PEMODELAN LOG LINEAR EMPAT DIMENSI
(STUDI KASUS: HUBUNGAN ANTARA JENIS KELAMIN, USIA, PEKERJAAN, DAN TINGKAT DOSIS VAKSINASI COVID-19)

(Skripsi)

Oleh

AULIA PUTRI ARIQA
NPM. 1817031079

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

ABSTRACT

FOUR-DIMENSIONAL LOG-LINEAR MODEL ANALYSIS (CASE STUDY: INTERRELATION BETWEEN SEX, AGE, PROFESSION, AND COVID-19 VACCINATION DOSE LEVEL)

By

Aulia Putri Ariqa

Indonesia is one of the countries experiencing the COVID-19 pandemic with a relatively fast transmission rate. To prevent the transmission of COVID-19, the government of Republic Indonesia has carried out various means, such as vaccination. The vaccination is expected to successfully reduce the distribution rate of COVID-19 in Indonesia. A log-linear model analysis can be used to categorical data in cases of COVID-19 transmission affected by the vaccination. Based on data obtained from the Bandar Lampung City Health Office for 5.818 people vaccinated against COVID-19 at the Kampung Sawah Health Center, Tanjung Karang Timur, the analysis model carried out in this study involved four variables. Each variable is categorized into several categories according to predetermined criteria, namely Gender with two categories (Male and Female), Age with three (18 – 30, 31 – 45, and 46 – 60), Profession with two categories (Medical Workers and Public Workers), and COVID-19 Vaccination Dose Level (Dose 1, Dose 2, and Dose 3). This study aims to determine the best model using a log-linear analysis that explains the relationship among the four categories. The results obtained are the best model for the data involved in the [JUP][PD] structure. This structure describes an interaction between three factors: Gender, Age, and Profession, and one interaction between two factors: Profession and COVID-19 Vaccination Dose Level.

Keywords**:** *Log-Linear Models, Categorical Data, Interactions, COVID-19, and Vaccination*

ABSTRAK

PEMODELAN LOG LINEAR EMPAT DIMENSI (STUDI KASUS: HUBUNGAN ANTARA JENIS KELAMIN, USIA, PEKERJAAN, DAN TINGKAT DOSIS VAKSINASI COVID-19)

Oleh

Aulia Putri Ariqa

Indonesia merupakan salah satu negara yang mengalami pandemi COVID-19 dengan tingkat penularan yang relatif cepat. Untuk mencegah penyebaran COVID-19, pemerintah Republik Indonesia telah melakukan berbagai cara, seperti vaksinasi. Vaksinasi ini diharapkan berhasil menekan angka penyebaran COVID-19 di Indonesia. Analisis model log-linear dapat digunakan untuk mengkategorikan data kasus penularan COVID-19 yang terkena dampak vaksinasi. Berdasarkan data yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Bandar Lampung terhadap 5.818 orang yang divaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Sawah, Tanjung Karang Timur, model analisis yang dilakukan dalam penelitian ini melibatkan empat variabel. Masing-masing variabel dikategorikan ke dalam beberapa kategori sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan, yaitu Jenis Kelamin dengan dua kategori (Laki-laki dan Perempuan), Usia dengan tiga (18 – 30, 31 – 45, dan 46 – 60), Pekerjaan dengan dua kategori (Sumber Daya Manusia Kesehatan dan Petugas Umum), dan Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19 (Dosis 1, Dosis 2, dan Dosis 3). Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model terbaik dengan menggunakan analisis log-linear yang menjelaskan hubungan antara keempat kategori tersebut. Hasil yang diperoleh adalah model terbaik untuk data yang terlibat dalam struktur *[JUP][PD]*. Struktur ini menggambarkan interaksi antara tiga faktor: Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan, dan satu interaksi antara dua faktor: Pekerjaan dan Tingkat Dosis Vaksin COVID-19.

Kata Kunci: Model Log-Linear, Data Kategorik, Interaksi, COVID-19, dan Vaksinasi

PEMODELAN LOG LINEAR EMPAT DIMENSI
(STUDI KASUS: HUBUNGAN ANTARA JENIS KELAMIN, USIA, PEKERJAAN, DAN TINGKAT DOSIS VAKSINASI COVID-19)

Oleh

Aulia Putri Ariqa

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2022

Judul Skripsi : **Pemodelan Log-Linear Empat Dimensi (Studi Kasus: Hubungan antara Jenis Kelamin, Usia, Pekerjaan, dan Tingkat Dosis Vaksinasi Covid-19)**

Nama Mahasiswa : *Aulia Putri Ariqa*

Nomor Pokok Mahasiswa : **1817031079**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.	**Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.**
NIP 19570101 198404 1 001	NIP 19690213 199402 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

Dipindai dengan CamScanner

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Drs. Eri Setiawan, M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, M.T.
NIP 19740705 200003 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **01 Juli 2022**

Dipindai dengan CamScanner

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Aulia Putri Ariqa
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1817031079
Jurusan	: Matematika
Judul Skripsi	: **Pemodelan Log-Linear Empat Dimensi (Studi Kasus: Hubungan antara Jenis Kelamin, Usia, Pekerjaan, dan Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19)**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 1 Juli 2022
Penulis,

Aulia Putri Ariqa

Dipindai dengan CamScanner

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Aulia Putri Ariqa, dilahirkan di Kota Bandar Lampung, Provinsi Lampung pada tanggal 04 Agustus 2001. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara yang lahir dari pasangan Bapak Abdullah dan Ibu Masyani.

Penulis menyelesaikan pendidikan di TK Yustikarini pada tahun 2007. Kemudian menempuh pendidikan dasar di SD Al-Kautsar pada tahun 2007-2013 dan melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 2 Bandar Lampung pada tahun 2013-2016. Kemudian menempuh pendidikan di SMA Negeri 9 Bandar Lampung pada tahun 2016 dan lulus pada tahun 2018.

Pada tahun 2018 penulis diterima sebagai mahasiswa S1 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur penerimaan Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama menempuh pendidikan, penulis menyelesaikan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di PT Telkom Witel Lampung. Tidak hanya itu, sebagai bentuk pengabdian dan penerapan ilmu-ilmu yang telah diperoleh dalam dunia perkuliahan, penulis melaksanakan program Kuliah Kerja Nyata (KKN) Universitas Lampung tahun 2021 di Kelurahan Susunan Baru, Kecamatan Tanjung Karang Barat, Kota Bandar Lampung. Dalam bidang organisasi penulis terdaftar sebagai Anggota Biro Kesekretariatan Himpunan Mahasiswa Jurusan Metematika (HIMATIKA) FMIPA Universitas Lampung periode 2020.

KATA INSPIRASI

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain, dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap.”
(Q.S. Al-Insyirah : 6 -8)

“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Dia mendapat (pahala) dari (kebajikan) yang dikerjakannya dan dia mendapat (siksa) dari (kejahatan) yang diperbuatnya.”
(Q.S. Al-Baqarah : 286

“Tak perlu khawatir akan bagaimana alur cerita pada jalan ini, perankan saja, Tuhan ialah sebaik-baiknya sturadara."
(Unknown)

“Bangun kesuksesan dari kegagalan. Keputusasaan dan kegagalan adalah dua batu loncatan yang paling baik menuju kesuksesan."
(Dale Carnegie)

PERSEMBAHAN

Dengan Penuh Rasa Syukur Kepada Allah Subhanahu Wa Ta'ala,
kupersembahkan karya sederhana ini kepada:

Ayah, Ibu, dan Kakak Tercinta

Yang telah mencurahkan semua pengorbanan, doa, kasih sayang, dan dukungan tiada henti. Terima kasih sudah menjadi rumah dan tempat berpulang dari segala keluh kesah akan hal-hal pelik yang datang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Yang senantiasa telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan ilmu yang berharga kepada penulis.

Sahabat-Sahabatku

Yang selalu memberikan semangat, dukungan, dan doa serta selalu membantu penulis selama masa perkuliahan

Almamater Tercinta Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah serta karunia-Nya kepada penulis sehingga skripsi dengan judul "**Pemodelan Log-Linear Empat Dimensi (Studi Kasus: Hubungan antara Jenis Kelamin, Usia, Pekerjaan, dan Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19)**" dapat terselesaikan dengan baik.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari dukungan, bimbingan, saran, serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I yang telah membimbing penulis, menyumbangkan ilmu, memberikan motivasi dan arahan, serta kesediaan waktu yang telah diberikan.
2. Bapak Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II membimbing penulis, memberikan motivasi dan arahan, serta kesediaan waktu yang telah diberikan.
3. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si. selaku Dosen Pembahas yang telah mengoreksi kekurangan, memberikan saran dan masukan yang membangun dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan dan bimbingan dari awal perkuliahan sampai menyelesaikan tugas akhir.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Dr. Eng. Suripto Dwi Yuwono, S.Si., M.T. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmu dan bantuan yang berguna bagi penulis.
8. Orang tua, kakak, dan seluruh keluarga yang selalu menjadi semangat tersendiri bagi penulis dan tiada henti memberi dukungan, kasih sayang, motivasi, serta doa kepada penulis.
9. Irfan, Kintan, Ranti, Sherlina, dan Intan yang siap mendengarkan keluh kesah, memberi semangat dan keceriaan, serta selalu membantu penulis dalam hal apapun.
10. Teman-teman seperbimbingan sebagai tempat saling bertukar pikiran, memberikan saran, dan saling menyemangati selama proses penyelesaian skripsi.
11. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2018 atas kebersamaannya.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan baik isi maupun susunannya. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun agar dapat menjadi bahan perbaikan untuk kedepannya.

Bandar Lampung, 1 Juli 2022
Penulis,

Aulia Putri Ariqa

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL xv

DAFTAR GAMBAR xvi

I. PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian 3
1.3 Manfaat Penelitian 4

II. TINJAUAN PUSTAKA 5

2.1 Peubah Kategorik 5
2.2 Peluang Bersyarat dan Independensi 6
2.3 Peubah Acak dan Nilai Harapan 7
2.4 Distribusi Binomial 8
2.5 Distribusi Multinomial 9
2.6 Distribusi *Poisson* 10
2.7 Metode *Maximum Likelihood* 11
2.8 Model Log-Linear 12
2.9 Dimensi 12
2.10 Model Log Linear Empat Dimensi 13
2.11 Estimasi Frekuensi Harapan 16
2.12 Uji *Goodness of Fit* 17
2.13 Pemilihan Model Terbaik 19
2.14 Interaksi antar Peubah 20

III. METODOLOGI PENELITIAN 21

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 21
3.2 Data Penelitian 21
3.3 Metode Penelitian 22

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN 25

4.1 Statistika Deskriptif 25
4.2 Fungsi *Likelihood* 30
4.3 Estimasi Frekuensi Harapan 31
4.4 Uji *Goodness of Fit* 33

4.5 Menentukan Nilai AIC 37
4.6 Menentukan Model Terbaik 38
4.7 Melihat Interaksi antar Faktor pada Model Terbaik 40
4.7.1 Interaksi antara Faktor Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan 41
4.7.2 Interaksi antara Faktor Pekerjaan dan Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19 42

V. KESIMPULAN DAN SARAN 43

5.1 Kesimpulan 43
5.2 Saran 43

DAFTAR PUSTAKA 45

LAMPIRAN 47

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Model Log Linear Empat Dimensi yang Mungkin Terbentuk..... 14

2. Estimasi Frekuensi Harapan..... 17

3. Nilai Derajat Bebas untuk Model Log-Linear Empat Dimensi 18

4. Ukuran Sampel dan Proporsi Berdasarkan Jenis Kelamin..... 25

5. Ukuran Sampel dan Proporsi Berasarkan Usia 26

6. Ukuran Sampel dan Proporsi Berdasarkan Pekerjaan..... 26

7. Ukuran Sampel dan Proporsi Berdasarkan Tingkat Dosis Vaksinasi 26

8. Fungsi Likelihood 30

9. Estimasi Frekuensi Harapan..... 31

10. Uji Goodness of Fit pada Model Log Linear Empat Dimensi 33

11. Nilai AIC untuk Model Signifikan..... 37

12. Maximum Likelihood Analysis of Variance untuk Model Terbaik..... 38

13. Nilai Observasi dan Estimasi untuk Model Terbaik 39

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Diagram Alir Tahapan Analisis Model Log Linear Empat Dimensi 24

2. Grafik Data Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan Masyarakat yang Sudah Vaksinasi Dosis Ketiga 27

3. Grafik Data Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan Masyarakat yang Sudah Vaksinasi Dosis Kedua 28

4. Grafik Data Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan Masyarakat yang Sudah Vaksinasi Dosis Pertama..... 29

5. Interaksi antara Jenis Kelamin, Usia, dan Pekerjaan 41

6. Interaksi antara Pekerjaan dan Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19 42

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada masa kini seluruh dunia termasuk negara Indonesia masih berupaya melawan dan mencegah merebaknya wabah yang berasal dari Kota Wuhan, Provinsi Hubei China *yaitu Corona Virus Disease 2019* (COVID-19). *World Health Organization* (WHO) mengumumkan pertama kali penyebaran COVID-19 di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020 yaitu sebanyak dua kasus. COVID-19 sendiri merupakan sindrom pernapasan akut yang disebabkan oleh *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (SARS CoV-2) (*World Health Organization*, 2020). Menurut Levani, Prastya, & Mawaddatunnadila (2021), gejala umum di awal penyakit adalah demam (83-98%), kelelahan atau myalgia, batuk kering (76-82%) dan sesak napas (31-55%). Infeksi virus tersebut dapat terjadi melalui penderita Covid-19 dimana virus ini menyebar melalui tetesan kecil (*droplet*) dari hidung atau mulut akibat batuk dan bersin. Virus ini juga dapat menular melalui kontak langsung dengan benda-benda yang sudah terpapar virus. Penyebaran virus yang sangat cepat menyebakan peningkatan kasus positif COVID-19 dari hari ke hari yang sulit dikendalikan. Per tanggal 19 Januari 2022 tercatat di Indonesia terdapat 4.275.528 kasus positif dan juga dilaporkan sebanyak 4.120.540 kasus sembuh serta 114.192 kasus dinyatakan meninggal (PHEOC Kementerian Kesehatan RI, 2022). Peningkatan jumlah kasus COVID-19 terjadi dalam waktu singkat sehingga membutuhkan penanganan segera.

Berbagai regulasi telah diterapkan pemerintah untuk mencegah perluasan penyebaran COVID-19. Vaksinasi menjadi salah satu dari sekian banyak program yang dicanangkan pemerintah. Pada tanggal 6 Oktober 2020, Presiden menandatangani dan mengeluarkan Peraturan Presiden (Perpres) tentang pengadaan vaksin dan pelaksanaan program vaksinasi untuk menanggulangi pandemi COVID-19. Tidak hanya sampai disitu, pemerintah juga terus mengakselerasi vaksinasi untuk tercapainya *herd immunity* serta menekan laju penyebaran COVID-19 dan angka kematian. Namun pada pelaksanaannya vaksinasi COVID-19 menuai banyak pro dan kontra. Petravic Luka, *et al.* (2021) dalam penelitiannya menunjukkan hasil bahwa di Slovenia responden laki-laki dan responden dengan usia lebih dari 55 tahun lebih bersedia untuk divaksin. Penelitian lainnya dilakukan oleh Ichsan (2021) yang mengatakan bahwa kesediaan masyarakat Sulawesi Tengah dalam menerima vaksinasi dipengaruhi oleh umur dan pekerjaan. Sedangkan berdasarkan survei yang dilakukan Lembaga Survei Indonesia (2021) secara nasional disebutkan bahwa ditinjau dari faktor jenis kelamin dan usia terdapat perbedaan tingkat kepercayaan masyarakat bahwa vaksin mampu mencegah penularan COVID-19. Penelitian terdahulu mengenai pengaruh beberapa faktor terhadap kesediaan dan kepercayaan melakukan vaksinasi menjadi acuan untuk meneliti faktor-faktor berpengaruh terhadap pelaksanaan vaksinasi yang terus terakselerasi.

Penggunaan data yang dikategorisasi menjadi satu atau lebih kategori seringkali ditemuka pada banyak penelitian. Sebagai contoh salah satu faktor yang mempengaruhi kesediaan masyarakat untuk melakukan vaksinasi adalah jenis kelamin yang dapat dikelompokkan menjadi laki-laki dan perempuan. Data seperti ini dikatakan sebagai data kategorik. Penyajian data kategori agar lebih mudah dianalisis dan sistematis dapat disusun dalam tabel klasifikasi silang atau tabel kontingensi. Tabel kontingensi merupakan tabel yang merangkum frekuensi bersama dari observasi pada setiap kategori peubah dan digunakan untuk mengukur hubungan (asosiasi) antara dua peubah kategori. Banyaknya peubah yang berpengaruh terhadap suatu kasus disebut dimensi. Tabel kontingensi terus meningkat mulai dari dua dimensi menjadi tiga dimensi, tiga dimensi menjadi

empat dimensi dan seterusnya. Dimensi terbagi menjadi dari yang paling sederhana yaitu dimensi satu, sampai paling rumit yaitu multidimensi yang terdiri dari tiga atau lebih peubah (Christensen, 1990).

Data-data kategori tersebut dianalisis dengan menggunakan metode analisis data kategori. Terdapat banyak metode yang dapat digunakan untuk menganalisis data kategori salah satunya yaitu dengan menggunakan model log-linear. Menurut Agresti (1990), model-log linear digunakan untuk menganalisis hubungan antara peubah respon yang bersifat kategori dengan mengambil logaritma dari sel frekuensi dalam tabel kontingensi. Model log-linear merupakan pengembangan dari analisis tabel kontingensi dua dimensi dimana peubah respon dan prediktor tidak dibedakan (Nugraha, 2014). Dengan menggunakan model log-linear dapat diketahui peubah-peubah yang saling berhubungan diantara semua peubah yang diamati.

Pada penelitian ini akan dilakukan analisis model log-linear empat dimensi untuk mengetahui hubungan antara empat peubah yang diamati yaitu jenis kelamin, usia, pekerjaan, dan tingkat dosis vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Sawah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung dimana masing-masing peubah dikategorikan menjadi beberapa kategori sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan model terbaik dari rata-rata tingkat dosis vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Swah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung berdasarkan jenis kelamin, usia, dan pekerjaan dengan menggunakan model log-linear empat dimensi serta mengetahui hubungan antara keempat peubah.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui prosedur analisis menggunakan model log-linear empat dimensi.
2. Mampu menentukan model terbaik dari rata-rata tingkat dosis vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Sawah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung berdasarkan jenis kelamin, usia, dan pekerjaan dengan menggunakan model log-linear empat dimensi.
3. Mampu mengetahui apakah terdapat hubungan antara peubah jenis kelamin, usia, pekerjaan, dan tingkat dosis vaksinasi COVID-19.
4. Sebagai sarana pengaplikasian ilmu yang telah diperoleh dalam kehidupan sehari-hari.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Peubah Kategorik

Peubah kategorik adalah peubah yang skala pengukurannya terdiri dari serangkaian kategori yang non-numerik. Terdapat dua macam peubah kategori yaitu nominal dan ordinal. Peubah nominal terdiri atas sekumpulan kategori yang tidak berurutan. Menurut Velleman dan Wilkinson (1993) peubah nominal tidak memerlukan penetapan nilai numerik, melainkan hanya sebagai pengidentifikasi untuk klasifikasi kualitatif atau kategorisasi. Peubah nominal mengklasifikasikan objek ke dalam peubah yang dapat dibedakan berdasarkan karakteristiknya namun tidak dapat diukur seperti jenis kelamin (laki-laki atau perempuan). Jumlah kemunculan dalam setiap kategori disebut sebagai frekuensi untuk kategori tersebut. Sedangkan peubah ordinal terdiri dari kategori yang berurutan. Peubah ordinal diberi peringkat yang menunjukkan karakteristik tertentu. Peubah ordinal umumnya menunjukkan bahwa beberapa objek lebih baik dibandingkan yang lainnya namun tidak dapat diukur seberapa lebih baik karena tidak mempunyai interval yang tetap antar kategori (Lawal, 2003).

Metode statistik yang diterapkan pada peubah nominal juga dapat diterapkan untuk peubah ordinal namun tidak berlaku sebaliknya. Ketika objek diklasifikasikan secara bersamaan oleh dua atau lebih atribut, hasil klasifikasi silang tersebut dapat dengan diatur sebagai tabel hitungan yang dikenal sebagai tabel kontingensi. Pola hubungan antara peubah pengklasifikasi dapat diukur

dengan menghitung ukuran hubungan tertentu atau dengan membentuk model log linier yang sesuai (Lawal, 2003).

2.2 Peluang Bersyarat dan Independensi

Peluang merupakan suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat terjadi suatu peristiwa yang acak. Dengan kata lain peluang adalah kemungkinan suatu peristiwa terjadi. Peluang dapat dibedakan menjadi dua yaitu peluang tunggal dan peluang bersyarat. Peluang tunggal adalah kemungkinan terjadinya suatu kejadian secara independen. Secara umum, peluang dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{(jumlah\ kejadian\ A)}{(jumlah\ data)} \tag{2.1}$$

dimana $P(A)$ adalah peluang atau probabilitas kejadian A. Nilai peluang suatu kejadian berada diantara satu dan nol. Nilai peluang satu menunjukkan bahwa kejadian pasti terjadi atau sesuatu yang telah terjadi sedangkan suatu kejadian dengan nilai peluang nol adalah kejadian yang mustahil atau tidak mungkin terjadi (Christensen, 1990).

Peluang marginal dan peluang bersyarat juga memiliki peran penting dalam analisis model log-linear. Peluang bersyarat adalah kemungkinan terjadinya suatu kejadian jika kejadian lain terjadi. Misalkan sebuah peristiwa B memiliki peluang $P(B) > 0$, peluang kondisional dari A jika B terjadi adalah:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \tag{2.2}$$

dimana terdapat hubungan bersyarat antara peristiwa A dan peristiwa B yaitu peristiwa A terjadi dengan didahului terjadinya peristiwa B. Dua peristiwa dikatakan mempunyai hubungan bersyarat jika peristiwa yang satu menjadi syarat terjadinya peristiwa yang lain. Jika terjadinya atau tidak terjadinya peristiwa B

tidak mempengaruhi terjadinya peristiwa A maka A dan B disebut peristiwa saling bebas atau independen. Kedua peristiwa tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut (Christensen, 1990):

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \tag{2.3}$$

2.3 Peubah Acak dan Nilai Harapan

Menurut Christensen (1990), peubah acak adalah suatu fungsi yang memetakan ruang kejadian (daerah fungsi) ke ruang bilangan real (wilayah fungsi). Peubah acak diskrit adalah peubah acak yang dibangkitkan dari ruang sampel diskrit dan himpunan kemungkinan hasilnya dapat dihitung. Distribusi peubah acak diskrit adalah daftar dari nilai yang mungkin untuk peubah acak beserta probabilitas bahwa nilai-nilai tersebut akan terjadi. Nilai harapan suatu peubah acak adalah nilai tengah dari suatu peubah acak yaitu komposit dari nilai-nilainya yang terboboti oleh peluangnya. Jika peubah acak y berdistribusi diskrit, maka nilai harapan adalah:

$$E(y) = \sum_{all\, x} x \cdot P(y = x) \tag{2.4}$$

Varians adalah ukuran yang menggambarkan seberapa menyebar suatu distribusi dari nilai yang diharapkan. Jika $E(y) = \mu$, maka varians dari y adalah:

$$Var(y) = \sum_{all\, x} (x - \mu)^2 P(y = x) \tag{2.5}$$

Sedangkan standar deviasi dari y dirumuskan sebagai berikut:

$$Std.dev(y) = \sqrt{var(y)} \tag{2.6}$$

Standar deviasi dan varians berguna sebagai ukuran relatif penyebaran peubah acak yang berbeda. Distribusi normal yang umum digunakan dikarakterisasi oleh nilai harapan dan varians. Sedangkan kovarian adalah ukuran hubungan linear

antara dua peubah acak. Misalkan y_1 dan y_2 adalah peubah acak, $E(y_1) = \mu_1$ serta $E(y_2) = \mu_2$ maka kovarian antara y_1 dan y_2 adalah:

$$Cov(y_1, y_2) = \sum_{all\,(r,s)} (r - \mu_1)\,(s - \mu_2) P(y_1 = r, y_2 = s) \tag{2.7}$$

Nilai numerik dari kovarians dapat diubah menjadi koefisien korelasi yaitu:

$$Corr(y_1, y_2) = \frac{Cov(y_1, y_2)}{\sqrt{var(y_1) var(y_2)}} \tag{2.8}$$

Hubungan linear positif sempurna ditunjukkan dengan nilai satu sedangkan hubungan linear negatif sempurna ditunjukkan dengan nilai negatif satu. Nilai nol menunjukkan bahwa tidak ada hubungan linear antara kedua peubah acak.

2.4 Distribusi Binomial

Distribusi peluang binomial adalah distribusi yang mempunyai dua macam kejadian yang berkomplemen seperti gagal atau sukses, ya atau tidak, berhasil atau tidak berhasil. Percobaan dalam distribusi ini dilakukan secara berulang-ulang sebanyak n kali dan setiap pengulangan bebas terhadap pengulangan berikutnya dengan peluang sukses p untuk setiap percobaan dan $1 - p$ untuk peluang gagal, percobaan ini bersifat independent. Probabilitas distribusi binomial dengan parameter (n, p) dapat ditentukan menggunakan persamaan (Lucia, 2003):

$$P(X = x) = p^x (1 - p)^{n-x} \tag{2.9}$$

dimana koefisien binomial merupakan kombinasi yang diperoleh dengan persamaan:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n - x)!} \tag{2.10}$$

dengan

$0 \leq p \leq 1$ (nilai p antara 0 sampai 1)

$P(X = x)$ = probabilitas kejadian x terjadi

p = probabilitas sukses

n = jumlah pengulangan

x = jumlah sukses dalam n kali pengulangan

$\binom{n}{x}$ = koefisien binomial

dan fungsi distribusi komulatif pada distribusi binomial dapat diperoleh dengan persamaan:

$$P(X) = \sum_{k=0}^{x} \binom{n}{k} p^k (1-p)^k \,; x = 1,2, \dots, n \tag{2.11}$$

2.5 Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial digunakan untuk penentuan probabilitas hasil yang dikategorikan ke dalam lebih dari dua kelompok. Percobaan binomial menjadi percobaan multinomial bila tiap usaha dapat memberikan lebih dari dua hasil yang mungkin. Umumnya, bila suatu usaha dapat menghasilkan k hasil yang mungkin $E_1, E_2, \dots, E_k$ dengan peluang $p_1, p_2, \dots, p_k$ maka distribusi multinomial akan memberikan probabilitas bahwa E_1 terjadi sebanyak x_1 kali, probabilitas E_2 terjadi x_2 kali, sampai probabilitas E_k terjadi sebanyak x_k kali dalam n usaha bebas dengan $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$.

Bila dari suatu percobaan diperoleh k macam hasil $E_1, E_2, \dots, E_k$ dengan probabilitas $p_1, p_2, \dots, p_k$ maka distribusi probabilitas dari suatu peubah acak $X_1, X_2, \dots, X_k$ yang menyatakan banyak terjadinya $E_1, E_2, \dots, E_k$ dalam n kali percobaan adalah:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k; p_1, p_2, \dots, p_k) = \binom{n}{x_1, x_2, \dots, x_k} p_1^{x_1}, p_2^{x_2}, \dots, p_k^{x_k} \tag{2.12}$$

dengan $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$ dan $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$. Adapun nilai harapan atau ekspektasi dan variansi untuk distribusi multinomial adalah (Walpole & Myers, 1995):

$$E(X_i) = np_i \tag{2.13}$$

dan

$$Var(X_i) = np_i(1 - p_1) \text{ untuk } i = 1,2, \dots, k. \tag{2.14}$$

2.6 Distribusi *Poisson*

Distribusi *Poisson* menggambarkan peluang pada peristiwa acak yang akan terjadi pada jeda (interval) waktu atau ruang dengan kondisi peluang sangat kecil, meskipun jumlah percobaan yang dilakukan besar tetapi hasilnya tidak berarti. Adapun proses dari distribusi *Poisson* yaitu (Sumargo, 1984):

1. Percobaan *Bernoulli* menghasilkan peubah acak x yang bernilai numerik, yaitu jumlah sukses yang terjadi.
2. Jika pengamatan dilakukan pada suatu rentang interval waktu, maka dapat diamati bahwa peubah acak x adalah terjadinya sukses selama waktu tertentu.
3. Jika perhatian ditujukan pada kejadian sukses yang muncul pada suatu rentang yang kecil, maka terjadi sebuah proses *Poisson*.

Pendekatan peluang *Poisson* untuk peluang Binomial dilakukan untuk mendekatkan peluang dari kelas sukses (x) dari n percobaan Binomial dalam situasi di mana sampel sangat besar $(n > 20)$ dan peluang kelas sukses sangat kecil $(p < 0.05)$. Rumus pendekatan peluang *Poisson* untuk Binomial adalah (Walpole & Myers, 2003):

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \tag{2.15}$$

dengan

$e \approx 2{,}71828$

$\lambda =$ rata-rata keberhasilan (np)

$x =$ banyaknya unsur berhasil dalam sampel

$p =$ probabilitas kelas sukses

2.7 Metode *Maximum Likelihood*

Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ disebut peubah acak berukuran n dari suatu distribusi dengan fungsi kepadatan peluang $f(x;\theta)$, yang bergantung pada $\theta \in \Omega$, Ω disebut semesta dari parameter. Karena $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan sampel acak, fungsi kepadatan peluang bersama dari $x_1, x_2, \dots, x_n$ dapat dinyatakan sebagai berikut (Hogg, 1995):

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1;\theta) f(x_2;\theta) \dots f(x_n;\theta) \tag{2.16}$$

fungsi kepadatan peluang bersama dari $x_1, x_2, \dots, x_n$ mengandung parameter θ, sehingga persamaan (2.16) dapat dituliskan sebagai suatu fungsi dari θ, disebut $L(\theta)$.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1;\theta) f(x_2;\theta) \dots f(x_n;\theta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \end{aligned} \tag{2.17}$$

dimana $L(\theta)$ disebut fungsi *likelihood*.

Akan dicari θ yang memaksimumkan $L(\theta)$. Untuk mempermudah perhitungan dalam mencari nilai θ, $L(\theta)$ dapat dimodifikasi ke dalam bentuk log, karena nilai θ yang memaksimumkan log $L(\theta)$ sama dengan nilai θ yang memaksimumkan log $L(\theta)$. Sehingga persamaan (2.17) dimodifikasi menjadi:

$$\begin{aligned} \log L(\theta) &= Log\left[\prod_{i=1}^{n} f(x_1;\theta)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{n} log\, f(x_1;\theta) \end{aligned} \tag{2.18}$$

Nilai θ yang memaksimumkan log $L(\theta)$, diperoleh dengan mendifferensialkan log $L(\theta)$ terhadap θ dan menyamakannya dengan 0, dan memastikan bahwa *differensial* keduanya kurang dari 0.

$$\frac{dlogL(\theta)}{d\theta} = 0 \tag{2.19}$$

$$\frac{d^2logL(\theta)}{d\theta^2} < 0 \tag{2.20}$$

nilai $\theta = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang memaksimumkan log $L(\theta)$ disebut sebagai taksiran *maximum likelihood* dari θ dan dinotasikan dengan θ (Ilmma, 2009).

2.8 Model Log-Linear

Menurut Nugraha (2014), model log-linear adalah pengembangan dari analisis tabel kontingensi dua dimensi dimana peubah respon dan prediktor tidak dibedakan. Hubungan antara peubah respon yang bersifat kategori yang membentuk tabel kontingensi dianalisis dengan menggunakan model loglinear dengan mengambil logaritma dari sel frekuensi dalam tabel kontingensi (Agresti, 1990). Model log-linear tidak hanya dapat digunakan untuk menganalisis hubungan diantara dua peubah kategori, tetapi juga dapat digunakan untuk menganalisis tabel kontingensi multivariat yang terdiri atas tiga atau lebih peubah. Model log-linear yang melibatkan semakin banyak peubah akan menjadi lebih rumit (Christensen, 1990).

2.9 Dimensi

Dimensi menunjukkan kelompok-kelompok yang berbeda. Dimensi adalah sejumlah komponen dalam variabel yang satu sama lain saling terkait dan membentuk serta menjadi bagian dari satu kesatuan utuh dari suatu variabel. Dimensi terukur dalam bentuk skala seperti skala nominal, skala ordinal, skala interval, dan skala rasio (Suryana, 2010).

2.10 Model Log Linear Empat Dimensi

Model log linear empat dimensi merupakan perluasan dari model log linear trivariat sehingga model log linear empat dimensi termasuk model log linear berdimensi tinggi. Model log linear empat dimensi melibatkan empat peubah kategori, misalnya peubah *J*, *U*, *P*, dan *D* dimana peubah *J* terdiri dari *i* kategori, peubah *U* terdiri dari *j* kategoti, peubah *P* terdiri dari *k* kategori, dan peubah *D* terdiri dari *l* kategori dengan total pengamatan sebanyak *n* dan pengamatan untuk sel (*i*, *j*, *k*, *l*) dengan n_{ijkl} sedangkan nilai ekspektasi untuk sel (*i*, *j*, *k*, *l*) dinotasikan dengan m_{ijkl}.

a. Model Independensi

   Model independensi merupakan model yang paling sederhana untuk tabel kontingensi empat dimensi yaitu model log-linear dengan empat peubah yang saling independen atau *mutual independence* disimbolkan dengan *(J*, *U*, *P*, dan *D*) dan mempunyai persamaan (Budiyono, Wahyuningsih, & Purnamasari, 2015):

$$\log m_{ijkl} = \mu + \lambda_i^J + \lambda_j^U + \lambda_k^P + \lambda_l^D \qquad (2.21)$$

b. Model Lengkap

   Peubah yang secara statistika dependen biasanya memiliki model log-linier yang lebih kompleks. Model yang memuat interaksi keempat peubahnya merupakan model lengkap (*saturated model*). Model lengkap log-linear empat dimensi *(J*, *U*, *P*, dan *D)* mempunyai persaman (Simonoff, 2003):

$$\log m_{ijkl} = \mu + \lambda_i^J + \lambda_j^U + \lambda_k^P + \lambda_l^D + \lambda_{ij}^{JU} + \lambda_{ik}^{JP} + \lambda_{il}^{JD} + \lambda_{jk}^{UP} + \lambda_{jl}^{UD} + \lambda_{kl}^{PD} + \lambda_{ijk}^{JUP} + \lambda_{ijl}^{JUD} + \lambda_{ikl}^{JPD} + \lambda_{jkl}^{UPD} + \lambda_{ijkl}^{JUPD} \qquad (2.22)$$

   dimana

   m_{ijkl}= frekuensi harapan dalam sel-*ijkl*

   μ = parameter rata-rata keseluruhan

   λ_i^J = efek utama peubah *J* atau pengaruh faktor *J* kategori-*i*

   λ_j^U = efek utama peubah *U* atau pengaruh faktor *U* kategori-*j*

   λ_k^P = efek utama peubah *P* atau pengaruh faktor *P* kategori-*k*

λ_l^D = efek utama peubah *D* atau pengaruh faktor *D* kategori-*l*

λ_{ij}^{JU} = efek interaksi peubah *J* dan *U* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ij*

λ_{ik}^{JP} = efek interaksi peubah *J* dan *P* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ik*

λ_{il}^{JD} = efek interaksi peubah *J* dan *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*il*

λ_{jk}^{UP} = efek interaksi peubah *U* dan *P* atau pengaruh faktor interaksi sel-*jk*

λ_{jl}^{UD} = efek interaksi peubah *U* dan *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*jl*

λ_{kl}^{PD} = efek interaksi peubah *P* dan *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*kl*

λ_{ijk}^{JUP} = efek interaksi peubah *J*, *U*, *P* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ijk*

λ_{ijl}^{JUD} = efek interaksi peubah *J*, *U*, *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ijl*

λ_{ikl}^{JPD} = efek interaksi peubah *J*, *P*, *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ikl*

λ_{jkl}^{UPD} = efek interaksi peubah *U*, *P*, *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*jkl*

λ_{ijkl}^{JUPD} = efek interaksi peubah *J*, *U*, *P* dan *D* atau pengaruh faktor interaksi sel-*ijkl*

Ada beberapa model yang mungkin terbentuk dalam model log-linear empat dimensi. Model yang mungkin terbentuk adalah sebagai berikut.

Tabel 1. Model Log Linear Empat Dimensi yang Mungkin Terbentuk

No	Model Log Linear yang Mungkin	Model yang Setipe
1	Tidak memuat interaksi *(J,U,P,D)*	-
2	Memuat 1 interaksi 2 faktor *(JU,P,D)*	*(JP,U,D), (JD,U,P), (UP,J,D), (UD,J,P), (PD,J,U)*
3	Memuat 2 interaksi 2 faktor *(JU,PD)*	*(JP,UD), (JD,UP)*
4	Memuat 2 interaksi 2 faktor *(JU,JP,D)*	*(JU,JD,P), (JU,UP,D), (JU,UD,P), (JP,JD,U), (JP,UP,D), (JP,PD,U), (JD,UD,P), (JD,PD,U), (UP,UD,J), (UP,PD,J), (UD,PD,J)*
5	Memuat 3 interaksi 2 faktor *(JU,JP,JD)*	*(JU,UP,UD), (JP,UP,PD), (JD,UD,PD)*

Tabel 1. (lanjutan)

6	Memuat 3 interaksi 2 faktor *(JU,JP,UD)*	*(JU,JP,PD), (JU,JD,UP), (JU,JD,PD), (JU,UP,PD), (JU,UD,PD), (JP,JD,UP), (JP,JD,UD), (JP,UP,UD), (JP,UD,PD), (JD,UP,UD), (JD,UP,PD)*
7	Memuat 3 interaksi 2 faktor *(JU,JP,UP,D)*	*(JU,JD,UD,P), (JP,JD,PD,U), (UP,UD,PD,J)*
8	Memuat 4 interaksi 2 faktor *(JU,JP,UP,PD)*	*(JU,JP,JD,UD), (JU,JP,JD,PD), (JU,JP,UP,UD), (JU,JP,JD,UP) , (JU,JP,UD,PD), (JU,JD,UP,UD), (JU,JD,UP,PD), (JU,JD,UD,PD), (JU,UP,UD,PD), (JP,JD,UP,UD), (JP,JD,UP,PD), (JP,JD,UD,PD), (JP,UP,UD,PD), (JD,UP,UD,PD)*
9	Memuat 5 interaksi 2 faktor *(JU,JP,JD,UP,UD)*	*(JU,JP,JD,UP,PD), (JU,JP,JD,UD,PD), (JU,JP,UP,UD,PD), (JU,JD,UP,UD,PD), (JP,JD,JP,UD,PD)*
10	Memuat 6 interaksi 2 faktor *(JU,JP,JD,UP,UD,PD)*	-
11	Memuat 1 interaksi 3 faktor *(JUP,D)*	*(JUD,P), (JPD,U), (UPD,J)*
12	Memuat 2 interaksi 3 faktor *(JUP,JUD)*	*(JUP,JPD), (JUP,UPD), (JUD,JPD), (JUD,UPD), (JPD,UPD)*
13	Memuat 3 interaksi 3 faktor *(JUP,JUD,JPD)*	*(JUP,JUD,UPD), (JUD,JPD,UPD), (JUP,JPD,UPD)*
14	Memuat 4 interaksi 3 faktor *(JUP,JUD,JPD,UPD)*	-
15	Memuat 1 interaksi 3 faktor *(JUP,JD)*	*(JUP,UD), (JUP,PD), (JUD,JP), (JUD,UP), (JUD,PD), (JPD,JU), (JPD,UP), (JPD,UD), (UPD,JU),(UPD,JP), (UPD,JD)*
16	Memuat 2 interaksi 3 faktor *(JUP,JUD,PD)*	*(JUP,JPD,UD), (JUP, UPD,JD), (JUD,JPD,UP), (JUD,UPD,JP), (JPD,UPD,JU)*
17	Memuat 1 interaksi 3 faktor *(JUP,JD,UD,PD)*	*(JUD,JP,UP,PD), (JPD,JU,UP,UD), (UPD,JU,JP,JD)*
18	Memuat 1 interaksi 3 faktor *(JUP,UP,PD)*	*(JUD,UP,PD), (JPD,UP,UD), (UPD,JP,JD), (UPD,JU,JP), (UPD,JU,JD), (JPD,JU,UP), (JPD,JU,UD), (JUD,JP,UP), (JUD,JP,PD), (JUP,JD,UD),(JUP,JD,PD)*
19	Memuat 1 interaksi 4 faktor *(JUPD)*	-

2.11 Estimasi Frekuensi Harapan

Menurut Agresti (2002), estimasi frekuensi harapan merupakan perkiraan yang terjadi dari nilai masing-masing kategori pada setiap peubahnya. Pada model log linear empat dimensi estimasi frekuensi harapan dicari dengan menggunakan metode *maximum likelihood*. Fungsi kepadatan peluang untuk data observasi peubah A, B, C, dan D yang berdistribusi *poisson* dinotasikan dengan n_{ijkl} dan nilai harapan yang dinotasikan dengan m_{ijkl} adalah sebagai berikut.

$$\mathrm{f}\left(n_{ijkl}; m_{ijkl}\right) = \frac{e^{-m_{ijkl}} {m_{ijkl}}^{n_{ijkl}}}{n_{ijkl}!} \tag{2.23}$$

Sedangkan fungsi *likelihood* adalah:

$$l(m) = \prod_{i=1}^{I} \prod_{j=1}^{J} \prod_{k=1}^{K} \prod_{l=1}^{L} \frac{e^{-m_{ijkl}} {m_{ijkl}}^{n_{ijkl}}}{n_{ijkl}!} \tag{2.24}$$

Sehingga log *likelihood* adalah:

$$L(m) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} n_{ijkl} \log\{m_{ijkl}\} - \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} m_{ijkl} - \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} \log\{n_{ijkl}!\} \tag{2.25}$$

Fungsi *likelihood* yang digunakan adalah fungsi yang hanya memuat parameter model. Bagian yang tidak memuat parameter model dianggap konstan. Fungsi log *likelihood* pada persamaan (2.25) menjadi:

$$L(m) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} n_{ijkl} \log\{m_{ijkl}\} - \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} m_{ijkl} \tag{2.26}$$

Untuk memperoleh estimator untuk setiap parameter maka $L(m)$ diturunkan terhadap parameter-parameter model yang masing-masing disamakan dengan nol. Estimasi frekuensi harapan setiap model log-linear empat dimensi adalah sebagai berikut (Agresti, 2002):

Tabel 2. Estimasi Frekuensi Harapan

No	Simbol Tipe Model	Estimasi Frekuensi Harapan
1	*(J,U,P,D)*	$\frac{n_{i+++}n_{+j++}n_{++k+}n_{+++l}}{n^3}$
2	*(JU,P,D)*	$\frac{n_{ij++}n_{++k+}n_{+++l}}{n^2}$
3	*(JU,PD)*	$\frac{n_{ij++}n_{++kl}}{n}$
4	*(JU,JP,D)*	$\frac{n_{ij++}n_{i+k+}n_{+++l}}{n_{i+++}n}$
5	*(JU,JP,JD)*	$\frac{n_{ij++}n_{i+k+}n_{i++l}}{(n_{i+++})^2}$
6	*(JU,JP,UD)*	$\frac{n_{ij++}n_{i+k+}n_{+j+l}}{n_{i+++}n_{+j++}}$
7	*(JUP,D)*	$\frac{n_{ijk+}n_{+++l}}{n}$
8	*(JUP,JUD)*	$\frac{n_{ijk+}n_{ij+l}}{n_{ij++}}$
9	*(JUP,JD)*	$\frac{n_{ijk+}n_{i++l}}{n_{i+++}}$

dimana

n_{i+++} = jumlah nilai observasi dari ketegorik ke-*i* peubah *J*

n_{+j++} = jumlah nilai observasi dari ketegorik ke-*j* peubah *U*

n_{++k+} = jumlah nilai observasi dari ketegorik ke-*k* peubah *P*

n_{+++l} = jumlah nilai observasi dari ketegorik ke-*l* peubah *D*

n_{++++} = jumlah nilai dari seluruh kategorik dan seluruh peubah

2.12 Uji *Goodness of Fit*

Uji *Goodness of Fit* dapat dilakukan dengan menggunakan dua statistik uji yaitu statistik *Chi-Square* atau *Likelihood Ratio Square*. Statistik *Chi-Square* digunakan untuk mengetahui apakah terdapat hubungan yang signifikan antar peubah yang

diukur. Selain itu, statistik *Chi-Square* juga digunakan untuk menguji hipotesis bahwa populasi frekuensi yang diharapkan memenuhi model tertentu yaitu dengan menggunakan *Likelihood Ratio Test* (G^2) atau uji *Pearson Chi-Square* (X^2) (Agresti, 1990).

Hipotesis: H_0 : model sesuai (n_{ijkl} mendekati $\widehat{m}_{ijkl}$)

H_1 : model tidak sesuai (n_{ijkl} tidak mendekati $\widehat{m}_{ijkl}$)

Nilai *Likelihood Ratio Test* (G^2) atau uji *Pearson Chi-Square* (X^2) dapat diperoleh melalui perhitungan sebagai berikut:

$$\textit{Likelihood Ratio Test } (G^2) = 2\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L} n_{ijkl} \log\left(\frac{n_{ijkl}}{\widehat{m}_{ijkl}}\right) \qquad (2.27)$$

$$\textit{Pearson Chi-Square } (X^2) = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L} \frac{\left(n_{ijkl}-\widehat{m}_{ijkl}\right)^2}{\widehat{m}_{ijkl}} \qquad (2.28)$$

Dengan kriteria penolakan yaitu jika $G^2 > X^2{}_{(\alpha,df)}$ atau $X_0{}^2 > X^2{}_{(\alpha,df)}$ atau nilai signifikansi $< \alpha$ maka tolak H_0. Derajat bebas (*db*) untuk tabel kontingensi dua dimensi dapat diperoleh dengan $db = (i-1)(j-1)$ sehingga nilai derajat bebas untuk model log linear empat dimensi adalah sebagai berikut.

Tabel 3. Nilai Derajat Bebas untuk Model Log-Linear Empat Dimensi

Simbol Model Log Linear	Derajat Bebas
(J,U,P,D)	*IJKL – I – J – K – L + 3*
(JU,P,D)	*IJKL – IJ – K – L + 2*
(JU,PD)	*(IJ – 1)(KL – 1)*
(JU,JP,D)	*IJKL-IJ – IK – L+I+1*
(JU,JP,JD)	*IJKL – IJ – IK – JL+2I*
(JU,JP,UD)	*IJKL – IJ – IK – JL+I+J*
(JU,JP,UP,D)	*IJKL – IJ – IK – JK – L+I+J+K*
(JU,JP,UP,PD)	*IJKL – IJ-IK-JK – KL+I+J+2K – 1*
(JU,JP,JD,UP,UD)	*IJKL – IJ – IK – IL – JK – JL+21+2J+K+L – 2*
(JU,JP,JD,UP,UD,PD)	*IJKL – IJ – IK – IL – JK – JL – KL+2I+2J+2K +2L – 3*
(JUP,D)	*(IJK – 1)(L – 1)*
(JUP,JUD)	*IJ(K – 1)(L – 1)*
(JUP,JUD,JPD)	*IJKL – IJK – IJL – IKL + 2I + J + K + L – 3*

Tabel 3. (lanjutan)

(JUP,JUD,JPD,UPD)	*IJKL – IJK – IJL – IKL – JKL + 2I + 2J + 2K + 2L –5*
(JUP,JD)	*I(JK-1)(L-1)*
(JUP,JUD,PD)	*IJKL – IJK – IJL – KL + I + J + K + L – 2*
(JUP,JD,UD,PD)	*IJKL – IJK – IL – JL – KL+I+J+K+2L – 2*
(JUP,UD,PD)	*IJKL – IJK – JL – KL+J+K+L – 1*
(JUPD)	*0*

2.13 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model log-linear yang cocok dilakukan secara bertahap. Semua model log-linear empat dimensi yang terbentuk akan dipilih melalui uji *Goodness of Fit* dimana model yang tidak signifikan dihilangkan. Setelah model yang signifikan diperoleh, dilakukan perhitungan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC). Nilai AIC merupakan salah satu cara untuk menyeleksi model terbaik. Akaike (1973) mengusulkan kriteria informasi yang terkandung dalam model statistik dan menganjurkan untuk memilih model yang memaksimalkan informasi. Pada model log-linier jumlah AIC dapat dimaksimalkan dengan memilih model yang mempunyai nilai AIC terkecil (Christensen, 1990). Nilai AIC dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut:

$$A_X = G^2(X) - 2d \qquad (2.29)$$

dimana $G^2(X)$ adalah *likelihood ratio test* untuk model X dan d adalah derajat bebas untuk model tersebut.

2.14 Interaksi antar Peubah

Interaksi adalah pengaruh suatu peubah yang bergantung pada paubah lainnya. interaksi menunjukkan pola tiap faktor yang diuji berbeda. Jika garis pada kategori yang dijadikan pembanding tidak paralel atau jika adanya persilangan garis pada grafik maka dapat disimpulkan bahwa terdapat interaksi (Field, 2009).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2021/2022 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Bandar Lampung. Terdapat empat peubah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu jenis kelamin, usia, pekerjaan, dan tingkat dosis vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Sawah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung. Setiap peubah dikategorikan menjadi beberapa kategori sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan. Adapun pengkategorian masing-masing peubah adalah sebagai berikut:

1. Jenis Kelamin

   Pengkategorian untuk peubah jenis kelamin pada penelitian ini dibedakan menjadi dua kategori yaitu laki-laki dan perempuan.

2. Usia

   Usia 18 – 60 tahun tergolong kelompok usia produktif dalam bekerja. Pasal 68 UU No. 13 Tahun 2003 menyebutkan bahwa 18 tahun adalah usia minimum yang dipebolehkan pemerintah untuk bekerja. Sedangkan usia 60

tahun ke atas sudah memasuki lanjut usia dan masa pensiun dalam pekerjaan. Oleh karena itu, peubah usia dikategorikan menjadi tiga kategori yaitu sebagai berikut:

Usia
18 – 30 tahun
31 – 45 tahun
46 – 59 tahun

3. Pekerjaan

   Menurut *Roadmap WHO Strategic Advisory Group of Experts on Immunization* (SAGE), terdapat dua jenis kelompok pekerja yang tergolong dalam daftar prioritas vaksinasi yaitu petugas kesehatan yang berisiko sangat tinggi untuk terinfeksi dan menularkan SARS-CoV-2 lalu diikuti oleh kelompok sosial/pekerjaan yang berisiko tinggi tertular dan menularkan infeksi karena tidak dapat melakukan jaga jarak secara efektif (petugas publik). Oleh karena itu, peubah pekerjaan dikategorikan menjadi dua yaitu SDM Kesehatan dan Petugas Publik.

4. Tingkat Dosis Vaksinasi COVID-19

   Pemerintah terus mengakselerasi vaksinasi untuk tercapainya *herd immunity* serta menekan laju penyebaran COVID-19 dan angka kematian. Mulai dari vaksinasi dosis pertama, dosis kedua, sampai pada tanggal 12 Januari 2022 pemberian vaksin dosis ketiga sudah mulai diberlakukan. Oleh karena itu, peubah tingkat dosis vaksinasi COVID-19 dikategorikan menjadi tiga yaitu masyarakat yang sudah melakukan vaksinasi dosis pertama, dosis kedua dan dosis ketiga.

3.3 Metode Penelitian

Data pada penelitian ini diolah dengan bantuan *software* SAS dengan tahapan analisis yang digunakan adalah sebagai berikut:

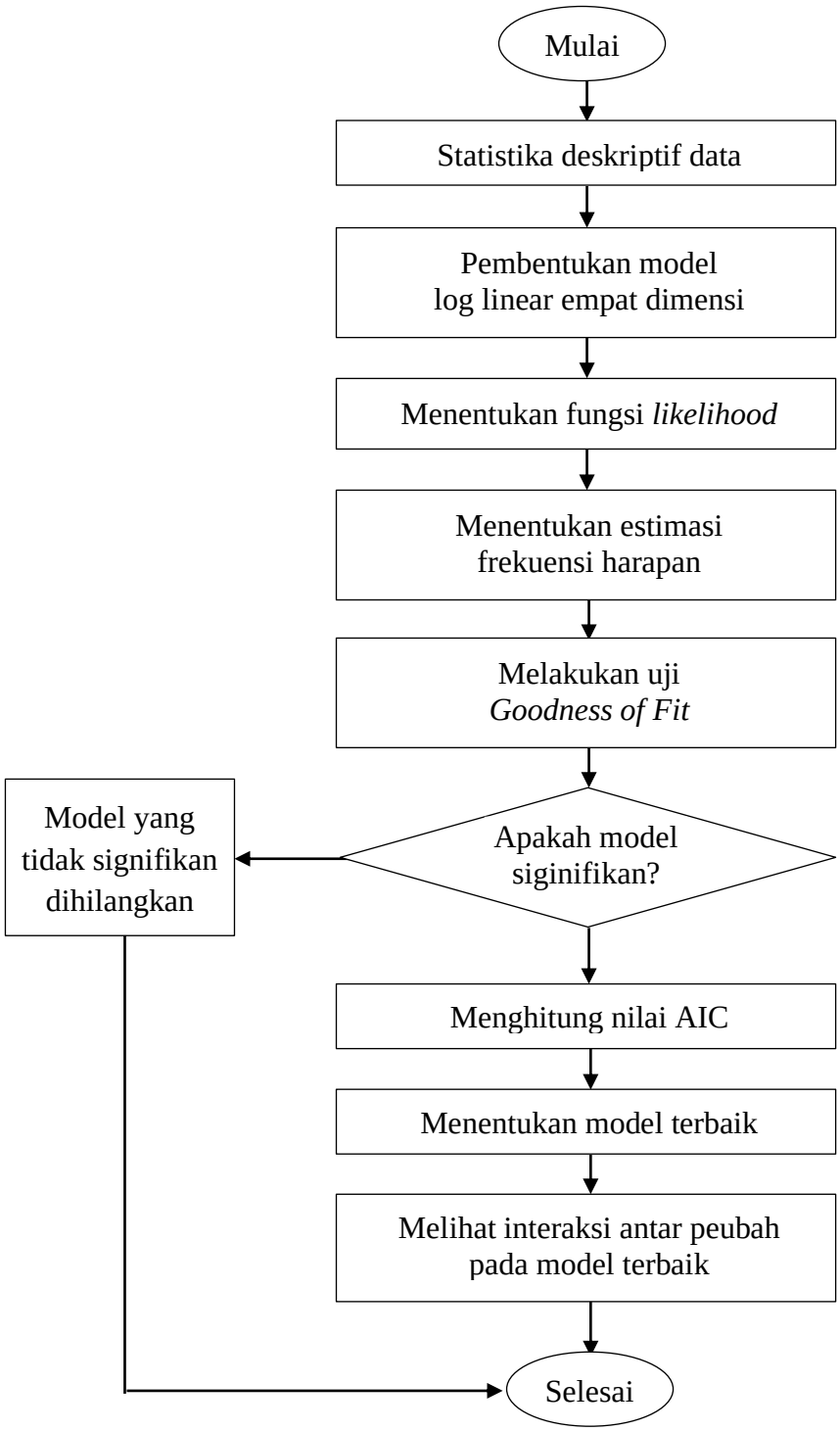
1. Menganalisis karakteristik kasus menggunakan statistika deskriptif.
2. Membentuk model log-linier empat dimensi terbaik dengan langkah-langkah:
   a. Menjabarkan kemungkinan model-model yang terbentuk dengan empat

peubah dimulai dari model yang paling sederhana sampai model terlengkap.

b. Menentukan fungsi *likelihood.*
c. Menentukan nilai frekuensi harapan untuk setiap sel pada masing-masing tipe model yang mungkin.
d. Melakukan uji *goodness of fit* atau uji signifikasi model untuk melihat model yang dapat dipakai atau model yang cocok.
e. Menghitung nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) pada setiap model.
f. Memilih model terbaik dengan melihat nilai AIC terkecil dari setiap model yang cocok.

3. Melihat interaksi antar peubah/faktor pada model log linear terbaik.

Berikut adalah diagram alir tahapan analisis model log linear empat dimensi:



Gambar 1. Diagram Alir Tahapan Analisis Model Log Linear Empat Dimensi

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pengolahan data dan pembahasan yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya menggunakan data sekunder vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung Sawah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung berdasarkan jenis kelamin, usia, pekerjaan, dan tingkat dosis vaksinasi, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Dengan menggunakan analisis model log linear empat dimensi diperoleh model tebaik yaitu model *[JUP][PD]*.
2. Persamaan model log linear empat dimensi untuk model terbaik *[JUP][PD]* adalah sebagai berikut:
$$log\ m_{ijkl} = \mu + \lambda_i^J + \lambda_j^U + \lambda_k^P + \lambda_l^D + \lambda_{ij}^{JU} + \lambda_{ik}^{JP} + \lambda_{jk}^{UP} + \lambda_{kl}^{PD} + \lambda_{ijk}^{JUP}$$
3. Persamaan model terbaik *[JUP][PD]* menunjukkan bahwa terdapat hubungan antara jenis kelamin dan usia *[JU]*, jenis kelamin dan pekerjaan *[JP]*, usia dan pekerjaan *[UP]*, serta hubungan antara pekerjaan dan tingkat dosis vaksinasi *[PD]*.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini hanya dilakuan analisis model log linear empat dimensi dan penerapannya dalam studi kasus vaksinasi COVID-19 di Puskesmas Kampung

Sawah, Tanjung Karang Timur, Kota Bandar Lampung. Oleh karena itu, saran untuk penelitian selanjutnya yang tertarik dengan permasalahan yang sama yaitu:

1. Melakukan analisis model log linear dengan dimensi yang lebih tinggi.
2. Membahas mengenai penerapan model log linear empat dimensi secara lebih detail di berbagai bidang.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 1990. *Categorical Data Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc, New York.

Christensen, R 1990. *Log-Linier Models*. John Wiley & Sons, Inc, New York.

Field, A. 2009. Discovering Statistics Using SPSS. Sage Publications, Inc, California.

Ichsan, D.S., Hafid, F., Ramadhan, K., & Taqwin. 2021. Determinan Kesediaan Masyarakat Menerima Vaksinasi Covid-19 di Sulawesi Tengah. *Poltekita: Jurnal Ilmu Kesehata.* **15**(1): 1-11.

Lembaga Survei Indonesia (LSI). 2021. Rilis Hasil Survei Nasional: Sikap Publik Terhadap Vaksin Dan Program Vaksin Pemerintah. https://www.lsi.or.id/post/rilis-survei-lsi-terkait-vaksin-18-juli-2021. Diakses pada 5 Januari 2022.

Leviani, Y., Prastya, A.D., & Mawaddatunnadila, S. 2021. Coronavirus Disease 2019 (COVID-19): Patogenesis, Manifestasi Klinis dan Pilihan Terapi. *Jurnal Kedokteran dan Kesehatan*. **17**(1): 44-57.

Lucia, A., Salamah, M., Pingit, S., & Kartika. 2003. *Pengamtar Metode Statistika*. Jurusan Statistika FMIPA ITS, Surabaya.

Nugraha, J. 2014. *Pengantar Analisis Data Kategorik: Metode dan Aplikasi Menggunakan Program R*. Deepublish, Yogyakarta.

Petravic, L., Arh, R., Gabrovec, T., Jazbec, L., Rupcic, N., Staresinic, N., Zorman, L., Pretnar, A., Srakar, A., Zwitter, M., & Slavec, A. 2021. Factors Affecting Attitudes towards COVID-19 Vaccination: An Online Survey in Slovenia. *Vaccines*. **9**: 247.

PHEOC Kementerian Kesehatan RI. 2022. COVID 19. https://infeksiemerging. kemkes.go.id/dashboard/covid-19. Diakses pada 20 Januari 2022.

Republik Indonesia. 2003. *Undang-Undang Nomor 13 Tahun 2003 tentang Tenaga Kerja.* Sekretariat Negara, Jakarta.

Simonoff, J.S. 2003. *Analyzing Categorical Data*. Springer, New York.

Sumargo, H.C. 1984. *Pendahuluan Teori Kemungkinan Dan Statistika*. Institut Teknologi Bandung, Bandung.

Suryana. 2010. *Metodologi Penelitian Model Praktis Penelitian Kuantitatif dan Kualitatif*. Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.

Walpole, R.E., dan Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan Edisi Keempat*. Institut Teknologi Bandung, Bandung.

Walpole, R.E., Myers, R.H., & Myers, S.L. 2003. *Probabilitas dan Statistika untuk Teknik dan Sains. PT. Prehallindo, Jakarta.*

World Health Organization. 2020. Naming the coronavirus disease (COVID-19) and the virus that causes it. https://www.who.int/emergencies/diseases/ novelcoronavirus-2019/technical-guidance/naming-the-coronavirusdisease -(covid-2019)- and-the-virus-that-causes-it. Diakses pada 3 Januari 2022.

World Health Organization. 2020. Situation Report – 42. https://www.who.int/ docs/default-source/coronaviruse/situation-reports/20200302-sitrep-42-covid-19. Diakses pada 3 Januari 2022.