PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL YANG MEMUAT *LOOP* SEBANYAK GANJIL

(Skripsi)

Oleh

RISKA PRADITA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

ABSTRACT

DETERMINING THE NUMBER OF CONNECTED VERTEX LABELLED GRAPH OF ORDER SIX WITHOUT PARALLEL EDGES CONTAINING ODD NUMBER OF LOOPS

By

RISKA PRADITA

A graph $G(V,E)$ is defined as a connected graph if there is at least one path that connects every pair of vertices in G. A loop is an edge whose starting and ending vertices are the same, while parallel edges are two or more edges which connects the same pair of vertices. In this study we will discuss the formula for counting the number of connected vertex labelled graph of order six without parallel edges containing odd number of loops.

Keywords : graph, graph connected, loop, parallel edges.

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL YANG MEMUAT *LOOP* SEBANYAK GANJIL

Oleh

RISKA PRADITA

Suatu graf $G(V, E)$ didefinisikan sebagai graf terhubung jika terdapat minimal satu *path* yang menghubungkan tiap pasangan titik pada graf G. *Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama. Pada penelitian ini akan dibahas rumus untuk menghitung banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel yang memuat *loop* sebanyak ganjil.

Kata kunci : graf, graf terhubung, *loop*, garis paralel.

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL YANG MEMUAT *LOOP* SEBANYAK GANJIL

Oleh

RISKA PRADITA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

Judul Skripsi	:	**PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL YANG MEMUAT *LOOP* SEBANYAK GANJIL**
Nama Mahasiswa	:	*Riska Pradita*
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**1817031022**
Jurusan	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**	....
Sekretaris	: **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS LAMPUNG FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **09 Juni 2022**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Riska Pradita
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1817031022
Jurusan	:	Matematika
Judul Skripsi	:	PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL YANG MEMUAT *LOOP* SEBANYAK GANJIL

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain dan semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudan hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 11 Juli 2022
Penulis

METERAI TEMPEL
0B104AJX925921026

Riska Pradita
NPM. 1817031022

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Tanggamus pada tanggal 06 Maret 2001 yang bernama Riska Pradita merupakan anak pertama dari dua bersaudara, dari pasangan Bapak Riwanyato dan Ibu Tri Astuti Ningsih. Penulis memiliki satu adik perempuan yang bernama Revania Pradita.

Penulis menyelesaikan Pendidikan Anak Usia Dini (PAUD) di PAUD Tegal Binangun Sumberejo Tanggamus pada tahun 2006, pendidikan Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 1 Tegal Binangun Sumberejo Tanggamus pada tahun 2012, pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) diselesaikan di SMPN 3 Pringsewu pada tahun 2015, pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 1 Pringsewu diselesaikan pada tahun 2018.

Pada tahun 2018 penulis terdaftar dan melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Program Studi S1 Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Selama menjadi mahasiswi penulis mengikuti organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila sebagai anggota bidang Keilmuan pada tahun 2019 dan 2020.

Pada tahun 2021, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 40 hari di Desa Air Bakoman Kecamatan Pulau Panggung Kabupaten Tanggamus. Pada tahun yang sama, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) selama 40 hari di Badan Pengelola Pajak dan Retribusi Daerah (BPPRD) Kota Bandar Lampung dan penulis mengikuti Program Kredensial Mikro Mahasiswa Indonesia (KMMI) di Institut Perguruan Bogor (IPB) secara penerapan belajar jarak jauh selama 3 bulan.

KATA INSPIRASI

" Jika Allah menolong kamu, maka tidak ada yang dapat mengalahkan kamu"
(Q.S. Ali Imran : 160)

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kadar kesanggupannya"
(Q.S. Al Baqarah : 286)

"Dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap"
(Q.S. Al-Insyirah : 8)

"Bahwasanya seorang manusia tiada memperoleh selain apa yang telah diusahakannya, Dan bahwa usahanya akan diperlihatkan nantinya"
(Q.S. An Najm : 39-40)

Hatiku tenang karena mengetahui bahwa apa yang telah melewatkanku tidak akan pernah menjadi takdirku, dan apa yang ditakdirkan untukku tidak akan pernah melewatkanku"
(Umar bin Khattab)

"Percaya dan yakin pada diri sendiri bahwa semua bisa dilalui dengan baik dengan usaha dan tentunya do'a"
(Penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil 'alamiin dengan penuh rasa syukur kepada Allah SWT atas segala nikmat dan hidayah-Nya, dan Nabi Muhammad SAW yang menjadi suri tauladan untuk kita semua. Penulis persembahkan sebuah karya sederhana ini untuk orang-orang yang selalu menyanyangi dan memberikan motivasi.

Dedi dan Mama tersayang, terima kasih telah membesarkan dan merawat dengan penuh rasa kasih sayang serta, pengorbanan, doa, dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis. Sehingga penulis dapat dipermudah dalam setiap langkah perjalanan dan semua hal yang dilakukan.

Adikku Reva dan seluruh keluarga besar, terima kasih untuk selalu membantu, dan mendoakan kesuksesan penulis.

Dosen pembimbing dan penguji, terima kasih atas ilmu dan pelajaran yang diberikan kepada penulis.

Sahabat, teman, dan abang yunda, terimakasih atas semangat, kebahagiaan dan dukungan serta doa yang telah diberikan kepada penulis.

Almamater kebanggaan Unila

SANWACANA

Alhamdulillahirabbil ‘alamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, karena memberi segala nikmat dan hidayah serta ridho-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Enam Tanpa Garis Paralel yang Memuat *Loop* Sebanyak Ganjil” yang menjadi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Matematika (S.Mat) pada program S1 Matematika Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Lampung.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyadari banyak pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Prof. Dra. Wamiliana, MA, Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, memberikan saran, serta pengarahan dalam proses penyelesaian skripsi ini.
2. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II, yang telah meluangkan waktu, memberikan kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini.
3. Ibu Dr. Fitriani, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Penguji, yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis dalam proses menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Drs. Nusyirwan,S.Si., M.Si. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan pengarahan dan bimbingan selama perkuliahan.
6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah memberikan ilmu dan segala bentuk bantuan kepada penulis selama perkuliahan.

8. Dedi dan Mama yang tak pernah henti mendoakan, memberi dukungan, kasih sayang, dan motivasi untuk selalu berjuang dalam setiap langkah penulis.
9. Adikku Reva yang selalu menyemangati dan mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Keluarga besar penulis yang selalu menyanyangi, mendoakan, dan mendukung untuk kesuksesan penulis.
11. Ajeng, Muhfida, Pia, Zamhara, Risa, Nadya, Istiqomah, Jani, Bang Desfan, dan seluruh mahasiswa jurusan Matematika angkatan 2018 yang telah membantu penulis serta berbagi kebahagian dan keceriaan di masa perkuliahan penulis.
12. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tak dapat disebutkan satu persatu atas peran dan dukungannya dalam menyelesaikan skripsi ini.

Bandar Lampung, Juni 2022
Penulis

Riska Pradita

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk mempermudah suatu pemecahan masalah. Teori graf merupakan ilmu yang mempelajari tentang objek – objek diskrit dan hubungan antara objek – objek tersebut, di mana titik mewakili objek dan garis atau sisi mewakili hubungan antar objek.

Konsep teori graf pertama kali diperkenalkan pada abad ke -18 atau tepatnya pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler. Leonhard Euler menawarkan solusi untuk masalah jembatan Konigsberg yang sangat terkenal di Eropa dengan memodelkan masalah tersebut ke dalam bentuk graf. Sungai Pregal di Kaliningrad, Rusia membagi kota menjadi empat daratan yang terpisah dan dihubungkan dengan tujuh jembatan. Permasalahannya adalah penduduk kota ingin melihat apakah mungkin melakukan perjalanan yang dimulai dari satu daratan dan melalui setiap jembatan tersebut hanya satu kali serta kembali ke tempat semula. Euler memecahkan masalah tersebut dengan merepresentasikan daratan sebagai titik dan jembatan dinyatakan sebagai garis atau sisi. Bentuk representasi model inilah yang digunakan sampai saat ini dan disebut sebagai teori graf.

Penerapan teori graf dalam kehidupan sehari-hari semakin meningkat, misalnya pada tahun 2019 penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana dkk. tentang penentuan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal sepuluh *loop* dan tanpa garis paralel.

Pada penelitian ini akan didiskusikan tentang penentuan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel yang memuat *loop* sebanyak ganjil, dalam hal ini *loop* sebanyak ganjil adalah banyaknya *loop* pada graf.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel yang memuat *loop* sebanyak ganjil.

1.3 Manfaat Penelitian

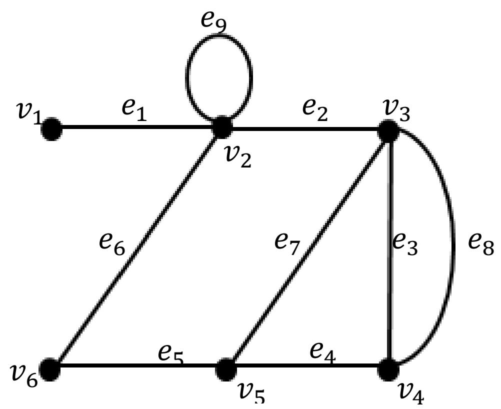
Manfaat yang didapatkan dari penelitian ini yaitu:

1. Memperluas pengetahuan pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf yaitu tentang graf terhubung.
2. Sebagai referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika khususnya di bidang teori graf.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Teori Graf

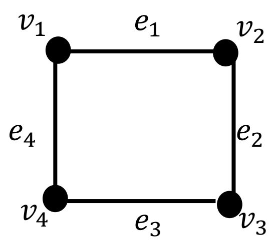
Definisi dan istilah – istilah yang digunakan pada subbab ini diambil dari Deo (1989). Graf $G = (V, E)$ didefinisikan sebagai pasangan terurut suatu himpunan dari objek $V = \{ v_1, v_2, ...\}$ yang disebut dengan *vertex* atau titik di mana $V \neq \emptyset$, dan himpunan lainnya $E = \{ e_1, e_2, ... \}$ merupakan pasangan tak terurut titik – titik di $V(G)$ yang disebut *edge* atau garis.



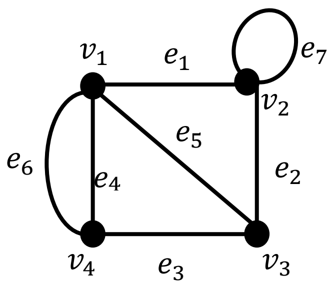
Gambar 2.1 Graf dengan enam titik dan sembilan garis

Dua titik v_i dan v_j dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika terdapat garis yang menghubungkan keduanya. Suatu garis e_i dikatakan menempel (*incident*) dengan titik v, jika titik v merupakan salah satu ujung dari garis e_i tersebut (Siang, 2006). Pada Gambar 2.1 titik v_1 bertetangga dengan titik v_2, namun titik v_1 tidak bertetangga dengan titik v_6 karena tidak ada garis yang menghubungkan kedua titik tersebut. Kemudian garis e_1 menempel pada titik v_1 dan v_2 .

Suatu graf dikatakan sederhana jika tidak terdapat *loop* atau garis paralel, apabila terdapat *loop* atau garis paralel maka disebut graf tak sederhana. *Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama. Graf pada Gambar 2.1 merupakan graf tak sederhana karena terdapat *loop* dan garis paralel yaitu garis e_9 yang merupakan *loop* sedangkan garis e_3 dan e_8 yang menghubungkan titik v_3 dan v_4 merupakan garis paralel.



(a)



(b)

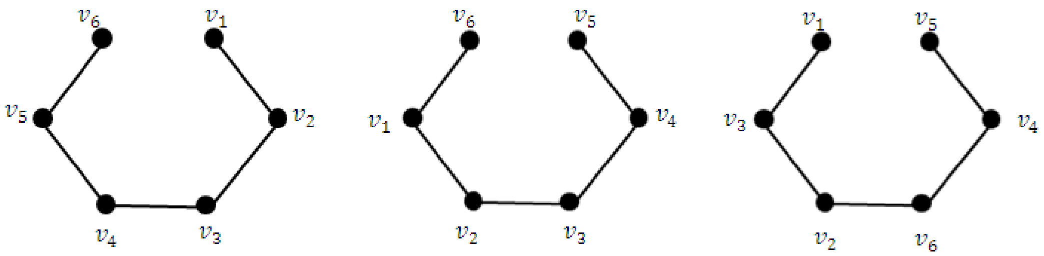
Gambar 2.2 (a) Graf sederhana (b) Graf tidak sederhana

Walk adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *closed walk*, sedangkan *path* adalah *walk* yang memiliki atau melewati titik yang berbeda – beda. *Path* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle*.

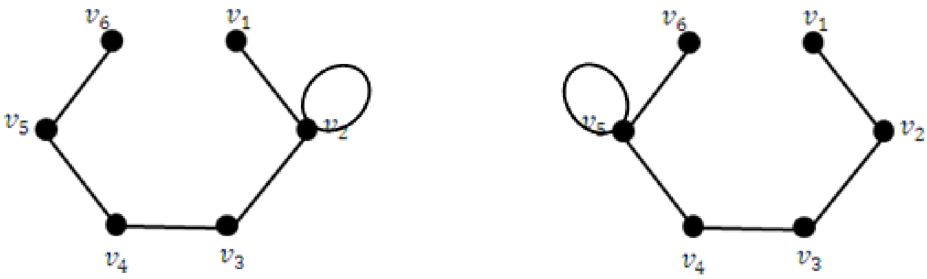
Graf pada Gambar 2.1, contoh *walk* adalah $(v_1, e_1, v_2, e_9, v_2, e_2, v_3, e_3, v_4)$. Contoh *closed walk* adalah $(v_2, e_9, v_2, e_2, v_3, e_7, v_5, e_5, v_6, e_6, v_2)$. Contoh *path* adalah $(v_2, e_2, v_3, e_7, v_5, e_5, v_6)$. Contoh *cycle* adalah $(v_2, e_2, v_3, e_7, v_5, e_5, v_6, e_6, v_2)$. Suatu graf G dikatakan graf terhubung jika terdapat *path* yang menghubungkan dua titik pada graf tersebut. Jika tidak ada *path* yang menghubungkannya, maka G dikatakan graf tak terhubung.

Derajat atau *degree* dari titik v_i adalah jumlah garis yang menempel atau *incident* pada titik v_i. Titik yang memiliki derajat nol adalah titik terasing sedangkan titik yang memiliki derajat satu disebut titik *pendant*. Derajat atau *degree* dari titik v pada graf *G* dinotasikan *d(v)*. Pada Gambar 2.1, $d(v_1) = 1, d(v_2) = 5, d(v_3) = 4, d(v_4) = 3, d(v_5) = 3,\ d(v_6) = 2$. Titik v_1 merupakan titik *pendant* karena berderajat satu.

Pelabelan pada graf dibagi menjadi tiga yaitu pelabelan titik, pelabelan garis, dan pelabelan titik dan garis atau pelabelan total. Graf berlabel titik adalah graf yang setiap titiknya diberi label atau nilai (Munir, 2005).



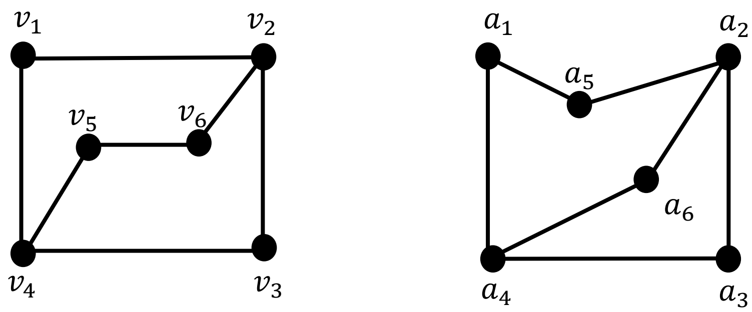
Gambar 2.3 Contoh graf berlabel titik berorde enam



Gambar 2.4 Contoh graf berlabel titik berorde enam dengan satu *loop*

Dua graf *G* dan *G'* dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi 1-1 (fungsi bijektif) antara titik pada kedua graf tersebut dan antara garis keduanya sehingga jika garis *e* bersisian dengan titik *u* dan *v* pada *G* maka garis *e*' pada *G'* juga bersisian dengan titik *u*' dan *v*'. Dua graf isomorfik harus memiliki:

1. Banyaknya titik yang sama.
2. Banyaknya garis yang sama.
3. Titik – titik yang berkorespondensi mempunyai derajat yang sama.



Gambar 2.5 Contoh graf yang saling isomorfik

Graf pada Gambar 2.3 merupakan graf yang saling isomorfik sebab

1. Banyaknya titik dan garis yang sama yaitu masing-masing adalah 6 dan 7.
2. Banyaknya derajat tiap titiknya sama yaitu 2 titik berderajat 3 dan 4 titik. Korespondensi satu-satu antara titik pada kedua graf yaitu:

   v_1 berkorespondensi dengan a_6

   v_2 berkorespondensi dengan a_2

   v_3 berkorespondensi dengan a_3

   v_4 berkorespondensi dengan a_4

   v_5 berkorespondensi dengan a_1

   v_6 berkorespondensi dengan a_5

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Adapun yang menjadi konsep dasar teknik pencacahan adalah sebagai berikut.

1. Faktorial

   Misalkan n adalah bilangan bulat positif. Besaran $n!$ (dibaca n faktorial didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara n sampai 1 dan dinotasikan sebagai

   $$n! = n(n-1)(n-2) \dots 1$$

   (Siang, 2006).

2. Permutasi

Permutasi r objek dari n objek adalah suatu urutan r objek yang diambil dari n objek yang berbeda. Secara umum, permutasi r objek dari n objek dapat dihitung dengan persamaan:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

(Siang, 2006).

3. Kombinasi

Kombinasi r objek dari n objek adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut r objek yang diambil dari n objek $n \geq r$. Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dinyatakan dalam persamaan:

$$C_r^n=\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

(Siang, 2006).

4. $Cramer's\ Rule$

Metode berikut memberikan rumus untuk solusi dari sistem linear tertentu dengan *n* persamaan dan *n* faktor yang tidak diketahui (Anton dan Rorres, 2005). Jika *Ax* = *b* adalah suatu sistem dari *n* persamaan linear dengan *n* faktor yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga det $(A) \neq 0$, maka maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1=\frac{\det(A_1)}{\det(A)}\,,x_2=\frac{\det(A_2)}{\det(A)}\,,\ldots\ldots,x_n=\frac{\det(A_n)}{\det(A)}\,,$$

dengan A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke-*j* dari *A* dengan entri-entri pada matriks $b=\begin{bmatrix} b_1\\ b_2\\ \cdots\\ b_n\end{bmatrix}$, dengan $j=1,2,\ldots,n$.

2.3 Konsep Dasar Barisan

Menurut Rosen (2012), barisan didefinisikan suatu fungsi yang semua domainnya merupakan bilangan bulat positif. Secara umum barisan direpresentasikan sebagai berikut:

$$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_{m+n}.$$

Barisan yang sering digunakan adalah barisan aritmatika dan barisan geometri. Barisan aritmatika merupakan barisan yang berbentuk $a, a+d, a+2d, \dots, a+nd, \dots$ dengan a dan d adalah bilangan riil, dengan d merupakan beda, sedangkan barisan geometri memiliki pola $a, ar, ar^2, \dots, ar^n$ dengan a dan r adalah bilangan riil dengan r merupakan rasio atau beda (Rosen, 2012).

Barisan aritmatika tingkat ke-p adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama setiap suku berurutannya setelah p tingkatan. Tingkatan pada barisan aritmatika akan menghasilkan persamaan dengan pangkat tertingginya adalah p. Orde merupakan pangkat tertinggi dari suatu persamaan tersebut.

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya. Bentuk umum persamaan polinomial pada deret aritmatika orde ke-p adalah

$$P_p(m) = a_p m^p + a_{p-1} m^{p-1} + a_{p-2} m^{p-2} + \cdots + a_2 m^2 + a_1 m + a_0,$$

dengan koefisien tertentu $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{p-1}, a_p, a_{p+1}$. Polinom ini memiliki derajat sebesar p, jika koefisien penentunya $a_1 \neq 0$ (Conte dan deBoor, 1980).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian – Penelitian yang Telah Dilakukan Berkaitan dengan Perhitungan Graf

Berikut ini merupakan beberapa penelitian sebelumnya yang telah dilakukan dalam perhitungan graf terhubung dan tak terhubung.

a) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana dkk. (2016) tentang graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 5$ dan $m \geq 1$ dapat dirumuskan secara umum, yaitu:

$$N({G'}_{5,m}) = N({G'}_{5,m}) + \sum_{g=1}^{6} N({G'}_{5,m,g})$$

$$= \binom{m+4}{4} + N({G'}_{5,m,1}) + N({G'}_{5,m,2}) + N({G'}_{5,m,3})$$
$$+ N({G'}_{5,m,4}) + N({G'}_{5,m,5}) + N({G'}_{5,m,6}) +$$

$$= \binom{m+4}{4} + 10 \times \binom{m+3}{4} + 45 \times \binom{m+2}{4} + 120 \times \binom{m+1}{4} +$$
$$85 \times \binom{m}{4} + 30 \times \binom{m-1}{4} + 5 \times \binom{m-2}{4}$$

dengan:

$N({G'}_{5,m})$ = jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m \geq 1$.

b) Penelitian yang dilakukan oleh Amanto dkk. (2017) tentang banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat dengan hasil sebagai berikut:

$$N({G'}_{4,m,g_i}) = N({G'}_{4,m,g_0}) + N({G'}_{4,m,g_1}) + N({G'}_{4,m,g_2}) + N({G'}_{4,m,g_3})$$

$$N({G'}_{4,m,g_i}) = \binom{m+3}{3} + \frac{3}{2} m \binom{m+3}{3} + 15 \binom{m+3}{5} + 4 \binom{m+3}{6}$$

dengan:

$n =$ banyaknya titik;

$m =$ banyaknya garis;

$g_i =$ banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu; $i = 0,1,2,3$;

G'_{n,m,g_i}= graf tak terhubung berlabel dengan garis paralel atau *loop* dengan n titik, m garis , dan g_i banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu.

c) Penelitian yang dilakukan oleh Wamiliana dkk. (2019) tentang banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam dengan maksimal sepuluh *loop* dan tanpa garis paralel dirumuskan sebagai berikut:

$$N(G(\ell)_{6,m}) = \sum_{t=5}^{15} N(G(\ell)_{6,m,t})$$

$$= N(G(\ell)_{6,m,5}) + N(G(\ell)_{6,m,6}) + N(G(\ell)_{6,m,7}) + N(G(\ell)_{6,m,8}) + N(G(\ell)_{6,m,9}) + N(G(\ell)_{6,m,10}) + N(G(\ell)_{6,m,11}) + N(G(\ell)_{6,m,12}) + N(G(\ell)_{6,m,13}) + N(G(\ell)_{6,m,14}) + N(G(\ell)_{6,m,15})$$

$$= 1296\binom{m}{5} + 1980\binom{m-1}{5} + 3330\binom{m-2}{5} + 4620\binom{m-3}{5} + 6660\binom{m-4}{5} + 2640\binom{m-5}{5} + 1155\binom{m-6}{5} + 420\binom{m-7}{5} + 150\binom{m-8}{5} + 15\binom{m-9}{5} + \binom{m-10}{5}$$

dengan:

$m =$ banyaknya garis;

$t =$ banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda;
$t \leq m$;

$N(G(\ell)_{6,m}) =$ banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde enam tanpa garis paralel dengan m garis dan maksimal sepuluh *loop*.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2021/2022 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah – langkah yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi pustaka yang berhubungan dengan graf.
2. Melakukan observasi dengan menggambar graf terhubung tanpa garis paralel berorde enam yang memuat *loop* sebanyak ganjil, jika diberikan $n = 6$ dan $m \geq 6$ dalam hal ini $m \geq 6$ karena graf memuat *loop* minimal satu.
3. Mengelompokan graf terhubung untuk n, t, m, dan *loop* ganjil yang sama.
4. Melakukan perhitungan jumlah graf terhubung untuk setiap n, t, m, dan *loop* sebanyak ganjil yang terbentuk.
5. Menentukan pola yang terbentuk dari banyaknya graf yang dapat dibentuk dari n, t, m, dan *loop* sebanyak ganjil.
6. Menentukan rumus secara umum untuk menghitung jumlah graf terhubung berlabel titik tanpa garis paralel berorde enam dengan *loop* sebanyak ganjil di setiap titik untuk n titik, m garis dan t garis yang menghubungkan pasangan titik berbeda.
7. Membuktikan rumus yang terbentuk.
8. Menarik kesimpulan.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Diberikan $n = 6$, t adalah garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda, dengan $N(G_{6,m,t})_{l_o}$ adalah banyaknya graf terhubung berorde enam tanpa garis paralel berlabel titik yang memuat *loop* sebanyak ganjil adalah:

1. $N(G_{6,m,5})_{l_o} = 1296 \times C_5^m$ untuk $m \geq 6$.
2. $N(G_{6,m,6})_{l_o} = 1980 \times C_5^{m-1}$ untuk $m \geq 7$.
3. $N(G_{6,m,7})_{l_o} = 3330 \times C_5^{m-2}$ untuk $m \geq 8$.
4. $N(G_{6,m,8})_{l_o} = 4620 \times C_5^{m-3}$ untuk $m \geq 9$.
5. $N(G_{6,m,9})_{l_o} = 6660 \times C_5^{m-4}$ untuk $m \geq 10$.
6. $N(G_{6,m,10})_{l_o} = 2550 \times C_5^{m-5}$ untuk $m \geq 11$.
7. $N(G_{6,m,11})_{l_o} = 1155 \times C_5^{m-6}$ untuk $m \geq 12$.
8. $N(G_{6,m,12})_{l_o} = 420 \times C_5^{m-7}$ untuk $m \geq 13$.
9. $N(G_{6,m,13})_{l_o} = 150 \times C_5^{m-8}$ untuk $m \geq 14$.

dengan:

$N(G_{6,m,t})_{l_o} =$ banyaknya graf terhubung berorde 6 dengan m adalah garis yang diberikan dan t adalah banyaknya garis yang menghubungkan pasangan titik yang berbeda, dan tidak memuat garis paralel serta memuat *loop* sebanyak ganjil.

5.2 Saran

Penelitian dapat dilanjutkan untuk menentukan rumus umum jumlah graf terhubung berlabel titik berorde lebih besar dari enam tanpa garis paralel yang memuat *loop* sebanyak ganjil.

DAFTAR PUSTAKA

Amanto, Wamiliana, Usman M., dan Sari R.P., 2017.Counting the Number of Disconnected Vertex Laeblled Graph with Order Maksimal Four. *Science International*, Vol.29, No.6, Hal. 1181-1186.

Anton, H.and Rorres C. 2005. *Aljabar Linier Elementer edisi 8.*Erlangga, Jakarta.

Conte, S.D. and Carl de Boor. 1980. *Elementary Numerical Analysis: an Algorithmic Approach, Third Edition*. Mc Graw-Hill, Auckland.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science.* Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi.

Munir,R. 2005. *Matematika Diskrit*. Edisi Ketiga. Inormatika Bandung, Bandung.

Rosen, K.H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Applications, Seventh Edition*.McGraw-Hill, New York. USA.

Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada ilmu Komputer*.Andi Offset. Yogyakarta.

Wamiliana, Amanto, dan Grita T.N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol.1, No.1, eISSN. Page 4-7.

Wamiliana, Amanto, Usman M., Ansori M., dan Puri F.C.,2019.Enumerating The Number Of Connected Vertices Labeled Graph Of Order Six With Maximum Ten Loops And Containing No Parallel Edges. *Science and Technology Indonesia.* Vol.5 No. 4 Hal 131-135.