuk itu, diperlukan metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Pendekatan yang digunakan dalam metode numerik merupakan pendekatan analisis matematis. Sehingga hasil yang diperoleh merupakan nilai hampiran yang akan mendekati nilai sebenarnya.

Banyak metode yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah nilai awal pada persamaan diferensial parsial, salah satunya adalah Metode Dekomposisi Adomian (MDA). Metode ini diperkenalkan dan dikembangkan pada tahun 1970-an hingga 1990-an oleh George Adomian, ketua PT pusat Matematika terapan di Universitas Georgia . MDA adalah metode semi-analitik untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial. (Fadugba, dkk., 2013).

Beberapa penelitian sebelumnya banyak dibahas mengenai aplikasi metode dekomposisi adomian untuk masalah nilai awal. Misalnya Fadugba, dkk. (2013), yang telah mengilustrasikan penyelesaian persamaan diferensial biasa orde dua menggunakan metode ini. Selanjutnya Mirawati, dkk. (2015), telah memodifikasi

metode ini pada operator liniernya untuk menyelesaikan masalah nilai awal persamaan diferensial biasa orde dua. Kemudian artikel yang disusun oleh Anita (2016), yang menggunakan metode ini untuk menyelesaikan persamaan parabolik. Selanjutnya pada artikel yang disusun oleh Maria (2017) yang menggunakan metode tersebut untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier.

Oleh karena itu, pada penelitian kali ini penulis akan mengkaji penggunaan Metode Dekomposisi Adomian pada kasus Masalah Nilai Awal Persamaan Diferensial Parsial linier homogen. Mengingat luasnya persamaan diferensial maka penulis akan membatasi untuk persamaan diferensial parsial linier dengan koefisien konstan dalam kasus homogen.

1.2. Tujuan

Mengkonstruksi dan mengaplikasikan Metode Dekomposisi Adomian untuk menyelesaikan masalah nilai awal persamaan diferensial parsial linier homogen sebagai berikut. $u_t - v_x + (u + v) = 0$ dan $v_t - u_x + (u + v) = 0$ dengan syarat awal $u(x, 0) = \sinh x$ dan $v(x, 0) = \cosh x$

1.3. Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat digunakan sebagai metode alternatif untuk mendapatkan solusi analitik dari masalah nilai awal sistem persamaan diferensial parsial dengan nilai awal yang sudah ditentukan;

2. Dapat digunakan sebagai referensi bagi penelitian lanjutan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Persamaan Diferesial

Menurut Jati dan Priambodo (2011), Persamaan Diferensial (PD) adalah persamaan yang salah satu atau lebih sukunya mengandung bentuk diferensial (turunan). Bentuk diferensial itu dapat berupa turunan terhadap variabel koordinat $(x, y, z, r, \emptyset, \theta)$ atau waktu (t), misalnya $\frac{dy}{dx}; \frac{du}{d\theta}; \frac{d^2r}{dt^2}$. Bentuk diferensial itu bisa dilambangkan dengan tanda petik di atas variabel yang didiferensialkan terhadap variabel koordinat (misalnya, $y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$) dan tanda titik di atas variabel yang didiferensialkan pada bentuk diferensial terhadap waktu (misalnya, $y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$) Adapun bentuk umum persamaan diferensial parsial adalah:

$$a_0(x)y + a_1(x)y' + a_2(x)y'' + a_3(x)y''' + \cdots + a_n(x)y^{(n)} = f(x) \qquad (2.1)$$

Berdasarkan jumlah variabel bebasnya persamaan diferensial dapat dikelompokkan ke dalam dua jenis yaitu Persamaan Diferensial Biasa (Ordinary Differential Equation) dan Persamaan Diferensial Parsial (Partial Differential Equation).

Jika hanya ada satu variabel bebas, maka disebut Persamaan Diferensial Biasa (PDB). Contoh PDB adalah sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} + 4xy = 2e^{2x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 3y = \sin x$$

Sedangkan jika persamaan memuat dua atau lebih variabel bebas, maka disebut Persamaan Diferensial Parsial (PDP). Misalkan:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} - 2v = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

(Nuryadi,2018)

2.2. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan-persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan turunan parsial. Persamaan itu haruslah melibatkan paling sedikit dua variable bebas (Fauzia,2017).

Dalam persamaan diferensial parsial perlu diketahui beberapa notasi turunan parsial yang terlibat yaitu:

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad u_t = \frac{\partial u}{\partial t} \quad u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad u_{yy} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2.2}$$

Sebagai contoh diberikan bentuk kasus dari persamaan diferensial parsial berikut

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z \text{ dimana } z = f(x, y) \tag{2.3}$$

Dalam hal ini variabel-variabel x dan y adalah variabel bebas, sedangkan z adalah variabel terikat, untuk mencari nilai $\frac{\partial z}{\partial x}$ yaitu didiferensialkan z terhadap x dengan menjaga y sebagai konstanta sedangkan untuk memperoleh $\frac{\partial z}{\partial y}$ yaitu didiferensialkan z terhadap y dengan menjaga x sebagai konstanta.

2.2.1. Order Persamaan Diferensial Parsial

Order suatu persamaan diferensial parsial adalah dari turunan parsial tertinggi dalam persamaan tersebut.

Contoh:

$u_t = u_x$ (PDP orde 1)

$u_t = a^2 u_{xx}$ (PDP orde 2)

2.2.2. Jumlah Variabel Persamaan Difirensial Parsial

Jumlah variabel dalam persamaan diferensial parsial adalah jumlah variabel bebasnya.

Contoh:

$u_t = a^2 u_{xx}$ (2 variabel)

$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$ (3 variabel)

2.2.3. Persamaan Diferensial Parsial Linier dan Non Linier

Persamaan diferensial parsial dapat diklasifikasikan menjadi linier dan non linier. Bentuk umum PDP linier tingkat dua dalam dua variabel bebas adalah:

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G \tag{2.4}$$

Dengan A,B,C,D,E,F, dan G merupakan fungsi dalam x dan y sedangkan suatu PDP dikatakan non linier jika variabel tak bebas u dan turunan parsialnya muncul dalam persamaan dengan cara tidak linier(dipangkatkan atau dikalikan), Persamaan difirensial parsial orde 2 dalam 2 variabel yang tidak berbentuk persamaan (2.3) disebut persamaan non linier.

Contoh:

a. $u_t = a^2 u_{xx}$ (PDP linier)

b. $u_{xx} + u_{yy} + u = 4$ (PDP linier)

c. $u_{xx} + yu_y + u = 1$ (PDP non linier)

d. $u_{xx} + u_{yy} + u^2 = 0$ (PDP non linier)

2.2.4. Persamaan Diferensial Parsial Linier Homogen

Persamaan umum diferensial parsial linier (2.3) disebut homogen jika *G=0* untuk semua *x* dan *y*, sedangkan jika $G \neq 0$ disebut non homogen.

2.2.5. Tipe-Tipe Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial dapat dibedakan menjadi 3 tipe yaitu:

1) Persamaan Ellips jika : $B^2 - 4AC < 0$

   Contoh:

   Persamaan laplace

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{2.5}$$

   Persamaan poisson

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F(x, y) \tag{2.6}$$

2) Persamaan Parabola jika : $B^2 - 4AC = 0$

   Contoh:Persamaan panas satu dimensi

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.7}$$

3) Persamaan Parabola jika : $B^2 - 4AC = 0$

   Contoh:Persamaan gelombang

   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.8}$$

(Triatmojo, 2002)

2.3. Metode Dekomposisi Adomian

Metode Dekomposisi Adomian adalah salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial berdasarkan nilai awal dan hasil perhitungannya

cukup efektif untuk menghampiri penyelesaian eksak. Diberikan persamaan diferensial dengan bentuk persamaan operator sebagai berikut.

$$Fy(x) = g(x) \tag{2.9}$$

Dimana F merupakan operator diferensial biasa tak linear yang memiliki bagian linear dan tak linear. Bagian linear dari F didekomposisikan menjadi L dan R dengan L merupakan operator linier yang mempunyai invers L^{-1} , R merupakan operator linier lainnya. Bagian tak linier dari F dimisalkan dengan N, sehingga persamaan (2.9) dapat ditulis menjadi

$$Ly(x) + Ry(x) + Ny(x) = g(x) \tag{2.10}$$

atau dalam bentuk

$$Ly(x) = g(x) - Ry(x) - Ny(x) \tag{2.11}$$

Sebagai gambaran pada persamaan diferensial biasa orde dua dapat diilustrasikan sebagai berikut. L dapat didefinisikan sebagai $L = \frac{d^2}{dx^2}(.)$ yang memiliki invers yaitu $L^{-1}(.) = \int_0^x \int_0^x (.)dtdt$, dengan (.) menyatakan suatu fungsi. Dengan mengoperasikan L^{-1} pada kedua ruas persamaan (2.11) maka diperoleh

$$L^{-1}Ly(x) = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x) \tag{2.12}$$

$$\int_0^x \int_0^x \frac{d^2}{dx^2} y(t)dtdt = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x)$$

$$\int_0^x \int_0^x y''^{(t)}dtdt = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x)$$

$$y(x) - y(0) - xy'(0) = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x)$$

sehingga diperoleh

$$y(x) = y(0) + xy'(0) + L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry(x) - L^{-1}Ny(x) \tag{2.13}$$

Dalam Metode Dekomposisi Adomian diasumsikan penyelesaian persamaan diferensial y dalam bentuk deret sebagai berikut

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n \tag{2.14}$$

Bagian tak linier $Ny(x)$ selanjutnya dimisalkan menjadi

$$Ny(x) = f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{2.15}$$

Dengan A_n merupakan Polinomial Adomian. A_n didefinisikan oleh

$$A_n = \sum_{k=1}^{n} c(k,n) f^k(y_0) \tag{2.16}$$

Dimana $f^k(y_0) = \frac{d^k(y_0)}{f(y_0)^k}$ dan $c(k,n)$ sebagai jumlah perkalian yang mungkin dari k komponen y dengan jumlah indeks sama dengan n dibagi dengan faktorial jumlah indeks yang angkanya berulang. Selanjutnya Persamaan (2.16) dapat ditulis menjadi

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n = y(0) + xy'(0) + L^{-1}g(x) - L^{-1}R\sum_{n=0}^{\infty} y_n - L^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} A_n \tag{2.17}$$

dengan menyamakan indeks dari kedua ruas persamaan (2.17) diperoleh relasi rekursi sebagai berikut

$$y_0 = y(0) + xy'(0) + L^{-1}g(x)$$

$$y_1 = -L^{-1}Ry_0 - L^{-1}A_0$$

.

.

.

$$y_{n+1} = -L^{-1}Ry_n - L^{-1}A_n \text{ untuk } n \geq 1.$$

Dengan demikian solusi hampiran dari masalah (2.13) adalah

$$Y_n = \sum_{k=0}^{n-1} y_k \, , n \geq 1$$

dengan

$$\lim_{n \to \infty} Y_n = y,$$

(Mirawati, dkk. 2015).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2021-2022 di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2. Metode Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini antara lain :

1. Mengumpulkan jurnal dan buku yang berhubungan dengan penelitian ini.
2. Mempelajari jurnal dan buku yang sudah dikumpulkan.
3. Mengkonstruksi langkah-langkah Metode Dekomposisi Adomian untuk masalah nilai awal persamaan diferensial parsial linier homogen dengan koefisien konstan.
4. Mengaplikasikan Metode Dekomposisi Adomian untuk kasus persamaan diferensial parsial linier homogen dengan bentuk $u_t - v_x + (u + v) = 0$. dan $v_t - u_x + (u + v) = 0$ dengan syarat awal $u(x, 0) = \sinh x$ dan $v(x, 0) = \cosh x$.

5. Dan yang terakhir, menarik kesimpulan apakah Metode Dekomposisi Adomian efektif untuk menghampiri solusi analitiknya.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan Metode dekomposisi adomian dapat digunakan menyelesaikan persamaan diferensial parsial linier homogen orde 1 terhadap kasus yang dibahas selain itu juga telah ditunjukan dengan menggunakan konsep induksi matematika peroleh bentuk umum dalam pembuktian suatu sistem persamaan diferensial parsial linier homogen orde 1 dengan menggunakan metode dekomposisi adomian. formula yang dikemukakan disini adalah benar menggunakan induksi matematika.

5.2. Saran

Adapun saran yang dapat diberikan adalah penelitian ini dapat dilanjutkan untuk penelitian selanjutnya pada persamaan diferensial parsial orde yang lain dan bentuk nonlinier

DAFTAR PUSTAKA

Anita. 2016. Metode Dekomposisi Adomian Untuk Menyelesaikan Persamaan Parabolik Konduksi Panas. Skripsi. Matematika UIN Alauddin Makasar. Makasar.

Anisatul, F. 2017. Aplikasi Metode Analisis Homotopi (Ham) Pada Sistem Persamaan Diferensial Parsial Homogen. Submitted pada prosiding Seminar Nasional Metode Kuantitatif:1-6. Lampung, 24-25 November 2017: Universitas Lampung.

Fadugba, S.E., Zelibe, S.C., dan Edogbanya, O.H. 2013. On the Adomian Dekomposition Method For the Solution of Second Order Ordinary Differential Equations. *International Journal of Mathematics and Statistics Studies.* Vol. 1(2) : 20-29.

Jati, B.M.E., dan Priyambodo, T.K. 2011. *Matematika untuk Ilmu Fisika dan Teknik.* Andi Offset, Yogyakarta.

Maria, F. 2017. Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Nonliniear Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian. Skripsi Matemaika Universias Sanata Dharma Yogyakarta. Yogyakarta.

Mirawati, Satyahadewi, N., dan Helmi. 2015. Penyelesaian Masalah Nilai Awal Persamaan Diferensial Biasa Orde Dua Menggunakan Modifikasi Metode Dekomposisi Adomian. *Buletin Ilmiah Ma, Stat, dan Terapannya (Bimaster),* Vol. 04(1) : 9-16.

Nuryadi. 2018. Persamaan Difirensial Elementer. Penebar Media Pustaka. Yogyakarta.

Triatmojo, B. 2002.*Metode Numerik dilengkapi dengan program computer*, Beta Offest, Yogyakarta.